

土捨船による投棄土砂の分散

DISPERSION OF DUMPED SAND FROM HOPPER-BARGES

小川 元*・竹内 益雄**

By Hajime Ogawa and Masuo Takeuchi

1. 序

底開土捨船によって海底に土砂を投棄する場合、土砂が海底で分散して、所定の場所に思うほど集積されないという問題が起こる。そこで土砂の分散がどの範囲までおよぶものかを、小規模の実験を行なうと同時に理論的解析を行なって究明し、一応の結論を得たのでここに発表する。

2. 実 験

(1) 装 置

実験は図-1のように、平面 148×90 cm、深さ 94 cm で下部が漏斗状になった1面ガラス張りの水槽で図-2のような種々の断面の鉄板製バージ模型の底板を開いて

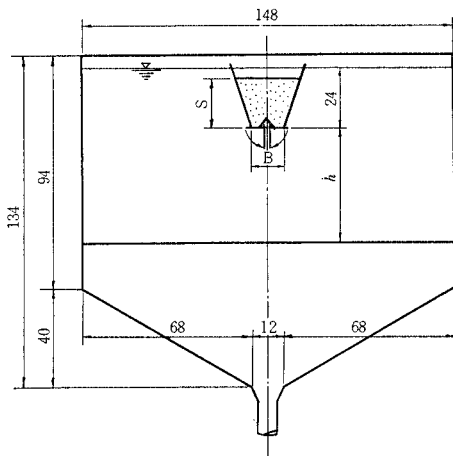


図-1 実験水槽断面図

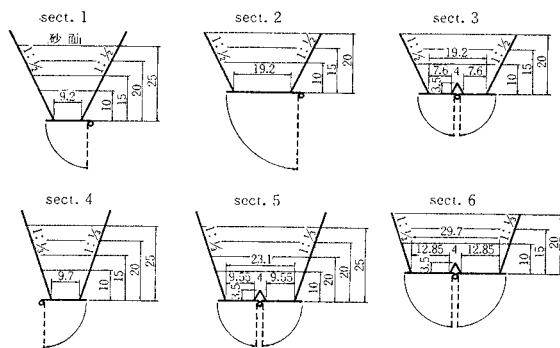


図-2 バージ模型断面図

砂を落とし、それが模型海底面に分散堆積した高さをポイントゲージによって測定した。砂の堆積する幅と、バージの長さとは同一にして、砂の分散は1次元とした。

(2) 実験方法と種類

バージ模型の底板のとめ金はずして、底板が自然に開き砂が落下する状態を観察し、また 16 mm 映画撮影した。砂は海岸砂を水洗した後表-1のように大別したもの3種 (A, B, C) と、豊浦標準砂 (D) とを用いた。その粒度および比重は表-1および図-3のようである。大部分の実験は砂 A によって行ない、補助実験として他の砂を用いた。バージ模型断面は図-2 に示す6種で別に 10×10 cm および 20×20 cm の方形のものを用いた。砂の積高は 10, 15, 20, 25 cm とし、水深はバージ底面下海底までを 26, 36, 46, 56 cm とした。海底の状態は鉄板平面、敷砂平面、溝型の鉄板、山型の敷砂につ

表-1 砂の種類

砂記号	粒径範囲	d_{50} mm	比重
A	1.2 mm 以下	0.36	2.66
B	0.6~1.2	0.65	2.66
C	0.3~0.6	0.34	2.66
D	豊浦砂	0.17	2.63

* 正会員 工博 日本大学教授 理工学部交通工学科

** 正会員 工博 (株) 臨海土木工業所専務取締役

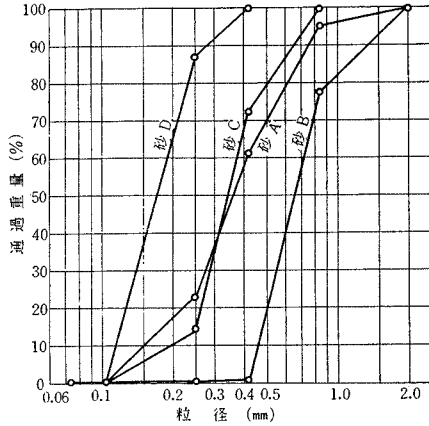


図-3 砂の粒径加積曲線

いて行なった。これらの組合せによる実験種別は 135 種、各種別 3 回の測定をした。

3. 理論解析

(1) 解析の方針

実験を通観して、つぎのような定性的傾向が認められた。

- 1) 砂は海底のかなり広い範囲になだらかな曲線となして分散し、分散の範囲は砂が落下した時の落下速度に大きな関係がある。
- 2) 砂の落下速度は、個々の砂粒の沈降速度とは全く異なり、一つのかたまりの落下と見られる速い速度である。
- 3) 砂の分散運動は海底面に沿った水平な前進で、跳躍は認められない。

以上の観点から、問題の要点はつぎのようであると考えられた。すなわち投棄された砂はある程度のかたまりとなって落下し、海底で左右にわかれて水平に、落下した時の速度をもってとび出し、途中で海水の抵抗を受けて速度を減ずるとともに砂粒を沈殿させつつ前進する。したがって問題は二つに分かれ、バージを離れてから海底に着地するまでの運動と、着地してからの水平運動およびその間の沈殿堆積となる。よっておのおの場合を運動方程式によって解析することにする。

なお砂塊の沈降速度に関して定性的な実験をした結果を表-2 に示す。これは 1 粒の砂の沈降速度と、小さじ一杯の砂を一度に落した時の沈降速度とを比較したもので、水温 13.5°C、沈降速度測定区間 60 cm での実験である。小さじ一杯の方が全砂種とも沈降は速くなり、速くなる割合は微粒ほど大きい。すなわち、微粒ほどかたまったまま沈降する。さらに映画撮影したフィルムのこま

表-2 単粒と砂塊の沈降速度 (cm/sec)

砂種	A	B	C	D
1 粒	7.4	9.1	5.2	2.5
さじ 1 杯	12.3	14.2	8.5	6.5

数から逆算すると箱型模型の場合 40 cm の区間の落下時間が 1 sec 前後で、沈降速度はさらに速い。これらは砂塊が大きいほど沈降速度が速くなることを示している（群粒の沈降速度に関するスタイナーの公式¹⁾では、群粒の沈降速度は単粒の場合よりはるかに小さくなるが、これは砂粒相互が分散している場合であろう）。

(2) 解析

a) 落下

水中を沈降する固体の運動方程式は鉛直下向けに座標をとってつぎのようになる²⁾。

$$M \frac{dv_1}{dt_1} = (M - m)g - \frac{1}{2} m \frac{dv_1}{dt_1} - F \quad \dots\dots (1)$$

