コンクリートの品質保証に関する基礎考察

SOME BASIC INVESTIGATIONS OF VERIFICATION METHOD FOR QUALITY OF FIELD CONCRETE

尾　坂　芳　夫*
By Yoshio Ozaka

1. 緒　　言

現場コンクリートが，構造物の設計において必要と考えた品質のものであることを保証することは，つくられた構造物の安全性を確認するために，重要である。

現場コンクリートの品質は，コンクリートの機械設備・材料・配合・作業などが満足なものであれば，適当なものとなるのが一般であって，従来，コンクリート構造物を請負者から施主へ受け渡す際の現場コンクリートの品質の保証は，既往の工事の経験と現場工程の管理の資料とによって，なされてきたということができる。

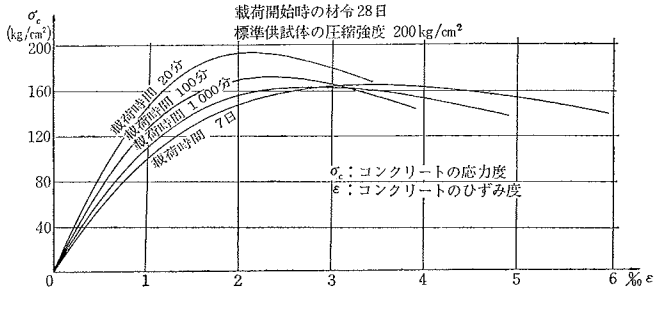
既往の工事に，現場コンクリートの品質を判断する資料が十分でない場合，現場工程の管理の資料が十分でない場合，等には，品質特性の試験値に抜取検査を適用して，品質の判定を行なうことが必要となる。

しかし，一般の抜取検査の方法を用いると，工事中に得られたある品質特性の試験値のみによって，コンクリートの品質の判定が行なわれることになるが，一般のコンクリート工事では，既往の工事およびその現場の工程状態に関してある程度の資料を有するのが　普通であるから，一般の抜取検査の方法を単純に現場コンクリートの品質の判定に適用することは　適当でない[1]。

コンクリートの品質保証の方法には，このようになお検討すべき基本的な問題点があるが，以下に，筆者の考え方を述べ，現場コンクリートの品質保証の実用的な方法として，既往の工事の経験とその工事の工程管理の資料の関連において抜取検査を適用する方法を提案する。

本文をまとめるにあたっては，東北大学教授　後藤幸正博士および元国鉄構造物設計事務所長　河野通之博士にご懇篤なご指導にあずかりました。また，東京大学教授　国分正胤博士はじめ大阪市立大学教授　水野俊一博士ならびにコンクリート委員会委員の方々には，土木学会コンクリート委員会その他において，種々ご教示をいただきました。また資料の整理と計算には当事務所　岡庭秀治氏の協力を得ました。ここに記して感謝の意を表します。

図—1　コンクリートの応力度ひずみ度の関係[3]



2. 構造物に必要なコンクリートの強度

(1)　部材断面におけるコンクリートの強度

部材の断面におけるコンクリートの応力と変形の関係は，コンクリートの品質のほか，荷重の載荷速度・載荷時間，応力状態，断面の形状寸法，等によって，相違し，複雑である。しかし，実験結果によると，供試体の圧縮強度におよぼす載荷速度と載荷時間の影響はあらかじめ試験によって検討することができる。したがって，載荷速度と載荷時間の影響は，この試験結果を基礎として，あるコンクリート強度に対する計算用の圧縮強度を適当に定めることによりこれを考慮することができる。曲げまたは圧縮をうける一般の形状寸法をもつ部材断面の極限強度は，平面保持の仮定，試験により求めたコンクリートの応力度ひずみ度曲線と極限ひずみ度，等を用いて，実用上十分な精度で求めることができる。コンクリートは，図—1[3]に示すように，載荷速度があまり高くなければ，極限状態における塑性変形が大きく，また，圧縮強度がある程度相違しても極限状態におけるひずみ度の大きさにはあまり差が認められない。したがって，曲げまたは圧縮をうける鉄筋コンクリート部材の断面内で，コンクリートの品質がある程度変動している場合でも，断面の極限状態において，圧縮領域内のある部分では，コンクリートがほぼその破壊強度に近い応力をうけており，コンクリートの破壊は，そのうち最大圧縮ひずみをうけている部分から生じるのが一般的傾向であると考えられる。断面の極限状態でほぼ破壊強度に近い圧縮応力をうける領域注を A，圧縮領域内の他の部分を B とすると，領域 A のコンクリートがうける圧縮応力 C_A は，

$$C_A \fallingdotseq \int_A \sigma_0'(x, y)\,dA \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$\sigma_0'(x, y)$：断面内の点 (x, y) における
コンクリートの破壊強度

であらわされる。断面の極限状態における抵抗モーメン

---

* 正会員　国鉄　構造物設計事務所

ト M_u は，

$$M_u=\int_A y\,\sigma_0'(x,y)dA+\int_B y\,\sigma_c'(x,y)dB$$

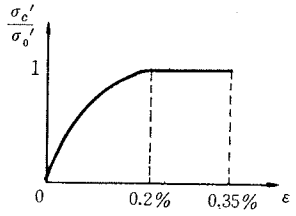
であらわされる。M_u の値は，コンクリートの品質によって相違するが，領域 B におけるコンクリートの品質の変動が M_u の値におよぼす影響は小さい。したがって，コンクリートの品質が部材断面内で変動している場合にも，その変動がある程度以下のものであれば，大略の目やすとしてこの C_A が，設計計算上領域 A のコンクリートの受ける必要のある圧縮応力より大きいことが，その断面が所要の極限強度を有するために，コンクリートの圧縮強度に必要な条件であると考えられる。したがって，

$$\left.\begin{aligned}&\sigma_{0K}'\int_A dA\leqq\int_A\sigma_0'(x,y)dA\\ &\text{また，一般に，}\\ &\int_A\sigma_0'(x,y)dA=\bar{\sigma}_{0A}'\int_A dA\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

注　たとえば，H. Rüsch の実験[8]によると，供試体の載荷試験を基礎として求めたコンクリートの応力度ひずみ度の関係は，実用上，注図のようであり，部材断面の極限強度は，圧縮応力の分布が，注図の関係によって定まるものとして，これを実用上十分な精度で求めることができる。これによると，曲げをうける断面のコンクリートの最大圧縮ひずみ度は，一般に 0.35% に達し，この場合，0.2% 以上のひずみ度をうける領域のコンクリートは，ほぼその破壊強度に達する応力をうけると考えられる。断面の極限強度の計算は平面保持の仮定をして行なわれているので，これより，断面の極限状態では，中立軸の高さ x の大略半分の範囲 A にあるコンクリートがほぼその破壊強度に近い圧縮応力をうける，と考えられることになる。

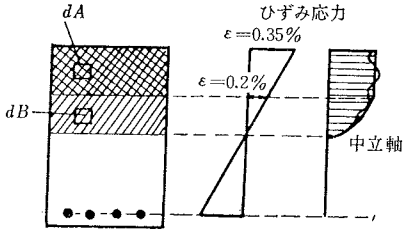
注　図[5),5)]

（a）　コンクリートの応力度ひずみ度曲線



σ_0'：コンクリートの破壊強度
σ_c'：コンクリートの圧縮応力度

（b）　曲げと軸方向力とをうける長方形断面



▨：コンクリートの圧縮領域A
///：コンクリートの圧縮領域B

σ_{0K}'：設計計算上必要なコンクリートの破壊強度
$\bar{\sigma}_{0A}'$：領域Aにおけるコンクリートの破壊強度の平均値

これから，コンクリートの圧縮強度に必要な条件は概略領域Aにおける破壊強度の平均値 $\bar{\sigma}_{0A}'$ が σ_{0K}' 以上であることである ということができる。

