

【研究ノート】

傾斜角をもつアングル接合部の不完全剛結特性の解法

ANALYSIS OF INCLINED SEMI-RIGID CONNECTIONS COMPOSED OF ANGLES

山崎 徳也*・樗木 武**

By Tokuya Yamasaki and Takeshi Chisyaki

1. 緒 言

著者らが先に発表した接合部の不完全剛結特性の解法¹⁾は既往の諸研究^{2),3)}よりも実験値^{4),5)}とよく合致するものであるが、その適用範囲は既往研究と同じく、左右対称直交アングル接合部に曲げモーメントが作用する場合のみに限定される。しかしながら、実際には山形材、円弧材あるいはバラボラ材をもつ骨組構造も見受けられ、かかる構造物では一般に柱とはりとのなす角が傾斜しており、したがって、この傾斜に適合した接合部が供用されることも考えられる。また、これら接合部では曲げモーメントとともに軸力およびせん断力が不完全剛結特性におよぼす影響も大と考えられる。

以上の観点から、本論文は、著者らの前論文¹⁾を拡張発展させて、傾斜角をもつアングル接合部に曲げモーメント M_0 、軸力 (またはプレストレス) N_0 およびせん断力 S_0 が作用する場合の不完全剛結特性の解法を論じ、また、具体例について、傾斜角、軸力、せん断力等が不完全剛結特性におよぼす影響を考察せんとするものである。なお、解法にあたっては、文献 1) の 1(a)~(c) と同じ仮定を用いることとする。

図-1 傾斜角をもつアングル接合部

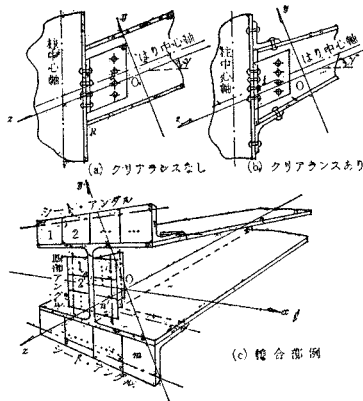


図-1 に示すごとく、水平面 (柱軸に直角な面) に対して z 軸が角度 r の傾きをなす直交座標 (x, y, z) を導入する。また、図-1(c) の例に示すごとく、接合アングルの偶角部のなす線が x 軸と平行なものをシート・アングル、柱中心軸と平行なものを腹部アングルと称し、接合部は一般にシート・アングル m 個 ($i=1, 2, \dots, m$)、腹部アングル n 個 ($j=1, 2, \dots, n$) からなるものとする。しかるとき、文献 1) と同様、接合部はその変形機構より考察してつぎの 2 つに大別される。

(1) はりと柱との間にクリアランスがない場合。ただし、クリアランスなくも接合アングルがはり下端以下にある場合を

除く (図-1(a) 参照)。

(2) はりと柱との間にクリアランスがある場合。ただし、前項の除外例を含む (図-1(b) 参照)。

(1) ははり下端の点 R を中心に回転し、(2) は接合部の最下端にあるアングルを弾性支承とし、このアングル上のはり取り付けリベット線を中心に回転するものと仮定でき、以下とくにこのアングルを弾性支承アングルと称する。

また、本題の接合部には前述のごとく、 M_0, N_0 および S_0 が作用するゆえ、接合部の回転角 ϕ はこれら諸力の関数としてえられる。他方、接合部の不完全剛結特性 $1/Z$ は接合部に伝えられる曲げモーメント M_0 とその回転角 ϕ との比 (M_0/ϕ) で定義される。したがって、接合部の不完全剛結特性 $1/Z$ の算出に先立ち、 N_0 および S_0 を M_0 の関数で表わしておく必要があり、本文ではそれぞれ次式のごとく定義した。

$$n = N_0/M_0, s = S_0/M_0 \dots \dots \dots (1)$$

式 (1) の式形からもわかるごとく、 n, s はその逆数がいずれも長さの次元をもち、いかなる骨組構造物においても、その荷重状態、構造形式および接合部の位置が定まれば求める定数である。

2. クリアランスがない場合の解法

(1) 力およびモーメントのつりあい条件式

M_0, N_0 および S_0 の諸力が作用し、回転変位 ϕ を起こしたときの接合部の変形状態から考察して (図-2 参照)、接合アングルにはりから伝えられる諸力は y, z 方向の力 Y, Z およびモーメント M であり、これらと逆向きのものがはりに働く。また、接合部のはりは柱からの反力 R_y, R_z をその回転中心点 R で受けており、それらの関係は図-3 に示すとおりで、接合部のはりに関する力およびモーメントのつりあい条件式がつぎのごと

図-2

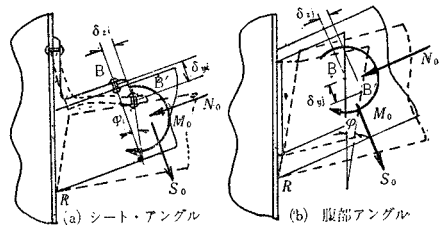
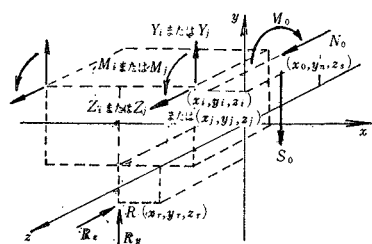


図-3



* 正会員 工博 九州大学教授 工学部土木教室
 ** 正会員 長崎大学助教授 工学部構造工学教室

くえられる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^m Y_i + \sum_{j=1}^n Y_j - S_0 + R_y = 0, \quad \sum_{i=1}^m Z_i + \sum_{j=1}^n Z_j + N_0 - R_z = 0 \\ \sum_{i=1}^m (Z_i y_i - Y_i z_i + M_i) + \sum_{j=1}^n (Z_j y_j - Y_j z_j + M_j) \\ - R_y z_r - R_z y_r + N_0 y_n + S_0 z_s = M_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 S_0 および N_0 の作用線の座標を (x_0, z_0) および (x_0, y_n) とする。

