

斜めハンガーつり橋の力学性状に関する基礎的研究

FUNDAMENTAL INVESTIGATION ON MECHANICAL BEHAVIOURS OF SUSPENSION BRIDGE WITH INCLINED HANGERS

小西 一郎*・白石 成人**・飯田 裕***
By Ichiro Konishi, Naruhito Shiraiishi and Yutaka Iida

1. ま え が き

長大つり橋に関する研究は、古くから行なわれ、とくにアメリカにおいて数多くの成功をおさめたが、1940年のタコマ旧橋の事故によって、耐風安定性の立場から、その補剛構造に関する基礎的研究が行なわれ^{1),2)}、現在汎く用いられているトラス形式補剛桁をもつつり橋が設計されるに至った。しかしながら、近年イギリスの Severn 橋では、その unique な断面形とともに、ハンガー形式にも改良が加えられ³⁾、長大つり橋の構造形式が大きく変化しつつあることを示すものと考えられる。

長大つり橋は、引張部材としてのケーブル、曲げ部材としての補剛桁よりなり、それぞれの剛性によって構造物自身の剛性が変化するが、また一方、ケーブルおよび補剛桁の結合形式、すなわちハンガー形式によって構造物の剛性が変化することになる。D.B. Steinman は、この考えを Deer Isle 橋に應用しており⁴⁾、F. Leonhardt による Mono-Cable つり橋⁵⁾にも同様の傾向を見ることが出来る。

このようなつり橋構造の変化は、もとより近年の構造工学の進歩と密接な関係にあるが、土木構造物のみならず一般建築構造物におけるつり構造の積極的な利用といううすうすとも関係するものと思われる。したがってケーブルの力学挙動に関するより精密な解析ならびにそれに基づく新しい構造形式の開発が活発に行なわれている現在、つり橋構造についても根本的に研究する必要があると思われる。Thornton および Birnstiel⁶⁾の研究はこの意味で最も基礎的研究と考えられるが、ケーブル挙動の解析に Incremental Load Method とともに Method of Continuity を應用しており、藤野・大坂⁷⁾の斜めハンガーつり橋の解析手法と同じ考えに立つものと思われる。つり構造について D. Jawerth⁸⁾はいわゆる Dual Cable System を考え、とくに斜め補強材の効果を解析している。このような構造系を橋梁に應用したのとして Barbara 橋⁹⁾があるが、この例では Cable system に

よる剛性が大きく、斜め補強材を必要としていない。また、Ž. Hiba¹⁰⁾はつり橋の水平剛性について、ケーブル構成面が鉛直面から傾斜していることによる影響を水平な横荷重に対して検討している。

このほか、橋梁主部材の結合形式による剛性の増加を利用したものとして、斜張橋、ニールセン形式橋梁があげられ、静力学的にも、斜めハンガーつり橋の挙動を解析することは重要なものと考えられる。

Severn 橋における斜めハンガーの効果は、その振動減衰効果の増大にある³⁾といわれているが、橋梁構造の振動減衰機構は未だ解析的には解明されていないようである^{11),12)}。しかしながら、山口・白木・中川¹³⁾は Severn 橋形式に注目し、斜めハンガーによる振動減衰効果の増大をある程度実験的に把握しており、F. Bleich¹⁴⁾の鉛直ハンガー形式の場合と比較している。

以上のように、斜めハンガーつり橋の動的、静的な力学性状はさまざまな効果の連成よりなることが考えられ、これらをどのように把握するかが最も重要な課題となつて思われる。著者らはこのためまず鉛直ハンガーつり橋における変位成分の連成^{15),16)}について理論的に考察するとともに、長大つり橋を対象とした模型実験を行ない、斜めハンガーつり橋のもつ力学的特性について研究した¹⁷⁾。この結果、斜めハンガーつり橋の減衰特性が鉛直ハンガー形式の場合と著しく異なることを知るとともに、固有振動数の増大、静的たわみ剛性の増大を示すことを定量的に把握した。また、その構造特性が、鉛直ハンガー形式の場合と類似しており、したがって、変位成分の連成が鉛直ハンガー形式の場合と同程度ないしこれより小さいことより、従来の撓度理論の修正によって、斜めハンガー形式つり橋の力学挙動の解明を試みようとするものである。

2. 基礎方程式の誘導 (その 1)

(1) 単純補剛形式の場合のハンガー付加張力

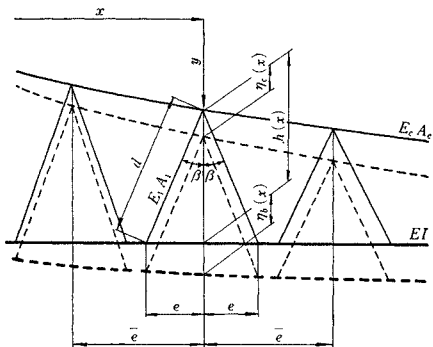
ケーブル・補剛桁系において、図-1 に示すような一般の斜めハンガー形式について、その力学挙動を解析する。いま、ハンガー・補剛桁で構成される三角形を 2 等辺とし、その底辺を $2e(x)$ 、高さを $h(x)$ 、頂点間隔を

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室

** 正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学教室

*** 正会員 工修 建設省土木研究所

図-1 斜めハンガーつり橋系



$\bar{e}(x)$, ケーブルのたわみを $\eta_c(x)$, 補剛桁のたわみを $\eta_b(x)$, ハンガーに生ずる付加張力を ΔT_+ , ΔT_- とすれば, 微小変形に対して,

$$\left. \begin{aligned} \Delta T_+ &= -\frac{E_1 A_1 h}{d^2} \{ \Delta h + \eta_c' e + \Delta h' e \} \text{ (引張り正)} \\ \Delta T_- &= -\frac{E_1 A_1 h}{d^2} \{ -\Delta h + \eta_c' e + \Delta h' e \} \text{ (圧縮正)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

をうる。ただし $d = (h^2 + e^2)^{1/2}$ とする。

このハンガー付加力 ΔT によるハンガー頂点における水平, 鉛直方向成分をそれぞれ Q_c , P_c とすれば,

$$Q_c = \frac{2 E_1 A_1}{d^3} h e^2 \{ \eta_c' + \Delta h' \} \dots\dots\dots (2.1)$$

$$P_c = \frac{2 E_1 A_1}{d^3} h^2 \Delta h \dots\dots\dots (2.2)$$

ここに $E_1 A_1$ はハンガーののび剛性である。

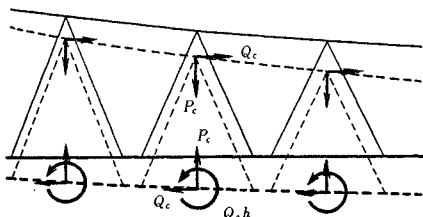
式 (2.1), (2.2) において $e(x) \rightarrow 0$ は鉛直ハンガーに一致し, この場合, 明らかに $Q_c \rightarrow 0$ となる。一方 P_c は

$$\lim_{e \rightarrow 0} P_c = \lim_{e \rightarrow 0} \frac{2 E_1 A_1}{d^3} h^2 \Delta h = 2 E_1 A_1 \frac{\Delta h}{h}$$

となり, P_c はハンガーののびによる張力増分を示すことになる。

ハンガー張力増分 ΔT_+ , ΔT_- によって, ハンガーからケーブルに伝達される力は図-2 のようになり, 一方補剛桁については図示のように, 水平力 Q_c , 鉛直力 P_c , モーメント $Q_c h$ が付加されることになる。

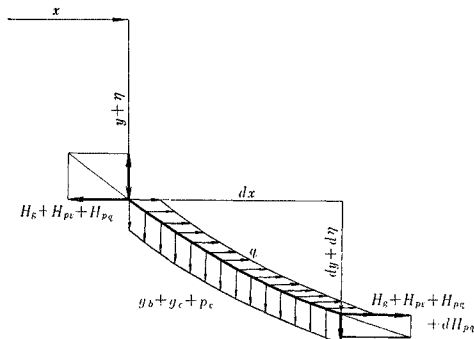
図-2 付加断面力



(2) ケーブルのつり合い条件式

ケーブルのつり合い条件式を求めるにあたり, 上に求めたハンガー付加力を図-3 のようにケーブルは分布さ

図-3 ケーブルつり合い図



せ, その密度をそれぞれ p_c , q とすれば, ケーブル張力の水平成分は, 死荷重による H_g , 鉛直荷重 p_c による増分量 H_{pv} , 水平荷重 q による増分量 H_{pq} の和として与えられる。ここで, H_g , H_{pv} は変数とならず, 一定値をとるから, 図-3 より, 微小長さ dx における水平・鉛直方向のつり合い条件はつぎのようになる。

$$\frac{dH_{pq}}{dx} + q = 0 \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{dH_{pq}}{dx} (y + \eta)' + (H_{pv} + H_{pq})y'' + (H_g + H_{pv} + H_{pq})\eta'' + (p_c - g_b) = 0 \dots\dots\dots (4)$$

ここに, y は初期ケーブル曲線を示し, ケーブル死荷重を g_c , 補剛桁死荷重を g_b , 初期ケーブル張力水平成分を H_g とすれば次式が成立する。

$$H_g y'' + (g_c + g_b) = 0 \dots\dots\dots (5)$$

式 (3) を積分すれば,

$$H_{pq} = -\int_0^x q(u) du + C \dots\dots\dots (6)$$

となり, これを式 (4) に代入し, 高次微小項を無視すれば, ケーブルに関するつり合い条件式は次式のようになる。

$$\begin{aligned} -q(y' + \eta)' + (H_{pv} + C - \int_0^x q du) y'' \\ + (H_g + H_{pv} + C - \int_0^x q du) \eta'' + p_c - g_b = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (7)$$