構造物のコンクリートに必要な強度は，圧縮強度のほかせん断強度・引張強度・付着強度などがある。これらについては，理論的にも実験的にも十分明らかでない面もあり，今後の検討が必要である。

（2）　部材断面の強度の判断に用いるコンクリートの圧縮強度

現場コンクリートの品質は，工事中，ある程度変動するのが一般であるが，その品質の変動には，バッチ内・バッチ間・日内・日間などで，互いに相違する傾向があり，ムラやかたよりが認められる。したがって，ある供試体の圧縮強度は，その供試体のコンクリート量が異なっても，また，サンプリングの方法が異なっても，その値が相違するものと考えられる。したがって，部材断面におけるコンクリートの破壊強度を判断しようとする場合，試験に用いる供試体の大きさとコンクリートの採取方法は，部材断面の形状寸法と施工方法に応じて，これを定めるのが望ましい。しかし，部材のある断面に打ち込まれるコンクリートは，構造物または部材の形状寸法とコンクリートの施工方法とにより，1バッチのコンクリートからなる場合，連続する数バッチまたは連続しない数バッチのコンクリートまたはその1部分ずつからなる場合，などがあって，一様でない。そのため，供試体のコンクリートを部材断面のコンクリートに応じた方法で，採取することは，実際上きわめて困難である。

また，コンクリートの圧縮強度は，供試体の形状寸法・養生条件・材令，載荷条件，などによって，相違することが認められている。したがって，部材断面におけるコンクリートの破壊強度は，部材断面の形状寸法，コンクリートの品質，載荷条件，応力状態などによって，相違するものと考えられ，その値は，コンクリートの品質の変動がないとした場合でも，標準供試体の圧縮強度と同じ値のものではない，と考えられる。

このように，部材断面におけるコンクリートの破壊強度 σ_0' と標準供試体の圧縮強度 σ_0 との関係は，多くの要素によって相違するので，断面計算方法との関連において実験的に，これを定めなければならないのである。

以上に述べたように，コンクリートの打込み時に採取する供試体の圧縮強度によって，部材断面におけるコンクリートの破壊強度を求めることは，容易ではない。それで，構造物におけるコンクリートの品質を判断する場合，理論の単純化と実用性とを考え，現場コンクリートの圧縮強度の分布がランダムで正規分布をするとして，

断面の極限状態で破壊強度 σ_0' にほぼ等しい応力をうける部分Aの平均強度を推定し，これを実際の破壊強度を判断する手段として用いるのが，適当と思われる。すなわち，原材料としてのコンクリートの圧縮強度 σ_0 は，分布 $N(\mu, s^2)$ をなすものとする。この場合，m 個の圧縮強度の平均値 $\bar{\sigma}_{0m}$ は分布 $N(\mu, s^2/m)$ をなす。部材断面の形状寸法その他に応じて，m と η の値を適当に定めれば，$\bar{\sigma}_{0A}'$ は，

$$\bar{\sigma}_{0A}'=\eta\bar{\sigma}_{0m} \quad \cdots\cdots(3)$$

とあらわすことができるものと考える。m および η を実験的に定めるものとすると，現場コンクリートの品質保証の問題は，$\bar{\sigma}_{0m}$ がコンクリートの設計基準強度 σ_{ck} に対して十分な値であることを確認する問題となる。

(3) コンクリートの不良率

構造物の部材断面におけるコンクリートが，所要の強度のものであるために，原材料としてのコンクリートの圧縮強度は，設計基準強度に対して，十分な大きさでなければならない。原材料としてのコンクリートの圧縮強度と部材断面におけるコンクリートの破壊強度との関係が，実験および経験により明らかにされれば，部材断面におけるコンクリートの破壊強度は，原材料としてのコンクリートの圧縮強度によって，判断される。

材料強度および荷重作用の分布を理想化した確率模型として取り扱う場合，構造物または部材の破壊の確率は，それぞれの確率密度曲線の重なり合う部分の面積を用いてあらわされる[6]。しかし，この場合，材料強度および荷重作用のすべての変動要素を考えて，それぞれの分布の形を推定することは，実際上困難である。また，異常に小さい材料強度または異常に大きい荷重作用の発生確率を日常経験する正常な状態を基礎として定めた統計法則によって，求めることには問題があり，さらに，それらの発生確率をあらわすごく微小な数値と工学上の安全度との関連は，現状では必らずしも明らかでない。したがって，以下に述べるように，実用的な方法として，材料強度の実用上の最小値および荷重作用の実用上の最大値を，それぞれ，日常経験する正常な状態で求めた統計法則によって定め，これらをそれぞれの特性値として，これに経験から必要と考えられる安全度を設計計算において，付与する方法が，現段階においては，最も適当であると考えられる。

$\bar{\sigma}_{0m}$ の分布の σ_{ck} に対する不良率が一定限度 p_B 以下であり，かつ，σ_{ck} によって求めた部材断面強度の安全度が r の場合に，現場コンクリートが，構造物に必要な品質のものである とすると，この場合，p_B の値と設計計算における安全度 r の値は，相互の関連において，これらを定めることが必要である。

また，一般に，$\bar{\sigma}_{0m}$ の分布の σ_{ck} に対する不良率が p_B 以下の場合にも，コンクリートの品質の変動があまり大きいと，コンクリートに圧縮強度の相当に小さい部分が含まれることがある。このような場合には，部材断面の安全を確保するために大きい割増係数を用いて配合を定めることが必要となるほか，部材断面におけるコンクリートの破壊が，とくに弱いコンクリートの部分から発生して，必らずしも最大圧縮をうけている部分から発生しない場合のあることも考えられる。したがって，$\bar{\sigma}_{0m}$ と r とによって算定した部材断面強度が所定の安全度をもつかどうか不明確となる。それで，現場コンクリートの変動がある程度大きくなり，部材断面の強度に十分な安全度を確保できなくなることをさけるため，圧縮強度のあまり小さいコンクリートが含まれることを防止しなければならない。そのために，σ_{ck} よりある程度小さい値の応力度 $q\sigma_{ck}(0<q<1)$ を設定し，この $q\sigma_{ck}$ に対する σ_0 の不良率を一定限度 p_a 以下に制限することも必要とする。

旧土木学会コンクリート標準示方書（昭和 30 年度改訂）では，原材料としてのコンクリートに必要な圧縮強度の条件は，

（a） 圧縮強度 σ_0 は $q\sigma_{ck}$（ここに $q=0.8$）を p_a（ここに $p_a=1/20$）以上の確率で下らない。

（b） 連続する 5 個の試験値の平均値は σ_{ck} を 1/20 以上の確率で下らない。

とされている。また，現行の土木学会コンクリート標準示方書では，連続する数個の圧縮強度の平均値による品質規格のかわりに，品質規格として，σ_0 の σ_{ck} に対する不良率の最大値 p_b を設定している。すなわち，

（a） 圧縮強度 σ_0 は $q\sigma_{ck}$（ここに $q=0.8$）を p_a（一般の場合，$p_a=1/20$）以上の確率で下らない。

（b） 圧縮強度 σ_0 は σ_{ck} を p_b（一般の場合 $p_b=1/4$）以上の確率で下らない。

と定めている。これは，連続する数個の圧縮強度の平均値による品質規格は，現場コンクリートが これを満足しているかどうかの検査を行なう場合，品質検査の方法に現在のところ，困難があると考えられたためである。

現行の設計計算方法とこれらの品質規格との関係は，従来，十分検討されたものではなく，原材料としてのコンクリートの圧縮強度に必要な条件として，それらが適当なものかどうか，また，旧示方書の条件と新示方書の条件のいずれが優れているかは，論議のあるところである。いずれの条件による場合でも，p_a, p_b, p_B, q, r 等は，部材断面の安全度に関する実験的・理論的な研究と経済性に関する判断を基礎として，荷重作用と材料強度の分布，設計計算の方法，構造物の重要度，等に応じて，これらを経験的に定めることが必要である。