(2) アングルの変位に関する条件式

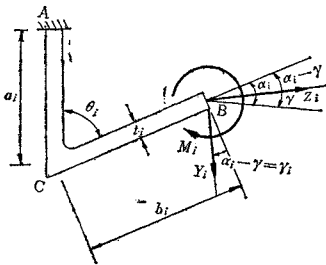
接合部が回転変位 ϕ を起こしたとき、各アングルのはり取り付けリベット線中点 B (図-2 参照) を剛体であるはり上の点として考察した幾何学的変位量と、弾性体であるアングル上の点として考察した弾性変位量とが 相等しいことから、アングルの変位に関する条件式が次式でえられ、その式形は文献 1) の式 (2) と全く同じである。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{y_i} &= (y_i - y_r)(1 - \cos \phi) - (z_i - z_r) \sin \phi \\ \delta_{z_i} &= (z_i - z_r)(1 - \cos \phi) + (y_i - y_r) \sin \phi \\ \varphi_i &= \phi \quad (i=1, 2, \dots, m) \\ \delta_{y_j} &= (y_j - y_r)(1 - \cos \phi) - (z_j - z_r) \sin \phi \\ \delta_{z_j} &= (z_j - z_r)(1 - \cos \phi) + (y_j - y_r) \sin \phi \\ \varphi_j &= \phi \quad (j=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

(3) アングルの弾性変位

a) シートアングル：一般に、シートアングルの両アングル脚がなす角度を θ_i とし、はり取り付け側のアングル脚が水平面となす角度を α_i とする。しかるとき、シートアングルは図-4 に示すごとく B 点で Y_i, Z_i, M_i なる諸力を受け、A 点で

図-4



固定された一種の片持ばりとみなすことができるゆえ、軸力およびせん断力によるひずみエネルギーを無視し、曲げモーメントのみを考慮してシートアングルのひずみエネルギーを算出のうえ、Castigliano の定理を適用すれば、シートアングルのはり取り付けリベット線中点 B の変位 $\delta_{y_i}, \delta_{z_i}, \varphi_i$ とこれに働く諸力 Y_i, Z_i, M_i との関係がつきのごとき文献 1) の式 (4)₂ の拡張式としてえられる。

$$\left. \begin{aligned} B_i \delta_{y_i} &= A_{ci} M_i + C_{ei} Y_i + F_i Z_i \\ B_i \delta_{z_i} &= A_{si} M_i + F_i Y_i + C_{si} Z_i \\ B_i \varphi_i &= (a_i + b_i) M_i + A_{ei} Y_i + A_{si} Z_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、

$$\begin{aligned} A_{ci} &= a_i b_i \cos \gamma_i + \frac{b_i^2}{2} \cos \gamma_i - \frac{a_i^2}{2} \cos (\theta_i + \gamma_i) \\ A_{si} &= a_i b_i \sin \gamma_i + \frac{b_i^2}{2} \sin \gamma_i - \frac{a_i^2}{2} \sin (\theta_i + \gamma_i) \\ C_{ei} &= a_i b_i^2 \cos^2 \gamma_i - a_i^2 b_i \cos \gamma_i \cos (\theta_i + \gamma_i) \\ &\quad + \frac{a_i^3}{3} \cos^2 (\theta_i + \gamma_i) + \frac{b_i^3}{3} \cos^2 \gamma_i \\ C_{si} &= a_i b_i^2 \sin^2 \gamma_i - a_i^2 b_i \sin \gamma_i \sin (\theta_i + \gamma_i) \\ &\quad + \frac{a_i^3}{3} \sin^2 (\theta_i + \gamma_i) + \frac{b_i^3}{3} \sin^2 \gamma_i \end{aligned}$$

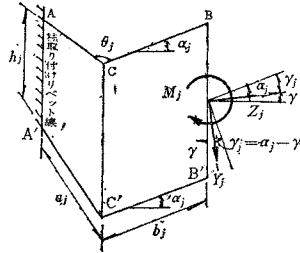
$$\begin{aligned} F_i &= a_i b_i^2 \sin \gamma_i \cos \gamma_i - \frac{1}{2} a_i^2 b_i \\ &\quad \times \{ \sin \gamma_i \cos (\theta_i + \gamma_i) + \cos \gamma_i \sin (\theta_i + \gamma_i) \} \\ &\quad + \frac{a_i^2}{3} \sin (\theta_i + \gamma_i) \cos (\theta_i + \gamma_i) + \frac{b_i^2}{3} \sin \gamma_i \cos \gamma_i \end{aligned}$$

$$B_i = E \cdot \frac{h_i t_i^3}{12}$$

E = アングルの弾性係数, h_i = アングルの長さ

b) 腹部アングル：両アングル脚のなす角度を θ_j 、はり取り付け側のアングル脚の上・下両端辺 CB, C'B' が水平面となす角度を α_j とし、柱取り付け側のアングル脚の上・下両端辺 AC, A'C' は水平とする。しかるとき、腹部アングルは 図-5 に示

図-5



すごとく、はりから Y_j, Z_j, M_j なる諸力を受け、AA' 線で固定された一種の片持ばりとみなすことができる。シートアングルと同様に軸力およびせん断力によるひずみエネルギーを無視し、さらに板 AA'C'C および BB'C'C の面内での曲げモーメントによるひずみエネルギーを無視すれば、腹部アングルのひずみエネルギーは M_j, Y_j による板 AA'C'C のねじりモーメントのひずみエネルギーとアングルの偶角部が剛であることから生ずるアングル脚と直角な面内の曲げモーメントによるひずみエネルギーとの和で与えられることとなり、再度 Castigliano の定理を適用すれば、腹部アングルのはり取り付けリベット線中点 B の変位 $\delta_{y_j}, \delta_{z_j}, \varphi_j$ とこれに働く諸力 Y_j, Z_j, M_j との関係式がつきのごとく求められる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{y_j} &= A_{cj} M_j + C_{ej} Y_j + F_j Z_j \\ \delta_{z_j} &= A_{sj} M_j + F_j Y_j + C_{sj} Z_j \\ \varphi_j &= \left\{ \frac{a_j}{GK} \sin^2 \theta_j + \frac{C_j}{D_j} \left(\frac{t_j}{I_j \cos \alpha_j} \right)^2 \frac{h_j^3}{12} \right\} \\ &\quad \times M_j + A_{cj} Y_j + A_{sj} Z_j \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、

$$A_{cj} = \frac{a_j b_j}{GK} \cos \gamma_j \sin^2 \theta_j, \quad A_{sj} = \frac{a_j b_j}{GK} \sin \gamma_j \sin^2 \theta_j$$

$$C_{ej} = \frac{a_j b_j^2}{GK} \cos^2 \gamma_j \sin^2 \theta_j + \frac{C_j}{B_j} \frac{\sin^2 \gamma_j}{\cos^2 \alpha_j}$$

$$C_{sj} = \frac{a_j b_j^2}{GK} \sin^2 \gamma_j \sin^2 \theta_j + \frac{C_j}{B_j} \frac{\cos^2 \gamma_j}{\cos^2 \alpha_j}$$

$$F_j = \frac{a_j b_j^2}{GK} \sin \gamma_j \cos \gamma_j \sin^2 \theta_j + \frac{C_j}{B_j} \frac{\sin \gamma_j \cos \gamma_j}{\cos^2 \alpha_j}$$