(3) 補剛桁に関するつり合い条件式

補剛桁に作用する断面力を図-4 に示すように, N , V , M , 活荷重密度を p とし, ハンガー効果をケーブルの場合と同様に $\bar{e}(x)$ 区間に分布させれば, 水平成分, 鉛直成分, モーメント成分はそれぞれ $q(x)$, $-p_c(x)$, $m(x)$ で与えられる。

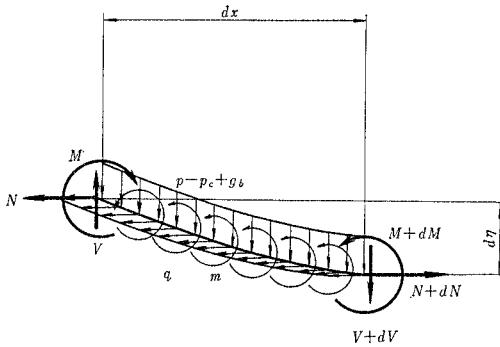
ゆえに, 水平方向のつり合いより

$$\frac{dN}{dx} = q$$

鉛直方向のつり合いより

$$\frac{dV}{dx} = -(p + g_b - p_c)$$

図-4 補剛桁つり合い図



モーメントのつり合いより

$$\frac{dM}{dx} = -m - N\eta' + V$$

となり、これら3式より

$$\begin{aligned} \frac{d^2M}{dx^2} &= -\frac{dm}{dx} - \left(\frac{dN}{dx} \eta' + N\eta'' \right) + \frac{dV}{dx} \\ &= -m' - (q\eta' + N\eta'') - (p + g_b - p_c) \end{aligned}$$

$$\therefore (EI\eta'')'' - m' - (N\eta')' + (p_c - g_b) = p \quad \dots(8)$$

となる。

(4) 斜めハンガーつり橋の基礎方程式

以上の議論より、斜めハンガーつり橋の基礎方程式は、式(7)、(8)より $(p_c - g_b)$ を消去すればよく、結局つぎのようになる。

$$\begin{aligned} (EI\eta'')'' - m' - (N\eta')' + q(\eta' + \eta'') \\ - \left(H_{pv} + C - \int_0^x q du \right) \eta'' \\ - \left(H_g + H_{pv} + C - \int_0^x q du \right) \eta'' = p \quad \dots(9) \end{aligned}$$

式(2)より、式(9)の $m(x)$ 、 $q(x)$ は次式のようになる。

$$q(x) = \frac{Q_c}{\bar{e}} = \frac{2E_1A_1}{d^3\bar{e}} h e^2 \eta' \equiv A\eta' \quad \dots(10)$$

$$m(x) = \frac{Q_c h}{\bar{e}} = \frac{2E_1A_1 h e^2}{d^3\bar{e}} h \eta' \equiv A h \eta' \quad \dots(11)$$

ただし、上式では、ハンガー頂点を通る断面でのケーブルのたわみと補剛桁のたわみを等しいものとする。さらに、補剛桁の橋軸方向の境界条件として、補剛桁両端において $N=0$ とすれば、

$$N = \int_0^x q(u) du \quad \dots(12)$$

また、ケーブル曲線 y は、タワー高さを h_T とすれば $y = h_T - h \quad \therefore y'' = -h'' \quad \dots(13)$

であるから、式(10)、(11)、(12)、(13)を式(9)に代入すれば

$$\begin{aligned} (EI\eta'')'' - (A h \eta')' - \left\{ \eta' \int_0^x A \eta' du \right\}' \\ - A \eta' (h' - \eta') + \left(H_{pv} + C - \int_0^x A \eta' du \right) h'' \\ - \left(H_g + H_{pv} + C - \int_0^x A \eta' du \right) \eta'' = p \quad \dots(14) \end{aligned}$$

ここに、 EI は補剛桁の曲げ剛性である。

式(14)は明らかに非線型方程式であるが、変位に関する二次の微小項を無視し、かつ $H_p = H_{pv} + C$ とおけば

$$\begin{aligned} (EI\eta'')'' - \left(H_g + H_p - \int_0^x A \eta' du \right) \eta'' \\ + \left(H_p - \int_0^x A \eta' du \right) h'' - (A h \eta')' - (A \eta' h)' \\ = p \quad \dots(15) \end{aligned}$$

ここに、

$$A = \frac{2E_1A_1}{d^3\bar{e}} h e^2 \quad \dots(15')$$

であり、 E_1A_1 はハンガーのび剛性、 d はハンガー長さ、 h 、 e はハンガー長の鉛直、水平成分、 \bar{e} はハンガー頂点間隔である。

式(15)において、 $e \rightarrow 0$ とすれば、上式より $A \rightarrow 0$ となり、式(15)は鉛直ハンガーつり橋の基礎方程式と一致する¹³⁾。これより、単純補剛形式の斜めハンガーつり橋の挙動は、鉛直ハンガー形式の場合の基礎式を A なるパラメーターにより修正すればよいことになる。

式(15)における H_p は、いわゆるケーブル方程式より求められるが、鉛直ハンガー形式の場合と同様の考察により、 ϵ をケーブルの橋軸方向変位、 ds をケーブルの微小曲線長、 α_t 、 T を熱膨張係数、温度変化量とすれば、

$$\begin{aligned} \int_L d\epsilon = \int_L \frac{H_p - \int_0^x A \eta' du}{E_c A_c} \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 dx \\ \pm \alpha_t T \int_L \left(\frac{ds}{dx} \right)^2 dx - h'' \int_L \eta dx \quad \dots(16) \end{aligned}$$

をうる。

(5) 基礎方程式の Simplification

式(15)ならびに式(16)は、斜めハンガーつり橋(単純補剛形式)の場合の基礎方程式であるが、いまハンガー頂角 2β ならびに $\bar{e}(x)$ を一定にすれば、式(15')より次式をうる。

$$A = \frac{2E_1A_1 h e^2}{d^3\bar{e}} = \frac{2E_1A_1}{\bar{e}} \cos\beta \sin^2\beta = \text{const.} \equiv A_0$$

ただし $\bar{e} \geq 2e$ 、 $E_1A_1 = \text{const.}$ とする。

すなわち

$$\int_0^x A \eta' du = A_0 \eta$$

となり、式(15)は

$$(EI\eta'')'' - \left\{ (H_g + H_p + A_0 h) \eta \right\}'' + H_p h'' = p \quad \dots(17)$$

また、式(16)は

$$\begin{aligned} \int_L d\epsilon = \frac{H_p}{E_c A_c} \int_L \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 dx \pm \alpha_t T \int_L \left(\frac{ds}{dx} \right)^2 dx \\ - \int_L \left\{ h'' + \frac{A_0}{E_c A_c} \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 \right\} \eta dx \quad \dots(18) \end{aligned}$$

のようになる。

式 (17), (18) は最も単純化された形の斜めハンガーつり橋の基礎方程式であるが, 斜めハンガーによる効果は, 式 (17) については, 死荷重によるケーブル水平張力が $A_0 h$ だけ増加し, かつ初期ケーブル曲線が放物線の場合, 式 (18) より, ケーブル・サグ f が $(l^2/8) \cdot (A_0/E_c A_c) (ds/dx)^3$ だけ減少したことと等価であり, つり橋全体の剛性を死荷重の増加, サグの減少によって増加したことと等価になることがわかる。

3. 基礎方程式の誘導 (その 2)

前節においては, 単純補剛ハンガー形式の場合について考察したが, ここでは 図-5 に示すような Double-Warren Truss 形式の斜めハンガーで補強された場合の特性について考察する。

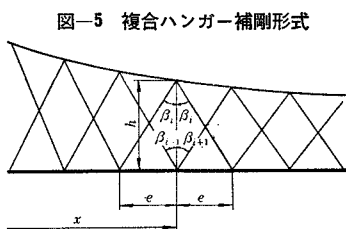


図-5 複合ハンガー補剛形式

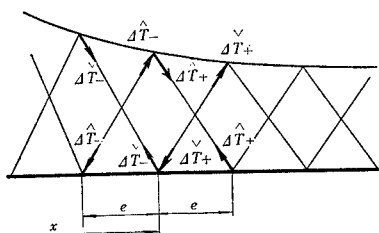


図-6 ハンガー張力

いま 図-6 において, 間隔 $2e$ におけるハンガー付加張力と変位の関係を求めれば

$$\begin{aligned} \Delta \hat{T}_+ &= \frac{E_1 A_1}{d} \{ \eta_b(x+e) - \eta_c(x) \} \frac{h}{d} \\ \Delta \hat{T}_- &= \frac{E_1 A_1}{d} \{ \eta_c(x) - \eta_b(x-e) \} \frac{h}{d} \\ \Delta \check{T}_+ &= \frac{E_1 A_1}{\sqrt{e^2 + h^2} (x+e)} \{ \eta_c(x+e) - \eta_b \} \cdot \frac{h(x+e)}{\sqrt{h^2(x+e) + e^2}} \\ \Delta \check{T}_- &= \frac{E_1 A_1}{\sqrt{e^2 + h^2} (x+e)} \{ \eta_b(x) - \eta_c(x-e) \} \cdot \frac{h(x-e)}{\sqrt{h^2(x-e) + e^2}} \end{aligned}$$

のようである。ここで, $\eta_b(x+e), \eta_c(x+e), h(x+e), h(x-e), \dots$ 等を x の近傍に展開し, さらに $1 \gg h'(1 - (2h^2/d^2))(e/h)$ とおけば, 図-5 における頂角は近似的に, $\beta_{i+1} \doteq \beta_i \doteq \beta_{i-1}$ となり, 上の 4 つの関係式はつぎ

のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta \hat{T}_+ &\doteq \Delta \check{T}_- = \frac{E_1 A_1 h}{d^2} \{ e \eta_c' + \Delta h \} \quad (\text{引張りを正}) \\ \Delta \hat{T}_- &\doteq \Delta \check{T}_+ = \frac{E_1 A_1 h}{d^2} \{ e \eta_c' - \Delta h \} \quad (\text{圧縮を正}) \\ &\dots\dots\dots(19) \end{aligned} \right\}$$

式 (19) より, 図-5 に示すような Double-Warren Truss 形式のハンガー効果は, 単純補剛形式の場合ときわめて類似することになり, 単に水平, 鉛直等価分力 q, p_c が 2 倍となり, 等価モーメント $m(x)$ は変化しないのと相等しいことになる。

すなわち, 鉛直方向つり合いの基礎方程式は, 式(9)において,

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{2 Q_c}{2e} = \frac{2 E_1 A_1}{d^3} h e \eta' \equiv 2 \tilde{A} \eta' \\ N &= \int_0^x q du \\ m &= \frac{Q_c h}{2e} = \frac{E_1 A_1 h e}{d^3} h \eta' = \tilde{A} h \eta' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(20)$$

を代入すればよいから, 高次項を無視してつぎのようになる。

$$\begin{aligned} (EI \eta'')'' - (H_g + H_p) \eta'' + H_p h'' \\ - \{ \tilde{A} h \eta' + 2 h' \int_0^x \tilde{A} \eta' du \}' = p \dots\dots\dots(21) \end{aligned}$$

一方, ケーブル方程式は前節と全く同様の考察により

$$\begin{aligned} \int_L d\xi &= \int_L \frac{H_p - 2 \int_0^x \tilde{A} \eta' du}{E_c A_c} \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 dx \\ &\pm \alpha_t T \left(\frac{ds}{dx} \right)^2 dx - h'' \int_L \eta dx \dots\dots\dots(22) \end{aligned}$$

をうる。ここに,

$$\tilde{A} = \frac{E_1 A_1 h e}{d^3} = \frac{E_1 A_1 h e \bar{e}}{d^3 \bar{e}} \dots\dots\dots(22')$$

であり, ここで $\bar{e} = 2e$ とれば, 式 (22') と式 (15') は同一の表式となる。

また, 式 (21) は

$$\begin{aligned} (EI \eta'')'' - \{ (H_g + H_p + \tilde{A} h) h' \}' \\ + \left\{ \left(H_p - 2 \int_0^x \tilde{A} \eta' du \right) h' \right\}' = p \dots\dots\dots(23) \end{aligned}$$

のようになり, $e \rightarrow 0$ は鉛直ハンガーの場合であり, 式 (22') より $\tilde{A} \rightarrow 0$ で, 式 (23) は鉛直ハンガーつり橋の場合に帰着する。

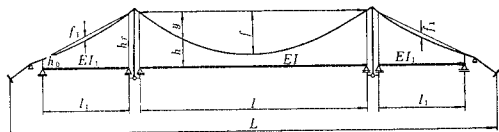
斜めハンガーとしての効果は第 2, 第 3 項にあるが, 第 2 項の補正項は $m(x) = \tilde{A} h \eta'$ より与えられるものであり, 第 3 項の補正項は $N = 2 \int_0^x \tilde{A} \eta' du$, すなわち, ハンガーのケーブルに作用する水平力を示すものである。換言すれば, 前者は補剛桁の曲げ変形に関する補正項となり, 後者はケーブルの変形特性に関する補正項となる。

4. 3 径間斜めハンガーつり橋の静的解析

(1) 単純補剛形式 (Warren 形式) の場合

図-7 に示すような 3 径間斜めハンガーつり橋の静的変形特性をうるため、最も簡単な例として simplify された場合に関する解析例を示す。まず基礎方程式は、ハンガー頂角 2β, ならびにハンガー頂点間隔 e を一定とすれば、式 (17) で与えられ、ケーブル方程式は式 (18) で与えられる。

図-7 3 径間つり橋図



側径間を 10 等分, 主径間を 20 等分した場合, 境界支点を含まないたわみに関する階差方程式は

EIη_{i-2} - {4EI + a^2(H_g + H_p + A_0 h_{i-1})}η_{i-1} + {6EI + 2a^2(H_g + H_p + A_0 h_i)}η_i

K_m matrix equation with stiffness coefficients G, F, E and boundary conditions at the ends.

上式で { } 内の上の値は対称荷重に対するもので, 下の値は逆対称荷重に対するものである。

K_s matrix equation with simplified stiffness coefficients and definitions for EI*, a*, and a.

かつ,

Formulas for F_k, G_k, h_k, h_T, and f_1 for k=1 to 9.

Equation (24) defining η_{i+1} in terms of η_{i+2} and η_i.

のようになる。

ゆえに,

η_s^T and η_m^T vectors.

Matrix equations for P_s and P_m involving η_s and η_m.

なるように定義すれば, η_s は側径間に関するたわみを示し, η_m は主径間のたわみ, P_s, P_m はそれぞれ階差方程式 (24) より求められる荷重項に対応するものとなり, 基礎方程式 (17) は,

K · η = P (Equation 25)

ただし

Definitions for K, η, and P matrices.

である。ここに,

Formulas for F_k, G_k, h_k, and f for k=11 to 20.

また, ケーブル方程式 (18) は, Simpson 公式より, 温度変化のない場合, 簡単につぎのように求められる。

$$H_p = \frac{1}{LE} \int_L \left(h'' + \frac{A_0}{E_c A_c} \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 \right) \eta dx$$

$$\therefore H_p = \frac{1}{10} \left\{ H_{11} \eta_{11} + 2 \sum_{j=2}^9 H_j \eta_j + H_{20} \eta_{20} \right\}$$

$$+ \frac{1}{10} \left\{ H_{11} \eta_{11} + 2 \sum_{j=11}^{19} H_j \eta_j + H_{20} \eta_{20} \right\} \dots (26)$$

ただし、

$$H_j = \frac{1}{LE} \left[\frac{8f_1}{l_1^2} + \frac{A_0}{E_c A_c} \left\{ \left(\frac{h_T}{l_1} - \frac{4f_1}{l_1} (1-0.2j) \right)^2 + 1 \right\}^{3/2} \right] \quad j=1 \sim 9$$

$$H_j = \frac{1}{LE} \left[\frac{8f}{l^2} + \frac{A_0}{E_c A_c} \left\{ 1 + \frac{16f^2}{l^2} \cdot (2-0.1j)^2 \right\}^{3/2} \right] \quad j=11 \sim 20$$

.....(26')

式(26)は対称荷重に対してのみ成立し、逆対称荷重に対しては、式(18)より、ただちに $H_p = 0$ をうる。

式(25)を式(26)とともに連立させて解けば、各断面における断面力等はつぎのようにして求められる。

主 径 間

1. たわみ： η_i
2. たわみ角： $\eta_i' = \frac{1}{2a} (\eta_{i+1} - \eta_{i-1}) \dots (27)$
3. せん断力： $Q_i = -\frac{EI}{2a^3} (\eta_{i+2} - 2\eta_{i+1} + 2\eta_{i-1} - \eta_{i-2}) \dots (28)$
4. 曲げモーメント： $M_i = -\frac{EI}{a^2} (\eta_{i+2} - 2\eta_i + \eta_{i-1}) \dots (29)$
5. ハンガー張力増分量

$$\left. \begin{aligned} \Delta T_+^i &= \frac{1}{2} \frac{P_c^i}{\cos \beta} + \frac{1}{2} E_1 A_1 \sin 2\beta \frac{1}{2a} \cdot (\eta_{i+1} - \eta_{i-1}) \\ \Delta T_-^i &= -\frac{1}{2} \frac{P_c^i}{\cos \beta} + \frac{1}{2} E_1 A_1 \sin 2\beta \frac{1}{2a} \cdot (\eta_{i+1} - \eta_{i-1}) \end{aligned} \right\} (30)$$

ただし、

$$P_c^i = P_i - \frac{EI}{a^4} (\eta_{i+2} - 4\eta_{i+1} + 6\eta_i - 4\eta_{i-1} + \eta_{i-2})$$

ここに、 P_i は i 点に作用する活荷重（一般には格点荷重）とする。

側 径 間

側径間については、上の関係式における諸量、たとえば EI, a 等を EI^*, a^* 等にして代入すればよいことになり、関係式は全く同一である。

(1) 複合補剛形式 (Double-Warren 形式) の場合

図-5に示すような複合補剛形式ハンガーの場合、その基礎方程式は式(23)のようであり、ケーブル方程式は式(22)のようである。これらの式については何らの Simplification を行っていないが、いま近似的にその

特性をみるとすれば、式(22')において $\tilde{A} = \text{const.}$ とおくことになる。この仮定は単純補剛形式の場合と同様な物理的意味にはならない。しかしこの場合に対応する例としては、幾何的形狀をきめる頂角 2β を一定とし、かつハンガーののび剛性 ($E_1 A_1 / d$) を一定とすることによって表わすことができる。この仮定のもとで、式(23)の補正項は、

$$-\tilde{A} \{ (h \eta)' + 2(\eta h') \} = -\tilde{A} \{ (h \eta)'' + (h' \eta)' \}$$

であるから、式(23)はつぎのようになる。

$$(EI \eta)'' - \{ (H_g + H_p + \tilde{A} h) \eta \}'' + \{ (H_p - \tilde{A} h) h' \}' = p \dots (31)$$

したがって、式(31)に対する階差方程式は

$$EI \eta_{i-2} - \left\{ 4EI + a^2 (H_g + H_p + \tilde{A} h_{i-1}) - \frac{1}{2a} \tilde{A} h'_{i-1} \right\} \eta_{i-1} + \{ 6EI + 2a^2 (H_g + H_p + \tilde{A} h_i) \} \eta_i - \left\{ 4EI + a^2 (H_g + H_p + \tilde{A} h_{i+1}) + \frac{1}{2a} \tilde{A} h'_{i+1} \right\} \eta_{i+1} + EI \eta_{i+2} = a^4 (P_i - H_p h'') \dots (32)$$