ここに、 M ：固体の質量、 m ：固体と同体積の水の質量、 v_1 ：固体の沈降速度、 t_1 ：沈降時間、 g ：重力加速度、 F ：水の抵抗力

右辺第 2 項は加速度に対する抵抗力である。

固体に対する水の抵抗には、水の流線が変形することによる抵抗、固体表面境界層に起こる摩擦抵抗、流れ方向の固体の射影面積に対する後流による抵抗があるが、いまの場合沈降のレイノルズ数、 $Re = v_1 a / \nu$ (a は砂塊 1 辺の長さ、 v_1 は沈降速度) は、降下のほとんど全域で 10^4 以上であり、したがって流線変形の抵抗は考慮の必要がなく、また表面抵抗も、 $F = C_f \rho l v^2 / 2$ とおいた時 $C_f \leq 0.0015$ であり（後記の式 (23) による）、 F は非常に小さい。よって抵抗は大部分後流による抵抗、すなわち形の抵抗であると考えてつぎのようにとる。

$$F = C_D A \frac{\rho v_1^2}{2} \quad \dots\dots (2)$$

ここに、 C_D ：形の抵抗係数、 A ：砂塊の鉛直方向射影面積、 ρ ：水の密度

式 (1) に式 (2) を代入し、 $Mg = W$ 、 $mg = W_0$ とすると、

$$\frac{1}{g} \left(W + \frac{1}{2} W_0 \right) \frac{dv_1}{dt_1} = W - W_0 - C_D \rho A \frac{v_1^2}{2} \quad \dots\dots (3)$$

砂塊の終末沈降速度を v_u とすると、 $v_1 = v_u$ で $dv_1/dt_1 = 0$ から、

$$W - W_0 = C_D \rho A \frac{v_u^2}{2} \quad \dots\dots (4)$$

式 (3) の $C_D \rho A$ に上式を代入し、さらに

$$\frac{W - W_0}{\frac{v_1}{g} \left(W + \frac{1}{2} W_0 \right)} = \zeta, \quad \zeta t_1 = \tau, \quad x = \frac{v_1}{v_u}$$

において、 $t_1=0$ ($\tau=0$) で $v_1=0$ ($x=0$) の条件で積分すると、 v_1 を与える次式が得られる。

$$\frac{v_1}{v_u} = \tanh [\zeta t_1] \dots\dots\dots(5)$$

ただし、 v_u は式 (4) から

$$v_u = \sqrt{\frac{2(W-W_0)g}{C_D w_0 A}} \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 w_0 : 水の単位容積重量

つぎに砂塊の落下距離を h とすれば、式 (5) から

$$\frac{dh}{dt_1} = v_u \tanh [\zeta t_1]$$

$t_1=0$ で $h=0$ として上式を積分すれば、

$$h = \frac{v_u}{\zeta} \int_0^{\tau} \tanh \tau \, d\tau$$

よって

$$\frac{\zeta h}{v_u} = \log[\cosh(\zeta t_1)] \dots\dots\dots(7)$$

式 (7) によって距離 h を落下するに要する時間 t_1 が求められ、これを式 (5) に代入すればその時の落下速度 v_1 が求められる。式 (7) の対数は自然対数である。

b) 砂の分散

3.(1) で記したように砂の分散は水平な前進運動と認められるが、さらに実験によると、砂は前進の場合でもかなり後まで塊になって進行して、なかなか各個の粒子には散乱しない。そこでつぎのような仮定をする。すなわち、砂塊は落下地点で左右にわかれ、図-4 のような長方形となって前進し、前進する砂はやはり1体であって、その初期高さ b_0 、長さ s はおのおの模型バージの底幅 B 、砂の積高 S に比例するものとする。すなわち、

$$b_0 = \alpha \frac{B}{2}, \quad s = \beta S \dots\dots\dots(8)$$

ただし、 $\alpha \leq 1, \beta \leq 1$

砂塊は落下の場合と同様、断面積に対して水の形の抵抗、かつ海底面で摩擦抵抗を受けながら前進し、漸時砂を沈殿させて厚さを減じてゆくが、この場合長さ s は一定であると考える。

ところでこの場合の海底面での摩擦抵抗は、後記 5.

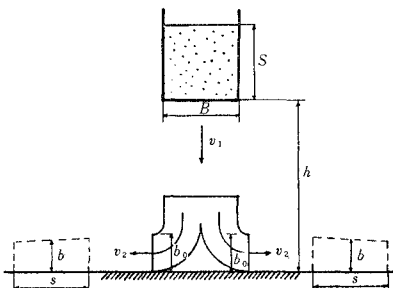


図-4 砂塊の前進モデル

(1) に記すように非常に小さく、無視してもさしつかえないと思われるので、抵抗は形の抵抗だけとする。するとこの場合の運動方程式はつぎようになる。

$$M \frac{dv_2}{dt_2} = -F \dots\dots\dots(9)$$

ここに、 M : 砂塊の質量、 F : 水の抵抗力、 v_2 : 前進速度、 t_2 : 前進時間

落下の場合と同様にして、

$$\frac{W}{g} \frac{dv_2}{dt_2} = -C_D w_0 A \frac{v_2^2}{2g} \dots\dots\dots(10)$$

ただし、落下の場合とは異なり、 W, A はともに t_2 の関数で、いま砂の分散を1次元だけとし、砂塊の単位幅について考えると、 A, W はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} A &= b \\ W &= bs(1-\lambda)r_s w_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

ただし、 b は任意時刻の砂塊の厚さ、 λ は土砂の空げき率、 r_s は土砂の比重で $r_s = \sigma/\rho$ (σ は土砂の密度) バージを離れた土砂はしだいに全体が変形するとともに内部がゆるみ、空げき率が変化しつつ着地し、ついで前進すると思われるので、実際には λ は時間 (t_1, t_2) の関数であるが、簡単のため t のある範囲についての平均的な値を想定して用いることにする。

落下する砂塊は写真-1, 3 に見るように、横と縦と同時に広がりつつ落下して、横幅と高さともに変化する。したがって式 (8) の α, β がある値をとり、それに応じて λ も変化するのであるが、上記のように λ をある定数と考えることにすれば、砂塊の体積は一定と考えることになる。これをさらに、簡単のために砂塊の形も一定、すなわち、 $\alpha=1, \beta=1$ と仮定し、後記の計算に際しては $b_0=B/2, s=S$ ととることにする。

式 (11) を用いて式 (10) を変形すると、

$$\frac{dv_2}{dt_2} = -C_D \frac{v_2^2}{2s(1-\lambda)r_s}$$

$t_2=0$ で $v_2=v_0$ として上式を積分すると、

$$\begin{aligned} -\frac{1}{v_2} &= -\frac{C_D t_2}{2s(1-\lambda)r_s} - \frac{1}{v_0} \\ v_2 &= \frac{2s(1-\lambda)r_s v_0}{2s(1-\lambda)r_s + C_D v_0 t_2} \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

