

# 外水圧を受ける埋設鉄管の設計ならびに外水圧 軽減に関する理論的・実験的研究

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDIES ON DESIGN OF  
BURIED STEEL PIPE TO BE AFFECTED BY EXTERNAL  
HYDRAULIC PRESSURE AND ON MITIGATION THEREOF

長 島 敬\*

By Kei Nagashima

## 1. ま え が き

埋設鉄管、すなわち発電水力の領域にあっては、内張鉄管と呼ばれているものであるが、このような鉄管は岩盤の中に埋設されているという点で一般に用いられてきている水圧鉄管とはきわめて異なる設計上の特色をもっている。とくにわが国においては、かかる形式の埋設鉄管は、第二次大戦後の地下発電所の建設の増加と相まって数多く採用されるようになり、また、水圧鉄管のみならず、かぶりの浅いあるいは地質条件の悪い圧力トンネルにあっては、水密性の保持という観点から採用される場合が多くなってきている。

埋設鉄管でない通常の水圧鉄管の設計には内圧のみを考慮すればよいのであるが、埋設鉄管は鉄管が岩盤内に埋設されているために、常に地山の地下水圧等がその周囲に作用している危険性があり、そのため水圧鉄管抜水時に外水圧によって、鉄管が圧潰するという事態が生じうるのである。したがってかかる形式の水圧鉄管の設計に対しては内水圧を受けた場合の検討のほか、抜水時に地山の地下水等の外水圧による圧潰の可能性についての検討をも同時にささなければならぬ。内水圧を受けた場合にはその内水圧が一部岩盤に負担され、このときの内張鉄管の挙動については 神月博士<sup>3)</sup>によって研究されたのであるが、著者はここに抜水時における埋設鉄管の圧潰について、理論的、また実験的に研究を行ない外水圧に対する設計の方針を樹立したものである。

## 2. 埋設鉄管の圧潰に関する研究

### (1) 外水圧を受ける埋設鉄管の設計に関する従来の研究

内張鉄管の外水圧による座屈は通常のパイプの座屈とは少し様相が異なり、その変形が鉄管をとりまくまわりのコンクリートによって拘束を受けるといふ点に大きな特色をもつものである。かかる問題に関してとくに有名なものは、1950年に S.B.Z. に発表された Amstutz によ

てなされたものであるが、同氏は公式の修正を 1953 年に試みている<sup>1)</sup>。別に補剛材の付されていない管の座屈に対しては、Borot, Juillard<sup>2)</sup>らの研究がある。また補剛材の付された埋設鉄管の座屈に対する基本的な概念の取扱い方が、Handeck II において最初になされたが、Hutter und Sulzer<sup>5)</sup>は補剛材の付された埋設鉄管の設計に対しては、Timoshenko による両端拘束としたパイプの座屈公式を用いるべきだという基本構想を暗示した点で高く評価されるべきである。近年、Vaughan<sup>7)</sup>が A.S.C.E. に発表した方法は幾分 Amstutz の方法を修正したものであり、一方 Montel<sup>9)</sup>は従来の座屈に対する考え方とは全く別に、座屈はパイプの製作据付時の偏差によるものの影響が大きいとして実験公式を提案している。

以上のように種々の公式が提案されてはいるが、わが国では主として内張鉄管の設計の方針としては、多くは Amstutz のそれを採用している。これらの諸氏の式について、ここでくわしく論ずることは紙面の都合上きわめて困難であるので省略し、公式を列挙するにとどめる<sup>4)</sup>。

○Amstutz の公式

$$\left(\frac{\sigma_N + \Delta K E^*/R}{E^*}\right) \left[1 + 12 \left(\frac{R}{e}\right)^2 \frac{\sigma_N}{E^*}\right]^{3/2} \\ = 3.36 \frac{R}{e} \frac{\sigma_F - \sigma_N}{E^*} \left[1 - 0.50 \frac{R}{e} \cdot \frac{\sigma_F - \sigma_N}{E^*}\right]$$

○Vaughan の公式

$$\left[\frac{\sigma_F - \sigma_N}{2 E^*} + \frac{6 \sigma_N}{\sigma_F - \sigma_N} \left(\frac{\Delta K}{R} + \frac{\sigma_N}{E^*}\right)\right] \frac{R^2}{e} - \frac{R}{e} \\ + \frac{\sigma_F - \sigma_N}{24 \sigma_N} = 0$$

○Borot の公式

$$\frac{13}{E^*(e/R)^2} \cdot P_{cr}^2 + 2 \left[1 + \frac{(e/R)}{2} + \frac{6}{(e/R)} \cdot (\Delta K/R)\right. \\ \left. - \frac{\sigma_F}{E^*(e/R)}\right] P_{cr} - 2 \left[\sigma_F \left(\frac{e}{R}\right) - \frac{\sigma_F^2}{E^*}\right. \\ \left. - E^* \left(\frac{e}{R}\right)^2 \frac{\Delta K}{R}\right] = 0$$

なお、これらに関する論文は終りに文献として記してある。

\* 正会員 新日本技術コンサルタント土木第2部長

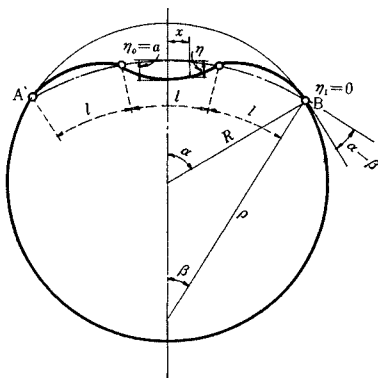
(2) 補剛材を付されていない内張鉄管の圧潰に関する検討

以下の論文での記号は共通のものを一まとめにするとつぎのとおりである。

- R: 内張鉄管半径
- e: 内張鉄管板厚
- $\sigma_F$ : 材料の降伏応力度
- $\sigma_N$ : 直応力度
- $\sigma_{cr}$ : 内張鉄管の半径 R に関する限界応力度
- E: 鋼材の弾性係数
- $\nu$ : ポアソン比
- F: 管の単位幅当りの断面積 (平滑管にあっては e となる)
- I: 管の単位幅当りの断面二次率
- $\Delta K$ : コンクリートと鉄管との最初のすき間
- s: 補剛材間隔
- s': 換算補剛材間隔
- $\bar{s}$ : 仮想補剛材間隔
- $\rho$ : 図-1 参照
- l: 図-1 参照
- a: 図-1 参照
- $s_t$ : 有効幅を含めた補剛材断面積 (図-9 参照)
- b: 有効幅 (図-9 参照)
- $R_m$ : 補剛材重心までの半径 (図-9 参照)
- $s_s$ : 補剛材およびその直下の鉄管を含めた断面積 (図-13 参照)
- $b_0$ : 補剛材の幅 (図-13 参照)
- U: 軸方向の内張鉄管の変位
- V: 円周方向の同上変位
- W: 半径方向の同上変位

ここで展開した著者の理論は本質的には Amstutz が行なったものに立脚しているのであるが若干著者の行なった実験に倣して修正を加えたものである。最初真円に近い円管が外水圧を受けたときには小さい水圧で長円形に変形しある部分を除きまわりのコンクリートによって変形の拘束を受ける。そして最終の鉄管の座屈形状とし

図-1



て 図-1 のような形を考える (Amstutz は 1950 年に最初に発表したときはかかる形のもの n 個と推定したのであるが、1953 年に発表したものについては n=1 として (図-1 参照) のごとき形としている)。図-1 の形で座屈が行なわれたときの座屈荷重は

$$\sigma_N F = \frac{\pi^2 EI}{L^2} - \frac{EI}{\rho^2}$$

となる。I/F=i<sup>2</sup> とおくと、上式から

$$l = \pi \rho \sqrt{1 + \left(\frac{\rho}{i}\right)^2 \frac{\sigma_N}{E}} \dots \dots \dots (1.1)$$

となる。図-1 の点線で示した弧 AB に関する座屈曲線の形をつぎの形

$$\eta = a \cos \frac{\pi X}{l} \dots \dots \dots (1.2)$$

とおく。a/l を求めるには 図-1 を参照して、

$$\rho/R = \sin \alpha / \sin \beta \rightleftharpoons \alpha / \beta^* \text{ (一般に } \alpha, \beta \text{ は小さい)}$$

また P を外圧とすると、変形後の曲率半径 rho を用いた管直応力度は  $\sigma_N = P \rho / F$  であり、これに対する変形前の鉄管本来の半径 R に関する限界応力度は  $\sigma_{cr} = PR / F$  であるから上の 2 式から

$$\rho/R = \sigma_N / \sigma_{cr} \dots \dots \dots (1.3)$$

となる。一方 図-1 を参照して

$$\sin \beta \rightleftharpoons \beta = 3 l / 2 \rho, \sin \alpha \rightleftharpoons \alpha = 3 l / 2 R \dots \dots (1.4)$$

また、

$$\tan(\alpha - \beta) \rightleftharpoons \alpha - \beta = \left(\frac{d\eta}{dx}\right)_{x=3l/2l} = \frac{\pi a}{l}$$

であるから、これを式 (1.4), (1.1), (1.2) を勘案のう え a/l を求めると

$$a/l = \frac{3}{2} \pi \frac{1 - \sigma_{cr} / \sigma_N}{1 + \left(\frac{\rho}{i}\right)^2 \frac{\sigma_N}{E}} \cdot \left(\frac{\sigma_N}{\sigma_{cr}}\right) \dots \dots \dots (1.5)$$

が得られる。

さて始めに鉄管とコンクリートの間に最初のすき間  $\Delta K$  があつたと考えるので、P なる外圧力下での鉄管円周のちぢみは、

$$\Delta = 2 \pi \rho \frac{\sigma_N + \Delta K E / \rho}{E}$$

である。この長さは P の圧力下での鉄管のちぢみは、すなわち、図-1 の実線で表わした弧 AB が同じく点鎖線表わした弧 AB にちぢみ、さらにこれが AB 間の曲線でに変化する間のちぢみの総量にひとしいはずである。最初の実線の弧 AB が点鎖線の弧 AB になるには、 $\Delta_1 = 2(\alpha R - \beta \rho)$  だけが短縮する。すなわち

$$\Delta_1 = 2 R \left(\alpha - \beta \cdot \frac{\rho}{R}\right) = 2 R \left(\alpha - \beta \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}\right)$$

\* 一般に、本論文で扱っているような内張鉄管にあっては、コンクリートと、鉄管のすき間はきわめて小さく、最大に見積っても Hutter と Sulzer の研究によれば、 $\frac{0.4}{1000} R$  程度であるといわれている。かかる点からみても、実際問題としては、座屈するしわの数はきわめて多く、そのため  $\alpha, \beta$  などは小さいものと見られる。

であり、また一方、

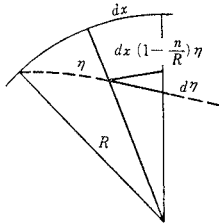
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\alpha}{\beta} \left( 1 - \frac{\alpha^2}{6} + \frac{\beta^2}{6} \right)$$