となり、一方ケーブル方程式は、温度変化のない場合

$$H_p = \frac{1}{LE} \int_L \left(h'' + \frac{2\tilde{A}}{E_c A_c} \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 \right) \eta dx,$$

$$L_E = \frac{1}{E_c A_c} \int_L \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 dx \dots (33)$$

であるから、前節と同様の区分に対して、式(26)が成立する。ただし、

$$\left. \begin{aligned} H_j &= \frac{1}{LE} \left[\frac{8f_1}{l_1^2} + \frac{2\tilde{A}}{E_c A_c} \left\{ 1 + \left(\frac{h_T}{l_1} - \frac{4f_1}{l_1} (1-0.2j) \right)^2 \right\}^{3/2} \right] \quad j=1 \sim 9 \\ H_j &= \frac{1}{LE} \left[\frac{8f}{l^2} + \frac{2\tilde{A}}{E_c A_c} \left\{ 1 + \frac{16f^2}{l^2} \cdot (2-0.1j)^2 \right\}^{3/2} \right] \quad j=11 \sim 20 \end{aligned} \right\} \dots (33')$$

となり、式(26')と式(33')を比較すれば、前者での A_0 の項が、後者では $2\tilde{A}$ となる。

基礎方程式は式(32)を式(31)に代入して求められ、結局

$$\begin{bmatrix} \tilde{K}_s & O \\ O & \tilde{K}_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \eta_s \\ \eta_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_s \\ P_m \end{bmatrix} \dots (34)$$

のように表わされる。この式における各要素は式(25)の要素と比較すれば、 F_k の項のみが異なることになり、他の要素はすべて同じとなる。

F_k の項は、式(34)の場合、Upper Off-diagonal と Lower Off-diagonal の項が異なることになり、これをそれぞれ F_k^u, F_k^l とおけば

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} F_{k^u} \\ F_{k^l} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} F_k - \frac{\tilde{A}}{2a^*} \left\{ \frac{h_T}{l_1} - \frac{4f_1}{l_1} (1-0.2k) \right\} \\ F_k + \frac{\tilde{A}}{2a^*} \left\{ \frac{h_T}{l_1} - \frac{4f_1}{l_1} (1-0.2k) \right\} \end{bmatrix} \\ & \quad k=1 \sim 9 \\ \begin{bmatrix} F_{k^u} \\ F_{k^l} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} F_k + \frac{4f}{l} \frac{\tilde{A}}{2a} (2-0.1k) \\ F_k - \frac{4f}{l} \frac{\tilde{A}}{2a} (2-0.1k) \end{bmatrix} \quad k=11 \sim 20 \end{aligned}$$

のようであり、これを式(34)に代入すれば、複合補剛形式ハンガーつり橋の静的解析ができる。

5. 斜めハンガーつり橋の自由振動性状

(1) 単純補剛形式の場合

まず最も簡単な例として、simplifyされた形での自由振動の基礎方程式は、単位長当りの質量を m 、円振動数を ω とすれば、式(17)より、つぎの変分方程式によって与えられる。

$$\delta \left[\int_L \{ EI(\eta'')^2 - (H_g + A_0 h) \eta \eta'' + h'' H_p \eta - m \omega^2 \eta^2 \} dx \right] = 0 \dots\dots\dots (35)$$

および、

$$H_p = \frac{1}{L_E} \int_L \left\{ h'' + \frac{A_0}{E_c A_c} \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 \right\} \eta dx$$

上式を用いて、単径間のたわみ振動型を $\eta = \sin(\pi x/l)$ のように一項で近似するとすれば、円振動数 ω_1 は

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \frac{\pi^4 EI}{ml^4} \left(1 + \frac{1}{\pi^2} \frac{H_g l^2}{EI} \right) + \frac{512 f^2}{\pi^2 ml^3 L_E} \\ &+ A_0 \left\{ \frac{2\pi^2}{ml^3} \int_0^l h \sin^2 \frac{\pi x}{l} dx \right. \\ &\left. + \frac{32f}{\pi ml^2} \int_0^l \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 \frac{\sin \pi x}{l} dx \right\} \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

となり、最低次非対称振動型の近似円振動数は、 $\eta = \sin 2\pi x/l$ において、式(35)に代入すれば

$$\begin{aligned} \omega_2^2 &= \frac{16\pi^2 EI}{ml^4} \left(1 + \frac{1}{8\pi^2} \frac{H_g l^2}{EI} \right) \\ &+ A_0 \frac{8\pi^2}{ml^3} \int_0^l h \sin^2 \frac{2\pi x}{l} dx \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

となる。これら式(36)および式(37)において、 A_0 の項が斜めハンガー効果を示すものである。

一般に、単純支持補剛桁の単径間つり橋についての振動型を、

$$\eta = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi x}{l}$$

とおけば、振動数方程式は、いわゆる Rayleigh-Ritz の方法によって、次式のように与えられる。

$$\left(\frac{\pi^4 n^4 EI}{l^3} - m \omega^2 l \right) \delta_{mm} - \frac{(m^2 + n^2) \pi^2}{l^2}$$

$$\begin{aligned} & \cdot \int_0^l (H_g + A_0 h) \sin \frac{n\pi x}{l} \sin \frac{m\pi x}{l} dx \\ & + \frac{1}{L_E} \left[\int_0^l \left(h'' + \frac{A_0}{E_c A_c} \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 \right) \sin \frac{m\pi x}{l} dx \right. \\ & \cdot \int_0^l h'' \sin \frac{n\pi x}{l} dx + \int_0^l \left(h'' + \frac{A_0}{E_c A_c} \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 \right) \sin \frac{n\pi x}{l} dx \int_0^l h'' \sin \frac{m\pi x}{l} dx \left. \right] \\ & = 0 \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

上式は mn 要素で与えられる行列式であり、一般に対称正方行列を構成するから、有限項をとれば、近似円振動数を求めることができる。

(2) 複合補剛形式の場合

5.(1) と全く同様に、複合補剛形式の場合も解析することが可能である。この場合、 $\tilde{A} = \text{const.}$ とおけば、基礎方程式は、

$$(EI \eta'')'' - (H_g + H_p + \tilde{A} h) \eta'' + \{ (H_p - 2\tilde{A} h) h' \}' - m \omega^2 \eta = 0 \dots\dots\dots (39)$$

のようであるから、対称振動型の一項近似として $\eta = \sin(\pi x/l)$ を上式に代入すれば、近似円振動数 ω_1 は、単径間の場合、

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \frac{\pi^4 EI}{ml^4} \left(1 + \frac{H_g l^2}{\pi^2 EI} \right) + \frac{512 f^2}{\pi^2 ml^3 L_E} \\ &+ \tilde{A} \left\{ \frac{2\pi^2}{ml^3} \int_0^l h \sin^2 \frac{\pi x}{l} dx + \frac{2\pi^2}{ml^2} \int_0^l h' \sin \frac{\pi x}{l} dx \right. \\ &+ \left. \left(\frac{64f}{m\pi l^2} \right) \frac{\int_0^l \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 \sin \frac{\pi x}{l} dx}{\int_0^l \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 dx} \right\} \dots\dots\dots (40) \end{aligned}$$

となる。逆対称振動型、あるいは Rayleigh-Ritz の方法についても、5.(1) の手法と全く同様にして、振動数方程式を求めることができる。

(3) 階差方程式による自由振動性状の解析

これまで、Rayleigh-Ritz 法を応用した場合の振動性状の解析についてのべたが、4. においてのべた階差式を用いての解析も可能である。式(25)は、

$$\begin{bmatrix} K_s & O \\ O & K_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_s \\ \eta_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_s \\ P_m \end{bmatrix} \dots\dots\dots (41)$$

のように表わされるが、上式の右辺を

$$\begin{aligned} P_s &= - (a^*)^4 \begin{bmatrix} m \omega^2 \eta_1 + H_p (h^*)'' \\ m \omega^2 \eta_2 + H_p (h^*)'' \\ \dots\dots\dots \\ m \omega^2 \eta_9 + H_p (h^*)'' \end{bmatrix}, \\ P_m &= - a^4 \begin{bmatrix} m \omega^2 \eta_{11} + H_p h'' \\ m \omega^2 \eta_{12} + H_p h'' \\ \dots\dots\dots \\ m \omega^2 \eta_{20} + H_p h'' \end{bmatrix} \end{aligned}$$

のようにおき、ケーブル方程式とともに連立して解け

ば、振動方程式を求めることができる。なお、逆対称振動型の場合は、 $H_p=0$ となるため、式(41)のみによって解析することができる。

6. 数値計算例

前述の斜めハンガーつり橋の変形に関する基礎方程式の数値計算を、模型つり橋を対象に行なった。模型諸元は表-1に示すようであり、その概観は写真に示すようである。数値計算では、模型補剛桁として Warren Truss を使用した関係上ならびにスパン比から、側径間を8等分、主径間を24等分し、これに対する式(25)

表-1 模型つり橋諸元

主径間	$l_m=860$ cm	補剛桁自重 (主径間)	$W_{gm}=126.70$ g/cm
側径間	$l_s=300$ cm	補剛桁自重 (側径間)	$W_{gs}=128.02$ g/cm
ケーブル垂距 (主径間)	$f_m=71.5$ cm	ハンガー格間長	10 cm
ケーブル垂距 (側径間)	$f_s=8.969$ cm	ケーブル中心間隔	$b_m=33$ cm
ケーブル断面積	$A_{cm}=5.309$ mm ²	タワー高	$h_T=143.7$ cm
ケーブル自重 (主径間)	$W_{cm}=47.015$ g/cm	タワー断面二次モーメント	$I_{pm}=0.8849$ cm ⁴
ケーブル自重 (側径間)	$W_{cs}=50.045$ g/cm	活荷重	$W_m=62$ g/cm
補剛桁二次モーメント	$I_{fm}=28.753$ cm ⁴	ハンガー径 (材)	$\phi 0.6$ mm (腐青鋼)