ただし、 v_0 は砂塊が海底に着地した時の速度 v_1 をとることにし、 λ はバージから落下して海底を前進する期間中のある平均値を用いることにする。

式 (12) を $v_2 = dx/dt_2$ とおいてさらに積分し、 $t_2=0$ で $x=0$ とすると、砂の分散距離 x は

$$\begin{aligned} x &= \int_0^{t_2} v_2 dt_2 \\ &= \frac{2s(1-\lambda)r_s}{C_D} \log \left\{ 1 + \frac{C_D v_0 t_2}{2s(1-\lambda)r_s} \right\} \dots\dots(13) \end{aligned}$$

c) 砂の堆積

海底を前進する砂塊が、途中沈殿によって失なった体

積が、すなわち海底に堆積した土砂量である（多少の砂は一度浮き上がってから再び沈殿するが、これはあまり多くない）。前進途中に沈殿する土砂量は、前進速度の変化、土砂の沈降速度、海水の密度と粘性などの関数であるが、これは問題が非常に複雑であるのでつぎのような便法を用いることにする。

すなわち、縦断面で厚さ b 、長さ s の長方形の砂塊が前進し、砂の沈殿堆積に応じて b が減少して、 s は一定であるとする。そして b は時間 t_2 の指数関数で表わせるとしてつぎのようにおく。

$$b = b_0 e^{-\xi t_2} \dots\dots\dots(14)$$

ここに、 ξ は定数で、土砂の粒度と密度、水の密度と粘性、海底の粗度、レイノルズ数 vs/ν および vb/ν などの関数となり、実験によって定めるものとする ($1/T$ の次元を持つ)。

そこでいま、厚さ b で単位幅、単位長さの砂塊が、 Δt_2 時間に Δx だけ進み、その間に厚さが b_1 から b_2 に減じたとすれば、その間に減少した砂量、すなわち堆積した砂量は、 $(b_1 - b_2) \times 1 \times 1 = b_1 - b_2 = \Delta b$ 、これは Δx の区間の堆積量であるから単位区間については $\Delta b / \Delta x$ となり、単位幅について考えているからこれはそのまま堆積高となる。すなわち、符号を考慮して、堆積高 y は

$$y = - \frac{\Delta b}{\Delta x}$$

長さ s の砂塊が通過すれば堆積高は上記 y の s 倍となり、これを改めて y とおいて微分をとれば、

$$y = -s \frac{db}{dx} = -s \frac{db}{dt_2} \frac{dt_2}{dx} = - \frac{s}{v_2} \frac{db}{dt_2} \dots\dots(15)$$

上式に式 (12) および式 (14) を代入すると、堆積高がつぎのように求められる。

$$y = \left\{ \frac{C_D t_2}{2s(1-\lambda)r_s} + \frac{1}{v_0} \right\} s b_0 \xi e^{-\xi t_2} \dots\dots\dots(16)$$

式 (16) で、 $t_2 = 0$ のとき $y = y_0$ とすると、

$$\xi = \frac{v_0 y_0}{s b_0} \dots\dots\dots(17)$$

ただし、 y_0 は $x = 0$ 点における堆積高で、実験から与えられる。

ある区間 $0 \sim x$ 間に堆積する土砂量は、式 (16) を $0 \sim x(t)$ 区間で積分すれば求められる。単位幅当りの堆積量 (体積) を V_s とすれば、 $t_2 = 0$ で $y = y_0$ として

$$\begin{aligned} V_s &= \int_0^{x(t_2)} y dx = \int_0^{t_2} y dt_2 \\ &= \left\{ -\frac{s b_0}{v_0} - \frac{C_D b_0}{2(1-\lambda)r_s} \left(t_2 + \frac{1}{\xi} \right) \right\} e^{-\xi t_2} + C \end{aligned} \dots\dots\dots(18)$$

ただし、

$$C = \frac{s b_0}{v_0} + \frac{C_D b_0}{2(1-\lambda)r_s \xi} + y_0$$

式 (18) は $t_2 \rightarrow \infty$ で $V_s = C$ となり、したがって、

$2C =$ 全土量となる。ゆえに、たとえば全土量の半分がたまる範囲を求めようとするれば、式 (18) の右辺を $C/2$ にひとしいとおいて t_2 を求め、それを式 (13) に代入すればよい。式 (13) と (16) から t_2 を消去すれば $x \sim y$ の関係式が得られるが、複雑になるので t_2 をパラメータとして用いることにする。

4. 実験値への適用

(1) 箱型模型

平面形 10×10 cm および 20×20 cm、側壁垂直の箱型模型で、砂積高を 10 cm および 20 cm、水深を底面下 26 cm および 46 cm とした場合につき、底板を瞬間的に引き抜く方法で砂を落下させた。堆積砂の分布を示すと図-5, 6, 7 のようである。図は堆積部の幅 30 cm のうちの中心における縦断面を示している。落下途中の状況は写真-1, 2 のようである。

上記について図-4 のモデルと上記諸式を用いて砂堆積曲線 (x, y) を求めるのであるが、この場合砂の落下は底面開放とほとんど同時に大きな塊となって落下して、着地するまでが 1 sec 前後であった。そこでまず全部の砂が 1 塊となって落下するものとして計算してみた結果、1 塊の大きさを全量の $1/k (k=1 \sim 3)$ にとると実験結果とよく一致することがわかった。そこで電子計算

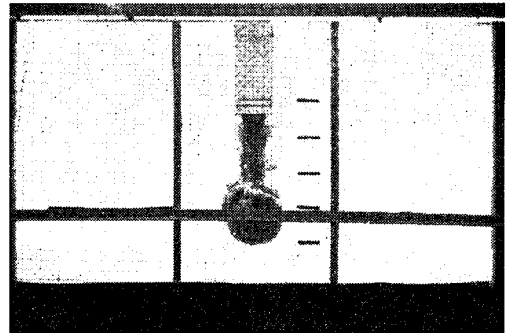


写真-1 箱型模型実験 No. 11



写真-2 箱型模型実験 No. 5

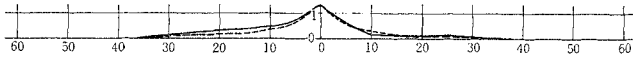


図-5 箱型模型実験 No. 12

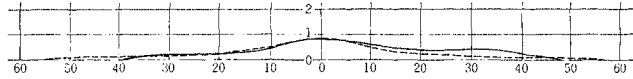


図-6 箱型模型実験 No. 8

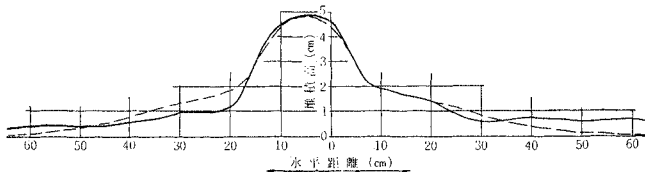


図-7 箱型模型実験 No. 1

機で数回の試算をした結果、 k の値を表-3 に示すようにとった。またこの場合、砂の堆積幅が 30 cm であるため、箱の平面 20×20 cm の場合は近似的に砂は 1 次元分散と考えられるが、 10×10 cm の場合には 2 次元分散と考えなければならない。これに対して砂が円形に拡散するものとしてつぎのように解析した。