なお，土木学会コンクリート標準示方書には，配合の項で p_a および p_b の値は，一般に，それぞれ 1/20 および 1/4 とし，特別の場合構造物の重要度に応じてこれを

定めることが定められている。また，許容応力度の項では，許容応力度の値の上限が定められており，構造物の重要度に応じて，その安全率を大きくとり得るよう定められている。構造物の重要度は，このほか，設計荷重を設定する場合にも考慮することができる。

しかし，一般の場合，構造物を設計する際に，構造物の重要度を認識することは必要不可欠なことであり，そのうえ，設計者と施工者とが異なる場合，配合強度の割増係数に構造物の重要度をどの程度施工者が考慮するかを，設計者は予知できない。したがって，構造物の重要度は，設計の際，安全率または安全度をきめるときに，考慮し，設計荷重・割増係数等の中で，これを考慮しないようにすることが適当と思われる[1]。

3. コンクリートの品質保証

（1） コンクリートの品質保証の方法における原則

現場コンクリートの品質は，コンクリートの機械設備・材料・配合・作業等が満足なものであれば，適当なものとなり，現場で得られた圧縮強度は，工事開始前に試験で求めた圧縮強度の値と大きく相違することがなく，その変動もある程度以下となる。土木学会標準示方書におけるコンクリートの品質規格としては，上で述べた圧縮強度の条件のほか，耐久性から定まる水セメント比の最大値その他の条件などが示されている。従来，標準示方書の原則により，設計施工されたコンクリート構造物は，安全に目的に適合しているのが一般であり，現場コンクリートの品質の保証は，既往の工事の経験と現場工程の管理によって行なわれてきたということができる。

既往の工事に現場コンクリートの品質に関する資料が得られてない場合，現場工程の管理の資料が得られてない場合，等には，抜取検査の方法を用いて，工事中に得られたある品質特性の試験値だけから，現場コンクリートの品質を判断せざるを得ないことになる。

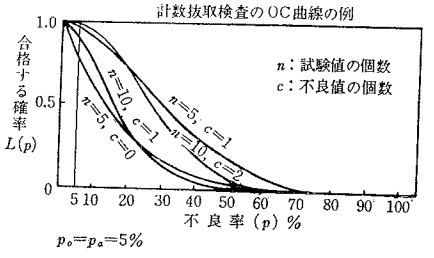
圧縮強度の試験値による抜取検査は計数一回抜取検査または計量一回抜取検査の方法によるのが適当である。計数抜取検査と計量抜取検査には，一般に 表—1[9] の特徴がある。規準型抜取検査は原則として目前のロットの合格・不合格をきめるもので，いい品質のコンクリート（圧縮強度の不良率が p_0，平均値が m_0 または標準偏差が σ_0）が不合格となる確率 α（生産者危険）およびわるい品質のコンクリート（圧縮強度の不良率が p_1，平均値が m，または標準偏差が σ_1）が合格となる確率 β（消費者危険）をそれぞれ一定の小さい値にするよう，その方法を定めなければならない。この場合，検査に用いる試験値の個数が十分多くないと，検査の危険率 α を小さくとると危険率 β が大きくなり，逆に β を小さくとると α が大きくなる。そのため，検査の検定力は低下し，コンクリートの品質保証の精度がわるくなる。図—2 はこれらの検査方法を適用する場合，不良率 p のコンクリートの合格する確率 $L(p)$ を示したもので，同一の p_0 の値に対し $\alpha=0.05$ とした場合，$\beta=0.1$ に相当する p_1 の値が試験値の数が少ないほど大きくなり，検査の検定力が低下することがわかる。

工事の規模が小さい場合，工事の期間が短い場合等には，得られる圧縮強度の試験値の数が少なくなるのが一般である。このような場合，わるい品質のコンクリートが合格と判定される危険の大きくなることを避けるため

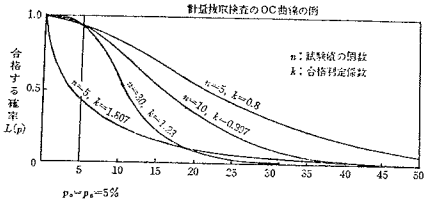
表—1　抜取検査方法の特徴[9]

	計数抜取検査	計量抜取検査
品質の表わし方	良と不良の2種に分けて表わす または欠点の数で表わす	特性値で表わす
検査方法	検査に熟練を要しない 検査に要する時間が少ない 検査設備が簡単である 検査記録が簡単である 計算が簡単である	一般に検査に熟練を要する 検査に要する時間が長い 検査設備が複雑である 検査記録が複雑である 計算が複雑である
適用に際して理論上の制約	試料を抜き取る場合にランダム性が保たれればよく，抜取検査を適用する条件が一般に容易に満たされる	試料を抜き取る場合にランダム性が要求され，さらにその適用範囲が正規分布をする場合，またはその他の特殊な場合に制限される
ロットの良し悪しを正しく判別する能力と検査個数	同等の判別能力をうるには試料の大きさが大きくなる 検査個数が等しい場合には判別能力が低くなる	同等の判別能力をうるには試料の大きさが小さくてすむ 検査個数が等しい場合には判別能力が高くなる
検査記録の利用	検査記録が他の目的に利用される程度が低い	検査記録が他の目的に利用される程度が高い
適用して有利な場合	検査の費用が少ないもの，すなわち時間，設備，人手をあまり要しないもの	検査の費用のかかるもの，すなわち時間，設備，人手を要するものまたは破壊検査になるもの，とくに高価な品物の破壊検査

図—2 (a)



図—2 (b)



に，いい品質のコンクリートの不合格と判定される危険をいくぶん大きく（たとえば $\alpha=0.15\sim0.30$）とり，抜取検査（図—2）を行なう方法も考えられる。しかし，検査の危険率の大きいことは，検査の結果がそれだけあいまいであることを示すものであり，そのような抜取検査を実施することは，現場コンクリートが所要の品質を有していることを保証し，わるい品質のコンクリートが受け取られることを防止しようとする目的に対し，実際上の意味がない。

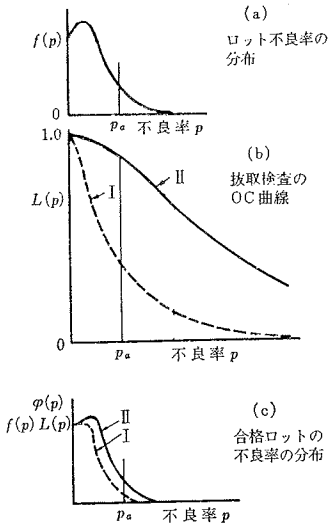
しかしながら，現場コンクリートの品質に影響する要因として，表—2 に示す機械設備・材料・配合・作業などがあり，実際の工事ではこれらに関してある程度の資料を有するのが一般である。また，つくられたコンクリートについては，工事中，スランプ，空気量などについて試験が行なわれているのが一般である。これらの条件は，現場コンクリートの品質を判断するために有益であって，これらの条件が満足なものである場合に，現場コンクリートの品質が不適当なものとなることは少ないと考えてよい。したがって，現場コンクリートの品質の保証を行なうために抜取検査その他の統計的方法を適用する場合は，既往の工事の経験，工程の管理の資料等を十分に考慮して，その適用と結果の判断を誤らないようにすることが必要である。