であるから、

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{R}{3} \alpha^3 \left( 1 - \frac{R^2}{\rho^2} \right) = \frac{9}{8} \frac{l^3}{R^2} \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_N} \right)^2 \right] \\ &= \frac{9}{8} \pi^3 \frac{1 - \left( \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_N} \right)^2}{\left[ 1 + \left( \frac{\rho}{i} \right)^2 \frac{\sigma_N}{E} \right]^{3/2}} \left( \frac{\rho}{R} \right)^2 \cdot \rho \end{aligned}$$

となる。

図-2



つぎに点鎖線の弧 AB が AB 間の曲線に移るには、そのおちみは 図-2 を参考として

$$\begin{aligned} d_2 &= \int_{-3/2l}^{3/2l} \left\{ dx - \sqrt{d\eta^2 + dx^2 \left( 1 - \frac{\eta}{\rho} \right)^2} \right\} \\ &= \int_{-3/2l}^{3/2l} \left( \frac{\eta}{\rho} dx - \frac{1}{2} \eta^2 dx \right) \end{aligned}$$

となる。この η に前の式 (1.2) の η を代入して計算すると、

$$\begin{aligned} d_2 &= -3\pi\rho \frac{(1 - \sigma_{cr}/\sigma_N) \sigma_N}{\left[ 1 + \left( \frac{\rho}{i} \right)^2 \frac{\sigma_N}{E} \right]^{3/2} \sigma_{cr}} \\ &\quad - \frac{27}{16} \pi^3 \rho \frac{(1 - \sigma_{cr}/\sigma_N)^2 \left( \frac{\sigma_N}{\sigma_{cr}} \right)^2}{\left[ 1 + \left( \frac{\rho}{i} \right)^2 \frac{\sigma_N}{E} \right]^{3/2}} \end{aligned}$$

となる。

したがっていま円周が 1 カ所座屈したときには  $d_1 + d_2$  のおちみが生ずるのである。一方、著者らが関西電力の依頼にもとづいて、新日本技術コンサルタントおよび日立造船で行なった共同実験の結果によれば、そのときの変位は 図-3 のようになっている。このことはただ座屈

図-3 Test No. B リング  
 $P=6.5 \text{ kg/cm}^2 \sigma_l, \delta$

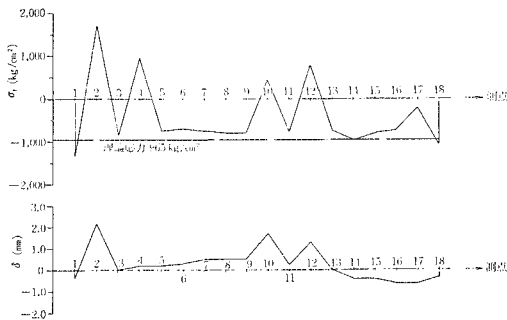
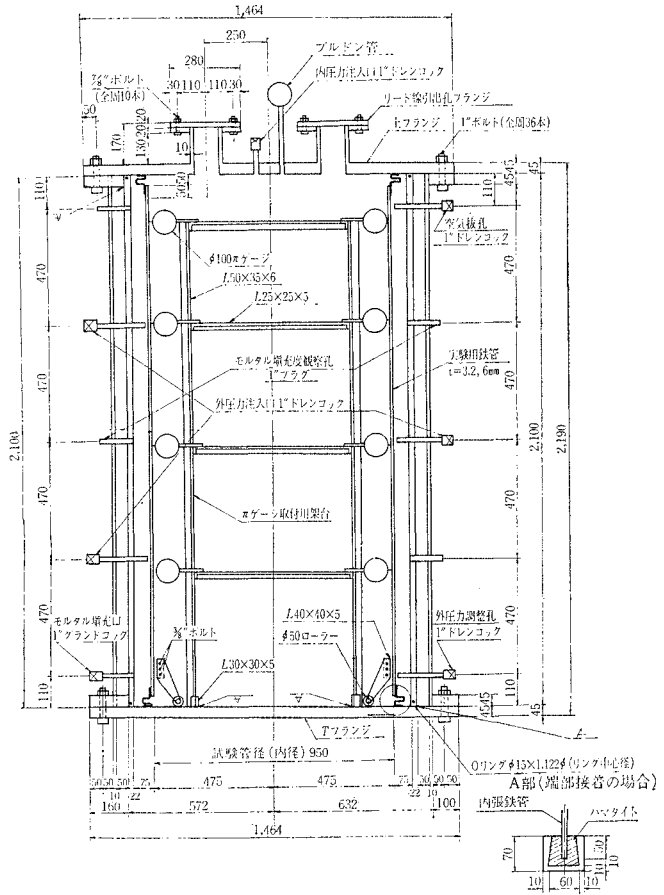


図-4 実験装置図



形状としてただ一つのもの  $n=1$  を採用することが不適當であって、ある数を有するものと考えなければならぬと思われる。

この実験は板厚 3.2 mm,  $\phi 47.5 \text{ cm}$ ,  $l=200 \text{ cm}$  であって実験の様子は 図-4 のとおりであるが、ちょうどいま  $n=m\pi/\alpha$  だけの座屈形が表われたものと仮定する。

ここで  $m$  は主として  $R/e$  に関する数であると考えることにする。

しかるとき

$$\begin{aligned} n &= m\pi/\alpha = m\pi \frac{2R}{3l} \\ &= \frac{2}{3} m\pi R \frac{\sqrt{1 + \left( \frac{\rho}{i} \right)^2 \frac{\sigma_N}{E}}}{\pi\rho} \\ &= 2/3 \cdot R/\rho m \sqrt{1 + \left( \frac{\rho}{i} \right)^2 \frac{\sigma_N}{E}} \end{aligned}$$

であり

$$d = n(d_1 + d_2)$$

であるから、これにさきに求めた  $d, n, d_1, d_2$  を代入し  $R/\rho = \sigma_{cr}/\sigma_N = 1 - x$

で表わすと

$$\left(\frac{\sigma_N + \frac{4K \cdot E}{\sigma}}{E}\right) \left\{1 + \left(\frac{\rho}{i}\right)^2 \frac{\sigma_N}{E}\right\} \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{\rho}{R}$$

$$= \frac{x}{1-x} \left[ \left(\frac{9}{8} \pi^2 \frac{1}{1-x} - \frac{3}{2}\right) - \frac{45}{32} \pi^2 \frac{x}{1-x} \right]$$

.....(1.6)

となる。さて、いま材料の降伏応力度を  $\sigma_F$  とおけば実際に許容できる直応力度  $\sigma_N$  はつぎの関係を満たすものでなければならない。

$$\sigma_F \geq \sigma_N + \frac{M_0}{I} y$$

ここで  $M_0$  は最大の曲げモーメント、 $y$  は管壁の重心からその縁端までの寸法である。

したがって

$$\sigma_F = \sigma_N + yE(1/R - 1/\rho) - yE\eta_0''$$

となる。

式(1.1), (1.2), (1.5) より

$$\eta_0'' = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 a = \frac{1}{R} \cdot \frac{3}{2} \pi \left(1 - \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_N}\right)$$

であるから上式は、

$$(1 - \sigma_{cr}/\sigma_N) = \frac{R}{y} \cdot \frac{\sigma_F - \sigma_N}{(1 + 3\pi^2/2)E} \dots\dots\dots(1.7)$$

となる。

いま平滑管の場合を考え上式にて、 $y=e/2$  とし  $\sigma_{cr}/\sigma_N = 1-x$  を用いて表わすと

$$\frac{\sigma_N}{E} = \frac{\sigma_F}{E} - \frac{e}{2R} \left(1 + \frac{3}{2} \pi\right) x \dots\dots\dots(1.8)$$

となる。

これと式(1.6)から  $\sigma_N$  を消去することによって、 $x$  に関する方程式が得られこれを用いて式(1.8)から  $\sigma_N$ 、再び  $\sigma_{cr}/\sigma_N = 1-x$  の関係から  $\sigma_{cr}$  が得られるから限界座屈荷重  $P = \frac{e \sigma_{cr}}{R}$  が求められることになる。すなわち

$$\mu_1 = 1 + 12 \left(\frac{R}{e}\right)^2 \frac{\sigma_F}{E}$$

$$\mu_2 = 12 \left(\frac{R}{e}\right)^2 \left\{ 2 \frac{\sigma_F}{E} - \frac{e}{2R} \left(1 + \frac{3}{2} \pi\right) \right\}$$

$$\mu_3 = 12 \left(\frac{R}{e}\right)^2 \left\{ -3 \frac{F\sigma}{E} + \frac{e}{R} \left(1 + \frac{3}{2} \pi\right) \right\}$$

$$A = \frac{\sigma_F}{E} + \frac{4K}{R}$$

$$B = \frac{c(1 + 3/2 \cdot \pi)}{2R} + \frac{4K}{R}$$

$$\lambda_1 = \frac{9}{8} \pi^2 \left(1 - \frac{12}{9\pi^2}\right) = 9.60336$$

$$\lambda_2 = \frac{9}{8} \pi^2 \left(2 - \frac{12}{9\pi^2}\right) - \frac{45}{32} \pi^2 = 6.8275$$

とおいて整理し、さらに、 $x$  は一般にきわめて小さい値であるから、 $x^3$  以上の項を省略して

$$[(A \mu_3 + B \mu_2) 1.5 + m(\lambda_2 - \lambda_1)] x^2 + [\lambda_1 m + 1.5(B \mu_1 - A \mu_2)] x - 1.5A \mu_1 = 0$$

となる。

新しい記号として

$$(A \mu_3 + B \mu_2) 1.5 = \delta_1$$

$$(B \mu_1 - A \mu_2) 1.5 = \delta_3$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \delta_2$$

$$1.5A \mu_1 = \delta_4$$

と定義しなおすと

$$(\delta_1 + \delta_2 m) x^2 + (m \lambda_1 + \delta_3) x - \delta_4 = 0 \dots\dots\dots(1.9)$$

として得られ、これから  $x$  を求めればよいことになる。

a)  $m$  の値

$m$  の値は主として  $e/R$  に関係すると思われる。これはかりに半径が大きく板厚もうすければきわめて可撓性があり、その結果座屈の数も多く表われ、その逆であれば座屈の表われる数も小であるとの判断から来たものである(しかしもちろんこれは単に  $e/R$  のみならず補剛材間隔にも影響するはずであるが、いまは補剛材のないものについて論及しているゆえここでは  $e/R$  のみに関するものとする)。

したがって上に求めた式を用い、従来わが国、諸外国にて行なわれた諸実験値などを用いて、 $m$  を逆算することとした。 $m$  の検討に用いられた諸実験値等はつぎのとおりである(表-1)。これから  $m$  を求め  $e/R$  と  $m$  との関係を図示すれば 図-5 のとおりであり、これから最小二乗法によって