前進する砂の厚さ b は、円形に広がることによる減少と、沈殿堆積による減少とを同時に考えなければならず、原点から放射状に x をとって、

$$\frac{db}{b} = -\frac{dx}{x+dx} \dots\dots\dots(19)$$

と式(14)とが同時に成り立つことになる。ただし、 $x = f(t_2)$ で、式(19)は砂が dx だけ前進したとき、厚さ b の減少が円周の増加に逆比例することを示したものである。ところが一方、沈殿による砂の堆積厚は式(19)とは直接には関係がない。そこでいま、面倒な計算をさけてごく近似的に、1次元で分散堆積した砂がその位置で円形に分布したと仮定して、2次元分散の場合の堆積

表-3 箱型模型の実験結果

No.	砂種	平面形 $B \times l$ cm	砂高 S cm	h cm	y_0, y_0' cm	n	ξ
1	A	20×20	10	46	4.85	1	7.22
2	"	20×20	20	46	4.60	3	10.10
3	A	10×10	10	26	0.51	2	2.11
4	"	10×10	10	46	0.36	2	1.71
5	"	10×10	20	46	0.81	2	2.30
6	B	10×10	10	26	0.74	2	3.06
7	"	10×10	10	46	0.33	2	1.57
8	"	10×10	20	46	0.87	2	2.43
9	C	10×10	10	26	0.59	2	2.44
10	"	10×10	10	46	0.19	2.5	1.20
11	"	10×10	20	46	0.44	2.5	1.50
12	D	10×10	10	26	1.25	1	2.60
13	"	10×10	10	46	0.27	2	0.10
14	"	10×10	20	46	0.25	2.5	0.90

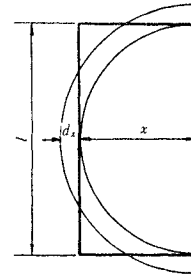


図-8 円形拡散の模型図

厚 y' を求めることにするとつぎのようになる。

すなわち、式(16)の y が半径 x の半円周上に分散したとすると、砂塊の単位幅について、 $y' = y/\pi x$ 、図-8 のように、砂塊の平面の幅(バージの長さ)を l とすれば、 y' は l に比例すると考えられるから、

$$y' = \frac{l}{\pi x} y \dots\dots\dots(20)$$

ただし、 y は式(16)による。式(17)の y_0 に対応する値を y_0' とすれば、式(17)に上式を代入して、

$$\xi = \frac{v_0 \pi x_0 y_0'}{s b_0 l}$$

ここに、 x_0 は $t_2 = 0$ における x の値で、砂が着地した時の初期厚さを 1次元の場合も 2次元の場合もともに b_0 であるとする、図-8 における $b_0 l \times 1$ の体積が、 $b_0 \pi x_0^2 / 2$ にひとしいとして、 $x_0 = \sqrt{2l/\pi}$ となる。よってこれを上式に代入すると ξ はつぎのようになる。

$$\xi = \frac{v_0}{s b_0} \sqrt{\frac{2\pi}{l}} y_0' \dots\dots\dots(21)$$

以上を実験値に適用した結果はつぎのようである。

平面形 20×20 cm の場合は式(16)、(17)、 10×10 cm の場合は式(20)、(21)を用い、 x は両者とも式(13)を用いる。実験結果は場合により堆積砂の頂点の位置が多少ずれているので、ずれた位置に原点を一致させて ξ を求めると表-3 のようになった。この ξ を用いて堆積曲線 x, y を求めて、それを実験値の曲線上に記入すると図-5、6、7の破線の曲線となる。図-7は箱型平面 20×20 cm (実験 No. 1)、図-5、6は平面 10×10 cm (実験 No. 8, 12) の場合であるが、いずれも実験結果とかなりよく一致しており、上記の解析は妥当であると思われる。

砂の空げき率 λ は、3.(2)b)の末尾に記すような平均値として、砂 A, B, C は $\lambda = 45\%$ 、D は 40% とする。実験の観察によると、砂は大部分がいくつかの塊に分かれて落下するので、 λ はほぼ当初の値がそのまま維持されると考え、上記の値は、バージ内に入れた時の空げき率の平均値にほぼひとしくとってある。 W は使

用した砂の空中重量を測定して用いた。計算はまず式(6)で v_u を求めた後 v を求めておき、ついで式(7)で t_1 、式(5)で v_1 、式(13)で x 、式(17)あるいは(21)で ϵ 、式(16)あるいは(20)で y または y' という順序に求める。 ϵ の計算において実験値の y_0 または y_0' を用い、 x, y は t_2 のいくつかの値に対して計算する。抵抗係数 C_D は、形の抵抗係数のうち、円柱が縦に落下する場合の、直径と長さが等しい場合の値、 $C_D=0.63^3$ を用いることにした(実際は球、円柱、長方形の中間と考えられ、バージの形、落下する土塊の形によって考慮すべきであるが、大きな影響はない)。計算結果は、終末沈降速度 $v_u=164\sim 248$ cm/sec, 着地するまでの時間 $t_1=0.34\sim 0.49$ sec, 着地した時の沈降速度、すなわち前進の初速度 $v_0=v_1=131\sim 181$ cm/sec となり、実験観察の結果とほぼ一致している。

(2) バージ型模型

図-2 のようなバージ型模型の底板の止め金をはずして、ふたが自然に開いて砂が落下する方法で実験した。落下途中の状況は写真-3, 4 では堆積の結果は図-9, 10, 11 に示すようである。この場合は堆積砂の山が二つできたのが特徴であるが、この実験において顕著な現象は、砂がバージから落ちてしまうまでに 5~50 sec の時間がかかり、砂はその間中ある程度の塊になって間欠的に落下し続けたことであった。したがって砂塊は箱型の場合より小さくなるから、沈降速度も小さく、分散速度もそれに依じて小さい。そこでこの場合の要点は、1塊になって落下する砂塊の大きさがどれくらいであるかを定めることで、これをつぎのようにした。すなわち、