現場コンクリートの品質を保証しようとする場合，表—2 の各条件を品質の判定に定量的に考慮して取り扱うことは容易でなく，その具体的な方法については，今後の検討にまつことが多い。しかし，既往の工事の経験，工程管理の資料等から，現場コンクリートの品質の分布がある程度わかっている場合には，これを利用してかなり能率のよい品質検査を行なうことができる。たとえば，現場コンクリートについてロットの品質分布が，図—3 (a) のようにわかっている場合，図—3 (b) の特性をもつ抜取検査を行なうと，この抜取検査で合格となったコンクリートの品質分布は 図—3 (c) のようになる。図—3 (b) の曲線-Ⅰ（または曲線-Ⅱ）の特性をもつ抜取検査で合格となったコンクリートの品質分布は 図—3 (c) の曲線-Ⅰ（または曲線-Ⅱ）である。現場コンクリートの品質の分布が 図—3 (a) のようにある程度よいことがあらかじめわかっていれば，試験値の個数を少なくして，図—3 (b) の曲線-Ⅱのように，見掛上 β の値の大きい抜取検査を実施しても，見掛上消費者危険の大きい抜取検査を実施したことによる実害はない。この場合，試験値の個数が少なくてよいことの利益は，現場作業の面で非常に大きい。したがって，現場コンクリートの作業がコンクリート標準示方書の原則によって行なわれていることを条件とし，既往の工事の経験，工程の管理状態等に応じて，抜取検査その他の統計的取扱いの方法を定め，コンクリートの品質の保証は総合的な判断によって行なうのが適当と思われる。土木学会コンクリート標準示方書においては，コンクリートの品質を保証するため，品質管理の原則を示すと同時に，コンクリートの作業が示方書の原則によって実施されていることを条件として品質検査の方法が示されていると解釈すべきである。この方法は，今後なお改善すべき点もあろうが，一応適当な処置であると思われる（3.（4））。

表—2　コンクリートの品質の変動に影響する要素

機械設備	計量器の性能・状態など ミキサの性能・状態など 運搬車の性能・状態など
材料	骨材の粒度・その他 セメントの品質 混和材料の品質 水
配合	材料の単位量 水セメント比（骨材の表面水の影響など）
作業	計量方法 練りまぜ方法 運搬・打込み方法

図—3



（2）　圧縮強度の試験値のみが既知の場合

既往の工事の経験，工程の管理の資料等がなく，現場コンクリートについて単に圧縮強度の試験値のみがわかっている場合は，コンクリートの品質の保証は，計数規準型一回抜取検査（不良個数の場合），計量規準型一回抜取検査（標準偏差未知で下限規格値のみ規定した場合）等に準じて行なうことが適当である。

計数規準型一回抜取検査では，n 個の試験値について，

$$\left.\begin{array}{l} 0.8\sigma_{ck} \text{ 以下の圧縮強度の個数} \leqq C_a \\ \sigma_{ck} \text{ 以下の圧縮強度の個数} \leqq C_b \end{array}\right\} \cdots(4)$$

C_a：p_a に関する検査の合格判定個数

C_b：p_b に関する検査の合格判定個数

なら，コンクリートは所要の品質を有しているとする。

標準偏差が未知の場合の計量規準型一回抜取検査では，

$$\bar{\sigma}_n \geqq 0.8\,\sigma_{ck} + k_a S_n$$

$$\bar{\sigma}_n \geqq \sigma_{ck} + k_b S_n$$

$\bar{\sigma}_n$：n 個の試験値の平均値

S_n：n 個の試験値の不偏分散の平方根

k_a：p_a に関する検査の合格判定係数

k_b：p_b に関する検査の合格判定係数

ならば，コンクリートは所要の品質を有していると判定される。

これらの検査方法における検査の特性は，p_0, α, p_1, β の4つの要素，または，$L(p)=0.5$ であるような不良率 $p_{0.5}$ とその点における OC-曲線の勾配 $h_{0.5}$ の2つの要素によってあらわされる。したがって，現場コンクリートの品質検査にどのような検査方法が適当かを検討する問題はこれらの要素の値をどう定めるかの問題となる。検査の結果から正確な品質判定ができるため，α と β の値は十分小さい値とするか，$h_{0.5}$ の値は十分大きい値とすることが必要である。

α と β または $h_{0.5}$ のある値に対して，p_0 と p_1 または $p_{0.5}$ はつぎのいずれかの値に定めなければならない（以下に，p_0 と p_1 または $p_{0.5}$ の p_a に対する関係を述べるが，p_b に対する関係も同様である）。

（a）　p_a の両側に p_0 と p_1 を定める。すなわち，

$$p_0 < p_a < p_1$$

または　$p_0 = p_a < p_1$

または　$p_0 < p_a = p_1$

（b）　$p_a = p_{0.5}$

一般の製品の場合においては（p_0, α, p_1, β）および（$p_{0.5}$, $h_{0.5}$）は，生産者の要求と消費者の要求とをなるべく不公平なく満足させるよう定められている。しかし，コンクリート土木工事は公共の工事であり，目的に適合する構造物を経済的につくることを目標としているので，工事費の評価は，既往の工事の実績とわが国の経済事情を基礎として，材料・設備・人工その他の経費のほか施主と請負者の危険負担を考えて，これを行なうのが適当であるから，構造物のコンクリートの品質判定を行なうための抜取検査は，検査方法に起因する損失をなるべく小さくするようこれを定めるのが望ましい。

既往の工事と工程管理の資料が全くないものとすると，つくられたコンクリートの品質について，ある特定の不良率の品質が最もつくられているらしい，と考える積極的な理由がないから，どの不良率のコンクリートも一様につくられている可能性があると考えざるを得ない。この場合，不良率 p_a に関する抜取検査の検査方法に起因する損失の期待値 G_a（不良率 p_b に関する検査における損失の期待値 G_b についても同様である）は，

$$G_a = \int_0^{p_a} \{1 - L(p)\} M(p)\,dp + \int_{p_a}^{1} L(p) N(p)\,dp + T(n) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

$L(p)$：不良率 p のコンクリートの合格する確率

$M(p)$：不良率 $p(p \leqq p_a)$ のコンクリートを不合格としたための損失

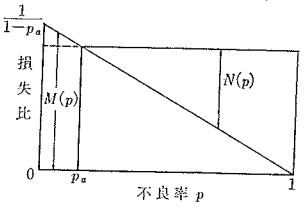
$N(p)$：不良率 $p(p > p_a)$ のコンクリートを合格としたための損失

$T(n)$：n 個の試験値を求める費用

であらわされるので，この G_a を最小とするように検査方法を設定すればよい。

このように定める検査方法の一般的な概念を得るために，一例として，$M(p)$ と $N(p)$ を図—4のようにとって G_a および G_b を計算すると，図—9の曲線（$f(p)=1$）が求められる。この曲線から G_a および G_b を最小にする抜取検査方法を求めると表—3のようである。この場合，抜取検査方法における C_a, C_b, k_a, k_b などの信頼度は $M(p)$, $N(p)$, $T(n)$ などの確かさによって大きく影響される。この計算では，$M(p)$ と $N(p)$ を求めるため，$p > p_a$ の場合，構造物は合格と判定されたコンクリートロットの（$p-p_a$）の大きさに応じて，その耐用命数が小さくなり，$p \leqq p_a$ の場合，構造物のコンクリートの製造費は p が小さいほど大きいと考え，この関係を簡単のため，

図—4　$M(p)$ および $N(p)$



表—3（a）　計数抜取検査

	n	C_a または C_b	$\alpha=1/20$, $\beta=1/10$		$\alpha=1/10$, $\beta=1/10$	
			p_0 (%)	p_1 (%)	p_0 (%)	p_1 (%)
$0.8\sigma_{ck}$	5	0	1.2	37.0	2.5	37.0
	10	0	0.5	21.0	1.0	21.0
	20	1	2.0	17.5	2.5	17.5
σ_{ck}	5	1	7.5	59.0	12.0	59.0
	10	3	15.0	57.0	18.0	57.0
	20	6	17.0	48.0	20.0	48.0

表—3（b）　計量抜取検査（圧縮強度の試験値のみが既知の場合）

	n	k_a または k_b	$\alpha=1/20$, $\beta=1/10$		$\alpha=1/10$, $\beta=1/10$	
			p_0 (%)	p_1 (%)	p_0 (%)	p_1 (%)
$0.8\sigma_{ck}$	5	1.4	0.6	30.0	1.1	30.0
	10	1.4	1.5	21.5	2.3	21.5
	20	1.4	2.7	16.5	3.5	16.5
σ_{ck}	5	0.4	11.5	60.0	15.0	60.0
	10	0.4	17.0	52.0	20.0	52.0
	20	0.45	20.0	44.0	23.0	44.0