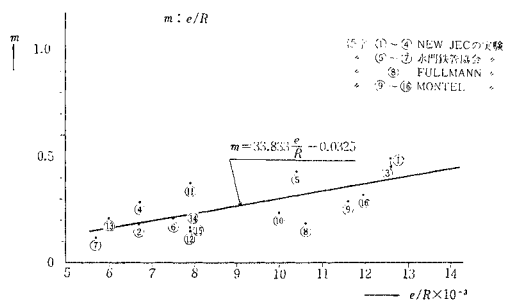
$$m = 33.833 \left(\frac{e}{R}\right) - 0.0325 \dots\dots\dots(1.10)$$

となる。

表-1

実験番号	$\sigma_F$ kg/cm <sup>2</sup>	R cm	e cm	R/e	$P_{cr}$ kg/cm <sup>2</sup>	4K/R	m
1	3.112	47.50	0.6	79.167	18.5	0.415×10 <sup>-3</sup>	0.492
2	3.509	"	0.32	148.437	6.5	0	0.176
3	2.884	"	0.6	79.167	20.5	0	0.463
4	3.521	"	0.32	148.437	6.0	0.442×10 <sup>-3</sup>	0.292
5	3.375	120.13	1.245	96.489	16.6	0	0.427
6	2.630	119.81	0.9	133.122	7.0	0	0.208
7	2.978	119.99	0.6855	175.040	4.25	0	0.116
8	4.000	50.00	0.53	94.339	12.9	0.15×10 <sup>-3</sup>	0.191
9	3.400	205.00	2.38	86.134	17.0	0	0.287
10	3.200	"	2.05	100.000	12.5	0	0.245
11	3.500	"	1.62	126.543	11.0	0	0.381
12	3.700	"	1.62	126.543	8.0	0	0.143
13	3.400	"	1.62	168.038	5.8	0	0.213
14	3.500	"	1.63	125.760	9.0	0.059×10 <sup>-3</sup>	0.235
15	3.500	"	1.62	126.543	8.0	0.039×10 <sup>-3</sup>	0.166
16	3.300	"	2.44	84.016	18.1	0.054×10 <sup>-1</sup>	0.317

図-5



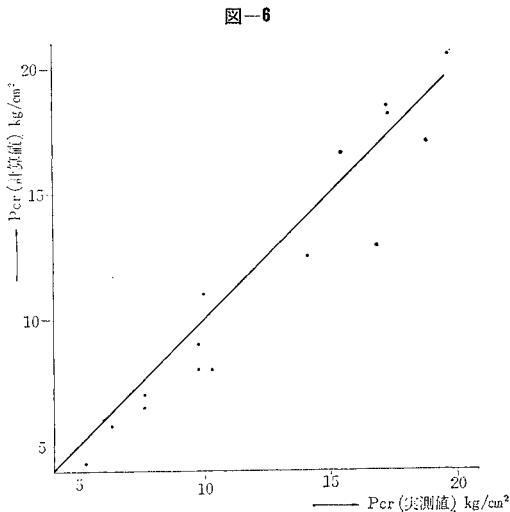
b)  $m$  に対し式 (1.10) を用いた式 (1.9) による計算値と実験値との比較検討

前記新日本技術コンサルタントおよび日立造船で行なった共同実験の結果を 2. (1) に示した各種の公式, Amstutz, Borot, Vaughan および式 (1.9) による計算結果および実験値とを比較すると 表-2 のとおりとなり, 式 (1.9) がかなりよく一致することが認められる。

表-2

Test No.	Amstutz	Borot	Vaughan	式 (1.10)	実際の値
1	13.96	23.50	24.04	17.29	18.5
2	6.23	12.70	12.90	6.80	6.5
3	16.23	24.55	25.02	19.50	20.5
4	4.55	10.95	10.97	5.16	6.0

また 表-1 に記した実験の結果と式 (1.10) による計算結果を図示すれば 図-6 のとおりとなる。



ここで 45° に引かれた線は計算値と実測値が全く一致する場合である。

これによってもかなりよく実験値と本提案による計算値が一致することがしれる。

(3) 補剛材の付された管に対する座屈について

内張鉄管の外水圧に対する抵抗力を増大させるために一般に補剛材を付することが多い。通常かかるときの設計にはいわゆる両端で変位が拘束された円管としての座屈公式 (たとえば Timoshenko)

$$R \cdot q_{cr} = \frac{Ee}{1-\nu^2} \left[ \frac{1-\nu^2}{(n^2-1) \left( 1 + \frac{n^2 S^2}{\pi^2 R^2} \right)} + \frac{e^2}{12 R^2} \left( n^2 - 1 + \frac{2n^2 - 1 - \nu}{1 + \frac{n^2 S^2}{\pi^2 R^2}} \right) \right] \dots (1.11)$$

が用いられてきている。しかし補剛材つき鉄管の座屈に対しこのような式を適用することはつぎの点で実際のものとの不一致が生ずる。

① 補剛材間における管胴の座屈を考慮する場合にコンクリートまたは岩盤によって変位が拘束されるということを考えていないことはたとえば従来考えてきた補剛材の付されない管の座屈に対する取扱い方と一致しないのではない。

② 補剛材部において果たして管のたわみを 0 として取扱ってよいか。

という点である。これらの点を考慮しながら著者は補剛材の付された内張鉄管の座屈荷重についての理論を展開した。

a) 補剛材間の埋設管 (管胴部分) の座屈について

補剛材の中間においてちょうど 図-1 のごとき形で座屈が行なわれたものと仮定する。補剛材の付されていない管と同様の取扱い方をするために, 補剛材のないときに用いた  $\sigma_N \cdot F = \frac{\pi^2 EI}{l^2} - \frac{EI}{\rho^2}$  の代わりにここでは Timoshenko の両端拘束をうけた場合の式 (1.11) を用いることとする。このような座屈形を考慮する場合は, 一度半径  $R$  なる円が半径  $\rho$  の形になり, その後に座屈をおこすと考えることにして, 下の式を式 (1.11) の代わりに使用する。

さて,

$$\rho \cdot \sigma_{cr} = \frac{E \cdot e}{1-\nu^2} \left[ \frac{1-\nu^2}{(n^2-1) \left( 1 + \frac{n^2 S^2}{\pi^2 \rho^2} \right)} + \frac{e^2}{12 \rho^2} \left( n^2 - 1 + \frac{2n^2 - 1 - \nu}{1 + \frac{n^2 S^2}{\pi^2 \rho^2}} \right) \right]$$

$$\frac{\rho \cdot \sigma_{cr}}{e} = \sigma_N,$$

$$n = \frac{\pi \rho}{l}$$

として, 一般に  $l$  は  $\rho$  に比して小さいものであるゆえ

$n \gg 1$  であると考えると

$$n^2 - 1 \approx n^2 = \frac{\pi^2 \rho^2}{l^2}$$

であって,  $l/R = y$  とすると, 若干の展開の後に上の式は

$$(1-\nu^2) \frac{\sigma_N}{E} = \frac{(1-\nu^2)}{\pi^2 \left( \frac{\sigma_N}{\sigma_{cr}} \right)^2 \left\{ 1 + \frac{1}{y^2} \left( \frac{S}{R} \right)^2 \right\}^2} + \frac{e^2}{12 R^2} \pi^2 \left( \frac{1}{y^2} \right) \left[ 1 + \frac{2}{1 + \frac{1}{y^2} \left( \frac{S}{R} \right)^2} \right]$$

となる。

ここで,  $S \rightarrow \infty$  とおくと, この場合は補剛材が付されていない場合のものに相当する。

すなわち

$$\frac{\sigma_N}{E} = \frac{e^2}{12 R^2 (1-\nu^2)} \pi^2 \left( \frac{R}{l} \right)^2$$

これから

$$l = \pi R \frac{1}{\sqrt{\frac{12 R^2 (1-\nu^2)}{e^2} \cdot \frac{\sigma_N}{E}}}$$

である。

この値は、補剛材のない場合の座屈形状を与えた  $l$  と  $\sigma_N$  との関係を示す式 (1.1) において、

$$1 \ll \left(\frac{R}{e}\right)^2 \cdot \frac{\sigma_N}{E}$$

とすれば、全く一致するものである。実際に、通常の内張鉄管では一般に

$$\frac{R}{e} = 100 \sim 200, \quad \frac{\sigma_N}{E} \approx 10^{-3}$$

程度であるから、

$$\frac{12 R^2}{e^2} \cdot \frac{\sigma_N}{E} \approx 100 \sim 200$$

程度で十分 1 に対して大きいとみられる。計算の都合上

$$\frac{\pi^2 \cdot e^2}{12 R^2 (1 - \nu^2)} = K_2, \quad \frac{1}{y^2} = Y$$

とおくと前記の式は

$$\frac{\sigma_N}{E} = \frac{1}{\pi^2 Y \left(\frac{\sigma_N}{\sigma_{cr}}\right)^2 \left\{1 + Y \left(\frac{S}{R}\right)^2\right\}^2} + K_2 Y \left[ \frac{2}{1 + Y \left(\frac{S}{R}\right)^2} \right] \dots\dots\dots(1.12)$$

として表わされる。

一方また別の立場から座屈形状と材料の降伏応力度との関係を求めるために、前の式 (1.6) を求めたときと全く同様な取り扱い方を行なう。

座屈形状を補剛材中央において、 $\eta = a \cos \frac{\pi x}{l}$  なる形を有するものとする。

しかるときは前と同様

$$\frac{\pi a}{l} = \alpha - \beta = \frac{3l}{2} \left[ \frac{1}{R} - \frac{1}{\rho} \right]$$

から

$$\frac{a}{R} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot y^2 \left[ 1 - \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_N} \right]$$

が成り立つ。

また

$$\sigma_F = \sigma_N + E \cdot \frac{e}{2} \left[ \frac{1}{R} - \frac{1}{\rho} \right] + \frac{M_0}{I} \cdot \frac{e}{2}$$

から式 (1.7) を導いた時と同様にして、

$$1 - \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_N} = \frac{2R}{Ee} \cdot \frac{\sigma_F - \sigma_N}{1 + \frac{3}{2} \pi} \dots\dots\dots(1.13)$$

が成り立つ。

一方  $\Delta K$  なるすき間が埋設鉄管背面とコンクリートとの間に存在しているとすると式 (1.6) と同様に

$$2\pi\rho \frac{\sigma_N + \Delta KE/\rho}{E} = \left\{ \frac{9}{8} R \left(\frac{l}{R}\right)^3 \left[ 1 - \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_N} \right]^2 \right\} - 2 \frac{l}{\pi} \frac{a}{\rho} - \frac{3}{4} \left(\frac{a}{\rho}\right)^2 \frac{\rho^2}{l^2 \pi^2} \left\{ \frac{m\pi}{\alpha} \right\} \dots\dots(1.14)$$

