

剛結合折板構造理論と台形桁への応用

APPLICATION OF RIGID CONNECTED FOLDED PLATE THEORY TO TRAPEZOIDAL GIRDER

奥村 敏恵*・鈴木 康弘**
By Toshie Okumura and Yasuhiro Suzuki

1. はじめに

本研究ではいわゆる折板構造理論により開断面時の逆台形桁の解析を行なう。逆台形箱桁には橋梁の下部構造断面を小さくし車道幅員を大きくすることができること、美観上すぐれていることなどの利点が考えられるが閉合前の開断面時に不安定な性質を示す欠点がある。たとえばウェブが傾いていることによって、上フランジ上に作用する鉛直荷重は上フランジに水平変位を起こさせ全体としては桁断面の断面変形を生じさせる。これによって従来薄肉断面材がねじれをうける場合に考えられていたそり応力に似た応力や横方向の曲げ応力が発生し悪影響をおよぼす。

これを防ぐには桁の横方向に相当剛な断面形を保持するための補剛材を入れる必要がある。このような補剛材には隔壁、トラス、ラーメンなどの形式があるが、これらの補剛材の効果、および補剛材自身がうける応力については従来研究が少なく実際の設計にあたっては全く経験的な判断にたよっているといても過言ではない。補剛材のうける応力、補剛材が桁本体におよぼす影響を調べるにはまず補剛材をとり去った状態での桁の各点の応力、変形が断面変形を考慮して解かれねばならない。従来の薄肉ばりに関する理論では断面形状が一定に保たれるという前提のもとに理論体系が作られているので、これに基づくことはできないが、折板構造理論では断面変形を許しているので比較的簡単に断面変形を考慮して薄肉ばりを解析することができる。

折板構造理論は1929年 Craemer¹⁾が初めてその基本的考え方を発表して以来 Ehlers²⁾, Öhlig, Grüning³⁾, Flügge⁴⁾, Girkmann⁵⁾ などによって多くの研究⁷⁾がなされている。この理論の初期のものは、ピン結合折板構造理論（またはシェルの考え方に対応して折板構造の膜理論）とよばれ、薄肉断面を構成する平板要素の結合線（稜）がピン結合されていると仮定し各板のシャイベとしての作用だけを考えたものである。しかしこの理論では大きな誤差を生ずる場合が多く、とくに鋼薄肉開断面桁など

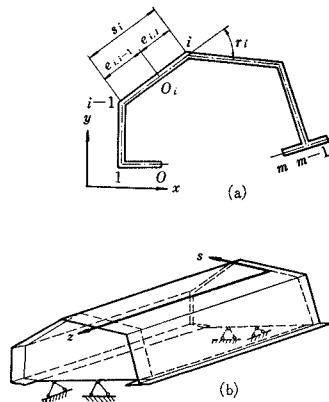
ではこの傾向が著しい。したがって本研究では主として剛結合折板構造理論（またはシェルに対応して折板構造の曲げ理論とも呼ばれる）によって解析している。この理論の場合には稜線で横方向の曲げモーメントが伝達されるよう剛に結合されているとするので、各稜の相対変位によって各平板は板としての作用をうけるが、折板構造理論の考え方ではこの板作用のうち桁軸に直角方向の曲げモーメントのみを考え、その他の板としての抵抗内力を無視することによって解析を単純化している。

最近の折板構造に関する研究では V.Z. Vlasov⁸⁾ が直交関数系を利用した有用な方法をあみ出し、Günther, Lacher⁹⁾などはこれを凸形断面に適用しているが、この理論は開断面に対してはかなりたたない。またアメリカなどではマトリックスによる解析の研究¹⁰⁾が数多くなされていて計算を単純化、組織化するためのアイデアが出されているが、本研究では従来の応力法により基本方程式を与えている。

2. 基本方程式

一般的な基本方程式を導くにあたって、図-1(a)に示すように、 m 個の平板の連なりからなりたつ多角形状の開いた断面を対象とする。桁端で各板は図-1(b)に示すように横方向のダイアフラムを介して支持されているものとする。このダイアフラムは桁端での断面変形を完全に防ぐが、各母線の桁軸方向の変位は拘束しな

図-1 対象とする構造系



* 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工博 桜田機械工業 KK 技術部

い。図-1 (a) において O_i は板 i の重心, s_i は稜 $i-1, i$ 間の距離, $e_{i,i-1}, e_{i,i}$ は O_i から稜 $i-1, i$ までの距離, r_i は板 i と板 $i+1$ がなす角である。また 図-1 (b) に示すように桁軸方向の座標 z , 周辺座標 s をとる。