図—4 のようであるとした。また，一般のコンクリート土木工事では，試料の数は検査方法に応じてこれを定める習慣がなく施工条件・コンクリート工事の規模などに応じて定めていることが多いので，この計算では，$T(n)$ の影響を考慮していない。図—9 で n が大きいほど G_a および G_b が小さくなっているのは，そのためで，G_a および G_b の計算に $T(n)$ の影響を考慮すれば，G_a および G_b は n のある値のとき，最小値を示すことは当然である。抜取検査で不合格と判定されたロットに，コアによる試験その他による再検査を行なう場合は，$M(p)$ の評価に，再検査の費用の影響も考慮することが必要である。

（3） 圧縮強度の試験値のほか母標準偏差が既知の場合

現場で採取した供試体の圧縮強度のほかに，現場コンクリートの圧縮強度の母標準偏差がわかっている場合は，母標準偏差が未知の場合に比して精度の高い品質保証のできることは当然である。この場合，コンクリートの圧縮強度が正規分布をしていると考えると，母平均値または母不良率のいずれか一方が推定されれば，母集団の分布が推定されたことになる。正規母集団における不良率 p と平均値 μ との関係は一義的に定まるので，計量規準型一回抜取検査において平均値による場合と不良率による場合とで，検査の特性はそれ自体の優劣はない。しかし，土木学会コンクリート標準示方書では 2.(3) で述べた圧縮強度の条件を母不良率 p_a と p_b とによって定義しているので，不良率による検査を行なうのが直接的である。

標準偏差を既知とする抜取検査を適用する場合の問題点は，既往の工事の経験と工程管理の資料がどの程度完備されている場合に標準偏差を既知と考えるかの実際上の判断，および標準偏差を既知として取扱い得るに十分な資料がある場合は，工程平均と不良率の分布についてもある程度の情報が得られているが，この情報を活用していないこと，の2点にある。

不十分な資料で標準偏差を既知と考え，抜取検査を実施すれば，品質判定の結果はそれだけ不正確なものとなる。それで，この検査方法を用いる場合は，あらかじめロットの標準偏差を推定するか，慣用されている標準偏差の値がある場合は，これがどの程度確かなものであるかを確認しなければならない。標準偏差を推定するにはまずロット内の変動が安定しているかどうかを調べ，工程が安定している場合には，試験値について求めた不偏分散の平方根をその推定値とする。一般に，点推定法による推定値は真の値に近いが一致することはない。したがって，この方法による抜取検査では，判断の誤りの危険は 表—4 の 3 つの段階に分割される。そのため，この検査方法では，検査の危険率がいくらかを示すのに不便がある。3.(2) で述べた標準偏差未知の場合の検査の危険率を 表—4 の第3の段階における検査の危険率と比較すれば，当然後者が小さく，この検査方法が優れているかのように見えるが，実際にこの検査方法が優れているかどうかは，検査に用いる標準偏差の値がどの程度正確なものかにかかっている。一般に，標準偏差を既知として行なうこの検査方法をレデー ミクスト コンクリート工場，ダム工事などにおける場合に用いることには実害はないと思われる。

表—4　品質検定における判断の誤り（標準偏差を既知として平均値による抜取検査を行なう）

項　目	検定・推定	判断の誤りの種類
ロット内の変動の安定性	F 検 定	・安定した工程を安定していないと判断する誤り ・安定していない工程を安定していると判断する誤り
標準偏差	点 推 定	・誤差をもつ推定値を真の値とする誤り（点推定値は真の値に近いが一致することはない）
平均値または不良率	抜取検査	・生産者危険 ・消費者危険

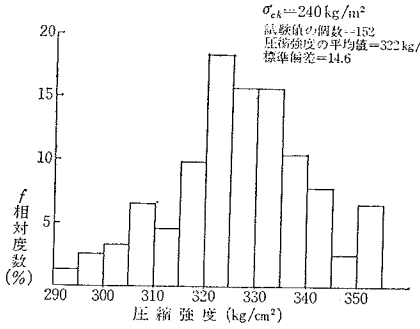
標準偏差を既知として行なう抜取検査の検査方法は，平均値による場合も不良率による場合も，検査方法に起因する損失をなるべく小さくするようこれを定めることができる。しかし，一般には，工程の母標準偏差が正確にわかるほど工程に関する資料が十分に得られている場合は，工程の母不良率，母平均などの分布についてもある程度の情報が得られている。したがって，これらの情報を利用することなく，母標準偏差のみを既知として平均値による抜取検査方法を設定したり，また，式 (8) による G_a（および G_b）を最小とする検査方法を設定したり，することは適当でない。

（4） コンクリートの工事が標準示方書の原則によって設計施工されている場合（一般の場合）

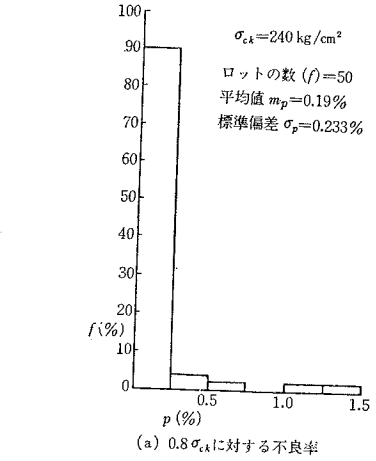
ある程度の工事経験をもつ作業員が，土木学会コンクリート標準示方書の原則にしたがって，工事を施工する場合は，既往の工事の経験，スランプ・材料の計量記録・工事開始前に行なった試験結果等から，わるい品質のコンクリートがつくられたかどうかを経験的にある程度判断できる。それで，計数抜取検査または計量抜取検査における OC-曲線を，不良率が p_a（または p_b）より大きい品質のコンクリートが合格となる確率の値を多少大きくなるように，定めても，コンクリートの配合と施工の条件が適当であれば，これが実際上の問題点とはならないと考えられる。OC-曲線の形を不良率が p_a（または p_b）より大きい品質のコンクリートが，どの程度の確率で合格するものとしてよいかは，ロット不良率の分布形に関係する問題である。ロット不良率の分布は，工程の管理状態，既往の工事の経験等に関する資料から判断さ

れるが，これらの判断は責任技術者が行なわなければならない。図—5 は，最近における現場コンクリートの品質の分布の一例を示したものである。このような現場コンクリートについて，圧縮強度の σ_{cu} と $0.8\sigma_{ck}$ に対する不良率を求めると，図—6 のようである。このような現場コンクリートのロット不良率は，土木学会標準示方書の原則によって定められる工程が持つ母不良率の周辺に分布しているものと考えられる。したがって，3.(2)