ここで

$$\frac{m\pi}{\alpha} = m\pi \frac{2}{3} \frac{R}{l} = m\pi \frac{2}{3y}$$

$$\lambda_1' = \frac{9 - \frac{3}{\pi^2}}{2\pi} = 0.3097$$

$$\lambda_2' = \frac{45 - \frac{3}{\pi^2}}{2\pi} = 0.3992$$

$$x = \frac{R}{E \cdot e} (\sigma_F - \sigma_N)$$

$$z = 1 + Y \left(\frac{S}{R}\right)^2$$

と整理すると式 (1.14) から

$$Y = \frac{\frac{4m\pi}{3\left(1 + \frac{3}{2}\pi\right)} x \left\{ \lambda_1' - \lambda_2' - \frac{2}{1 + \frac{3}{2}\pi} x \right\}}{\frac{\sigma_N}{E} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}x} + \frac{\Delta K}{R}} \dots\dots(1.15)$$

式 (1.12) に上の記号を用いて

$$\frac{\sigma_N}{E} = \frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{1}{Yz^2} \cdot \left( 1 - \frac{2}{1 + \frac{3}{2}\pi} x \right)^2 + K_2 Y \left( 1 + \frac{2}{z} \right) \dots\dots\dots(1.16)$$

ただし

$$z = 1 + Y \left(\frac{S}{R}\right)^2$$

と表わすことができる。

式 (1.15), (1.16) をよく眺めてみると式 (1.15) はちょうど座屈するときには、その応力度が降伏応力度に達しているという条件であり、式 (1.16) は座屈形が  $n$  個の数をもつ場合の変位が不連続となる条件を示す。これらの式の意味を検討するためにいま一つの例について考えてみる。

さて 図-7 は

$$R = 47.5 \text{ cm,}$$

$$e = 0.45 \text{ cm,}$$

$$\frac{\Delta K}{R} = \frac{0.4}{1000},$$

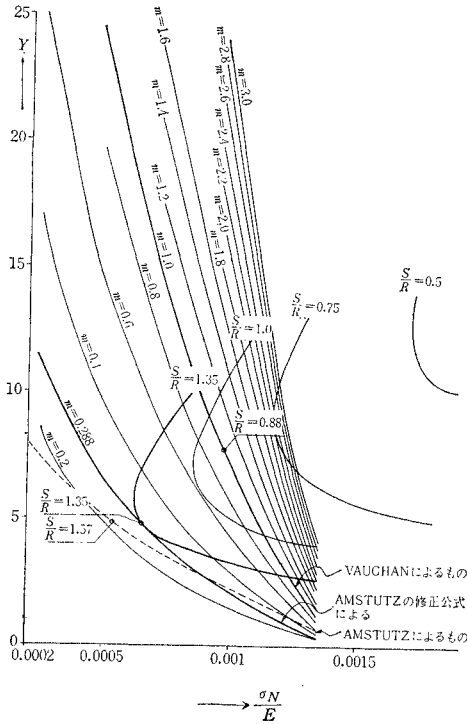
$$\sigma_F = 3000 \text{ kg/cm}^2$$

として、横軸に  $\sigma_N/E$  をとり、縦軸に  $Y$  をとって、式 (1.15) を  $m$  をパラメーターとして表わし、つぎに同じグラフ上に  $S/R$  をパラメーターとして式 (1.16) を表わしたものである。この図からわかるように、 $S/R < 0.88$  の範囲にあっては、 $m \leq 1$  で交わることがないことが知られる。

$m=1$  の場合がちょうど Vaughan や Borot の式に相当するのであってこの場合は鉄管円周に沿って同じ形の座屈が出現することを示し、いわゆる埋設鉄管の座屈に対して鋼材が降伏応力に達する最良の条件を示すものである。

$S/R < 0.88$  の範囲にあっては座屈荷重は、すなわち

図-7



$R=47.5$  cm,  $e=0.45$  cm の条件下にあってであるが、鋼材の応力度とは無関係に定まることを示すものであり、すなわち座屈荷重の決定には全く式 (1.15) が関与しないことが知れる。

$S/R$  が大きくなるにつれて、式 (1.16) と交わる  $m$  の値は漸減することが知れる。

一方、たとえば  $S \rightarrow \infty$  となれば、今度は逆に補剛材が付されたときには、どのようにその間隔が広くとも、補剛材の付されない管よりも座屈荷重が同じか、または大きいことは常識的に判断されるがために、補剛材のつかない場合の  $m$  が最も小さい値であると考えられるがゆえに式 (1.15) の方が支配的となり、補剛材のないものとしての座屈公式をそのまま採用するのが適当であることを示すものであろう。

その領域は式 (1.10) によって  $m=0.288$  を求め、図-7 から  $S/R=1.35$  である。

これより補剛材の間隔がせまい領域にあっては、 $m$  の値は——もっとも座屈しやすい形で管胴は座屈するものであるから——結局、式 (1.16) の  $\sigma_N$  を最小にするごとき座屈を行ない、かつ材料は降伏応力度に達しているが、さらに  $S/R < 0.88$  にあっては、材料は降伏応力度に達することなく座屈することがわかる。

すなわち、この領域にあっては、多分  $m$  の値はちょうど前の補剛材のないときに考察したごとく、 $e/R$  のみによってきまる値ではなく、 $R/S$  によってもきまり、 $m$  の値を  $e/R$  によって一定値とすることができず、した

がって座屈荷重が最小なるごとくにきまるものと思われる。

以上の考察は、われわれが当初内張鉄管の補剛材間の座屈を論じたときに、理論上不備であるとしたこと、すなわち、Timoshenko の座屈公式を用いることは、まわりの岩盤の拘束を無視している点で不明確であるとしたのであるが、この場合  $S/R$  が適当な範囲すなわち、 $1.35 > S/R$  であれば全く矛盾なく Timoshenko によって表わされた座屈公式を用いることができることを示している。

またこの場合  $1.35 < S/R$  の場合には支配的な座屈の形態は、補剛材のない場合の座屈の様相を呈するとみられるために式 (1.15) の  $m$  を補剛材のないものを採用して式 (1.10) によって座屈荷重を検討するのが適当とみられる。

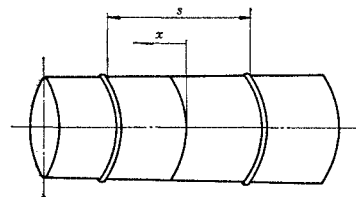
b) 補剛材部の座屈について

補剛材部の座屈は従来は多くの場合、Amstutz の式を用いて設計を行ってきたのであるが、補剛材に加わる荷重の取り方についてはきわめて不統一であった。

補剛材部間の管胴板が座屈しないときの補剛材部の座屈を検討するときは、補剛材に加わる外力の推定がもっとも重要であって、正しい外力の推定がなされれば、従来の Amstutz 公式、またはこれを修正したものの適用で十分であるとみられる。

外水圧  $P$  がかったときの補剛材部に加わる反力は、管胴板からくるせん断力によるものであるが、管胴板座屈以前にあっては、この場合のせん断力はちょうど内圧が加わった場合の符号を逆にしたときに相応する (図-8 参照)。

図-8



補剛材間の管胴に関する基本の方程式は、補剛材部の座屈直前にあっては、円周の角度  $\theta$  には無関係であるため、

$$\begin{cases} R^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \nu R \frac{\partial W}{\partial x} + K \left( -R^3 \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} \right) = 0 \\ V = 0 \\ \nu R \frac{\partial u}{\partial x} + (1+K)W - R^3 K \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + z \frac{R^2}{D} = 0 \end{cases}$$

の3式が成立する。

$z=P$  とおき

$$\begin{aligned} \frac{1-\nu^2+K}{R^4 K} &= 4m^4, \\ \frac{\nu}{R^2} &= 4n^2 \end{aligned}$$

$$\alpha = \sqrt{m^2 - n^2},$$

$$\beta = \sqrt{m^2 + n^2}$$

において上式をとけば,

$$W = A_1 e^{-\alpha x} \cos \beta x + A_2 e^{-\alpha x} \sin \beta x$$

$$+ A_3 e^{\alpha x} \cos \beta x + A_4 e^{\alpha x} \sin \beta x - \frac{pR^2}{Ee}$$

である。

$$W(x) = W(-x)$$

から新しい定数を  $B_3, B_4, \alpha = \beta$  とおけば, 上式はさらに簡単に

$$W = -\frac{pR^2}{Ee} + B_3 \operatorname{ch} \beta x \cos \beta x + B_4 \operatorname{sh} \beta x \sin \beta x$$

.....(1.17)

となる。

補剛材部の半径方向変位は管胴からくるせん断力を  $P$  とし,  $b$  を有効幅,  $R_m$  を補剛材重心までの半径,  $s_t$  を有効幅を含めた補剛材断面積とすると

$$W_0 = \frac{-(pb + 2P)R_m^2}{Es_t}$$

$$W_0 = (W)_{x=s/2}$$

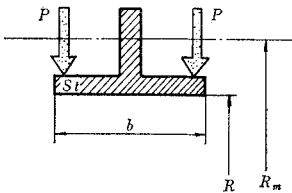
また,  $\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)_{x=s/2} = 0$

であるから  $B_3$ , および  $B_4$  が求まり, これを用い  $P_{x=s/2}$

$= EI \left(\frac{\partial^3 W}{\partial x^3}\right)_{x=s/2}$  の関係より  $p$  を求めると, 換算外圧

$p' = \frac{2P}{b} + p$  として得られる (図-9 参照)。

図-9



これを計算した結果

$$P' = \frac{P}{b} \left[ b + 2 \frac{\frac{R^2}{e} - \frac{bR_m^2}{s}}{[3(1-r^2)]^{3/4} \left(\frac{R}{e}\right)^{3/2}} \right.$$

$$\left. + \frac{\operatorname{sh} \beta s + \sin \beta s}{\operatorname{ch} \beta s - \cos \beta s} + \frac{2R_m^2}{s} \right] \dots\dots\dots(1.18)$$

となる。

したがって実際の座屈荷重の検討には  $p$  の代りに  $p'$  を採用しなければならないことになる。

c) 補剛材間隔の修正

Timoshenko によって与えられた両端を拘束された鉄管の座屈に対する式 (1.11) は実際の問題として補剛材部が無敵大の剛性をもつものでない限り変位を受け, 仮定と一致しがたい。したがって若干この点に関して修正

を施す必要がある。

さて Timoshenko によれば座屈検討の方程式としてつぎの方程式を導いた。

$$R^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{1-\nu}{2} R \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial \theta} - \nu R \frac{\partial W}{\partial x}$$

$$+ R \phi \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial \theta} - \frac{\partial W}{\partial x} \right) + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} = 0$$

$$\frac{1+\nu}{2} R \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial \theta} + \frac{1-\nu}{2} R^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} - \frac{\partial W}{\partial \theta}$$

$$+ \alpha \left[ \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^3 W}{\partial \theta^3} + R^2 \frac{\partial^3 W}{\partial x^2 \partial \theta} \right.$$

$$\left. + R^2 (1-\nu) \frac{\partial^2 V}{\partial x} \right] = 0$$

$$R \nu \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial \theta} - W - \alpha \left[ \frac{\partial^3 V}{\partial \theta^3} + (2-\nu) R^2 \frac{\partial^3 V}{\partial x^2 \partial \theta} \right.$$

$$\left. + R^4 \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 W}{\partial \theta^4} + 2R \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial \theta^2} \right]$$

$$= \phi \left[ W + \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} \right] \dots\dots\dots(1.19^{(1)})$$