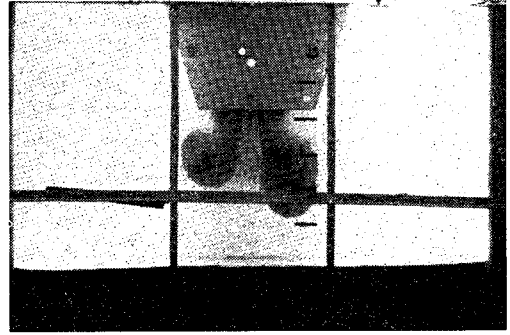


写真-3 砂 B, バージ型断面 5, 砂積高 10 cm, 水深 46 cm

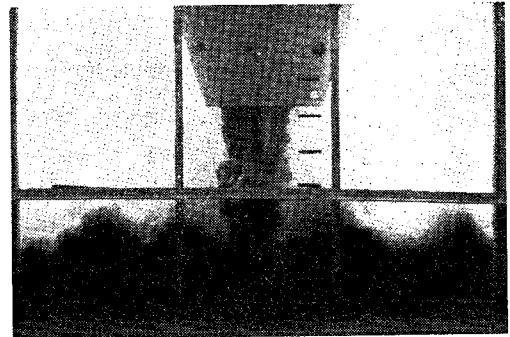


写真-4 砂 C, バージ型断面 5, 砂積高 10 cm, 水深 46 cm

土砂のバージからの排出時間を T sec とした時、砂塊 1 個の大きさは $n/T (T > n \geq 1)$ に比例するとし、バージ内の全砂量を n/T 倍したものが、図-4 の B の幅を持った長方形断面で落下するものとした。すると落下する土砂塊の高さ S_i はつぎのようになる。

$$S_i = \frac{A_i}{BT'}.$$

ここに、 A_i : バージ内の土砂の横断面, T'

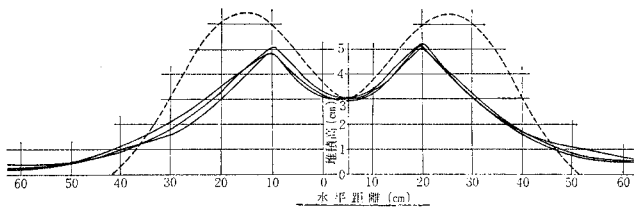


図-9 砂 A, バージ型断面 1, 砂積高 20 cm, 水深 26 cm

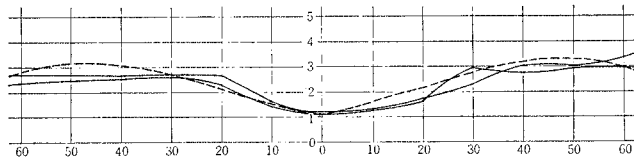


図-10 砂 A, バージ型断面 2, 砂積高 15 cm, 水深 66 cm

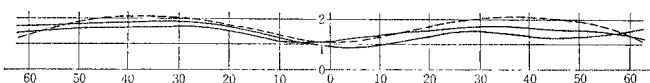


図-11 砂 A, バージ型断面 3, 砂積高 10 cm, 水深 66 cm

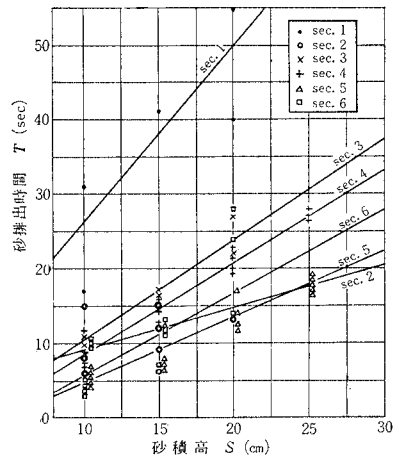


図-12 バージ型模型による砂排出時間

$=T/n$, 測定された T の値は 図-12 (砂 A による実験値) に示すようにならかなり変動があるので, 図の各直線で平均化された値を用いた。 B の値は 図-2 によってつぎのようにとる。

表-4 B の 値

バージ断面No.	1	2	3	4	5	6
B cm	9.2	19.2	7.6×2	9.7	9.55×2	12.85×2

上記の $S_i \times B$ の断面を持った土砂塊が, a) の場合と同様の落下堆積をするものと仮定して, a) と同様の計算を行なう。ただしこの場合, 高さ S_i の土砂1塊による堆積高を y_i とすると, 全堆積高 y は, $y = \sum y_i = T' y_i$ であり, y_i が式 (16) から求められる (ただし, $s = S_i$ とする)。 x は式 (13) を用いる。

以上の要領によって数個の n の値をとって試算してみると, バージの側壁勾配, 底閉部開口の幅, 砂積高, 土砂粒度によって実験結果に適合する n の値が異なり, 各実験について電子計算機で数回の計算をくり返して実験結果と適合するようにした結果は $n=1.2 \sim 8$ となった。その場合の計算された砂堆積曲線の数例が 図-9, 10, 11 に示す破線である。実験は各3回反復してあるので, y_0 の値は3回の平均値を用い, またバージ底板の影響で堆積曲線の頂点が一方へずれているので, そのずれた位置を原点とした。 λ と r の値は, 砂種 A, B, C は共通, 砂 D のみ $\lambda=40\%$, $r=2.63$ とした。なおこの計算では, 砂塊1塊の大きさが小さいので, 着地する前に終末速度 v_u にほぼ達することがあり, その場合には $v_0 = v_1 = v_u$ とすればよく, v_1 の計算は省略される。 $v_1/v_u = 0.99$ の場合に, $v_1 \approx v_u$ と考えると, 式 (5) および (7) から, 底面下の限界深さ h_c は,

$$h_c = \frac{1.96 v_u}{\xi} \dots\dots\dots(22)$$

となる。したがって, $h > h_c$ の場合には, $v_1 = v_u$ とする。

計算結果は, $v_1 = 85.6 \sim 155.1$ cm/sec, $\xi = 0.35 \sim 6.32$ となり, 計算による堆積曲線は 図-9, 10, 11 に数例を示したように全般的にかなりよい一致を示した。

(3) ξ の 検 討

落下した砂が集中するか分散するかは微妙でいちがいはいいがたいが, 砂塊の大きさと着地速度 v_1 の影響が大きい。砂塊が大きいと, 水深が大きい場合には v_1 が大になる。 v_1 は小さい方が集中度は高く, そのためには砂塊が小さい方がよい。とくに水深が大きい場合にはそうである。砂1塊の大きさはバージの底幅, バージ側壁勾配, 砂の積高, 土質によって決まる。これらの条件の総合されたものが砂排出時間 T となり, T が大きい

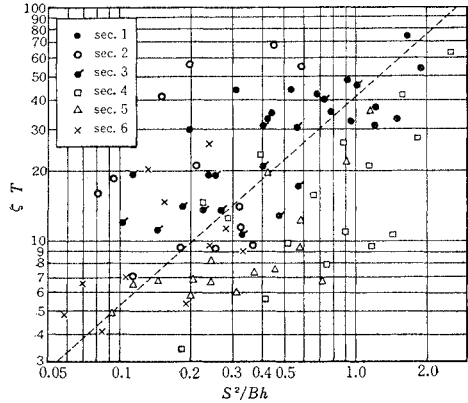


図-13 バージ型模型実験における ξ の無次元表示

場合に砂塊の大きさは小さくなる。

つぎに ξ は砂堆積曲線の形を規定するものであるが, これは $1/T$ の次元を持つ。そこでいま ξT を堆積曲線の形を与える一つの無次元量と仮定し, 一方土質の影響を無視すると, バージ底幅 B と水深 h が大きいほど砂は分散し, 土砂積高 S が大きいほど集中する。それで, $S/B: h/S = S^2/Bh$ を集中度を示す無次元数と考え, これと ξT とをとって図示してみると 図-13 のようになった。バージ型模型全実験 86 個の ξ の値の算術平均は 1.29 で, ほぼ 1 の上下に分散している。