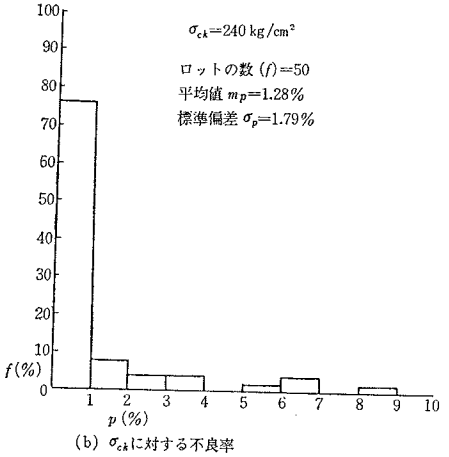
図—5　現場コンクリートの品質分布
（高架橋ラーメン，スラブ，けた，ラーメン）



図—6　不良率の分布の一例

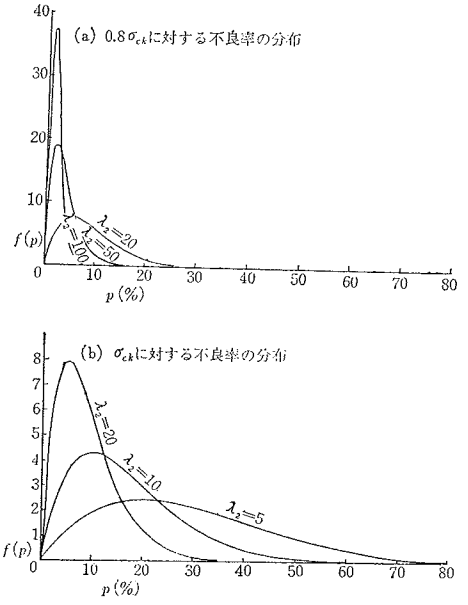


(a) $0.8\sigma_{ck}$に対する不良率



(b) σ_{ck}に対する不良率

図—7　計算に用いた母不良率の分布



で述べたようなどの不良率のロットも一様につくられる可能性がある，と考えることは，現場コンクリートの品質に関する経験的知見と相容れない仮定である。

コンクリートのロット不良率の分布をあらわす密度関数 $f(p)$ が，取り扱いの簡単のため，下に示すベータ分布[8]であるとする。

$$f(p)=\frac{1}{B(\lambda_1,\lambda_2)}p^{\lambda_1-1}(1-p)^{\lambda_2-1}$$

$$E(p)=\frac{\lambda_1}{(\lambda_1+\lambda_2)}$$

$$\sigma^2=\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1+\lambda_2)^2(\lambda_1+\lambda_2+1)}$$

λ_1, λ_2：分布形をきめるパラメータ

ロット不良率がこの形の分布をなす場合，これに特性 $L(p)$ をもつ抜取検査を適用すると，この検査で合格と判定されたロットの不良率は，分布 $\varphi(p)=f(p)\cdot L(p)$ をなし，不合格と判定されたロットの不良率は，分布 $f(p)-\varphi(p)=f(p)\{1-L(p)\}$ をなす。

表—5 はロット不良率の分布と抜取検査方法との関係を検討するため，$f(p)$, $L(p)$ 等について計算を行なった組み合わせの一例を示すものであり，図—8 は計算結果得られた $\varphi(p)$ の一例を示すものである。表—6 は，抜取検査 $L(p)$ を実施することによってどの程度ロット不良率の分布が改善されるかを示している。これから明らかなように，抜取検査に用いる試験値の個数が少ない場合は，ロット不良率の分布と抜取検査方法の検出力とは密接な関係がある。すなわち，工事中工程がよく管理され，いい品質のコンクリートがつくられている場合に，消費者危険を小さくおさえる抜取検査（表—5，記号B）を実施すると，かなりの量のいい品質のコンクリートを

不合格と判定してしまうのみでなく，合格と判定されたロット群におけるロット不良率の分布は抜取検査を実施する以前よりわるい状態になる場合がある。また，わるい品質のコンクリートがつくられている場合に，生産者危険を小さくおさえる抜取検査（表—5，記号A）を実施すると，わるい品質のコンクリートを合格と判定してし

表—5（a）

品質規格		母不良率の分布 $f(p)$				計数抜取検査 $L(p)$								$f(p)$ と $L(p)$ の組合せに対する記号
条件	記号	平均値 m_p (%)	標準偏差 σ_p (%)	λ_1, λ_2	記号	n	c	記号 n/c	p_0(%)	α	p_1(%)	β	記号	
$0.8\sigma_{ck}$ に対する不良率	(a)	9.1	6.0	2, 20	I	10	0	10/0			20	0.1	B	I < n/c A, n/c B
						10	1	10/1	5	0.1			A	
		3.8	2.6	2, 50	M	20	0	20/0			11	0.1	B	(a)—M < n/c A, n/c B
						20	2	20/2	5	0.1			A	
		2.0	1.4	2, 100	S	30	0	30/0			8	0.1	B	S < n/c A, n/c B
						30	3	30/3	5	0.1			A	
σ_{ck} に対する不良率	(b)	28.6	16.0	2, 5	I	10	1	10/1			35	0.1	B	I < n/c A, n/c B
						10	4	10/4	25	0.08			A	
		16.7	10.3	2, 10	M	20	3	20/3			31	0.1	B	(b)—M < n/c A, n/c B
						20	7	20/7	25	0.12			A	
		9.1	6.0	2, 20	S	30	5	30/5			29	0.1	B	S < n/c A, n/c B
						30	10	30/10	25	0.11			A	

表—5（b）

品質規格		母不良率の分布 $f(p)$				計量抜取検査 $L(p)$								$f(p)$ と $L(p)$ の組合せに対する記号
条件	記号	平均値 m_p (%)	標準偏差 σ_p (%)	λ_1, λ_2	記号	n	k	記号 n/k	p_0(%)	α	p_1(%)	β	記号	
$0.8\sigma_{ck}$ に対する不良率	(a)	9.1	6.0	2, 20	I	5	0.94	5/0.94	5	0.1			A	I < n/k A, n/k B
						5	2.45	5/2.45			12.0	0.1	B	
						10	1.10	10/1.10	5	0.1			A	
		3.8	2.6	2, 50	M	10	2.15	10/2.15			8.5	0.1	B	(a)—M < n/k A, n/k B
						20	1.25	20/1.25	5	0.1			A	
						20	1.98	20/1.98			7.0	0.1	B	
		2.8	1.4	2, 100	S	30	1.34	30/1.34	5	0.1			A	S < n/k A, n/k B
						30	1.94	30/1.90			7.0	0.1	B	
σ_{ck} に対する不良率	(b)	28.6	16.0	2, 5	I	5	0.94	5/0.94	25	0.1			A	I < n/k A, n/k B
						5	2.45	5/2.45			35	0.1	B	
						10	1.10	10/1.10	25	0.1			A	
		16.7	10.3	2, 10	M	10	2.15	10/2.15			32	0.1	B	(b)—M < n/k A, n/k B
						20	1.25	20/1.25	25	0.1			A	
						20	1.98	20/1.98			29	0.1	B	
		9.1	6.0	2, 20	S	30	1.34	30/1.34	51	0.1			A	S < n/k A, n/k B
						30	1.90	30/1.90			28	0.1	B	

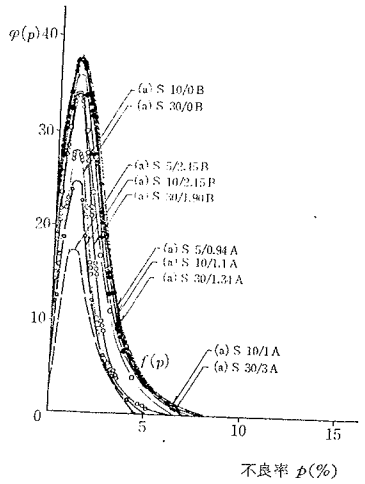
表—6　ρ_a および ρ_b の値

品質規格 / 抜取方式	条件（a）p_a=5%					条件（b）p_a=25%				
	n	c または k	λ_2=20 ρ_a'=0.72	λ_2=50 ρ_a'=0.27	λ_2=100 ρ_a'=0.04	n	c または k	λ_2=5 ρ_b'=0.53	λ_2=10 ρ_b'=0.20	λ_2=20 ρ_b'=0.02
計数	10	1	0.65	0.24	0.04	10	4	0.42	0.16	0.02
		0	0.54	0.19	0.03		1	0.15	0.05	0.01
	20	2	0.62	0.24	0.04	20	7	0.36	0.14	0.02
		0	0.39	0.13	0.02		3	0.09	0.03	0.00
	30	3	0.60	0.24	0.04	30	10	0.32	0.13	0.02
		0	0.28	0.09	0.01		5	0.07	0.02	0.00
計量	5	0.94	0.66	0.25	0.04	5	0.10	0.42	0.16	0.02
		2.45	0.48	0.15	0.02		1.20	0.18	0.06	0.01
	10	1.10	0.62	0.24	0.04	10	0.25	0.38	0.15	0.02
		2.15	0.37	0.11	0.01		1.00	0.11	0.04	0.00
	20	1.25	0.57	0.23	0.04	20	0.38	0.32	0.13	0.02
		1.98	0.25	0.08	0.01		0.90	0.07	0.02	0.00
	30	1.34	0.52	0.21	0.03	30	0.42	0.30	0.12	0.01
		1.90	0.20	0.06	0.01		0.86	0.07	0.02	0.00