ここで,

$$\alpha = \frac{e^2}{12R^2},$$

$$\phi = \frac{pR}{Ee} (1-\nu^2)$$

である。

さて補剛材端において,  $W=0$  であるとする, 変位  $U, V, W$  をそれぞれ

$$U = A \sin n \theta \cdot \sin \pi x/s$$

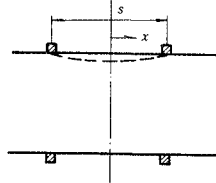
$$V = B \cos n \theta \cdot \cos \pi x/s$$

$$W = C \sin n \theta \cdot \cos \pi x/s$$

において,  $A, B, C$  がそれぞれ 0 でない解を与えるとき

の荷重を求めればよいのであるが, いまは補剛材自身が有限の変位を受けるがゆえにこの場合にあっては  $x = \pm s/2$  において  $W=0$  を採用することはできない (図-10 参照)。

図-10



一般に補剛材が極端に小さいものでないかぎり,  $W$  は  $C \sin n \theta \cdot \cos \pi x/s$  の形で与えて差し支えないものと思われるが, 補剛材端で有限の変位を受ける補剛材の付された実際のものに適合しうるようにさせるためには,  $x = \pm s/2$  で  $W$  が 0 ではなく, ある仮想したところの  $s'(s' > s)$  において  $W$  が 0 であるような形を選ぶのが適当であると思われる。

すなわち変位を与える式として

$$U = A \sin n \theta \cdot \sin \pi x/s'$$

$$V = B \cos n \theta \cdot \cos \pi x/s'$$

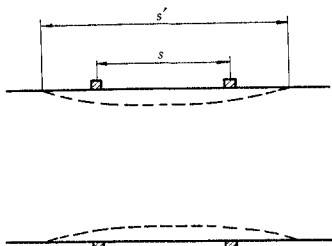
$$W = C \sin n \theta \cdot \cos \pi x/s'$$

とし,  $s'$  は補剛材の剛度などによって変わるものである



と考える (図-11 参照)。

図-11



任意の位置におけるせん断力  $Q_x$  は

$$Q_x = -EI \left[ \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} + \frac{1}{R^2} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial \theta} + \frac{\partial^3 W}{\partial x \partial \theta^2} \right) \right]$$

$$\doteq -K_P \left[ \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} \right]$$

であるから、

$$W = C \sin n \theta \cos \pi x / s'$$

を用いて、

$$Q_x = -CK_P (\pi/s')^3 \sin n \theta \cdot \sin \pi x / s' \dots (1.20)$$

となる。ここで、

$$K_P = EI_P = \frac{E \cdot e^3}{12(1-\nu^2)}$$

である。せん断力  $Q_x$  は式 (1.20) を用いて

$x = s/2$  のところでは

$$(Q_x)_{x=s/2} = CK_P \left( \frac{\pi}{s'} \right)^3 \sin n \theta \sin \frac{\pi s}{2s'} \dots (1.21)$$

の形で求められる。一方補剛材のたわみは、補剛材に  $(2Q_x)_{x=s/2}$  が載荷されたときのたわみを求めればよいのであるが、これはつぎのごとくして得られる。

補剛材の半径方向変位  $W$ 、接線方向変位を  $V$  で表わすと、補剛材部の変位に関する基本方程式は、

$$\frac{d^2 V}{d\theta^2} + \frac{dW}{d\theta} = 0$$

$$\frac{dV}{d\theta} + W + K \left[ \frac{d^4 W}{d\theta^4} + 2 \frac{d^2 W}{d\theta^2} + W \right] + z \frac{R^2}{D} = 0$$

ただし、ここで  $K = I_s / s_t \cdot 1/R^2$ 、 $D = s_t E$ 、 $s_t$  = 補剛材断面積、 $I_s$  = 補剛材回転二次率、で表わされる。

補剛材に加わる変動外力は、外圧  $z$  に換算すると、

$$z = \frac{2(Q_x)_{x=s/2}}{b}$$

であるため式 (1.21) を用いて

$$z = CK_P \mu \sin n \theta, \quad \mu = \frac{2}{b} \left( \frac{\pi}{s'} \right)^3 \sin \frac{\pi s}{2s'}$$

であって

$$\frac{d^4 W}{d\theta^4} + 2 \frac{d^2 W}{d\theta^2} + W = \frac{CK_P}{K_s} \mu \cdot R^4 \sin n \theta \dots (1.22)$$

となる。補剛材部におけるたわみ  $W$  は一様な外水圧  $p$  によるものと、上に考えた  $z = CK_P \mu \sin n \theta$  によるものとの和であると考えられるが、一様な外水圧  $p$  によるものはあとで考察をすすめることとし、まず  $z = CK_P \mu \sin n \theta$

によるものを考えることにする。さて  $W = A \sin n \theta$  とおいて、式 (1.22) に代入すると  $A = \frac{K_P \cdot \mu \cdot C}{(n^2 - 1)^2 K_s} R^4$  であるから、補剛材における半径方向変位は

$$(W)_{\text{stiffner}} = \frac{K_P \cdot \mu \cdot C \cdot R^4}{(n^2 - 1)^2 K_s} \sin n \theta \dots (1.23)$$

となる。一方  $x = s/2$  において (補剛材点)、管胴の方の半径方向変位は

$$W = C \cdot \sin n \theta \cos \frac{\pi s}{2s'}$$

であるから、式 (1.23) を等価において

$$C = \sin n \theta \cos \frac{\pi s}{2s'} = \frac{K_P \cdot \mu \cdot C R^4}{(n^2 - 1)^2 K_s} \sin n \theta$$

すなわち、

$$\cos \frac{\pi s}{2s'} = \frac{K_P \cdot R^4}{(n^2 - 1)^2 K_s} \cdot \left( \frac{\pi}{s'} \right)^3 \sin \frac{\pi s}{2s'} \cdot \frac{2}{b}$$

これを整理して

$$\tan \frac{\pi s}{2s'} = \frac{b(n^2 - 1)^2 \left( \frac{s'}{\pi} \right)^3}{2 R^4 K_P} = \frac{(n^2 - 1) K_s (2s')^3}{R^4 K_P \left( \frac{\pi s}{s'} \right)^3}$$

$$\cdot \frac{s^3}{16} \cdot b = \left( \frac{s}{a} \right)^3 (n^2 - 1)^2 \cdot \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{2s'}{\pi s} \right)^3$$

$$\cdot \frac{K_s}{K_P} \left( \frac{b}{R'} \right) \dots (1.24)$$

いま、 $x = \pi s / 2s'$  とおくと

$$x^3 \tan x = \left( \frac{s}{R} \right)^3 (n^2 - 1)^2 \frac{3}{4} \cdot \frac{I_s}{e^3} \cdot \frac{b}{R} \dots (1.25)$$

これから  $n$  が定まれば、換算長  $s'$  が求まることとなる。さて Ebner によれば近似的に

$$n^4 = 6 \sqrt{1 - \nu^2} \pi^2 \left( \frac{R}{e} \right) \left( \frac{R'}{s'} \right)^2$$

である。式 (1.25) において、 $n \gg 1$  と考え上の式を用いると、

$$x \tan x = \frac{3}{2} \sqrt{1 - \nu^2} \frac{s}{R} \cdot \frac{b}{e} \cdot \frac{I_s}{e^3} \frac{1}{12}$$

いま有効幅として  $b = 1.56 \sqrt{a \cdot e}$  とすると

$$x \tan x = 2.232 \frac{s}{\sqrt{R \cdot e}} \cdot \frac{I_s}{e^3} \frac{1}{12}$$

一般に右辺は  $I_s$  が小でないかぎりかなり大きい値である。したがって  $x \approx \pi/2$  であると考えられる<sup>14)</sup>。

いま

$$2.232 \frac{s}{\sqrt{R \cdot e}} \cdot \frac{I_s}{e^3} \equiv \alpha$$

とおく、

$$x \tan x = \alpha, \quad x = \frac{\pi s}{2s'} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \left[ 1 - \frac{s}{s'} \right] = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \epsilon$$

であるから、

$$\frac{\pi}{2} [1 - \epsilon] \tan \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \epsilon \right) = \alpha$$

$$(1 - \epsilon) \cot \frac{\pi}{2} \epsilon = \frac{2}{\pi} \alpha$$

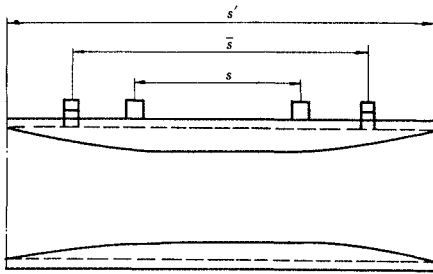
$\epsilon$  に関して展開すると結局

$$s' = \frac{s}{1 - 0.037 \frac{\sqrt{R \cdot e}}{s} \cdot \frac{e^3}{I_s}}$$

$$\approx s \left[ 1 + 0.037 \frac{\sqrt{R \cdot e}}{s} \cdot \frac{e^3}{I_s} \right]$$

となる。これからみても極端に  $s$  が小、または  $I_s$  が小でないかぎりほとんど  $s' \approx s$  とみることができるとおもわれる。

図-12



つぎに  $s$  の値は実際問題として、補剛材点においても外圧力  $p$  の作用によって変形するものであるから、そのままの補剛材間隔とするわけにはいかない(図-12 参照)。座屈する以前において管胴および補剛材が一様な圧縮力を受けているときには、補剛材部に加わる換算外圧力は、式(1.18)によって

$$p' = \frac{p}{b} \left[ b + 2 \frac{\frac{R^2}{e} \frac{b \cdot R_m^2}{s}}{[3(1-\nu^2)]^{3/4} \left(\frac{R}{e}\right)^{3/2}} \cdot \frac{sh \beta s + \sin \beta s}{ch \beta s - \cos \beta s} + \frac{2 R_m^2}{s_t} \right] = p(1+T)$$

.....(1.26)

$$T = \frac{2}{b} \cdot \frac{\frac{R^2}{e} \frac{b \cdot R_m^2}{s}}{[3(1-\nu^2)]^{3/4} \left(\frac{R}{e}\right)^{3/2}} \cdot \frac{sh \beta s + \sin \beta s}{ch \beta s - \cos \beta s} + \frac{2 R_m^2}{s_t}$$

なるゆえに、補剛材部における半径方向変位は

$$dr = \frac{p' b R^2}{s_t E} = \frac{p' a^2 [p_0 + 1.56 \sqrt{R \cdot e}]}{[s_0 + 1.56 e \sqrt{R \cdot e}] E}$$

である。

一様な外圧力  $p$  を受けている場合の円筒の変位  $W$  は

$$W = A_1 e^{-\alpha x} \cos \beta x + A_2 e^{-\alpha x} \sin \beta x$$

$$+ A_3 e^{\alpha x} \cos \beta x + A_4 e^{\alpha x} \sin \beta x - \frac{p a^2}{E \epsilon}$$