$$C_j = \frac{a_j^2 b_j^2}{\Pi_j} \left\{ a_j^2 (a_j \cos \alpha_j + \frac{4 b_j}{\cos \alpha_j}) \cos \alpha_j \cos^2 \theta_j + \frac{b_j^2}{3} \left(a_j \cos \alpha_j + \frac{b_j}{\cos^2 \alpha_j} \right) \right\} \cos^2 \alpha_j \sin^2 \theta_j$$

$$\begin{aligned} \Pi_j &= a_j^3 \left(a_j \cos^2 \alpha_j + \frac{4 b_j}{\cos \alpha_j} \right) \cos^2 \theta_j - 6 a_j^2 b_j^2 \cos \theta_j \\ &\quad + b_j^3 \left(4 a_j \cos \alpha_j + \frac{b_j}{\cos^2 \alpha_j} \right) \end{aligned}$$

$$B_j = E I_j, \quad I_j = t_j h_j^3 / 12, \quad D_j = E \cdot h_j^3 / 12,$$

$$K = \frac{1}{16} h_j t_j^3 f_i \left(\frac{h_j}{t_j} \right), \quad G = \text{アングルのせん断弾性係数,}$$

$$f_i(h_j/t_j) = \frac{16}{3} \left[1 - \frac{192}{\pi^2 (h_j/t_j)^2} \sum_{\mu=1}^{\infty} \frac{1}{\mu^2} \tanh \frac{\mu \pi h_j}{2 t_j} \right],$$

E = アングルの弾性係数 t_j = アングルの板厚

(4) 計算例

図-6 に示すごとく、両アングル脚のなす角度が $\theta_j = \pi/2$ でかつ傾斜角 $\alpha_j = \alpha$ なる腹部アングル2枚からなる左右対称な接合部の不完全剛結特性を求めればつぎのとおりである。

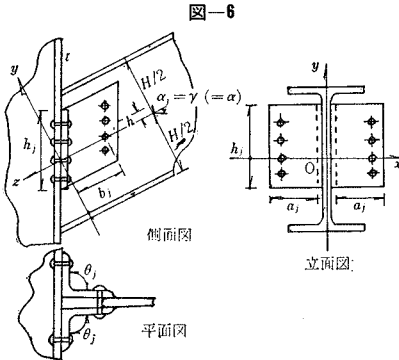


図-6 の直交座標 (x, y, z) を導入のうえ、式 (2) に示す接合部はりの力およびモーメントのつりあい条件式と式 (3) および式 (5) より接合アングルの変位に関する条件式を求め、えられる 9 元連立方程式を解けば、各アングルにはりから伝えられる諸力および反力 R_y, R_z 、接合部の回転角 ϕ が求まることとなるが、とくに $\phi < 1$ の場合について ϕ と M_0, N_0 および S_0 との関係式を算出し、その結果に式 (1) の関係を代入し、本題の接合部に算する不完全剛結特性 $1/Z$ を求めれば次式のごとくえられる。

$$1/Z = \kappa_{ns} \left[H_m H_c \frac{B_j}{C_j} + \frac{2 GK}{a_j b_j^2} \{ b_c b_j + d_j (b_j + d_j) + \frac{2 d_j^2}{\Gamma_j b_j^2} \} \right] \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 $\kappa_{ns} = 1 / \left\{ 1 - \frac{n}{2} H + s \left(b_j + d_j + \frac{H}{2} \tan \alpha \right) \right\}$,

$d_j = t_j \cot \frac{\theta_j}{2}$ (文献 1) の 2.(3) (注) 参照。

式 (6) において、 $\theta_j = \pi/2$ 、 $n = s = 0$ 、 $\alpha = 0$ とすれば、当然ながら、文献 1) の 2.(4) に示した M_0 のみが作用する水平直交アングル接合部に関する式 (17) と一致する。

表-1

Specimen	1/Z の値 ($\times 10^8 \text{ lb} \cdot \text{in}$)				
	$\alpha = 0^\circ$ の場合		$\alpha = 15^\circ$ の場合		$\alpha = 30^\circ$ の場合
	(1) 1/Z	(2) 1/Z	(2)/(1)	(3) 1/Z	(3)/(1)
1	0.0456	0.0472	1.035	0.0524	1.148
2	0.1856	0.1924	1.066	0.2143	1.154
3	0.2519	0.2609	1.036	0.2902	1.152
4	0.6463	0.6707	1.038	0.7487	1.158
5	0.8919	0.9248	1.037	1.0318	1.157
6	2.5737	2.6716	1.038	2.9896	1.162
7	3.6006	3.7336	1.037	4.1680	1.158

$\frac{1}{\cos 15^\circ} = 1.035$, $\frac{1}{\cos 30^\circ} = 1.155$

式 (6) の数値計算例として、アングル脚の諸寸法 (a_j, b_j, t_j, h_j) およびはりの桁高 H が文献 1) の 2.(4) で用いた Rathbun の実験⁹⁾における Specimen 1~7 と同じ値をもつものとし、また、 $\theta_j = \pi/2$ 、 $h = 0$ 、 $n = s = 0$ として、傾斜角 α が 15° および 30° の場合の不完全剛結特性を算出すれば表-1 の (2) および (3) 欄に示す諸値をえ、(1) 欄に示した文献 1) の (4) における結果 ($\alpha = 0^\circ$) と比較すれば、 $\alpha = 15^\circ$ の場合は約 4%, $\alpha = 30^\circ$ の場合は約 15~16% 大きく、これらの倍率はほ

表-2 1/Z の値 (lb·in) $\alpha = 30^\circ$

	(1) 軸力考慮		(2) せん断力考慮		(3) 軸力・せん断力考慮	
	κ_n	1/Z $\times 10^{-8}$	κ_s	1/Z $\times 10^{-8}$	κ_{ns}	1/Z $\times 10^{-8}$
1	1.092	0.0572	1.028	0.0539	1.126	0.0590
2	1.127	0.2415	1.032	0.2212	1.168	0.2503
3	1.127	0.3271	1.032	0.2995	1.168	0.3390
4	1.204	0.9014	1.041	0.7794	1.263	0.9456
5	1.204	1.2422	1.041	1.0741	1.263	1.3032
6	1.340	4.0061	1.054	3.1510	1.439	4.3020
7	1.340	5.5851	1.054	4.3931	1.439	5.9978

ここに $\kappa_n = 1 / \left(1 - \frac{nH}{2} \right)$, $\kappa_s = 1 / \left\{ 1 + s \left(b_j + d_j + \frac{H}{2} \tan \alpha \right) \right\}$
 $\kappa_{ns} = 1 / \left\{ 1 - \frac{nH}{2} + s \left(b_j + d_j + \frac{H}{2} \tan \alpha \right) \right\}$