写真-1

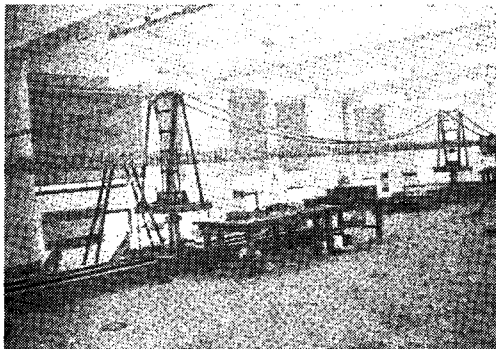


写真-2

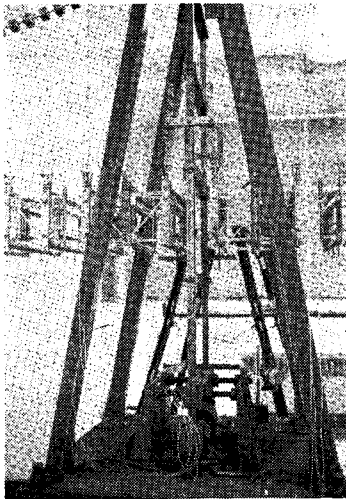
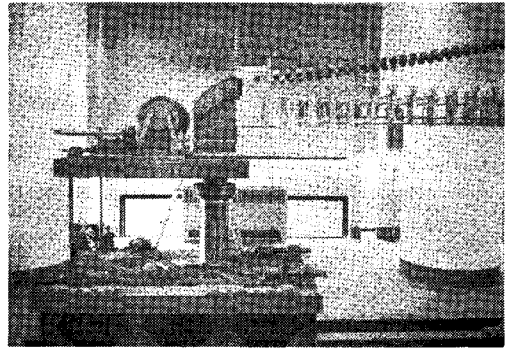


写真-3



を作り、京都大学電子計算機 KDC II (HITAC 5020) を用いて計算を行なった。

(1) パラメーター、 A の影響

斜めハンガーつり橋のハンガーの影響はパラメーター A によって表わされることは前述のとおりであるが、計算の簡単さから、主径間、側径間でそれぞれ一定の値を代入することが考えられる。主径間について、これを A_m 、側径間についてこれを A_s で表わすものとする。対象とする模型については、補剛桁 (Warren Truss) の

表-2 パラメーター A 値

主径間 1/4 点	$A_m=30.311$ kg/cm
" 1/8 点	15.156 "
" 1/16 点	8.6878 "
" タワー近傍	5.2763 "
側径間タワー近傍	$A_s=5.2763$ kg/cm
" 1/8 点	7.6036 "

パネルが等間隔であるため、斜めハンガーによって構成される頂角 2β は各点で変化する事になり、したがってパラメーター

A も変化する事になる。これを示せば、表-2のようである。この表より A 値はきわめて顕著に変化し、主径間中央では大きな値になるが、後述のように、タワー近傍の値で近似した場合が最も実験値とよく一致している。このことは、スパン中央付近での斜めハンガー効果は理論的には大きくとも、これは同時に作用力を増大し、結果的には、ケーブルの水平変位により補剛効果を減少し、その効果を均等化するものと考えられる。

(2) 静的解析

静的荷重に対する斜めハンガーつり橋のたわみの計

図-8 斜めハンガーつり橋たわみ特性図

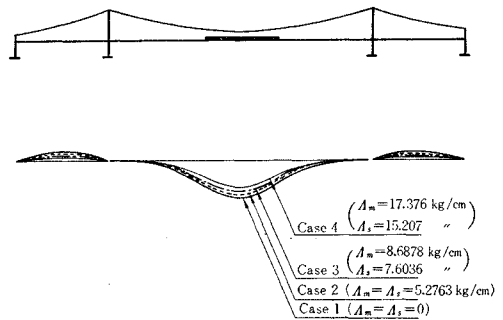


図-9 斜めハンガーつり橋たわみ特性図

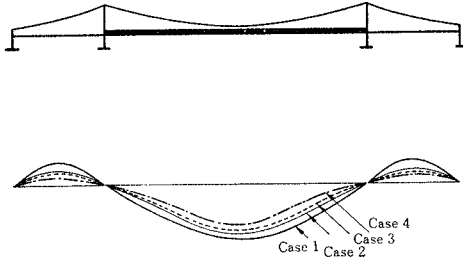


図-10 斜めハンガーつり橋たわみ特性図

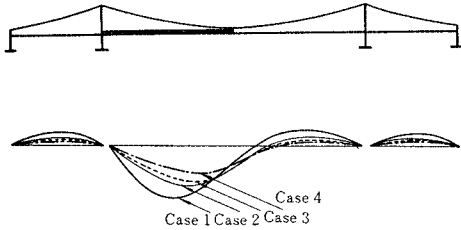
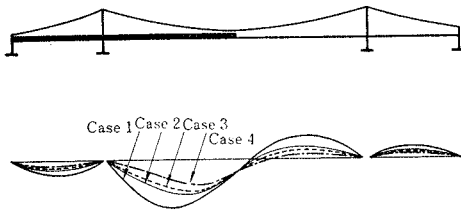


図-11 斜めハンガーつり橋たわみ特性図



算結果を示せば、図-8~11のようであり、図-8, 9は対称荷重、図-10, 11は非対称荷重に対するものである。斜めハンガー効果の影響を明らかにするため、各種の A 値について求めたが、これらの図より明らかのように、 A 値の増加とともに、たわみの減少がみられるが、この傾向は非対称荷重、部分載荷荷重に対して、とくに顕著である。すでにのべたように、 $A=0$ は鉛直ハンガーの場合に対応し、 A 値の増加とともに、支点近傍

におけるたわみ角が減少している。すなわち、斜めハンガーの効果の特徴は変形最大値を減少することのほかに、変形をスパン方向に分布せしめるものと考えられる。これは、また、断面力として補剛桁に作用する曲げモーメント、せん断力を求めれば、ハンガー形式による影響が大ききよりもその分布状態に著しいものであることよりも考えられるところである。しかし斜めハンガーの受持つ張力増分は、鉛直ハンガーの場合とは異なり、荷重密度の急変部近傍で最大値を示すが、これは、 A 値が変化しても変化せず、ほぼ同様の傾向を示している。

(3) 自由振動性状

自由振動数ならびに振動型は表-3および図-12, 13に示すようである。この結果、パラメーター A の値によって振動数は鉛直ハンガー形式に比較して10~20%増加することがわかるが、低次の振動型はかなり類似したものであるのに対し、高次になるにつれて A 値の影響が表われている。たとえば逆対称振動型についてみれば、1~3次までは、振動型は A 値が変化しても同位相

図-12 自由振動型(対称)

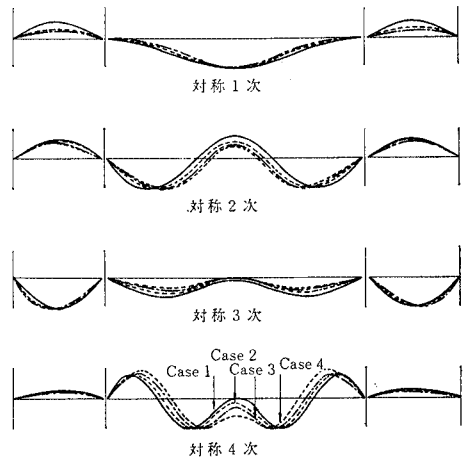


表-3 自由振動数 (rad/sec)

(計算値)	鉛直ハンガー	斜めハンガーつり橋(単純補剛形式)				備 考
	$A_m = A_s = 0$	(1) $A_m = A_s = 5.2763$	(2) $A_m = 8.6878$ $A_s = 7.6036$	(3) $A_m = A_s = 10.553$	(4) $A_m = 17.376$ $A_s = 15.207$	
対 称 1 次	9.319	10.70	12.66	11.66	15.30	A_m : 主径間に関する斜めハンガーパラメータ - (kg/cm) A_s : 側径間に関する斜めハンガーパラメータ - (kg/cm)
” 2 ”	14.760	18.29	19.32	21.12	23.34	
” 3 ”	19.560	22.36	28.84	24.88	33.92	
” 4 ”	31.000	35.90	49.46	40.07	56.30	
逆 対 称 1 次	9.015	11.41	11.26	13.28	12.54	
” 2 ”	13.950	17.87	19.99	20.98	24.20	
” 3 ”	22.170	26.50	23.65	30.03	26.98	
” 4 ”	37.670	46.30	38.69	49.07	44.76	

実 験 値

	鉛直ハンガー	3部材ハンガー	Warren形式	Double Warren形式
対 称 1 次	9.68	10.8	11.2	11.5
” 2 ”	16.30	—	—	—

図-13 自由振動型 (逆対称)