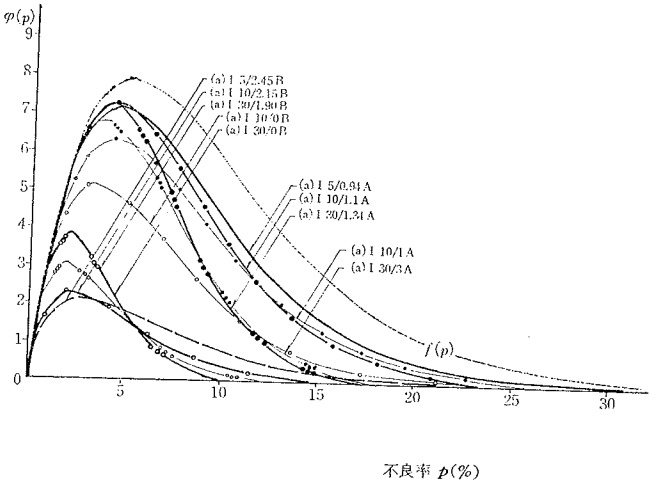
$$\rho_a \text{ または } \rho_b = \frac{\int_{p_a \text{ または } p_b}^{1} L(p)f(p)\,dp}{\int_0^1 L(p)f(p)\,dp} \qquad \rho'_a \text{ または } \rho'_b = \int_{p_a \text{ または } p_b}^{1} f(p)\,dp$$

図—8　抜取検査で合格と判定されるロットの不良率の分布

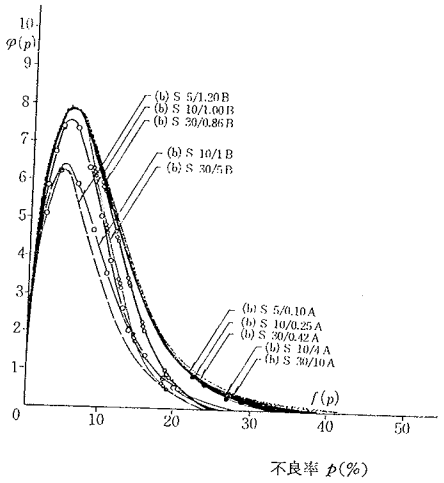
（a）$0.8\sigma_{ck}$ に対する不良率（いい品質のコンクリートがつくられている場合——一般の場合——）$\lambda_2=100$



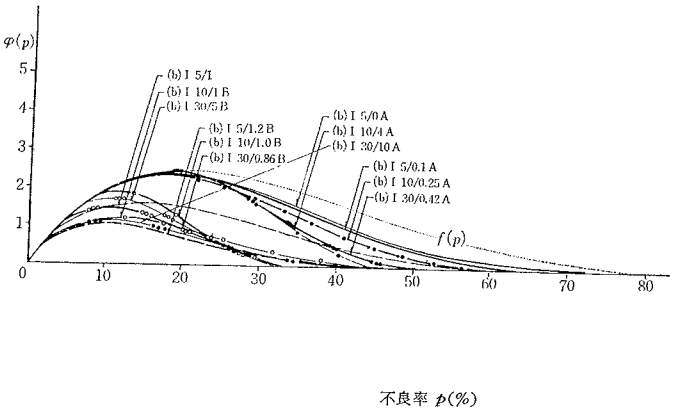
（c）σ_{ck} に対する不良率（いい品質のコンクリートがつくられている場合——一般の場合——）$\lambda_2=20$



（b）$0.8\sigma_{ck}$ に対する不良率（悪い品質のコンクリートがつくられている場合）$\lambda_2=20$



（d）σ_{ck} に対する不良率（悪い品質のコンクリートがつくられている場合）$\lambda_2=5$



まう結果となる。いい品質のコンクリートがつくられている場合は，A検査が適当であり，わるい品質のコンクリートがつくられている場合は，B検査が適当である。

ロット不良率が分布 $f(p)$ をなす場合にも，試験値の個数が十分に多ければ，すぐれた特性の抜取検査を実施できることは当然である。

現場コンクリートのロット不良率の分布が $f(p)$ の場合は，抜取検査方法に起因する損失の期待値 G_a は，

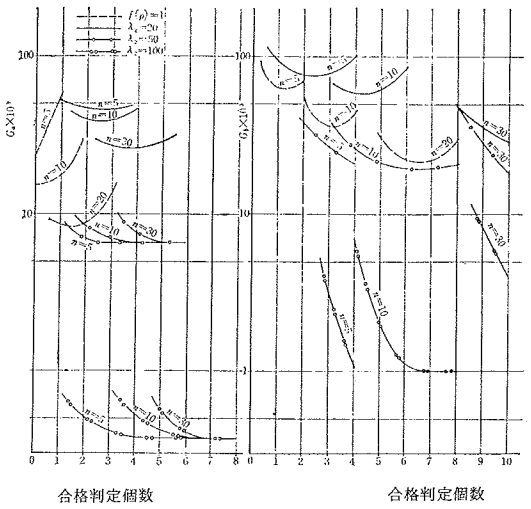
$$G_a=\int_0^{p_a} f(p)\{1-L(p)\}M(p)dp+\int_{p_a}^{1} f(p)L(p)N(p)dp+T(n) \quad \cdots\cdots(11)$$

である（G_b についても同様に考える）。図—9 は $f(p)$ のおのおのの場合について G_a および G_b を計算した結果の一例である。この計算では，$M(p)$, $N(p)$, $T(n)$ 等について，式 (8) の場合と同様の取り扱いをしている。

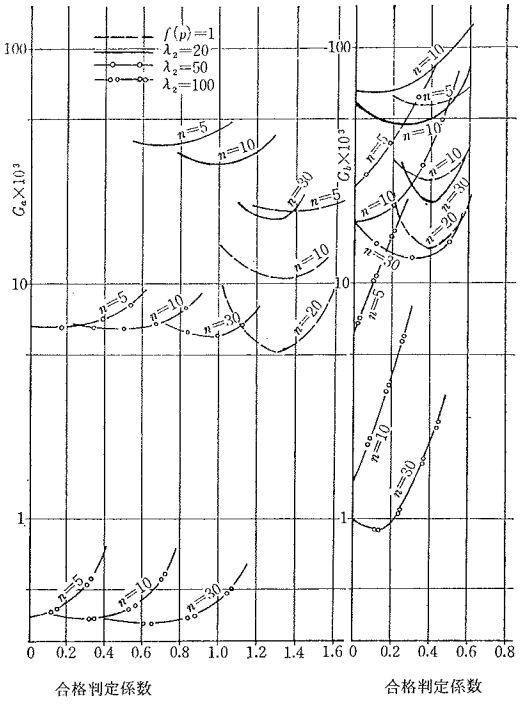
このようにして，最も適当な抜取検査方法を求めるためには，既往の工事に関する経験的資料を統計的に整理検討して，$f(p)$, $M(p)$, $N(p)$, $T(n)$ 等をなるべく正確に定めておくことが必要である。これらの値を求めることは今後の調査にまたなければならないが，現段階では，現場コンクリートの設計施工が土木学会標準示方書の原則によって行なわれている場合は現場コンクリートのロット不良率の分布が，図—6 に一例を示したように，ある程度小さい値を示すのが一般であるから，この実情を考えて定めたA検査を実施しても，実害がないのみでなく，いい品質のロットを不合格とする危険は，これを避けることができる。