ぼ $1/\cos \alpha$ に等しい。すなわち、接合部の傾斜角 α が増大すれば、その不完全剛結特性は大きくなることわかる。表-2 は

図-7

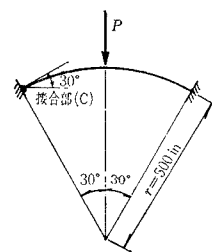


図-7 に示すごとき構造形式および荷重状態の円弧アーチについて、本例の接合部 (C) の不完全剛結特性に軸力およびせん断力がおよぼす影響を考察したものである。すなわち、表-2 の (1) 欄は式 (6) において $s = 0$ とし軸力のみ影響を考慮した場合で、はりの桁高 H が増せば不完全剛結特性は増大し、 $H = 18 \text{ in}$ の Specimen 7 では軸力無視の場合

(表-1 (3) 欄) より約 34% 増加している。(2) 欄は式 (6) において $n = 0$ とし、せん断力のみ影響を考慮したもので、軸力の場合にくらべてその影響は小さく、Specimen 7 のたかだか 5.4% が最も大きい程度に止まっている。(3) 欄は軸力およびせん断力の影響をともに考慮した場合の不完全剛結特性を示したもので、本例では (1), (2) 欄よりいずれも大きく、 $n = s = 0$ の場合よりも 13~44% 増加している。

3. クリアランスがある場合の解法

(1) 力およびモーメントのつりあい条件式

柱からの反力 R_y, R_z が弾性支承アングルに作用し、はりに直接働かない点を除けば、接合部のはりに働く諸力の関係は 2.(1) の場合と全く同じである。したがって、力およびモーメントのつりあい条件式は式 (2) において $R_y = R_z = 0$ とすればただちにえられ次式のごとくなる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^m Y_i + \sum_{j=1}^n Y_j - S_0 &= 0, & \sum_{i=1}^m Z_i + \sum_{j=1}^n Z_j + N_0 &= 0 \\ \sum_{i=1}^m (Z_i y_i - Y_i z_i + M_i) + \sum_{j=1}^n (Z_j y_j - Y_j z_j + M_j) & \\ & + N_0 y_n + S_0 z_s = M_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

ただし、 i, j は弾性支承アングルを含む。

(2) アングルの変位に関する条件式

接合部の回転中心はその最下端の弾性支承アングル上にあるが、これをはり取り付けリベット線中点にあるものと仮定し、この回転中心の y, z 方向の変位量を δ_{By}, δ_{Bz} で表わせば、各アングルの変位 $\delta_{y_i}, \delta_{z_i}$ は 2.(2) で求めた式 (3) 右辺の幾何学的変位量とこれら δ_{By}, δ_{Bz} を加え合せたものに等しい。よって、各アングルの変位に関する条件式としてつぎの諸式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{y_i} &= (y_i - y_B)(1 - \cos \phi) - (z_i - z_B) \sin \phi + \delta_{By} \\ \delta_{z_i} &= (z_i - z_B)(1 - \cos \phi) + (y_i - y_B) \sin \phi + \delta_{Bz} \\ \varphi_i &= \phi \quad (i = 1, 2, \dots, m) \end{aligned} \right\}$$

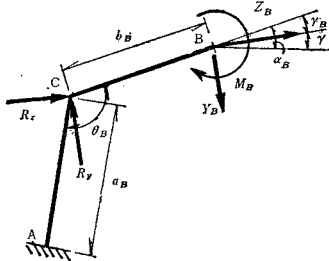
$$\left. \begin{aligned} \delta_{y_j} &= (y_j - y_B)(1 - \cos \phi) - (z_j - z_B) \sin \phi + \delta_{By} \\ \delta_{z_j} &= (z_j - z_B)(1 - \cos \phi) + (y_j - y_B) \sin \phi + \delta_{Bz} \\ \varphi_j &= \phi \quad (j=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \right\} (8)$$

ここに、点 (x_B, y_B, z_B) は回転中心点の座標であり、 i, j は弾性支承アングルを含まない。

(3) アングルの弾性変位

式 (8) 左辺の弾性支承アングル以外の接合アングルの弾性変位量 $\delta_{y_i}, \delta_{z_i}, \varphi_i, \delta_{y_j}, \delta_{z_j}, \varphi_j$ とこれに働く諸力との関係は式 (4) および式 (5) に示すとおりである。したがって、本節では弾性支承アングルの弾性変位量 $\delta_{By}, \delta_{Bz}, \varphi_B$ とこれに働く諸力との関係について述べる。

図-8



a) 弾性支承アングルがシート・アングルの場合：図-8 に示すごとく、弾性支承アングルは B 点ではりから伝えられる諸力 Y_B, Z_B, M_B のほかに C 点で柱からの反力 R_y, R_z を受ける。2.(3) a) におけると同様、シート・アングルを一種の片持ばりとし、曲げモーメントのみ考慮してひずみエネルギーを算出し、Castigliano の定理を適用すれば、シート・アングルの B および C 点の各変位とこれに働く諸力との関係式が求まるが、反力の作用点 C の変位は柱に拘束されるため 0 であることから R_y, R_z を消去して、B 点の変位 $\delta_{By}, \delta_{Bz}, \varphi_B$ と Y_B, Z_B, M_B との関係が求めればつぎのごとくえられる。

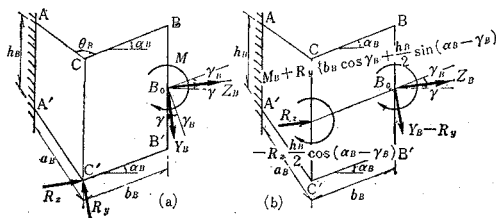
$$\left. \begin{aligned} B_B \delta_{By} &= A_{CB} M_B + C_{CB} Y_B + F_B Z_B \\ B_B \delta_{Bz} &= A_{SB} M_B + F_B Y_B + C_{SB} Z_B \\ B_B \varphi_B &= \frac{1}{4} (a_B + 4b_B) M_B + A_{CB} Y_B + A_{SB} Z_B \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