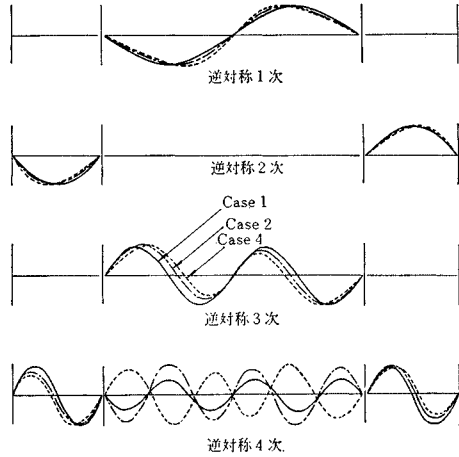
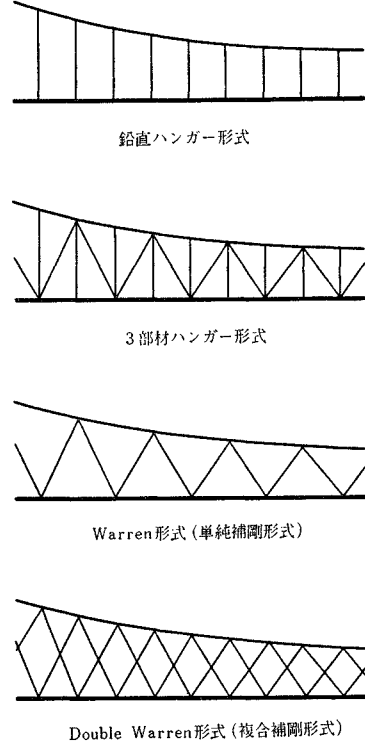


図-14 ハンガー形式



であるが、4次では、ある A 値以上では 180° の位相の変化が主・側径間で存在していることがわかる。

7. 模型実験結果および考察

本研究では、現在計画中の $300\text{ m}+860\text{ m}+300\text{ m}$ 3径間つり橋に対する模型を対象に静的実験ならびに振動実験を行ない、これらの結果と模型に対する計算値との比較検討を行なった。模型諸元は表-1に示すようであるが、これは上記のつり橋の $1/100$ 力学模型であり、かつ Slicing Factor は 9.2757 である。ケーブルは $\phi 2.6\text{ mm}$ のピアノ線であり、補剛桁はメタ・アクリル酸樹脂材を用いた Warren Truss であり、ハンガーとしては $\phi 0.6\text{ mm}$ 銅線を用いた。

模型実験は各種の荷重状態に対する静的実験と自由振動実験を行なったが、静的実験では、ケーブルに貼付した電気抵抗線ひずみ計、および水準器により、ケーブル張力ならびにケーブルの鉛直・水平変位を測定し、また補剛桁のたわみも水準器により測定した。ハンガー張力は、ハンガー張力測定器を試作し、これに貼付した Wire Strain Gauge により、張力変化量を測定した。自由振動実験では自由振動を生ぜしめ、ケーブルのひずみを抵抗線 Gauge (東京測器研究所製 PL-2 型) でとり、動ひずみ計 (新興通信社製 DS 6-M 型) で増幅後オシログラフ (三栄測機社製 FR-101 型) で記録し、補剛桁のたわみは差動トランス式たわみ計 (新光電気社製 150 BL 型、および MI-6 W-13 型) を用いて測定記録した。

またハンガー形式としては 図-14 に示すような、鉛直ハンガー、3部材ハンガー、Warren 型斜めハンガー、Double Warren 型斜めハンガーに変化させたが、実験結果を要約すればつぎのようである。

(1) 各種の荷重状態に対してケーブル、補剛桁は全径間にわたって応答するが、ハンガー形式が異なる場合、鉛直ハンガー、3部材ハンガー、Warren 形式ハン

ガー、Double-Warren 形式ハンガーの順でたわみが少ない。このたわみの相異量は集中荷重、あるいは非対称荷重に対して特に顕著となる。

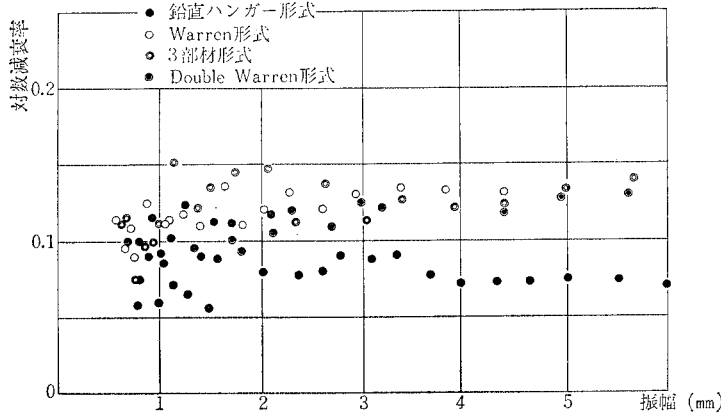
(2) 変形特性はケーブルによる影響が大きく、たとえば、橋軸方向変位は非対称荷重あるいは部分荷重のとき大きい。またケーブルではのびによるたわみよりも重力ポテンシャルの変化に対する変形が支配的であると考えられる。

(3) ハンガー形式によるたわみ特性の変化には、ハンガーののび剛性、およびハンガーのなす幾何的の形状が関係し、ハンガーののび剛性を変えた場合、つり橋のたわみ特性は変化するが、ハンガーののびは、補剛桁、ケーブルのたわみに比して無視しうるほど小さい。したがって斜めハンガーの補剛効果はハンガーの変形状態の把握によるよりも、その拘束力によって表わすのが妥当であると考えられる。

(4) ハンガー張力のスパン方向の分布は、鉛直ハンガーではほぼ一様であるが、斜めハンガーでは活荷重状態によって正負の張力増分が交番して発生する。これらの包絡線はほぼ補剛桁のたわみ角と同様の形であると考えられる。本実験におけるハンガー張力は活荷重による増分を示すものであるが、いかなる活荷重荷状態に対してもハンガー張力が 0 となって、弛緩する個所は認められなかった。

(5) 自由振動実験は固有振動数、振動型を求めるた

図-15 減衰率-振幅図(対称一次)



めに行なったが、今回の実験では、対称1次の振動型を励起することができ、対称2次以上、および逆対称振動型は安定な形でモードを励起することができなかった。この結果は表-3に示すが、これよりハンガー形式によって固有振動数は変化するのに対し、振動型はとくに著しく相違することはなかった。これまで斜めハンガーつり橋の特徴として、その減衰性があげられてきたが、構造減衰の影響をこの種の力学模型によって把握することは困難である。しかしながら著者らの行なった実験結果のいずれにおいても斜めハンガーを用いた場合の減衰効果は鉛直ハンガーを用いた場合のそれよりも大きくなっており¹⁷⁾、その一例は図-15に示すようである。図-15の結果より、模型の振動減衰率はほとんど振幅に無関係であり、粘性減衰の影響が支配的であると考えられ

る。この実験では振幅が2mm以上の範囲で斜めハンガーの場合の減衰性が大きい、これまでの結果では微小振幅の領域では Coulomb 減衰の影響が表われることが多い。今回の特性は、模型各部の摩擦部分を減少したことが一つの原因となって表われたものと考えられる。

上記の実験結果を前節までに説明した理論的解析結果と比較すれば以下のようである。静的載荷実験結果から求められた補剛桁のたわみ、ならびにハンガー張力の増分を計算結果と比較すれば、図-16~25のようである。補

剛桁のたわみについては理論値および実験値はかなりよく一致しており、斜めハンガーつり橋のたわみ特性を示すものと考えられる。理論値としては $A_m = A_s = 5.2763 \text{ kg/cm}$ を用いているが、この値は主径間、側径間ともタワー側支点寄りパネルに対するハンガー・パラメーターである。模型では補剛桁が等間隔パネルの Warren Truss となっているため、 A 値は径間上各点で異なるものである。このため、径間 1/4 点、1/8 点、1/16 点に対応する A 値を用いて計算したが、いずれも実験値よりも小さなたわみを与える結果が求められた。タワー近傍の A 値は一般的には、この種の構造物ではスパン中最小値を与えるものであり、結局つり橋のような長径間の flexible 構造では抵抗力の急激な場所的变化は存在せず、均等化する傾向があるものと考えられる。

図-16 鉛直ハンガーつり橋(対称部分荷重)

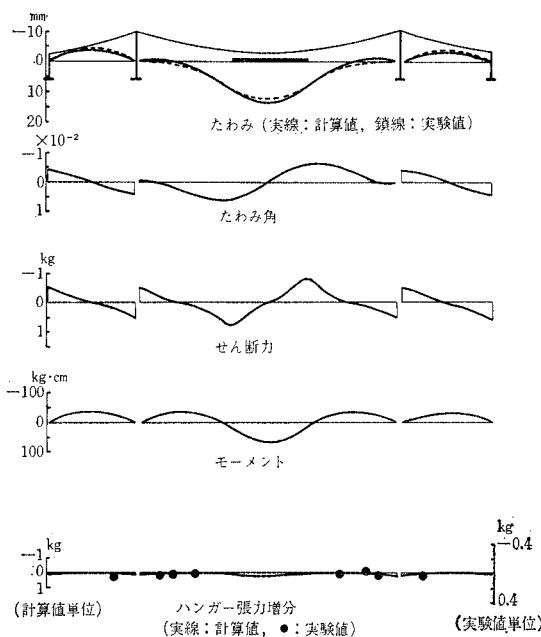


図-17 鉛直ハンガーつり橋(主径間満載)

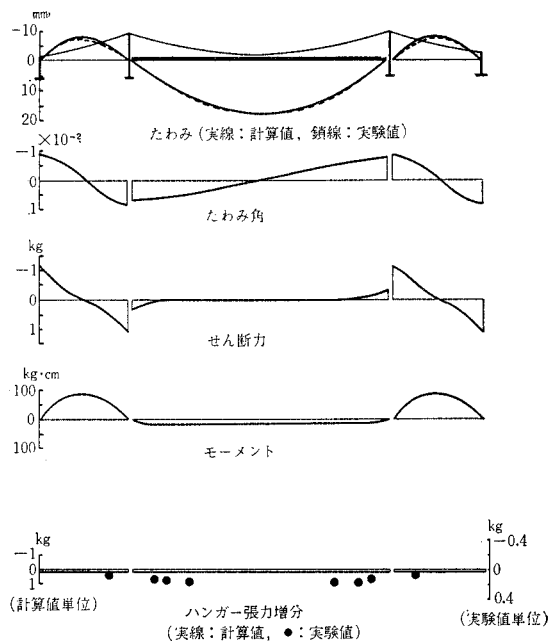


図-18 鉛直ハンガーつり橋 (対称満載)