理論上の仮定は

(1) 板厚は稜間隔に比して十分小さく稜間隔は桁支間に比して十分小さいものとする。

(2) 断面を構成する各板要素の内部では桁軸方向の直ひずみは直線分布をなし, 平面保持の仮定がなりたつものとする (ただし従来の曲げねじれ理論におけるそりと同じように全断面に対する平面保持の仮定は一般に保証しない)。

(3) 各板の面内変位に対してせん断変形を無視する。すなわち変形前に母線に直角であった断面は変形後もその母線に直角である。

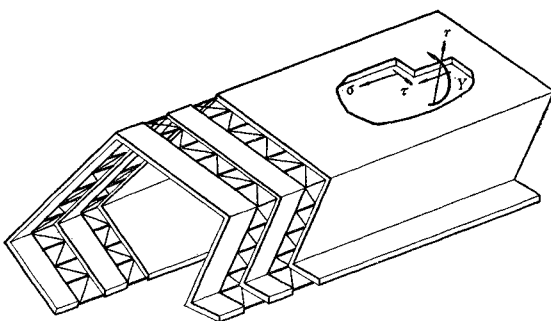
(4) 各板の板としての剛性のうち桁軸に直角方向 (横方向) の曲げ剛性のみを考慮し, 桁軸方向の曲げ剛性, およびねじれ剛性は無視するが, これは稜間隔が桁支間に比して十分小さければなりたつ, ピン結合理論では横方向の曲げ剛性も考えなくてよい。

(5) 各板の St. Venant のねじれ剛性を無視する。これは従来の曲げねじれ理論においても, 開断面では St. Venant のねじれ抵抗よりも曲げねじれ (そり) 抵抗の方が重要になり St. Venant のねじれの方は無視しても誤差が少ないということから十分妥当と考えられる。

(6) 変形は微量で変形後も外力の方向はかわらない。

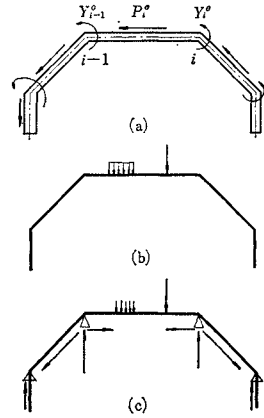
以上の仮定によって断面内に生ずる応力または内力は 図-2 に示すように版作用による軸方向応力 σ とこれに付随するせん断応力 τ および板作用による横方向の曲げモーメント Y とこれに付随するせん断力 r である。このような構造系をモデル化すれば 図-2 に示すようにラーメンをリンクで結合したものになる。

図-2 力学的モデル, 応力および内力



これらの内力と外力のつり合いおよび変形の適合条件から基本式を導くが外力としては, 図-3 (a) に示すように各板の面内荷重 P_i^0 (版荷重と呼ぶ) および稜に作用する横方向のトルク荷重 Y_i^0 を考える。図-3 (b) の

図-3



ように稜間に作用する荷重は 図-3 (c) のように稜を移動しない支点と考え, ラーメンとしての反力, 支点モーメントを計算しそれを逆方向に各稜に載荷し最終的には版荷重 P_i^0 とトルク荷重 Y_i^0 の形にすることができる。

(1) ピン結合折板構造の基本方程式

ピン結合折板構造はそれ自体高次の不静定構造であったこれを解くには各稜で各板を切断し (この切断された各板を単板と呼ぶ) 切断された個々の板を基本系とし不静定力としては稜において板 $i-1$ から i に伝達されるせん断応力 t_i をとる。

図-4

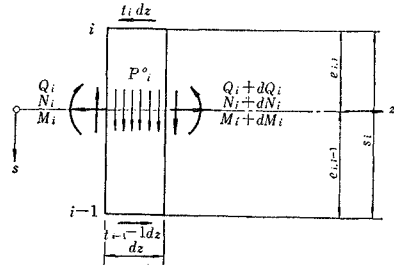


図-4 に示す微小要素のつり合いから

$$\left. \begin{aligned} \frac{dQ_i}{dz} &= -P_i^0 \\ \frac{dN_i}{dz} &= t_i - t_{i-1} \\ \frac{dM_i}{dz} &= Q_i - (t_i e_{i,i} + t_{i-1} e_{i,i-1}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

上式から Q_i を消去し, さらに稜におけるひずみの適合条件

$$\epsilon_i = \frac{1}{E} \left(\frac{N_i}{F_i} + \frac{M_i}{I_i} e_{i,i} \right) = \frac{1}{E} \left(\frac{N_{i+1}}{F_{i+1}} - \frac{M_{i+1}}{I_{i+1}} e_{i+1,i} \right)$$