ここに、 $B_B = EI_B, \gamma_B = \alpha_B - \gamma, I_B = h_B^3 t_B^3 / 12, t_B =$ アングルの板厚

$$\begin{aligned} A_{CB} &= \frac{b_B}{4} (a_B + 2b_B) \cos \gamma_B \\ A_{SB} &= \frac{b_B}{4} (a_B + 2b_B) \sin \gamma_B \\ C_{CB} &= \frac{b_B^2}{12} (3a_B + 4b_B) \cos^2 \gamma_B \\ C_{SB} &= \frac{b_B^2}{12} (3a_B + 4b_B) \sin^2 \gamma_B \\ F_B &= \frac{b_B^2}{12} (3a_B + 4b_B) \sin \gamma_B \cos \gamma_B \end{aligned}$$

b) 弾性支承アングルが腹部アングルの場合：図-9 (a) に示すごとく、腹部アングルは B_0 点ではりから伝えられる諸力 $Y_B,$

図-9



Z_B, M_B のほかに C' 点で柱からの反力 R_y, R_z を受けるが、これを 図-9 (b) の荷重状態に置きかえることができる。したがって、2.(3) b) におけると同様、板 AA'C'C のねじりモーメントによるひずみエネルギーと、傾角部の剛節の条件から発生するアングル脚に直角な面内の曲げモーメントによるひずみエネルギーとを、このアングルの全ひずみエネルギーとして Castigliano の定理を用うれば、腹部アングルの B_0 点および C' 点の各変位とこれに作用する諸力との関係がえられるが、反力の作用点 C' の変位が柱で拘束されるため 0 であることから R_y, R_z を消去すれば、 B_0 点の変位 $\delta_{By}, \delta_{Bz}, \varphi_B$ がつぎのごとく算出される。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{By} &= \left(\frac{h_B}{2} \sin \gamma + b_B \cos \gamma_B \right) \varphi_B \\ \delta_{Bz} &= \left(\frac{h_B}{2} \cos \gamma + b_B \sin \gamma_B \right) \varphi_B \\ \left(\frac{2}{h_B G_B} + \frac{h_B}{2 C_B} \right) \varphi_B &= \frac{2}{h_B} M_B \\ &+ Y_B \left(\sin \gamma + \frac{2a_B}{h_B} \cos \gamma_B \right) \\ &+ Z_B \left(\cos \gamma + \frac{2b_B}{h_B} \sin \gamma_B \right) \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

ここに、 $G_B = \frac{a_B}{GK} \sin^2 \theta_B, C_B = \frac{C_B}{B_B \cos^2 \alpha_B}$

B_B, C_B は式 (5) における B_j, C_j においてサフィックス "j" の代りに "B" を用いたものである。

(4) 計算例

a) 腹部アングル 2 枚からなる接合部

図-6 の接合部において、クリアランスがある場合には腹部アングルは同時に弾性支承アングルであり、サフィックス "j" の代りにサフィックス "B" を用いて接合部の不完全剛結特性 $1/Z$ を求めれば次式のとおりである。

$$1/Z = \kappa_{ns}' \left(\frac{2GK}{a_B \sin^2 \theta_B} + \frac{B_B h_B^2 \cos^2 \alpha}{2C_B} \right) \dots (11)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \kappa_{ns}' &= 1 / \left\{ 1 - n \left(\frac{h_B}{2} \cos \alpha - h \right) \right. \\ &\quad \left. + s \left(b_B + \frac{h_B}{2} \sin \alpha - h \tan \alpha \right) \right\} \end{aligned}$$

式 (11) において、 $n=s=0, \alpha=0, \theta_B = \pi/2$ とすれば文献 1) の式 (26) と当然ながら一致する。

式 (11) の数値計算例として、表-1 と同じ接合部 ($n=s=0, \theta_B = \pi/2$) を用うれば 表-3 に示す結果となり、2.(4) の表-1 の結果に比すればいずれも小さい。また、 α が増すにつれ $1/Z$ は減少し、とくに Specimen 6 についてプロットすれば 図-10 のごとく $1/Z - \alpha$ 曲線となる。さらに、同じ Specimen 6 において、 $\alpha=0$ の場合の $1/Z$ と θ_B との関係を示せば 図-11 のごとく、 $\theta_B = \pi/2$ で $1/Z$ は $1.771 \times 10^8 \text{ lb.in.}$ であるが、 θ_B が小さくなるにつれて $1/Z$ は減少し、 $\theta_B = \pi/3.5$ 付近で最小と

表-3

Specimen	1/Z の値 ($\times 10^8 \text{ lb.in.}$)				
	$\alpha=0^\circ$ の場合		$\alpha=15^\circ$ の場合		$\alpha=30^\circ$ の場合
	1/Z	(2)	(2)/(1)	(3)	(3)/(1)
1	0.0110	0.0107	0.973	0.0100	0.909
2	0.105	0.103	0.881	0.0939	0.894
3	0.142	0.139	0.979	0.126	0.887
4	0.364	0.354	0.973	0.321	0.882
5	0.501	0.487	0.972	0.440	0.878
6	1.771	1.719	0.971	1.555	0.878
7	2.478	2.406	0.971	2.166	0.874

図-10 1/Z と α との関係

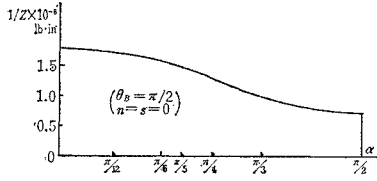


図-11 1/Z と θ_B との関係

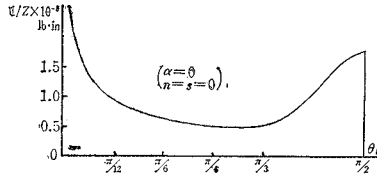
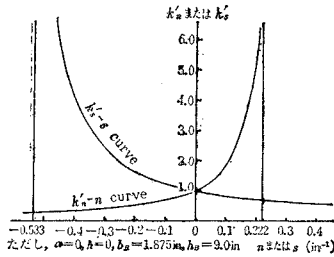


図-12



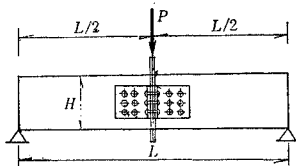
なり, さらに θ_B が小さくなれば $1/Z$ は逆に増大し, $\theta_B=0$ で無限大すなわち完全剛結となる。図-12 は軸力およびせん断力が $1/Z$ におよぼす影響を考察するため, n, s の種々の値について, $\kappa_n = 1/[1 - n(h_B/2 \cos \alpha - h)]$, $\kappa_s' = 1/[1 + s(b_B + h_B/2 \sin \alpha - h \tan \alpha)]$ を図示したもので, $n = 1/(h_B/2 \cos \alpha - h)$, および $s = -1/(b_B + h_B/2 \sin \alpha - h \tan \alpha)$ の場合に, κ_n, κ_s' はそれぞれ無限大となり, 接合部は完全剛結となる。表-4 は図-13 に示す Rathbun の直交アングル接合部 ($\alpha=0, \theta_j = \pi/2$) に関する実験装置から, 接合部に作用するモーメント ($M_0 = PL/4$) およびせん断力 ($S_0 = P/2$) を求め, 式 (1) よりえられる $s=2/L$ を用いて, せん断力の影響を調べたもので, せん断力を無視した場合に比較してその影響はたかだか 5% 程度にすぎない。