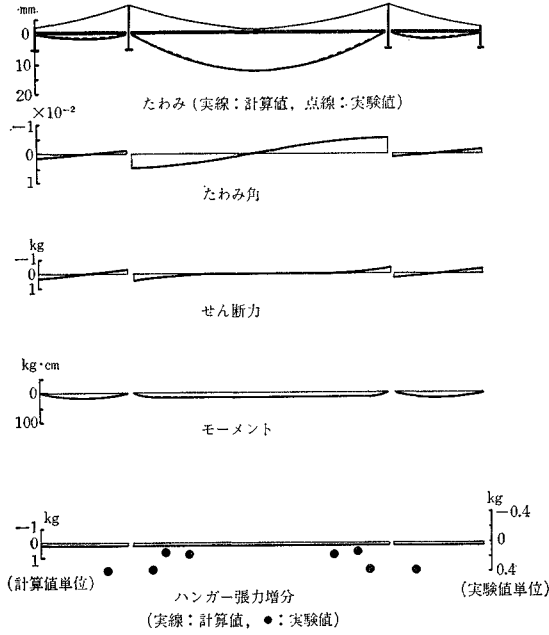


図-19 鉛直ハンガーつり橋 (主径間非対称載荷)

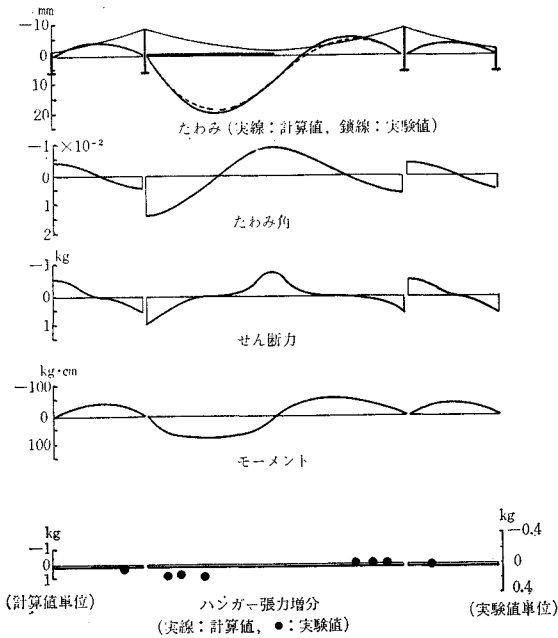


図-20 鉛直ハンガーつり橋 (非対称載荷)

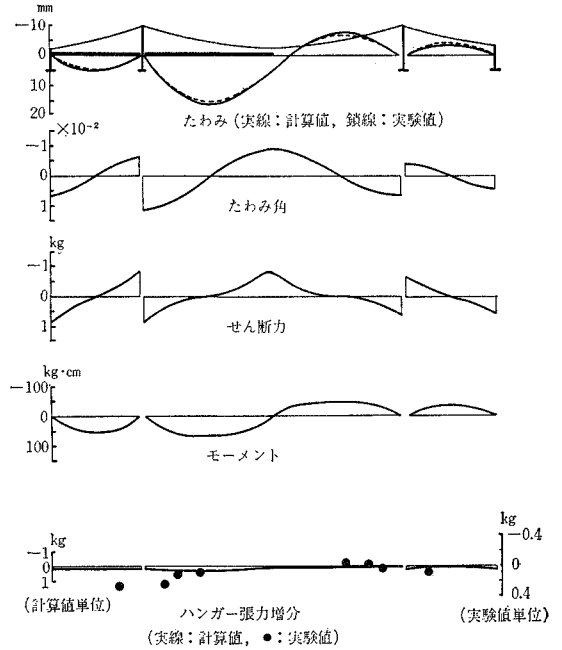
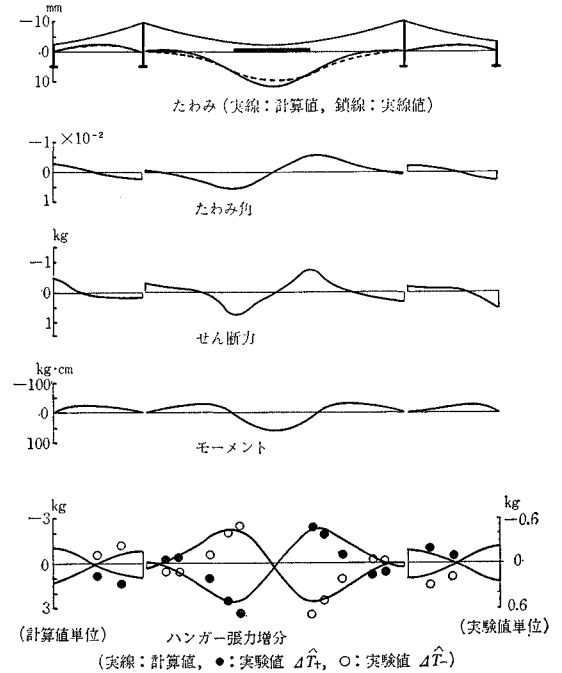


図-21 斜めハンガーつり橋 (対称部分載荷)



実験においてケーブルの水平変位は局部荷重、非対称荷重で顕著に表われるが、その値は鉛直たわみに比較してかなり小さい。しかしケーブルの水平変位は A 値で与えられる補剛効果を減少させるものであり、高精度の変形問題を考える場合のほかは、ケーブルの水平変位を求める必要はないが、補剛効果におよぼす影響は適確に把握させなければならないと思われる。鉛直ハンガー形式では、これらの補剛効果が全く期待できないため、ケ

ーブル水平変位については特に検討を要するが、斜めハンガー形式については究極的にはスパン全長にわたり A 値は均等化される。この結果、本研究で対象とするような斜めハンガー形式では、Warren 形式 (単純補剛形式)、Double-Warren 形式 (複合補剛形式) のいずれにおいてもタワー近傍における A 値で代表せしめ、いわゆる simplify された斜めハンガーつり橋の基礎方程式、

図-22 斜めハンガーつり橋 (主径間満載)

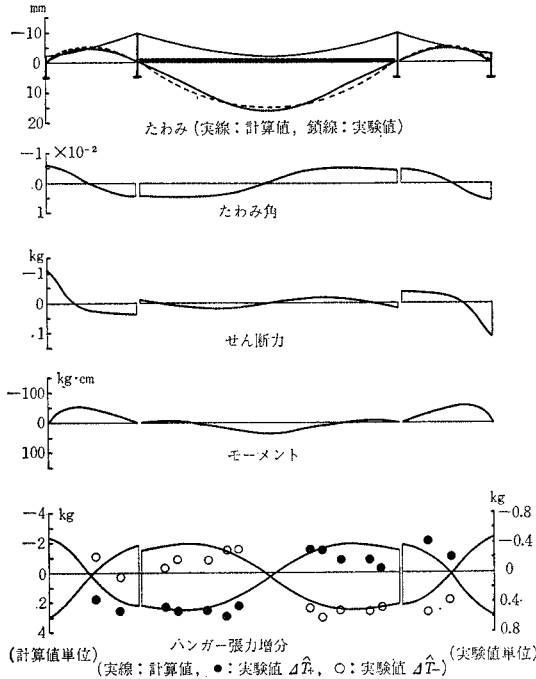


図-23 斜めハンガーつり橋 (対称満載)

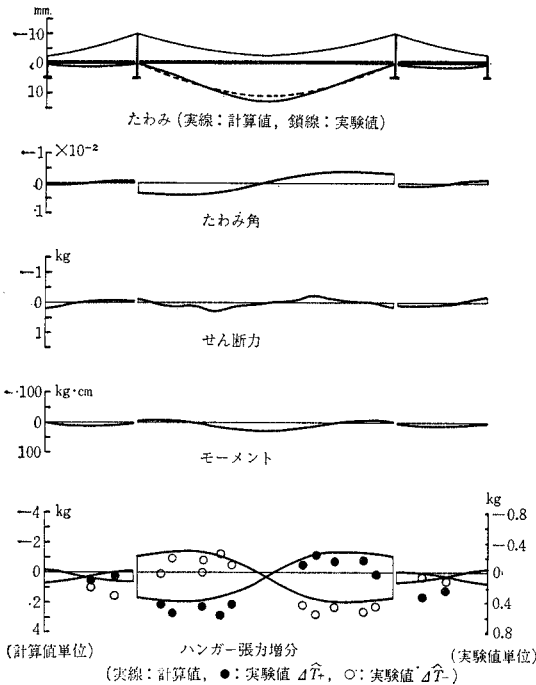


図-24 斜めハンガーつり橋 (主径間非対称載荷)