であって、

$$W(x) = W(-x), \alpha \approx \beta$$

とにおいて

$$W = -\frac{p a^2}{E \epsilon} + B_3 ch \beta x \cos \beta x + B_4 sh \beta x \sin \beta x$$

$$x = \pm \frac{\bar{s}}{2} \text{ で } W=0, \frac{d^2 W}{dx^2} = 0 \text{ とおくと,}$$

$$0 = -\frac{p R^2}{E \epsilon} + B_3 ch \frac{\beta \bar{s}}{2} \cos \frac{\beta \bar{s}}{2} + B_4 sh \frac{\beta \bar{s}}{2} \sin \frac{\beta \bar{s}}{2}$$

$$B_3 sh \frac{\beta \bar{s}}{2} \sin \frac{\beta \bar{s}}{2} = B_4 ch \frac{\beta \bar{s}}{2} \cos \frac{\beta \bar{s}}{2}$$

これから、

$$B_3 = \frac{p R^2}{E \epsilon} \cdot \frac{ch \frac{\beta \bar{s}}{2} \cdot \cos \frac{\beta \bar{s}}{2}}{sh^2 \frac{\beta \bar{s}}{2} + \cos^2 \frac{\beta \bar{s}}{2}}$$

$$B_4 = \frac{p a^2}{E \epsilon} \cdot \frac{sh \frac{\beta \bar{s}}{2} \cdot \sin \frac{\beta \bar{s}}{2}}{sh^2 \frac{\beta \bar{s}}{2} + \cos^2 \frac{\beta \bar{s}}{2}}$$

である。

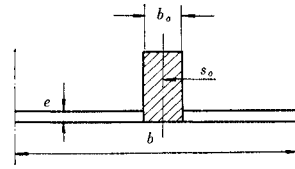
$x = s/2$  におけるたわみ  $W = 4r$  であるためには、

$$4r = \frac{p(1+T) R^2 [b_0 + 1.56 \sqrt{R \cdot e}]}{[s_0 + 1.56 e \sqrt{R \cdot e}] E} \quad (\text{図-13 参照})$$

$$= \frac{p R^2}{E \epsilon} \left[ 1 - \frac{1}{sh^2 \frac{\beta \bar{s}}{2} + \cos^2 \frac{\beta \bar{s}}{2}} \left\{ ch \frac{\beta \bar{s}}{2} \cos \frac{\beta \bar{s}}{2} \right. \right.$$

$$\left. \left. \cdot ch \frac{\beta s}{2} \cdot \cos \frac{\beta s}{2} + sh \frac{\beta \bar{s}}{2} \sin \frac{\beta \bar{s}}{2} \cdot sh \frac{\beta s}{2} \sin \frac{\beta s}{2} \right\} \right]$$

図-13



いま、

$$(1+T) \cdot \frac{1 + \frac{b_0}{1.56 \sqrt{a \cdot e}}}{1 + \frac{s_0}{1.56 e \sqrt{a \cdot e}}} = 1 - \lambda$$

とおくと

$$\lambda = \frac{1}{sh^2 \frac{\beta \bar{s}}{2} + \cos^2 \frac{\beta \bar{s}}{2}} \left\{ ch \frac{\beta \bar{s}}{2} \cos \frac{\beta \bar{s}}{2} ch \frac{\beta s}{2} \cos \frac{\beta s}{2} \right.$$

$$\left. + sh \frac{\beta \bar{s}}{2} \sin \frac{\beta \bar{s}}{2} \cdot sh \frac{\beta s}{2} \sin \frac{\beta s}{2} \right\}$$

であって、これから  $s$  を与えて  $\bar{s}$  を求め、これを前式の  $s$  の代りに用いればよい。

近似的に

$$sh^2 \frac{\beta \bar{s}}{2} \gg \cos^2 \frac{\beta \bar{s}}{2}$$

$$sh^2 \frac{\beta \bar{s}}{2} \approx ch \frac{\beta \bar{s}}{2} ch \frac{\beta s}{2} \approx sh \frac{\beta s}{2} sh \frac{\beta \bar{s}}{2}$$

とすると

$$\lambda \approx \cos \frac{\beta}{2} (\bar{s} - s)$$

これから、

$$\bar{s} = s + \frac{2}{\beta} \cos^{-1} \lambda$$

$$\beta = \frac{[3(1-\nu^2)]^{1/4}}{\sqrt{a \cdot e}}$$

$$\therefore \bar{s} = s + \frac{2}{[3(1-\nu^2)]^{1/4}} \cdot \sqrt{R \cdot e} \cdot \cos^{-1} \lambda$$

となる。

これから、前に求めた修正をも勘案して

$$s' = \left\{ s + 1.56 \sqrt{a \cdot e} \cdot \cos^{-1} \lambda \right. \\ \left. \times \left\{ 1 + 0.037 \frac{\sqrt{R \cdot e}}{s + 1.56 \sqrt{R \cdot e} \cdot \cos^{-1} \lambda} \cdot \frac{e^3}{I_s} \right\} \right. \\ \left. \dots \dots \dots (1.27) \right.$$

となる。

ここで  $\lambda$  は

$$\lambda = 1 - (1 + T) \cdot \frac{1 + \frac{b_0}{1.56 \sqrt{R \cdot e}}}{1 + \frac{s_0}{1.56 e \sqrt{R \cdot e}}} \dots \dots \dots (1.28)$$

$$T = \frac{2}{b_0 + 1.56 \sqrt{R \cdot e}} \cdot \\ \times \frac{R^2/e - \left\{ \frac{b_0 + 1.56 \sqrt{R \cdot e}}{s_0 + 1.56 e \sqrt{R \cdot e}} \right\} R^2}{3 \frac{sh \beta s + \sin \beta s}{[3(1-\nu^2)^{3/4}] \cdot (R/e)^{3/2} \cdot ch \beta s - \cos \beta s}} \cdot \\ \cdot \frac{2 R^2}{s_0 + 1.56 e \sqrt{R \cdot e}} \dots \dots \dots (1.29)$$

となる。すなわち補剛材の付された内張鉄管の座屈には(1.27)に示されたような換算補剛材間隔を用いて座屈の検討を行なえばよいことになる。

d) 理論値と実験値との比較

著者は、前節に述べたような理論的考察を実験的に確認を行なうべく、日立造船の桜島工場において補剛材付の内張鉄管の座屈を行なったのである。

このために、鉄管の内径および板厚を一定とし、補剛材間隔を種々変えたのであるが、補剛材の形は2種類としている。わが国および諸外国をとわず、補剛材の付された実験はきわめて例が少なく(著者の知る限りでは) Bouchayer et Viallet が Roselend の鉄管に対して行なった実験、あるいは水門鉄管協会において行なわれた二、三の補剛材付の実験があるにとどまる。これらの実

験の結果と著者が展開した式との比較を行なえば表-3のとおりとなる。

上の計算結果のうち ABC は従来用いられてきた設計の方針であるが、補剛材部の座屈に対しては B を、補剛材間の座屈に対しては D または E のどちらか大きい方を採用し、この B および D が E の大きい方を比較し、その小さい方を設計として採用すべきことを述べた。かかる観点に立つ計算座屈荷重は表-3中に○印を付したものである。これを実際の座屈荷重と比較してみるときわめてよく計算値と一致していることが知れる。

3. 外水圧軽減に関する検討

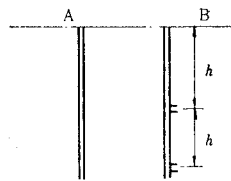
(1) 理論的検討

埋設鉄管は考えられる外圧に対して十分安全なごとく設計すればよいのであるが、場合によってはかくのごとく外圧に対して設計された板厚が、内圧に対して必要であるとされうる板厚をりょう駕してしまうことも多い。埋設鉄管の本来の目的は内圧に抵抗しうるためのものであって、外圧に対するものではない。そのため外圧のために板厚の増加をはからなければならないとするならば、確かに埋設鉄管を設けた第一義としての内圧に対しては過剰設計となるであろう。

かかる観点に立てば、できれば地下水圧などの外圧を遁減することが適当であり、かつ——経済性はともかくとして——合理的な設計をなしうるものであろう。

埋設鉄管を座屈させるべき最も支配的な水圧は、鉄管の背面に直接加わる水圧であろう。これは埋設鉄管の抜水時に鉄管背面と、これをとりまくコンクリートとの間

図-14



に働くものである。この水を直接引き出しさえできれば、きわめて効果的な水抜きとなりうるものと思われる。

いま図-14のごとく A、B は地下水面であるとし、その中に鉄管(半径 a)が埋めこまれているものとする。鉄管には規則正しい間隔 h ごとに半径 b なる小孔があい

表-3

実験番号	実 験 者	R (cm)	e (cm)	s (cm)	stiffener (mm×mm)	座屈荷重 (実験値) (kg/cm <sup>2</sup> )	計 算 座 屈 荷 重				
							Stiffener 部		Plate 部		
							従来の Amstutz の公式による (A)	式(1.18)による換算荷重による (B)	Timo-shenko 式(1.11)による (C)	式(1.27)による修正を加えたもの (D)	式(1.9)による補剛材を無視した値 (E)
1	NEW JEC & HITACHI	47.5	0.45	60	40×32	15.25	27.00	23.23	15.06	12.70	○ 15.04
2	"	"	"	"	"	17.00	26.91	23.15	24.14	○ 18.70	15.05
3	"	"	"	20	"	23.00	27.32	○ 23.50	54.74	33.37	15.25
4	"	"	"	60	40×4.5	14.80	27.00	22.34	15.32	12.99	○ 14.72
5	Bouchayer & Viollet	190	1.2	50.5	L-120×120×13	21.00	—	—	37.00	○ 19.50	—
6	水 門 鉄 管 協 会	120	0.6	297.5	—	6.00	3.10	—	3.30	—	○ 5.80
7	"	"	0.9	"	—	9.80	6.50	—	6.80	—	○ 11.00

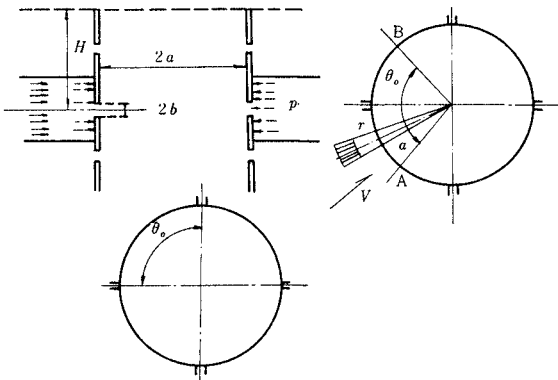
ており、これを通して鉄管背面の水が鉄管の中に入  
り、その水の移動によって鉄管背面に加わる水圧力が  
低下するものとする。この半径  $b$  なる小孔は同一平  
面内において、中心角  $\theta_0$  ごとに設けられているもの  
とする。

かかる系の理論的取り扱いはいわゆる困難であ  
り、したがって近似的取り扱いで満足しなければなら  
ぬ。われわれはそのためつぎの仮定を設けて問題を二  
次元の世界に制限するものとする。