表-4 ($\alpha=0, \theta = \pi/2$)

	$1/Z \times 10^{-8}$ lb-in		$1/Z \times 10^{-8}$ lb-in
1	0.0103	5	0.477
2	0.100	6	1.683
3	0.136	7	2.355
4	0.346		

$\kappa_s' = 0.951$

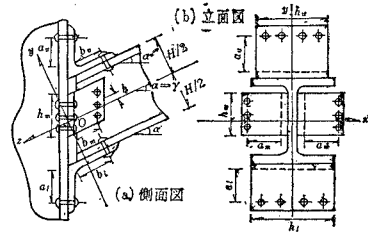
図-13



b) 上・下シート・アングルおよび腹部アングル 2 枚からなる接合部

図-14 に示すごとく, 上・下シート・アングル各 1 枚および腹部アングル 2 枚で構成され, 各アングルの傾斜角およびはり

図-14



軸の傾斜角がいずれも α であるとき接合部の不完全剛結特性を, S_0 を無視し, M_0, N_0 のみを考慮して求めれば次式の結果をうる。

$$\begin{aligned}
 1/Z = \kappa_n^n & \left[-\frac{2B_u}{a_u^2 \cos \alpha} H_s - \frac{1}{Y} \left\{ \frac{2b_l^2}{a_l + 4b_l} + \frac{2c_l}{G_m b_m B_l} \right. \right. \\
 & + d_l - d_m \left. \right\} \left[\frac{1}{2} A_m b_m S_m B_u \left\{ H_s \frac{b_u^2}{2} + G_u b_s \right. \right. \\
 & - \frac{a_u b_u}{6} (a_u + 2b_u) \cos \alpha + F_l G_u \left. \right\} \\
 & - E_u (S_m - F_l - b_c) \left. \right] + \frac{B_u}{Y} \left(H_s + \frac{2}{3} a_u \cos \alpha \right) \\
 & \times \left[\frac{1}{2} A_m b_m S_m \frac{B_u}{B_l} C_l \left\{ (a_u + a_u) \left(\frac{b_u^2}{2} - G_u \tan \alpha \right) \right. \right. \\
 & \times \frac{H_s}{L_u} + 1 \left. \right\} + H_s D \frac{b_u^2 (4a_u + b_u)}{6a_u^2 \cos \alpha} + \frac{b_u^2}{2} \left\{ -b_c \frac{C_l}{B_l} \right. \\
 & + b_s D + \frac{B_m}{2} F_l A_m S_m + \frac{C_l}{B_l} S_m \left. \right\} - \frac{b_u^3}{6} D \left. \right] \\
 & + \frac{d_u - d_m}{Y} \left[B_u D \left\{ b_s G_u + H_s \frac{b_u^2}{2} - \frac{a_u b_u}{6} (a_u + 2b_u) \right. \right. \\
 & \times \cos \alpha + F_l G_u \left. \right\} + \frac{B_u}{B_l} C_l G_u (S_m - F_l - b_c) \left. \right] \\
 & + 2 \left(H_c - \frac{C_m}{G_m b_m} \sin \alpha \cos \alpha \right) \frac{H_c}{C_m \cos^2 \alpha} + \frac{2}{G_m b_m} \\
 & \times (b_c + H_c \tan \alpha + F_l) + \frac{4B_l}{a_l + 4b_l} \left. \right] \dots \dots \dots (12)
 \end{aligned}$$

ここに,

$$G_m = \frac{a_m}{GK} \sin^2 \theta_m, C_m = C_m/B_m \cos^2 \alpha, A_m = \Gamma_m/\cos^2 \alpha,$$

$$\Gamma_m = \frac{C_m}{D_m} \left(\frac{t_m}{I_m} \right)^2 \frac{h_m^3}{12}, b_s = (b_u + d_u) - (b_l + d_l),$$

$$H_s = H + \frac{1}{2} (t_u + t_l), b_c = (b_m + d_m) - (b_l + d_l),$$

$$H_c = h + \frac{1}{2} (H + t_l),$$

θ_m = 腹部アングルの両アングル脚のなす角度,

$$S_m = \frac{b_m G_m}{G_m + A_m}, D_m = \frac{b_m}{2} A_m S_m + \frac{C_l}{B_l},$$

$$Y = \frac{b_m}{2} A_m S_m G_u \frac{B_u}{B_l} C_l + D E_u,$$

$$L_u = \frac{a_u^2}{12} [3b_u^2 - a_u(a_u + 4b_u) \sin \alpha] \cos \alpha,$$

$$G_u = \frac{a_u}{6} (a_u + 4b_u) \cos \alpha, E_u = \frac{a_u^2 b_u^2}{18} (a_u + b_u) \cos \alpha,$$

$$C_l = \frac{b_l^3 (a_l + b_l)}{3(a_l + 4b_l)}, F_l = b_l \cdot \frac{a_l + 2b_l}{a_l + 4b_l},$$

$$\kappa_n^n = 1 / \left\{ 1 - \frac{n}{2} (H + t_l) \right\}$$

式 (12) において, $\alpha=0, n=0, \theta_m = \pi/2$ とすれば, 水平直交アングル接合部に関する文献 1) の式 (29) と一致する。

接合アングルの諸寸法および桁高 H が Rathbun の実験における Specimen 11 と同じ値をもつものとし (文献 1) 表-3 参照), さらに $n=0$ として, 腹部アングルの両アングル脚がなす

図-15 1/Z と θ_m との関係

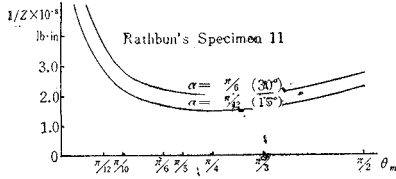


図-16 1/Z と α との関係

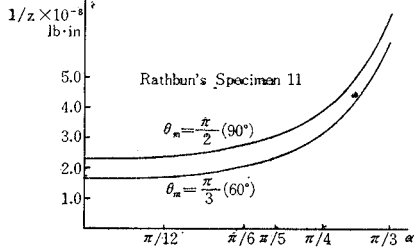
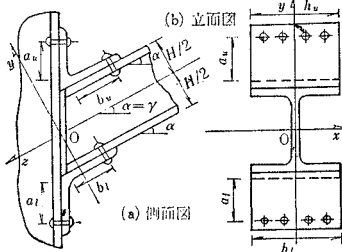