5. 付随的な問題

(1) 海底摩擦の影響

土砂分散の場合の海底摩擦の影響は, 土砂を含む海水と海底との間の表面抵抗と考えられ, したがって境界層での抵抗である。土砂の前進速度 v_2 は, 表-5 で示すように前進の大部分の段階でかなり速く, レイノルズ数 $Re = v_2 s / \nu$ (s は前進土砂の長さ) はかなり大きい。したがって境界層はほとんど全域にわたって乱流境界層であり, 乱流境界層の厚さとその時の表面抵抗係数 C_f の値は, プラントルおよびシュリヒティングによってつぎのように示されている⁴⁾。

$$\frac{\delta}{s} = \frac{0.37}{Re^{0.2}}, C_f = \frac{0.455}{(\log_{10} Re)^{2.58}} \dots\dots(23)$$

ただし, δ : 境界層の厚さ, $Re = Us/\nu$, U は壁からか

表-5 境界層厚 δ および表面抵抗係数 C_f

x cm	10	20	30	60
v_2 cm/sec	159	141	127	90
$Re \times 10^{-3}$	318	282	254	180
δ cm	0.586	0.600	0.614	0.658
$C_f \times 10^3$	5.590	5.730	5.850	6.290
b cm	5.450	2.700	1.330	0.080

なり離れた点での流速で、いまの場合 $U=v_2$

そこで箱型模型実験 No. 2 について、 $s=20\text{ cm}$ に対する δ と C_f の値を x の各値について求めてみると表-5 のようになる。計算は表の各 x の値に対する t_2 の値を式 (13) から求め、式 (12) によって t_2 に対応する v_2 を求める。この v_2 と s によるレイノルズ数 $R_e = v_2 s / \nu$ ($\nu=0.01\text{ cm}^2/\text{sec}$ とする) を求め、式 (23) によって δ , C_f を求める。別に式 (14) によって b を求める。

表面抵抗の大きさ F は、 $F=C_f s w_0 v_2^2 / 2g$ である。前進する砂塊の厚さ b は初期厚さ $b_0=10\text{ cm}$ で、表-5 のとおりであり、 $\delta > b/2$ になるのは $x > 30\text{ cm}$ の区域であるが、この区域では土砂はすでにかかなりの量が沈殿しており、かつ、式 (10) の右辺から求めた形の抵抗と上記式による表面抵抗とを比較してみると、 $x=30\text{ cm}$ で表面抵抗は形の抵抗の $1/14$, $x=60\text{ cm}$ で $1/0.78$ となる。すなわち $x=60\text{ cm}$ では表面抵抗の方が大きい。が、 $x=60\text{ cm}$ では $b=0.08\text{ cm}$ で、事実上砂の分散はほとんど 0 といえる。したがって摩擦の影響は無視できる。

(2) 海底が溝形になっている場合

土砂投棄場所の海底があらかじめ溝形に掘ってある場合に、その溝形内にどれくらいの土砂を堆積させることができるかという場合にはつぎのように解析される。この場合には図-14 の AB 間では、前進土砂は海水抵抗の他に重力加速度を受け、AB に沿って x 軸をとれば運動方程式は式 (10) の右辺に、

$$-(M-m)g \sin \theta = -(W-W_0) \sin \theta$$

が付加される。しかし実験の結果(図-14)を見ると、砂堆積曲線は溝形を水平に延長した場合と大差ない形を

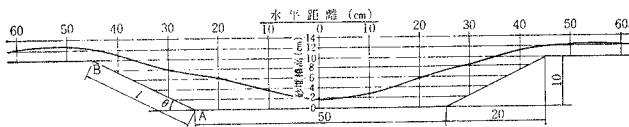


図-14 海底溝型の場合

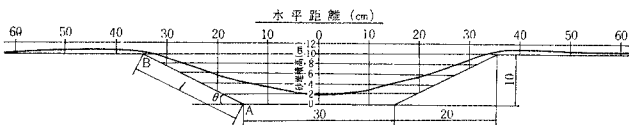


図-15 海底溝型の場合

示しており、かつ斜面は比較的短かいので、つぎのような近似法によることにする。土砂は斜面を上昇することによって位置エネルギーの増加に相当するだけの運動エネルギーを失う。そこで、他の抵抗がないものとするれば、式 (1) の右辺第 2 項、第 3 項を 0 とおくことから、土砂の単位質量について、A, B 2 点の速度 v_{2A} , v_{2B}' の間につぎの関係が成り立つ。

$$v_{2A}^2 - v_{2B}'^2 = \frac{(r-1)2gH}{\gamma} \dots\dots\dots(24)$$

そこで、B 点の実際速度 v_{2B} は、AB 部分を水平と考えた場合の B 点の速度 v_{2B}'' (式(12)による) から、式 (24) で求められる $(v_{2A} - v_{2B}')$ の値を差し引いたものであると考える。そして AB 間の堆積土量は、このようにして求められた v_{2B} に対応する水平距離 (相当水平距離) l' の区間に堆積すべき土量が、斜面 AB 間に堆積するものとする。すると斜面上の堆積高 y' は、斜面長を l , 水平部での堆積高を y として、

$$y' = \frac{l'y}{l \cos \theta} \dots\dots\dots(25)$$

ただし、 l' は相当水平距離

上記の方法を実験の場合に適用するとつぎのようになる。まず 4.(3) と同様にして ϵ を求める。つぎに A 点までの距離 x_A に対応する時間 t_{2A} を式 (13) から求め、この t_{2A} を用いて、式 (12) から v_{2A} , 式 (16) から y_A を求める。つぎに B 点までの距離 $x_A + l$ を水平にとって、その距離に対応する t_{2B} を求め、これを用いて上記の順序にしたがって計算すると、その結果は斜面の途中までしか砂が上らないことになった。試みに式 (24) から逆算すると、 $H=10\text{ cm}$ の場合 $v_{2B} > 0$ となるためには $v_{2A} > 109\text{ cm/sec}$ を必要とする。これは堆積砂の厚さによる初期高さの差異、途中沈殿による上昇砂量の減少が考慮されていないためと思われる。しかしこれらを考慮することは困難であるので、ここでは単に水平前進と考えた場合の計算堆積高と、実際の上昇堆積高とを比較しておくにとどめる。図-14, 15 についてそれを示すと表-6 のようである。両図とも砂種 A, パージ模型 No. 5 で溝高 10 cm である。

表-6 海底溝型の場合の堆積高

	溝底幅 cm	水深 h cm	砂積高 S cm	計算 $y_{A'}$ cm	実測 y_A cm	$y_{B'}$ cm	y_B cm	$y_A/y_{A'}$	$y_B/y_{B'}$
図-14	50	46	20	10.9	6.6	15.0	2.3	0.61	0.15
図-15	30	26	10	5.7	3.9	11.7	0.5	0.68	0.04