1) 地下水の水平方向の運動に比して垂直方向の  
運動を無視するものとする。

2) 鉄管背面とコンクリート内面のすき間は、本  
来外水圧  $p$  に比例すべきであるが、ここでは一様  
であるとする(図-15 参照)。

図-15



計算に使用する記号はつぎのとおりである。

- $r$  : 鉄管の中心より任意の点までの距離
- $a$  : 鉄管の半径
- $b$  : 鉄管の背面にけられた小孔の半径
- $\delta$  : 鉄管背面とコンクリートの内面とのすき間

$$\delta = \delta_0 + \frac{pa^2}{eE} = \text{一定} \quad \text{と考える。}$$

$H$  : いま考えている幅の地下水面からの深さ  
軸対称問題として考えると、

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p'}{\partial r} \right) = 0$$

Darcy の法則によると

$$V_r = K_1 \frac{\partial p'}{\partial r} \quad \text{.....(2.1)}$$

$$V_\theta = K_1 \frac{1}{r} \frac{\partial p'}{\partial \theta} = 0$$

ただし、 $K_1$  は地山の透水係数

である。領域 AB 間(高さ方向  $h$ ) における全流入量  $q$   
は、定常流を考えて

$$q = h \cdot r \cdot \theta_0 \cdot V_r \quad \text{.....(2.2)}$$

式(2.1) と (2.2) から

$$\ln r = \frac{h \theta_0}{q} K_1 p' + C \quad \text{.....(2.3)}$$

いま、鉄管円周より十分はなれた点  $r=R$  において、  
 $p' = rH$  であると考え、式(2.3)より

$$p' = rH + \frac{q}{h \theta_0 K_1} \ln \frac{r}{R} \quad \text{.....(2.4)}$$

ただし、 $r$  は水の単位体積重量である。

円管周囲における圧力は、式(2.4)によれば一定である  
が、流出孔は  $\theta=0$  の点であるから、圧力分布は中心角  
 $\theta$  によって変化するものとする。非常に小さい幅  $ad\theta$   
を考えれば、近似的に  $r=a$  すなわち鉄管  
背面において、式(2.4)の関係

$$(p')_{r=a} = rH + \frac{q}{hd \theta_0 K_1} \ln \frac{a}{R}$$

が成り立っているものと仮定する。

いま、

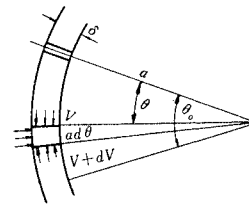
$$p = \frac{p'}{r} \quad (p : \text{水頭による換算})$$

$\bar{q} = q/a \cdot d\theta \cdot h$  : 単位面積当りの鉄管の背面への流  
入量として上式に代入すると

$$p = H + \frac{a\bar{q}}{K_1} \ln \frac{a}{R} \quad \text{.....(2.5)}$$

となる。 $p$  は  $\theta$  によって変わり、したがって  $\bar{q}$  もまた  
 $\theta$  の関数と考えてみる事ができる。

図-16



つぎに鉄管背面の連続条件について考える(図-16参  
照)。 $ad\theta$  の区間の流量の連続より

$$\bar{q} \cdot ad\theta \cdot h = -V \delta h + (V+dV) \delta h$$

これから、

$$\frac{dV}{d\theta} = \frac{a}{\delta} \bar{q} \quad \text{.....(2.6)}$$

鉄管とコンクリートとの空けき  $\delta$  に相当する透水係数を  
いま、 $K_2$  で表わすこととすると、Darcy の法則により

$$V = -K_2 \frac{dp}{ds} = -\frac{K_2}{a} \frac{dp}{d\theta} \quad \text{.....(2.7)}$$

式(2.5) を  $\theta$  に関して微分すると

$$\frac{dp}{d\theta} = \frac{a}{K_1} \ln \frac{a}{R} \frac{d\bar{q}}{d\theta} \quad \text{.....(2.8)}$$

であるから式(2.8), (2.7) より  $p$  を消去して

$$V = \frac{K_2}{K_1} \ln \frac{a}{R} \cdot \frac{d\bar{q}}{d\theta} \quad \text{.....(2.9)}$$

式(2.6) および (2.9) より

$$\frac{d^2 \bar{q}}{d\theta^2} + \frac{K_1}{K_2} \cdot \frac{a}{\delta} \cdot \frac{1}{\ln \frac{a}{R}} \cdot \bar{q} = 0 \quad \text{.....(2.10)}$$

いま、 $\frac{K_1}{K_2} \cdot \frac{a}{\delta} \cdot \frac{1}{\ln \frac{a}{R}} \equiv -\lambda^2$  とおくと、式(2.10) は

$$\frac{d^2\bar{q}}{d\theta^2} = -\lambda^2\bar{q} = 0 \dots\dots\dots(2.11)$$

となる。

式 (2.11) の一般解は容易に, AB を任意の定数とおいて

$$\bar{q} = Ae^{-\lambda\theta} + Be^{\lambda\theta} \dots\dots\dots(2.12)$$

が得られる。

明らかに  $\bar{q}$  は,  $\theta = \theta$  と  $\theta_0 - \theta$  の場合において等しくなければならぬゆえに式 (2.11) から, この条件を採用して

$$A = Be^{\lambda\theta_0} \dots\dots\dots(2.13)$$

これから式 (2.12) は

$$\bar{q} = B[e^{\lambda(\theta_0 - \theta)} + e^{\lambda\theta}] \dots\dots\dots(2.14)$$

という形で得られることになる。

式 (2.9), (2.14) とから, V は

$$V = -\frac{K_2}{K_1} \ln \frac{a}{R} \cdot B[e^{\lambda\theta} - e^{\lambda(\theta_0 - \theta)}] \lambda \dots\dots\dots(2.15)$$

$\theta = 0$  すなわち,  $b$  なる半径の開口部にあっては,

$$(V)_{\theta=0} = -\frac{K_2}{K_1} \ln \frac{a}{R} \cdot B[1 - e^{\lambda\theta_0}] \lambda$$

$$-\frac{K_2}{K_1} \ln \frac{a}{R} \equiv K \text{ とおくと}$$

$$(V)_{\theta=0} = KB[1 - e^{\lambda\theta_0}] \lambda$$

である。開口部に流入してくる水量は  $2h\delta V_{(\theta=0)}$  であるが, これはこの開口部を通して鉄管内へ流出していく量

$$q = 2\pi b \delta \sqrt{2g p_{\theta=0}}$$

に等しかるべきである。これから,

$$2h\delta K \cdot B \lambda [1 - e^{\lambda\theta_0}] = 2\pi b \delta \sqrt{2g p_{\theta=0}}$$

すなわち

$$B = \frac{\pi b \sqrt{2g}}{Kh \lambda (1 - e^{\lambda\theta_0})} \cdot \sqrt{p_{\theta=0}} \dots\dots\dots(2.16)$$

となる。後の計算に便なるごとく

$$\frac{\pi b \sqrt{2g}}{Kh \lambda (1 - e^{\lambda\theta_0})} \equiv C$$

とすると

$$B = C \sqrt{p_{\theta=0}} \dots\dots\dots(2.17)$$

となり, この定数を用いて, 式 (2.14) から,

$$\bar{q}_{(\theta=0)} = C \sqrt{p_{\theta=0}} [1 + e^{\lambda\theta_0}]$$

式 (2.5) に代入して

$$p_{\theta=0} = H + \frac{aC \sqrt{p_{\theta=0}}}{K_1} [1 + e^{\lambda\theta_0}] \ln \frac{a}{R} \dots\dots\dots(2.18)$$

となる。

式 (2.18) によって,  $p_{\theta=0}$  が求まれば, 容易に任意の  $\theta$  の所の圧力

$$p = H + \frac{aC \sqrt{p_{\theta=0}}}{K_1} [e^{\lambda(\theta_0 - \theta)} + e^{\lambda\theta}] \ln \frac{a}{R} \dots\dots\dots(2.19)$$

の形で求められる。

式 (2.18) はもしいま

$$\frac{4K_1^2 H}{\left\{ aC [1 + e^{\lambda\theta_0}] \ln \frac{a}{R} \right\}^2} \ll 1$$

の場合には容易に展開され得て, 近似的に  $p_{\theta=0}$  を求めることができる。

$$\frac{\sqrt{p_{\theta=0}}}{K_1} = x$$

とおくと式 (2.18) から

$$K_1^2 x^2 - aC [1 + e^{\lambda\theta_0}] \ln \frac{a}{R} \cdot x - H = 0$$

すなわち,

$$x = \frac{aC [1 + e^{\lambda\theta_0}] \ln \frac{a}{R} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 + \frac{4K_1^2 H}{\left\{ aC [1 + e^{\lambda\theta_0}] \ln \frac{a}{R} \right\}^2}} \right\}}{2K_1^2}$$

$$\equiv \frac{-aC [1 + e^{\lambda\theta_0}] \ln \frac{a}{R}}{2K_1^2} \left\{ \frac{1}{2} \frac{4K_1^2 H}{\left\{ aC (1 + e^{\lambda\theta_0}) \ln \frac{a}{R} \right\}^2} \right\}$$

$$- \frac{1}{8} \left[ \frac{4K_1^2 H}{\left\{ aC [1 + e^{\lambda\theta_0}] \ln \frac{a}{R} \right\}^2} + \dots\dots\dots \right]$$

$$= \frac{-H}{aC [1 + e^{\lambda\theta_0}] \ln \frac{a}{R}} + \frac{K_1^2 H^2}{\left\{ aC [1 + e^{\lambda\theta_0}] \ln \frac{a}{R} \right\}^3} + \dots\dots\dots$$

これを式 (2.19) に代入することによって, 近似的に

$$p = H \left[ 1 - \left\{ 1 - \frac{K_1^2 H}{(aC)^2 (1 + e^{\lambda\theta_0})^2 \left( \ln \frac{a}{R} \right)^2} \right\} \right. \\ \left. \times \frac{ch \left( \frac{\lambda\theta_0}{2} - \lambda\theta \right)}{ch \frac{\lambda\theta_0}{2}} \right] \dots\dots\dots(2.20)$$

以上の取り扱い方は二次元に限ったのであるが, 同様にして三次元への拡張も可能である。二次元の場合と同様の展開になって結果的には

$$p_r = H + \frac{a}{K_1} K_{**} [K_* I_0(\sqrt{B_*} r) + K_0(\sqrt{B_*} r) \sqrt{p_{r=r_0}} \ln \frac{a}{R}] \dots\dots\dots(2.21)$$