を用いて, M, N を消去すれば

$$\left(\frac{e_{i,i-1} e_{i,i}}{I_i} - \frac{1}{F_i} \right) t'_{i-1} + \left[\left(\frac{e_{i,i}^2}{I_i} + \frac{1}{F_i} \right) + \left(\frac{e_{i+1,i}^2}{I_{i+1}} + \frac{1}{F_{i+1}} \right) \right] t'_i + \left(\frac{e_{i+1,i} e_{i+1,i+1}}{I_{i+1}} - \frac{1}{F_i} \right) \times t'_{i+1} = -\frac{e_{i,i}}{I_i} P_i^0 - \frac{e_{i+1,i}}{I_{i+1}} P_{i+1}^0 \dots\dots\dots(2)$$

ここで F_i, I_i は板 i の断面積および断面二次モーメントであり ($'$) は z に関する微分を表わす。仮定よりすべての板は端ダイヤフラムによって単純支持の状態にあるので、さらに荷重 P_i^0 もすべての板に対して相似であることを仮定すれば上式を 2 回積分し、

$$T_i = \int_0^z t_i(z) dz, \quad M_i^0 = - \int_0^z \int_0^z P_i^0(z) dz dz$$

を用いて

$$\left(\frac{e_{i,i-1} e_{i,i}}{I_i} - \frac{1}{F_i} \right) T_{i-1} + \left[\left(\frac{e_{i,i}^2}{I_i} + \frac{1}{F_i} \right) + \left(\frac{e_{i+1,i}^2}{I_{i+1}} + \frac{1}{F_i} \right) \right] T_i + \left(\frac{e_{i+1,i} e_{i+1,i+1}}{I_{i+1}} - \frac{1}{F_{i+1}} \right) \times T_{i+1} = \frac{e_{i,i}}{I_i} M_i^0 + \frac{e_{i+1,i}}{I_{i+1}} M_{i+1}^0 \dots (3)$$

ここで M_i^0 は外力 P_i^0 による単板のモーメントを意味する。式 (3) を T について解くと、

$$T_i = \sum_{j=1}^m k_{i,j} P_j^0 \dots (4)$$

の形になる。この式を利用して内力 M_i, N_i は

$$\left. \begin{aligned} N_i &= \sum_{j=1}^m (k_{i,j} - k_{i-1,j}) M_j^0 \\ M_i &= M_i^0 - (T_{i-1} e_{i,i-1} + T_i e_{i,i}) = \sum_{j=1}^m K_{ij} M_j^0 \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} K_{ij} &= 1 - (e_{i,i} k_{i,i} + e_{i,i-1} k_{i-1,i}) \quad (i=j) \\ &= -(e_{i,i} k_{i,i} + e_{i,i-1} k_{i-1,i}) \quad (i \neq j) \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

稜における桁軸方向の直応力は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{i,i} &= -\frac{M_i^0}{I_i} e_{i,i} + \left(\frac{e_{i,i}^2}{I_i} - \frac{1}{F_i} \right) T_i \\ &\quad + \left(\frac{e_{i,i} e_{i,i-1}}{I_i} - \frac{1}{F_i} \right) T_{i-1} \\ \sigma_{i,i-1} &= \frac{M_i^0}{I_i} e_{i,i-1} - \left(\frac{e_{i,i} e_{i,i-1}}{I_i} - \frac{1}{F_i} \right) T_i \\ &\quad - \left(\frac{e_{i,i-1}^2}{I_i} + \frac{1}{F_i} \right) T_{i-1} \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

となり稜間では直線変化する。せん断応力 τ は板厚 d として 図-5 (a) を参照し

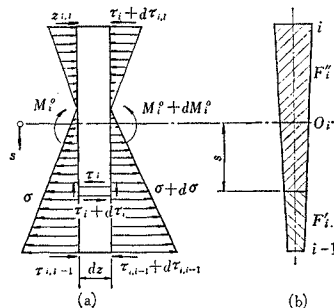
$$\begin{aligned} d_i \tau_i &= -d_i \int \frac{d \sigma_i}{dz} dz = \frac{Q_i}{I_i} S_i - (\tau_{i,i} d_{i,i}) \\ &\quad \times \left(\frac{S_i e_{i,i}}{I_i} - \frac{F_i'}{F_i} \right) - (\tau_{i,i-1} d_{i,i-1}) \\ &\quad \times \left(\frac{S_i}{I_{i-1}} e_{i,i-1} - \frac{F_i''}{F_i} \right) \dots (8) \end{aligned}$$