6. 実船に対する適用

実際のバージについて計算する場合あらかじめ想定しなければならない値に $T'=T/n$ における n と、分散の係数 ξ とがある。実験によって得られたこれらの値が実船に適用できるかどうかは不明であるが、現状では実船の場合の資料がないので、実験から推定した値を用いて計算するとつぎのようになる。

いま 図-16 のような断面を持つ土運船で、水平な海底に土捨した場合の堆積曲線を求める。バージの諸要目はつぎの通り。

標準積込土量 750 m³、土砂排出時間は良質砂の場合 2~3 sec、粘土を含む場合 11~15 sec。水深はバージ底面すれすれから 10 m くらいまで。土砂の比重 2.66、空げき率はこの現場の場合バージへの積込みが水締めで行なわれるので、落下中の弛緩を考慮に入れても38%とする。

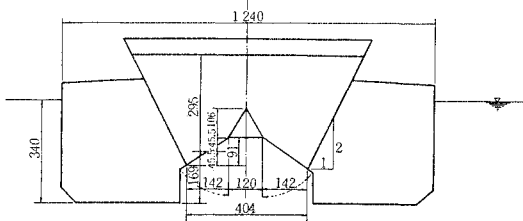


図-16 750 m³ 積バージ断面

実験の観察および映画から推定して、 $T=2$ sec に対して $n=0.5$ 、 $T=15$ sec に対して $n=1.5$ とし、また図-16 に示すように $B=1.42 \times 2$ m、 $S=2.95$ m、 $h=3.3$ m (水深 5 m) および 8.3 m (水深 10 m) とする。これらから S^2/Bh を求め、図-13 から ξT 、ついで ξ を求めると表-7 のようになる。つぎにバージ断面積 $A_1=16.5$ m²、 $S_i=A_1/BT'$ 、 $T'=T/n$ から S_i を求め、式(6)を $A=Bl$ (A は落下砂塊の水平投影面積、 l はバージ底開部の長さ)、 $W=BS_i l(1-\lambda)r_s w_0$ 、 $W_0=BS_i l(1-\lambda)w_0$ としてつぎのように変形して、これに $C_D=0.63$ 、 $\lambda=0.38$ 、 $r_s=2.66$ を代入すると v_u が表-7 のように求められる。

$$v_u = \sqrt{\frac{2(1-\lambda)(r_s-1)gS_i}{C_D}}$$

この式を上式と同様にしてつぎのように書きかえて ζ を求め、

$$\zeta = \frac{(r_s-1)g}{v_u(r_s+0.5)}$$

式(22)による h_c を求めると、 $h=8.3$ m、 $T=15$ sec の場合だけ $h_c < h$ 、他はいずれも $h_c > h$ となるので、前者だけは $v_1=v_u$ 、他は与えられた h の値を用いて式(7)によって $\cosh(\zeta t_1)$ 、ついで t_1 を表-7 のように求める。ついで式(5)によって v_1 を求める。式(13)に

表-7 実船バージの計算値

h	m	3.3		8.3	
T	sec	2	15	2	15
n		0.5	1.5	0.5	1.5
S ² /Bh		0.929	0.929	0.369	0.369
ξT		39	39	17.2	17.2
ξ		19.5	2.6	8.6	1.2
S _i	m	1.484	0.594	1.484	0.594
v _u	m/sec	6.89	4.36	6.89	4.36
ζ		0.747	1.180	0.747	1.180
h _c	m	18.09	7.24	18.09	7.24
ζt ₁		0.90	1.54	1.55	—
t ₁	sec	1.20	1.31	2.07	—
v ₁	m/sec	4.94	3.98	6.30	4.36

表-8 実船バージの堆積曲線

		t ₂ sec	0.1	0.5	1	3	5
h=3.3	T=2	x m	0.480	2.148			
		y m	4.892	0.003			
	T=15	x	0.375	1.539	2.563	4.905	
		y	4.684	2.408	0.913	0.011	
h=8.3	T=2	x	0.607	2.648	4.621		
		y	5.162	0.215	0.004		
	T=15	x	0.407	1.647	2.717	5.130	6.470
		y	2.301	2.121	1.642	0.324	0.045

において $s=S_i$ 、 $v_0=v_1$ として、 t_2 の適当な値に対して x を求めると表-8 のようになる。つぎに $y=T'y_i$ とし、 y_i に対して式(16)を適用して、 $s=S_i$ および表-7 の ξ を適用すると対応する y の値が表-8 のように求められる。これを、バージの両側底開部中心、 $x=1.31$ m の点を $x=0$ として図示すると 図-17、18 となった。

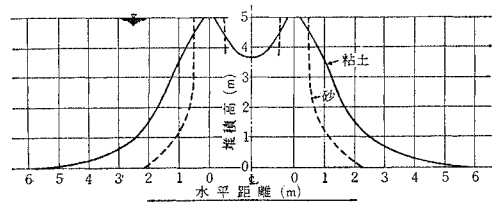


図-17 実船バージ堆積曲線 (計算値)

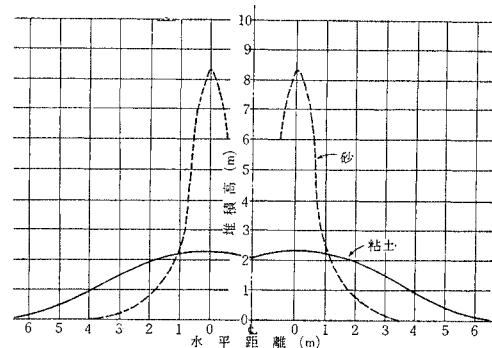


図-18 実船バージ堆積曲線 (計算値)

図-17, 18 を見ると、いずれの場合も土砂の分散区域はあまり大きくなく、とくに砂の場合はほとんどバージの直下に堆積する傾向を示し、水中の自然息角で山をなすものと考えられる。粘土で水深 10 m の場合でも分散区域は幅 18 m 程度である。

7. その他の定性的性質

上記の箱型およびバージ型模型による基礎実験の他に、ホッパーの底板が水平でなく、図-16 のように傾いている場合、図-2 断面 5 のように排砂口が二つに分けられている場合の隔壁の角度の影響、土砂粒度の相違による影響などを実験した。それらの結果は定量的に表わすまでには至っていないが、定性的な傾向を示すとつぎのようである。

(1) 土砂粒度の影響

分散の領域の広さに対しては土砂粒度はそれほどの影響はないが、分散する砂量については微粒の方が分散しやすい。それを示したのが図-19 で、同図は砂 A と砂 D を、いずれも断面 No. 5 で底面水深 46 cm、砂積