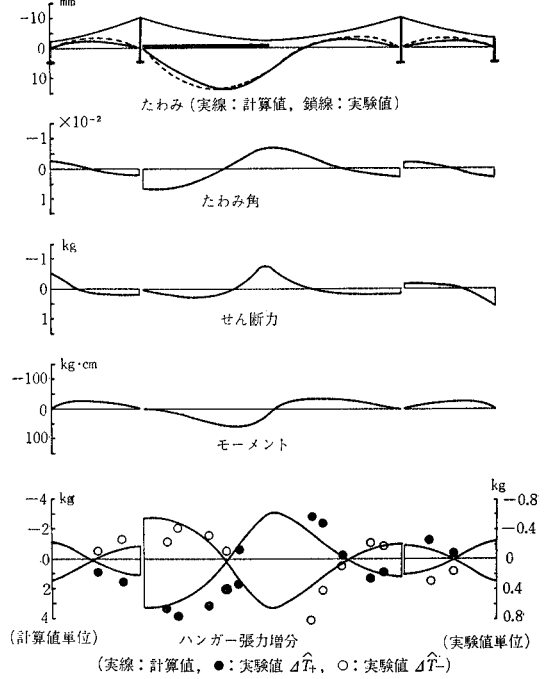
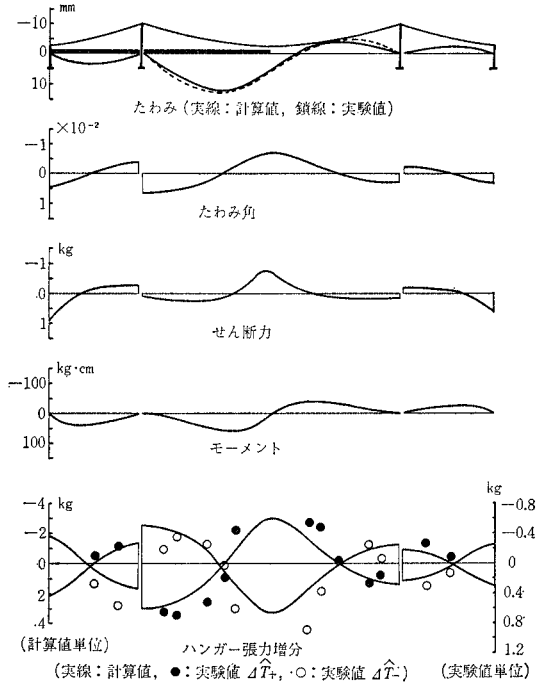


図-25 斜めハンガーつり橋 (非対称載荷)



式 (17), 式 (31) を用いてその変形特性を把握しようものと考えられる。

今回の実験では、たわみ特性については理論値は実験値とよく一致するが、ハンガー張力の増分量については計算値が実験値より大きいものとなっている。しかしその分布状態はきわめてよく相似していることから、ハ

ンガー張力の測定法に問題があるものと考えられ、改良が必要であると思われる。

自由振動性状については対称一次振動型を励起せしめたが、鉛直ハンガーの場合その円振動数は理論値 9.319 rad/sec, 実験値 9.68 rad/sec, Warren 形式の斜めハンガーの場合、理論値 10.70 rad/sec, 実験値 11.2 rad/sec

図-26 $\frac{Ah}{E_1 A_1} = \left(\frac{2h}{\bar{e}}\right) \sin^2 \beta \cos \beta$ 曲線

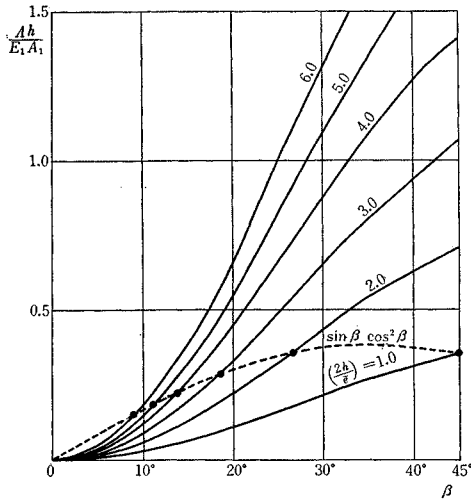
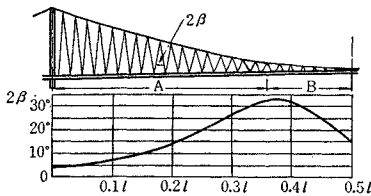


図-27 Severn 橋ハンガー頂角変化図



である。したがって誤差は鉛直ハンガーの場合約 3.9%、斜めハンガーの場合約 4.7% となる。斜めハンガーつり橋の振動性状についてはさらに実験的検討が必要であるが、これまでの静的・動的実験結果および理論的解析により、本研究の基礎方程式により、その特性を把握することが可能であると考えられる。

斜めハンガーつり橋の補剛効果はハンガー・パラメーター A によって与えられるが、この値は 2. (5) で説明したようにハンガーの剛性 $E_1 A_1$ 、ハンガー長、ハンガー間隔によって決定される。いま図-1のように頂角を 2β 、頂点間隔を \bar{e} とすれば、 $Ah = E_1 A_1 (2h/\bar{e}) \cos \beta \sin^2 \beta$ (ただし $\bar{e} \geq 2e$) であるから、 Ah の最大値は $\bar{e} = 2e$ の場合、すなわち、 $(Ah)_{\max} = E_1 A_1 \sin \beta \cos^2 \beta$ で与えられることになる。無次元量 $Ah/E_1 A_1$ および β の関係を求めれば、図-26 のようになり、実線は $Ah = E_1 A_1 (2h/\bar{e}) \cos \beta \sin^2 \beta$ の関係を、点線は $(Ah)_{\max} = E_1 A_1 \sin \beta \cos^2 \beta$ の関係を示し、この交点が斜めハンガーの構成上最も適当なものと考えられる。Severn 橋の場合の頂角の変化は図-27 に示すようであるが、タワー近傍で $\beta = 2.5^\circ$ で、これを $\beta = 17^\circ$ 近くまで変化させている。図-26 と比較するとき、 $2h/\bar{e}$ が 5~6 に相当し、頂角としては $\beta = 10^\circ$ において最適補剛効果が期待されると考えられる。

8. あとがき

本研究は斜めハンガーつり橋の力学性状について理論的解析を行ない、2, 3 の補剛形式に対する基礎方程式を誘導し、模型実験によりその妥当性を検討した。

斜めハンガーつり橋はこれまでその減衰効果について注目されてきたが、同時にその変形特性についても各方面から研究されてきたものである。現在、なお、その厳密解をうるには至っていないが、きわめて簡潔な形で基礎方程式を表わすことができ、これによって設計上必要な精度の解析は可能であると考えられる。

本研究は京都大学工学部土木工学教室橋梁研究室における多数の諸兄による実験、数値計算に負うところ大である。就中、岩田輝俊(三菱重工)、藤本公博(熊谷組)、野口昌紘(鹿島建設)の諸氏に感謝の意を表すものである。また本研究は、文部省科学研究費(昭和 39, 40 年度試験研究)および日本鉄道建設公団委託研究費の一部によって実施されたものであり、ここに関係各位に感謝の意を表すものである。

参考文献

- 1) F.B. Farquharson: "Aerodynamic Stability of Suspension Bridges with Special Reference to the Tacoma Narrows Bridge" Bull. of U. Washington, Eng. Exp. Station, No. 116, Part I~Part V, 1954.
- 2) Progress Report of the Advisory Board on the Investigation of Suspension Bridge "Aerodynamic Stability of Suspension Bridge" Proc. A.S.C.E, Vol. 78, 1952.
- 3) G. Roberts: "The Severn Bridge—A new Principle of Design" Publ. Sym. on Suspension Bridges, Lisbon Nov., 1966.
- 4) D.B. Steinman: "Suspension Bridge: The Aerodynamic Problems and its Solution", American Scientist, Vol. 42, No. 3, July, 1954.
- 5) F. Leonhardt: "Aerodynamisch stabile Hängebrücke für große Spannweiten" Publ: IABSE, Ib 6, S. 155/167, 1964.
- 6) C.H. Thornton & C. Birnstiel: "Three-dimensional Suspension Structures" Proc. ASCE, Vol. 93, ST 2, Paper 5196, April, 1967.
- 7) 藤野勉・大坂憲司: "任意形式のつり橋の静的構造解析法" 三菱重工技報, Vol. 3, No. 6, pp. 557~563, 1966.
- 8) D. Jawerth: "Vorgespannte Hängekonstruktion aus gegensinnig gekrümmten Seilen mit Diagonalverspannung" Stahlbau 28. Jahrgang Heft 5, S. 126/131, Mai, 1959.
- 9) F. Masanz: "Die Barbarabrücke über die Donau" Stahlbau 28 Jahrgang, Heft 8, S. 212/222, August, 1959.
- 10) Ž. Hiba: "Windruck auf Hängebrücken mit schräg liegenden Tragkabeln" Stahlbau 28 Jahrgang Heft 4, S. 98/101, April 1959.
- 11) A. Selberg: "Damping Effect in Suspension Bridges" Publ. IABSE, 1950.
- 12) 伊藤 学・片山恒雄: "橋梁構造の振動減衰", 土木学会論文集, No. 117, pp. 12~22, 1965.
- 13) 山口富夫・白木万博・中川良一: "つり橋のつり索に対する振動減衰性の研究, 三菱重工技報, Vol. 3, No. 6, pp. 608~617, 1966.

- 14) F. Bleich et al: "The Mathematical Theory of Vibration in Suspension Bridge" Dep't of Commerce, Bureau of Public Roads, 1950, pp. 211~240.
- 15) N. Shiraishi: "On the Coupled Free Vibrations of a Suspension Bridge-I" Mem. Fac. Eng'g, Kyoto Univ. Vol. XXV, Part 2, April, 1963. & "On the Coupled Free Vibrations of a Suspension Bridge-II" Mem. Fac. Eng'g, Kyoto Univ. Vol. XXVI, Part 2, April, 1964.
- 16) I. Konishi & N. Shiraishi: "On the free vibrational characteristics of a long-spanned suspension bridge" Sym. Suspension Bridge/Lisbon, Nov., 1966.
- 17) I. Konishi & N. Shiraishi: "Experimental Studies on Free Vibrations of a long spanned Suspension Bridge" Mem. Fac. Eng'g, Kyoto Univ. Vol. XXVIII, Part 4, Oct. 1966.
- 18) A. Hawranek u. O. Steinhardt: "Theorie und Berechnung der Stahlbrücken" Springer-Verlag, S. 312/381, 1958.

(1968. 5. 4. 受付)