図-17



角度 θ_m および傾斜角 α と不完全剛結特性 $1/Z$ との関係を表式(12)より算出すれば図-15および図-16に示す結果となる。

c) 上・下シート・アングルからなる接合部

図-17に示す上・下シート・アングルのみからなる接合部は前節b)において腹部アングルの除いた特例として取扱え、式(12)において $G=0, B_m=0, D_m=0$ とすれば、ただちに不完全剛結特性 $1/Z$ がえられ次式となる。

$$1/Z = \kappa_n^n \left[-\frac{2B_u}{a_u^2 \cos \alpha} H_s - T \left(\frac{2b_l^2}{a_l + 4b_l} + d_l - d_u \right) \right. \\ \times \left\{ H_s \frac{b_u^2}{2} - \frac{a_u b_u}{6} (a_u + 2b_u) \cos \alpha + G_u (b_s + F_l) \right\} \\ + T \left(H_s + \frac{2}{3} a_u \cos \alpha \right) \left[\frac{B_u}{B_l} C_l (a_u + b_u) \right. \\ \times \left(\frac{b_u^2}{2} - G_u \tan \alpha \right) \frac{H_s}{L_u} + 1 \left. \right] + H_s \cdot \frac{b_u^3 (4a_u + b_u)}{6 a_u^2 \cos \alpha} \\ \left. + \frac{b_u^2}{2} (b_s + F_l) - \frac{b_u^3}{6} \right] + \frac{4B_l}{a_l + 4b_l} \Bigg] \quad (13)$$

ここに、 $T = B_u / \left(G_u \frac{B_u}{B_l} C_l + E_u \right)$ (13)

式(13)において、 $\alpha=0, n=0$ とすれば文献1)の式(30)と一致することは当然である。

4. 結 語

本法は、文献1)の拡張発展により、 M_0, N_0, S_0 が作用し、かつ傾斜角を有するとき一般的なアングル接合部の解法を提示したものであるが、本文の算例ではせん断力 S_0 が不完全剛結特性 $1/Z$ におよぼす影響はいずれも数パーセント程度で(表-2, 4参照)、実用的にはまずこれを無視して差し支えないといえる。しかし、荷重状態、構造形式および接合部の位置のいかんによってはせん断力 S_0 が曲げモーメント M_0 に比して著しく大となり、したがって、図-12に示すごとくせん断力 S_0 が $1/Z$ におよぼす影響はきわめて大きく、これを無視しえない場合も考えられる。軸力 N_0 の影響については、表-2に示すごとくせん断力 S_0 の場合に比較してかなり大きく、これを無視することはできない。しかし、アーチ効果がない水平部材に鉛直荷重が作用する場合は N_0 は微小であり、 $1/Z$ の算出に際しこれを無視して差し支えない。

結局、軸力 N_0 およびせん断力 S_0 が接合部の不完全剛結特性におよぼす影響が大であるか否かは、厳密には構造形式、荷重状態および接合部の位置によって定まるといふべきで、個々の例題において算出のうえ判断すべきものといえる。

参 考 文 献

- 1) 山崎徳也・樗木 武：曲げモーメントを伝える直交アングル接合部の不完全剛結特性の解法，土木学会論文集第130号，昭和41年6月
- 2) L.A. Beaufoy & A. Moharram：Derived Moment-Angle Curves for Web-Cleat Connections, Preliminary Publication, International Association for Bridge and Structural Engineering, 3rd Congress, Sept. 1948
Moment-Angle Curves for Combined Web and Flange Cleat Connections, Engineering, Vol. 168, Dec. 30, 1949.
- 3) J.E. Lothers：Advanced Design in Structural Steel, Prentice-Hall, Inc., 1960.
- 4) C. Rathbun：Elastic Properties of Riveted Connections, Trans. A.S.C.E., Vol. 101, 1936.
- 5) C. Batho & H.C. Rowan：Investigation Beam and Stanchion Connections, 2nd Report of the Steel Structures Research Committee, His Majesty's Stationery Office, 1934.
C. Batho & S.D. Lash：Further Investigations on Beam and Stanchion Connections, Final Report of the Steel Structures Research Committee, His Majesty's Stationery Office, 1936.

(1966.3.30・受付)

土木学会論文集編集委員

- | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|--------|----|-------|----|------|
| 委員長 | ○西村俊夫 | 副委員長 | ○嶋祐之 | 委員 | 丹保憲仁 | 委員 | 福本晴士 |
| 委員 | 青木康三 | 委員 | 柏谷衛一 | 〃 | 高野山隆 | 〃 | 二重井田 |
| 〃 | 赤塚山政成 | 〃 | 〇神工藤尚男 | 〃 | 塚山田村 | 〃 | 藤前松 |
| 〃 | 秋山博一 | 〃 | 国枝忍 | 〃 | 戸野昭夫 | 〃 | 田浦義尚 |
| 〃 | 阿岩楠洋 | 〃 | 神月良 | 〃 | 中野啓伸 | 〃 | 三田由武 |
| 〃 | 井島武士 | 〃 | 合田健吉 | 〃 | 西山和利 | 〃 | 官田尚彦 |
| 〃 | 宇井都一 | 〃 | 沢田彰 | 〃 | 西中野元彦 | 〃 | 森田下 |
| 〃 | 岡田明郎 | 〃 | 清水佐照 | 〃 | 沼田元彦 | 〃 | 〇山口 |
| 〃 | 奥村樹浩 | 〃 | 須田中淳七郎 | 〃 | 服部昌太郎 | 〃 | |
| 委員兼幹事 | 西脇威夫 | 〇印部会長 | | | | | |

昭和43年6月15日印刷
昭和43年6月20日発行

土木学会論文集第154号

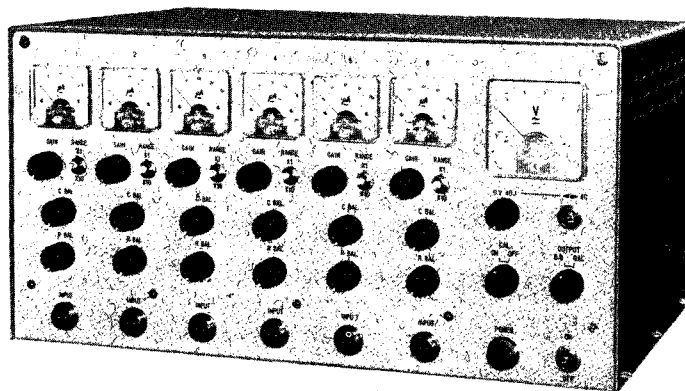
定価200円(〒20円)

編集兼発行者 東京都新宿区四谷一丁目
印刷者 東京都港区赤坂1-3-6

社団法人 土木学会 羽田 巖
株式会社 技報堂 大沼正吉

発行所 社団法人 土木学会 振替東京 16828 番
東京都新宿郵便局区内 新宿区四谷一丁目 電話(351)代表 5138 番

水理実験波高解析にどうぞ!!