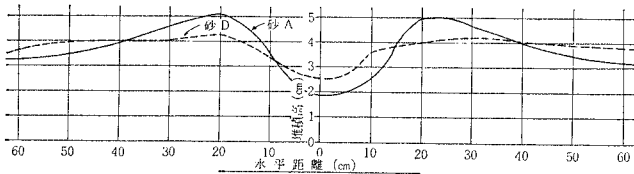


図-19 砂 A と砂 D の分散量の比較 (バージ型模型)

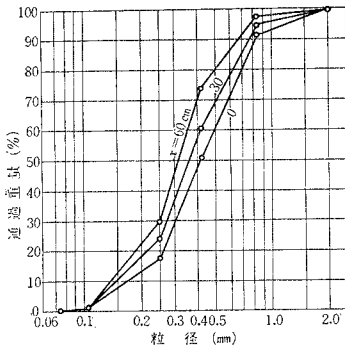


図-20 堆積土砂の粒径加積曲線 (バージ型模型)

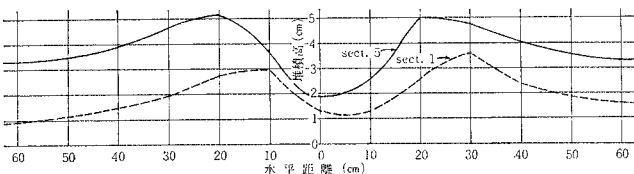


図-21 バージ型断面 1 と断面 5 の砂集中度の比較

高 20 cm の場合について比較したもので、砂 D の方が分散量が多いのが見られる。また図-20 は断面 No. 5、砂 A、底面水深 46 cm、砂積高 20 cm でホッパー底板が傾斜している場合の分散堆積した砂を、 $x=0, 30, 60$ cm の 3 点で採取してふるい分けたもので、遠くの砂ほど粒度が小さく、砂 A (1.2 mm 以下) が分散の途中で選別されて細粒ほど遠くへ分散したことを示している。

(2) ホッパー断面形の影響

砂の集中度あるいは分散度は、主として砂塊が着地した時の落下速度によって決まる。落下速度は砂塊の大きさと水深によって決まり、砂塊の大きさはバージホッパーの断面形によって決まる。そしてそれは 4.(3) に記したように T の関数となる。 T が小さいほど砂塊は大きくなる。

T はホッパーの断面形と土質によって決まり、バージ底幅が広いほど、砂積高が低いほど、側壁が垂直に近いほど T は小さい。図-21 はバージ模型断面 1 と断面 5 の場合を比較したもので、いずれも砂 A、底面水深 46 cm、砂積高 20 cm で、 T は断面 1 の場合 50 sec、断面 5 の場合 14 sec である。バージ断面積は断面 1 が 384 cm²、断面 5 が 589 cm² である。図によって断面 5 の方が分散度が高いことがわずかながら推察できる。

なお T が小さい場合、 S/B の値によって図-21 とは異なって中央部に集中して一つの山ができることがあり、これらは水深と砂塊の大きさとの関係で微妙に変化して、関数関係を求めることは困難である。

(3) ホッパー底板傾斜の場合

ホッパー底板が図-2 のように水平な場合と図-16 のように傾斜した場合とを模型実験で比較してみると、底板の傾斜による差異はとくに見られない。砂の落下は底板勾配には関係なく、まず開口直上部の砂が上まで通して落下して、後周辺部の砂が落下する。したがって、落下は開口の垂直射影面積に比例すると考えられる。このため側壁勾配があると T が大きくなり、この点から側壁の勾配は土砂土砂の堆積曲線に影響する。

(4) 砂積高の影響

ホッパー内の砂の積高と集中分散度との関係は積高をホッパー底幅との比 S/B によって表わすと、 S/B が大きいほど T が大きくなり、砂塊が小さくなって着地速度が小さくなり、集中度が高くなる。また水深は大きい方が着地速度が大きくなり、分散度が高くなる

から、集中度は水深に逆比例する。ただし水深と着地速度との関係は砂塊の大きさによって異なり、砂塊が終末速度に達すると水深の影響はなくなる。そこで、いま砂塊の大きさを表わす要素として砂積高 S をとり、 S に対する水深 h/S をとると、集中度は h/S に逆比例することになる。そこで S/B と S/h とを集中度を表わす要素として集中度は S^2/Bh に比例するものとする。

(5) 海底粗度の影響

模型の海底に砂を敷いておいた場合は大体において鉄板の場合と同様であり、また海底に砂を山形に積んでおいてその上に落した場合には山形の内部にめり込むような形になる。また一度落下堆積させた上に重ねて堆積させると全体の高さはほぼ2回の合計にひとしくなる。

8. 結 論

砂の堆積曲線はほぼ上記の理論式で表わすことができるが、定数 n および ξ の値を適当に決定することが重要で、この値によって計算結果が大きく左右される。落下する砂塊の大きさは砂排出時間 T にほぼ逆比例するが、 n はこの場合に比例定数となる数で、実験の結果から推定される。また ξ は堆積曲線の形を決定する係数で土質の影響が大きい。これも実験結果から推定しなければならない。 ξ の値は一応図-13に無次元整理してあるが、実船に対して適用できるかどうかはさらに実船試験の結果にまたなければならない。

砂の集中あるいは分散度は主として砂塊の着地速度によって支配され、着地速度は砂塊の大きさと水深によっ

て決まる。砂塊の大きさはバージの底幅、側壁勾配、砂積高、土質によって決まり、それらは砂の排出時間 T によって代表される。 T が大きいほど砂塊は小さく集中度が高い。つぎに水深は大きいほど着地速度が大きく分散度が高くなるが、分散度に対する水深の影響は砂塊の大きさによって異なる。一定水深に対して砂塊がかなり大きい時には、砂塊は左右に分かれて水平前進に移ることが困難になって分散しない。したがって水深は砂塊の大きさととの比において考えなければならない。

そこで砂積高 S 、バージ底幅 B 、バージ底面下水深 h をとると、 S/B が大きいほど砂塊は小さくなり、また h/S が大きいほど分散度が高くなるので、砂の集中度を表わす一要素として S^2/Bh が考えられる。

土質については微粒は粗粒より分散しやすい。実際の落下の状況は最初比較的大きな砂塊が落ち、後いくつかの小さい砂塊に分かれて落ちる。

実船による土捨の場合には一般に水深がバージ断面に比較して小さく、そのためあまり広く分散することはないように思われる。

付 記：この研究は実験ならびに計算を(株)臨海土木工業所が行ない、理論解析を小川が担当した。約2年間にわたって多数の実験ならびに複雑な計算に従事してくれた同社社員川合隆雄、後藤五見両君に厚く感謝する。

参 考 文 献

- 1) 本間 仁：標準水理学，丸善，昭 37，p. 123.
- 2) 石原藤次郎・本間 仁：応用水理学中 I，丸善，昭 37，p. 7.
- 3) 石原藤次郎・本間 仁：応用水理学上，丸善，昭 36，p. 65.
- 4) 同上，p. 61.

(1968.7.3・受付)