図—9　G_a および G_b

（a）計算抜取検査の場合

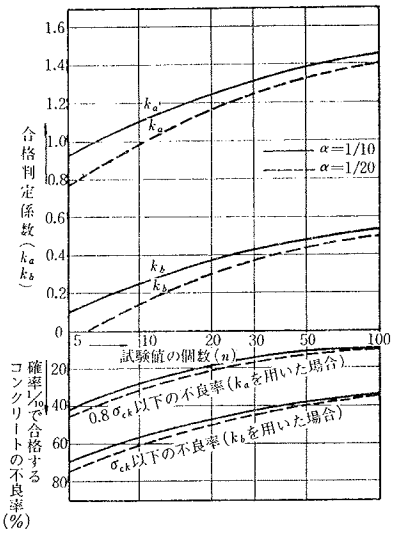


（b）計量抜取検査の場合



土木学会コンクリート標準示方書では，$p_0=p_a$（または p_b）に対し，$\alpha=1/10$ として合格判定係数 k_a（または k_b）を示し，β と p_1 との関係は，工程の管理状態と既往の工事の経験により，責任技術者の判断にまつことにしているのは，現段階では，実際的な処置である，と考えられる。図—**10** は，計量規準型一回抜取検査（標準偏差未知の場合）の方法により，合格判定係数 k_a および k_b を，$\alpha=1/10, 1/20$ の各条件の下に求め，試験値の個数に対して図示したものである。この図から，試験値

図—10　計量抜取検査の合格判定係数



の個数が少なくなると，$\beta=1/10$ で合格と判定されるコンクリートロットの不良率 p_1 が大きくなる傾向が認められる。したがって，工程管理の資料と既往の工事の資料が必らずしも十分でない場合は，検査に用いる試験値の個数は 30 個程度以上とするのが安全である。

既往の工事の経験，工程管理の資料等から，コンクリートの作業が土木学会標準示方書の各条件によって適切に行なわれていることが明らかな場合には，検査に用いる試験値の数は少なくてよい。この場合は，$\alpha=1/10$ を条件として計数抜取検査を実施するのも簡便である。

4. 結　　言

現場コンクリートの品質に必要な条件と品質の保証の方法について，一般的な考察を行ない，既往の工事の経験と工程管理の資料に応じて抜取検査の方法を定めること，およびコンクリートの設計施工が土木学会コンクリート標準示方書の原則によって行なわれている一般の場合には，$p_0=p_a$（または，p_b）に対して $\alpha=1/10$ とする抜取検査方法は一応適当であること，を述べた。これを要約すれば，つぎのようである。

（1）現場コンクリートの品質の保証の方法を検討する場合は，まず，構造物に必要なコンクリートの品質を明らかにすることが必要である。

構造物に必要なコンクリートの品質は構造物または部材の形状寸法，荷重作用の性質，施工方法，等を考えて定義することが必要であり，単に，原材料としての品質規格を検査の便宜から定めても意味が少ない。

（2）コンクリートの品質の変動がある程度以下であれば，断面の極限状態において大略破壊強度に近い圧縮強度応力をうけるコンクリート領域の平均強度を部材断面の強度を判断する資料として用いることができる。部

材断面におけるコンクリートの強度と原材料としてのコンクリートの強度との関係は，部材の形状寸法，荷重作用の性質等に応じて，実験的に定めることが必要である。

（3） 原材料としてのコンクリートに許容される不良率の値は，部材の形状寸法と荷重作用の性質のほか，設計計算の方法にも関係する。標準示方書に示されている不良率の限度 p_a および p_b は，一般の設計方法を用いる場合の部材断面強度を保証する品質を定めようとするものと考えるのが適当である。

（4） 構造物の強度を保証しようとする場合，構造物の重要度は，設計基準強度に対する配合強度の割増し係数，安全率または安全度，設計荷重が実荷重に対してもつ余裕等を定める際に，これを考慮することができる。しかし，設計者と施工者とが別個の者である実情および設計の段階で構造物の重要度を認識することが必要不可欠であることから，構造物の重要度は，設計計算における安全率または安全度においてこれを考慮し，割増し係数その他で，これを考慮しないことにするのが適当である。

（5） 現場コンクリートの品質を保証しようとする場合は，既往の工事の経験と現場工程の管理の資料がきわめて大切である。これらの資料の情報を無視して，一般の抜取検査方法を形式的に適用し，コンクリートの品質を判定しようとすることは適当でない。

（6） 既往の工事の経験と現場工程の管理の資料がなく，圧縮強度の試験値のみが既知の場合，抜取検査方法により，コンクリートの品質の判定を行なわざるを得ない。この場合，検査の方法は，どの不良率のコンクリート ロットも平等につくられ得るとして，施主と請負者の保護および検査方法に起因する損失をなるべく小さくすることを考えて，十分多くの試験値を用い，これを設定するのが適当である。この場合，少ない数の試験値で抜取検査を実施することは適当でない。

しかし，既往の工事の経験と現場工程の管理の資料が全くない場合はきわめてまれである。

（7） 平均値による抜取検査方法は，これを行なうまえに，工程の安定性の判断と標準偏差の推定とを行なうことが必要である。したがって，品質判定の誤りの危険は，標準偏差の推定の誤りと抜取検査の危険率とに分割される。この方法は，品質判定の誤りの確率が不明確なので，工程の母標準偏差が十分正確にわかっている場合にのみ，用いるのが適当である。

しかし，工程の母標準偏差が十分正確にわかっている場合は，一般に，工程管理の資料が十分に得られているので，コンクリートの品質判定には，この資料も活用するのが適当である。

（8） 圧縮強度の試験値のほか母標準偏差を既知として抜取検査を行なう場合は，平均値による抜取検査と不良率による抜取検査とで，検査の精度に関する優劣はない。

しかし，土木学会の標準示方書では，現場コンクリートの品質規格を不良率によって定めているので，不良率による抜取検査を行なうのが直接的である。

（9） 現場コンクリートの品質を検査する場合，抜取検査方法は，検査方法に起因する損失を最小とするように設定するべきである。

検査方法に起因する損失の期待値 G_a は

$$G_a=\int_0^{p_a} f(p)\{1-L(p)\}M(p)dp + \int_{p_a}^{1} f(p)L(p)N(p)dp+T(n)$$

であり，$f(p)$，$M(p)$，$N(p)$，$T(n)$ 等は既往の工事の資料から定めておくことが必要である（G_b についても同様である）。

（10） 一般の場合，コンクリートの工事は，土木学会コンクリート標準示方書の原則により，設計施工されており，現場工程はある程度安定している場合が多い。この場合は，$p_0=p_a$（または $=p_b$），$\alpha=1/10$ の条件で定めた土木学会の抜取検査方法は，改善すべき点もあるが，この方法を用いて，品質判定を行なっても，検査方法に起因する損失は十分に小さい。

参考文献

1) 尾坂芳夫：“現場コンクリートの品質管理と品質検査”，コンクリート・ライブラリー第18号，土木学会。
2) H. Rüsch：“Researches Toward a General Flexural Theory for Structural Concrete”, ACI Journal, July 1960.
3) H. Rüsch, Grasser et Rao：“Principes de Calcul du Béton Armé Sous des Etats de Contraints Monoaxiaux” Bulletin du CEB No. 36, Juin 1962.
4) E. Hognestad, N.W. Hanson and Douglas McHenry：“Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design”, Journal of ACI. 27, Dec. 1955.
5) Recommandations pratiques unifiées pour le Calcul et l'Exécution des Ouvrages en Béton Armé”, Tome I et II, CEB 1962.
6) 西亀達夫・尾坂芳夫：“鉄筋コンクリート部材断面の安全度について”，土木学会年次学術講演会，1968.
7) 土木学会コンクリート標準示方書，昭和42年。
8) たとえば，S.S. Wilks “Mathematical Statictics”, Mc Graw.
9) JIS Z 9001, JIS Z 9002, JIS Z 9003, JIS Z 9004.

（1968.1.8・受付）