(CA-101型 水位計増幅器)

- ☆波高計(抵抗式)と記録器をつなげばOK
- ☆簡単な取扱いで直線性良好
- ☆価格低廉
- ☆豊富な納入実績を持っています

カタログ請求先

計測技研株式会社

東京都武蔵野市中町3丁目29番地19号

TEL (0422) (51) 8958

コレックレイト

西ドイツ・トルクレット社の最新機
 工期短縮・工費節減に大きく役立ちます
 ●お申し込み次第資料をご送付致します

●営業種目＝特殊土木工事(トルクレットコンクリート吹付)、ボーリング、測量、地質調査、一般土木工事、建築、その他

開発工事株式会社 社長 前沢 肥
 東京都武蔵野市中町3丁目29番地19号(共益ビル)
 電話(東京) (0422) 2011(代表) (500) (直通)

PARTNER K12 パートナー エンジンカッター 切る

■誰でも切れる

スターターを引張るだけで誰にでも簡単にエンジンがかけられます。切断作業は一人で行い、特別の熟練を要しません。

■どこでも切れる

小型で軽量ですから持ち運びに至便です。その割に馬力は強く、どのような姿勢でも操作出来、どこでも切れます。

■何でも切れる

鉄、コンクリート、その他何でも切れます。ヒューム管、土管、鉄骨、鉄筋など土木建設、その他種々の業務の切断作業に威力を発揮します。

■はやく切れる

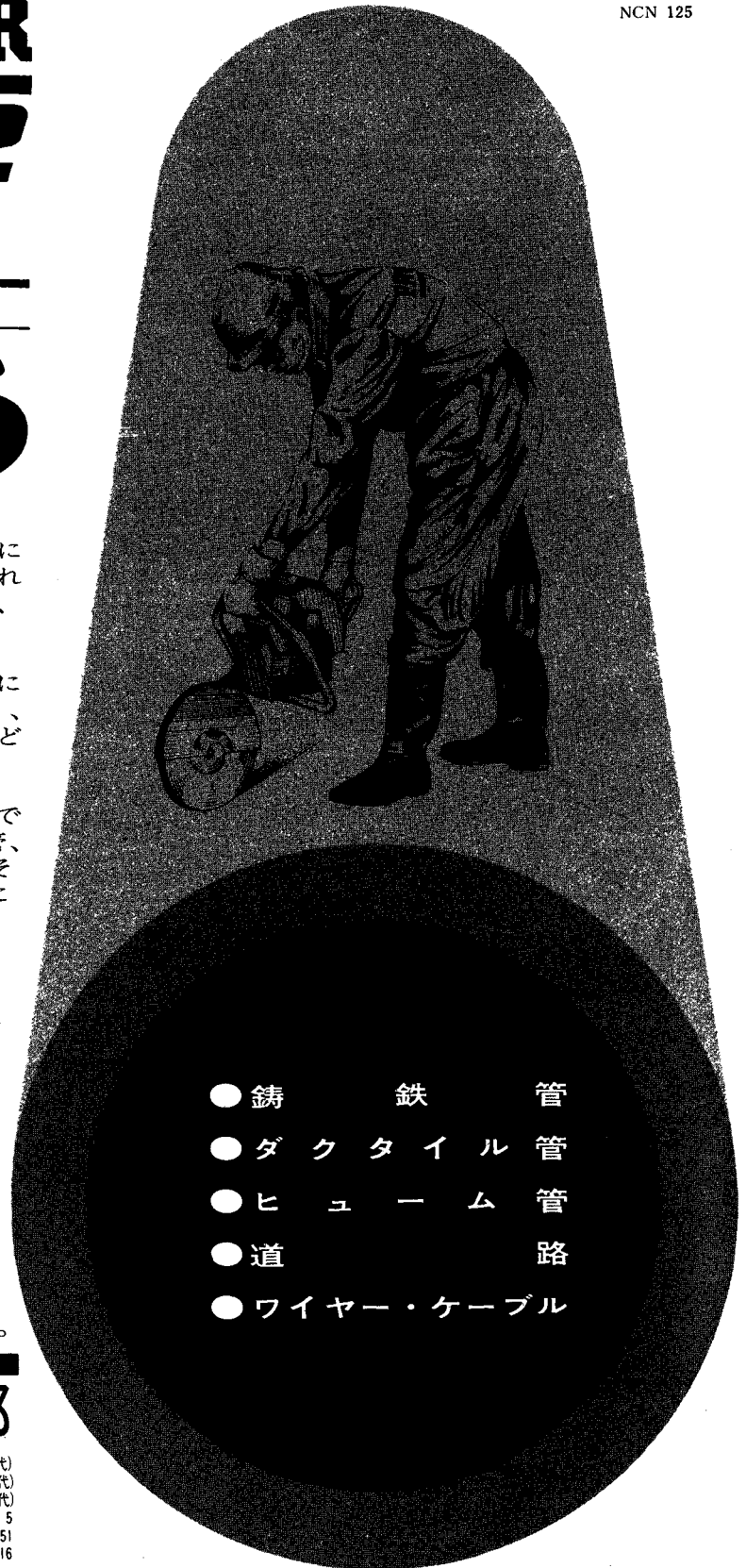
例えばコンクリート道路で3cmの深さ、15mの長さに要する切断時間はわずか約15分です。

■きれいに切れる

切口はきれいに切れます。切断作業の後バリトリとか仕上とかの必要はほとんどありません。

■安全に切れる

特にパートナーカッター用に製作したディスクを用いておりますので切断作業は極めて安全且、迅速に行えます。



- 鋳 鉄 管
- ダ ク タ イ ル 管
- ヒ ュ ー ム 管
- 道 路
- ワ イ ヤ ー ・ ケ ー ブ ル

日本アレン機械部

東京都豊島区巢鴨7丁目1875番地 TEL(944) 1711(代)
 本社 東京都千代田区内神田2丁目4-4 TEL(256) 6551(代)
 大阪支店 大阪市北区牛丸町55東洋ビル内 TEL(372) 4571(代)
 福岡営業所 福岡市露町149 TEL(53) 1515
 広島営業所 広島市三川町10-13 TEL広島(47) 6351
 北海道出張所 北海道苫小牧市音羽町13の11 TEL(苫小牧)2-5016