として求められることとなる。二次元の場合と同様にして  $x = \frac{\sqrt{p_{r=r_0}}}{K_1}$  として, 代入し

$$\frac{4K_1^2 H}{aK_{**} [K_* I_0(\sqrt{B_*} r) + K_0(\sqrt{B_*} r)]^2} \ll 1$$

から式 (2.21) は近似的に

$$p_r = H \left[ 1 - \frac{K_1^2 H}{a^2 K_{**}^2 [K_* I_0(\sqrt{B_*} r) + K_0(\sqrt{B_*} r)]^2 \left( \ln \frac{a}{R} \right)^2} \right. \\ \left. \times \frac{\left\{ K_* I_0(\sqrt{B_*} r) + K_0(\sqrt{B_*} r) \right\}}{\left\{ K_* I_0(\sqrt{B_*} r_0) + K_0(\sqrt{B_*} r_0) \right\}} \right] \dots\dots\dots(2.22)$$

で表わされうる。

ただしここで

$$K_* = \frac{K_1(\sqrt{B_*} r)}{I_1(\sqrt{B_*} r)}$$

$$K_{**} = \frac{\sqrt{2g}}{[-K_1(\sqrt{B_*} r_0) + K_* I_1(\sqrt{B_*} r_0)] \sqrt{B_*} \cdot 1 K_2}$$

$$B_* = \frac{-K_1}{a \delta K_2} \cdot \frac{1}{\ln \frac{a}{R}}, \quad K_2 = -\frac{a K_1}{K_1} \ln \frac{a}{R}$$

でありその他の記号は二次元のときと同じである。

(2) 計算例

a) 計算初期条件および初期値

地山には水圧鉄管と垂直に1m幅当りに表-4に示したような幅のクラックが3本ほどあるとする。

初期値は表-5に記したとおりである。

表-4と表-5から地山の透水係数  $K_1$  を計算すれば、表-6に示した値となる。

b) 計算結果

上記の初期条件および初期値から、二次元ならびに三次元理論によって求めた水抜きによる埋設鉄管背面の圧力軽減の割合  $P/H$  の分布は、それぞれ、表-7、表-8に示したとおりであり、これを図化すれば、図-17、図-18になる。図-19は地山岩盤のクラックが変化した

表-4

	1	2	3	4	摘要
$\delta_1$	$0.5 \times 10^{-2}$ cm	$1.0 \times 10^{-2}$ cm	$2.0 \times 10^{-2}$ cm	$5.0 \times 10^{-2}$ cm	

表-5

	初期値	摘要
埋設鉄管半径 $a$	2.00 m	
鉄管背面とコンクリート内面との間けき $\delta$	0.02 cm	
鉄管背面に設けられた水抜き管の中心角 $\theta_0$	$\pi/2$	
地下水の影響半径 $R$	200 m	
水抜き集水管の間隔	1.00 m	
水の粘性係数 $\mu$ (20°C 場合)	$1.099 \times 10^{-2}$ g/cm.sec	C.G.S 単位
地下水頭 $H$	$H$	水抜きが行なわれていないときの地下水位から水抜き集水管までの任意の深さ
間隔 $\theta$ の透水係数 $K_2$	$3.36 \times 10^{-3}$ cm <sup>2</sup> sec/g	

表-6

case	1	2	3	4
地山の透水係数 $K_1$ cm <sup>2</sup> sec/g	$0.3097 \times 10^{-7}$	$0.2477 \times 10^{-6}$	$1.9822 \times 10^{-6}$	$3.0971 \times 10^{-5}$

表-7 二次元理論による

	$\delta_1=0.005$ cm	$\delta_1=0.01$ cm	$\delta_1=0.02$ cm	$\delta_1=0.05$ cm	備註
	$p/H$	$p/H$	$p/H$	$p/H$	
0	0	0	0	0	
$\pi/60$				0.2082	
$\pi/30$				0.3729	
$\pi/15$	0.0028	0.0220	0.1404	0.6063	
$\pi/10$	0.0039	0.0305	0.1921	0.7515	
$\pi/9$	0.0043	0.0329	0.2068	0.7863	
$\pi/8$	0.0046	0.0356	0.2235	0.8225	
$\pi/7$	0.0050	0.0388	0.2422	0.8593	
$\pi/6$	0.0055	0.0422	0.2624	0.8948	
$\pi/5$	0.0059	0.0455	0.2821	0.9249	
$\pi/4$	0.0061	0.0474	0.2932	0.9405	

表-8 三次元理論による

	$\delta_1=0.005$ cm	$\delta_1=0.01$ cm	$\delta_1=0.02$ cm	$\delta_1=0.05$ cm	備註
	$p/H$	$p/H$	$p/H$	$p/H$	
0	0	0	0	0	
$\pi/60$	0.0001	0.0555	0.2517	0.4584	
$\pi/30$	0.0170	0.0851	0.3525	0.6722	
$\pi/20$	0.0179	0.1006	0.4326	0.7784	
$\pi/15$	0.0202	0.1143	0.4757	0.8447	
$\pi/10$	0.0223	0.1299	0.5341	0.9164	
$\pi/9$	0.0230	0.1336	0.5499	0.9320	
$\pi/8$	0.0235	0.1375	0.5625	0.9464	
$\pi/7$	0.0240	0.1419	0.5776	0.9637	
$\pi/6$	0.0246	0.1458	0.5927	0.9714	
$\pi/5$	0.0251	0.1495	0.6159	0.9807	
$\pi/4$	0.0253	0.1515	0.6123	0.9848	

場合について、二次元および三次元理論から算出した埋設鉄管背面上の圧力軽減の割合の分布を比較したものである(ただし  $p$  は鉄管背面の圧力水頭を表わす)。このように水抜きの効果は地山の透水係数に著しく影響をうけることが知れる。このことはわれわれには実験的には確認することができないのであるが、内張鉄管の周囲に水抜きを設けた場合には水密グラウトを行なうと著しくその効果が高いことが認められる。

4. 結論

著者は以上、従来あまり深く研究されていなかった発電用内張鉄管の座屈に関し、これが補剛材を有する場合と、補剛材を有しない場合とにおいてそれぞれ理論的実験的立場から研究を行ない、少なくとも従来行なわれて来た実験を十分に包含しうる設計公式の樹立がなし得たと信じている。これと同時に外水圧を軽減しうらためには地山の透水係数もかなり重要な役割を有することを理論的に確認し得たのであるが、これに対して、実験の確認を行なえなかったのはきわめて遺憾であるが少なくとも水抜きの効果についてその効果ある場合やまた無価値なる場合についての判断が可能とならう。

今後ますます地下発電所の建設に伴い内張鉄管の増加の傾向に伴い本論文が設計者にいくぶんでも参考となれば著者の望外の喜びである。

最後に本論文作成にあたりていねいなるご指導を賜わ

図-17 2次元理論による鉄管背面の外圧軽減の状態

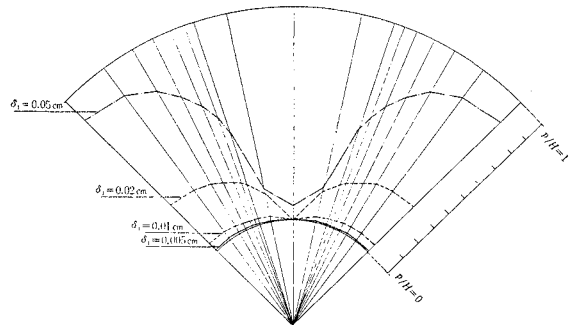


図-18 3次元理論による鉄管背面の外圧軽減の状態

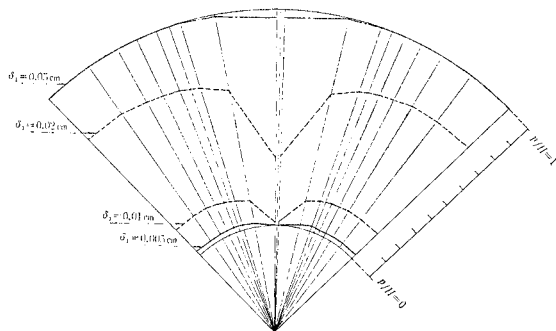
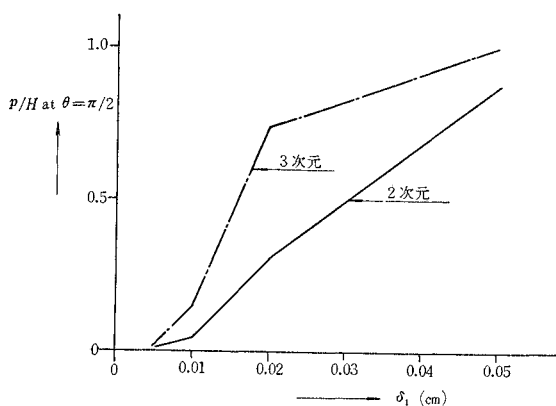


図-19 2次元理論と3次元理論による比較



った東京大学 奥村教授、畏友神月博士に心から感謝すると同時に本実験を遂行するうに絶大なる援助を賜った関西電力の関係各位および共同で実験に当たられた日立造船所の諸氏に心から感謝を捧げるものである。

参考文献

1) E. Amstutz: Das Einbeulen von Schaft und Stellenpanzerungen, Schweizerische Bauzeitung Marz 1950, April 1953

2) W. Jegher: "Das Kraftwerk Innertkirchen die zweite Stufe der Okerhasli werke", Schweizerische Bauzeitung 1944 Nr 14/15  
 3) 神月隆一: "岩盤に埋設された内張鉄管において内圧を受けた場合の理論的実験的研究", 土木学会論文集, No. 141, May 1967  
 4) 矢島基臣: "埋設内張鋼管の外圧に対する圧潰強度について", 発電水力 No. 86, Jan 1967  
 5) A. Hutter und A. Sulzer: "Beitrag zur Theorie und Konstruktion gepanzerter Druckshäfte", Wasser und Energie wirtshäfte" 1947 Nr 11/12  
 6) S. Timoshenko: "Theory of Elastic stability", Mc Graw-Hill 1963  
 7) E.W. Vaughan: "Steellinings for Pressureshafts in solid rock", Journal Power Division A.S.C.E Paper 949 No. 2  
 8) H. Juillard: "Knickprobleme an geraden stäben Kreisbogen Segmenten und Zylindern", Schweizerische Bauzeitung 1952 Nr. 9  
 9) R. Montel: "Formula Semi-empirique pour la détermination de la pression extérieure limite d'instabilité des conduites métalliques lisses moyées dans du béton", La Houille Blanche No. 5 Sept/Oct 1960  
 10) 長島 敬・神月隆一: "高落差水圧鉄管について", 電力第 43 卷 第 4 号  
 11) F. Ullmann: "External water pressure designs for steel-lined pressure shafts", Water Power, Juyl Aug. 1964  
 12) 水門鉄管協会: 内張鉄管挫屈試験報告 (未公開)  
 13) W. Flügge: "Statik und Dynamik der Schalen", Springer-Verlag, 1962  
 14) K. Girkmann: "Flächentragwerke", Springer-Verlag 1963  
 15) J. Rigal: "Essai d'affaissement d'ue blindage cylindrique de galerie muni de renforts et soumis à la pression extérieure", La Houille Blanche, No. 6, Dce. 1961  
 16) I.W.Mc. Caig & P.J. Folberth: "The buckling resistance of steel liners for circular pressure tunnels", Water Power, July 1962

(1967.12.6・受付)