ここで F_i', F_i'' は 図-5 (b) に示すような断面積であり、 S_i は F_i' の O_i に関する断面一次モーメントである。また $\tau_{i,i}, \tau_{i,i-1}$ は板 i の稜 $i, i-1$ におけるせん断応力で、

$$\tau_{i,i} = \frac{1}{d_{i,i}} \sum_{j=1}^m k_{i,j} Q_j^0, \quad \tau_{i,i-1} = \frac{1}{d_{i,i-1}} \sum_{j=1}^m k_{i+1,j} Q_j^0$$

で表わされる。つぎに各板の面内変位 ξ_i は

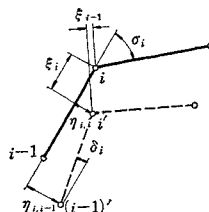
図-5



$$\frac{d^4 \xi}{dz^4} = -\frac{1}{EI_i} \cdot \frac{d^2 M_i}{dz^2} = -\frac{1}{EI_i} \sum_{j=1}^m k_{i,j} P_j^0 \dots (9)$$

を積分することによって求まる。図-6 に示すような稜の変位 η は、

図-6 変位



$$\left. \begin{aligned} \eta_{i,i-1} &= \left(\frac{\xi_{i-1} - \xi_i}{\cos \tau_{i-1}} - \xi_i \right) \frac{1}{\tan \tau_{i-1}} \\ \eta_{i,i} &= \left(\xi_i - \frac{\xi_{i+1}}{\cos \tau_i} \right) \frac{1}{\tan \tau_i} \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

ここで η は $i-1$ から i をみて右側にくるときを正とする。板 i のねじれ角 ϑ_i は時計回りを正として、

$$\begin{aligned} \vartheta_i &= \frac{1}{S_i} (\eta_{i,i} - \eta_{i,i-1}) \\ &= -\frac{1}{S_i} \left[\frac{\xi_{i-1}}{\sin \tau_{i-1}} - \left(\frac{1}{\tan \tau_{i-1}} + \frac{1}{\tan \tau_i} \right) \xi_i + \frac{\xi_{i+1}}{\sin \tau_i} \right] \dots (11) \end{aligned}$$

(2) 剛結合折板構造の基本方程式

稜で両側の板が剛結されている場合にはピン結合折板構造を基本系とし、さらに稜における横方向モーメント Y_i を不静定量として導入する。 Y_i を決定するには稜における交角が変形後も保たれるという条件を用いる。基本系における計算ではまず稜せん断力に対する式はピン結合折板構造の場合と全く同じ形になるが、その荷重項 P_i^0 の中には横方向モーメントの反力による分が含まれてくることを考慮せねばならない。荷重 P_i^0 の中の外力による分を $P_{i,0}^0$ 、稜モーメントによる分を $P_{i,r}^0$ とおくと、

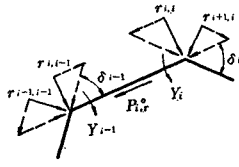
$$P_i^0 = P_{i,0}^0 + P_{i,r}^0$$

$P_{i,r}^0$ は、図-7 のように横方向モーメント Y の方向を正にとると、

$$\tau_{i,i} = -\tau_{i,i-1} = -\frac{1}{S_i} (Y_i - Y_{i-1})$$

なる反力が生ずるのでこの反力を逆向きに稜荷重として

図-7 付加的版荷重



作用させ、これによる版荷重を求めると、

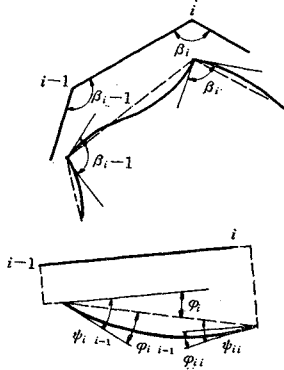
$$\begin{aligned}
 P_{i,r}^0 = & -\frac{Y_{i-2}}{s_{i-1} \sin \tau_{i-1}} + \left(\frac{1}{s_{i-1} \sin \tau_{i-1}} + \frac{1}{s_i \tan \tau_{i-1}} \right. \\
 & + \left. \frac{1}{s_i \tan \tau_i} \right) Y_{i-1} - \left(\frac{1}{s_i \tan \tau_{i-1}} + \frac{1}{s_i \tan \tau_i} \right. \\
 & + \left. \frac{1}{s_{i+1} \sin \tau_i} \right) Y_i + \frac{Y_{i+1}}{s_{i+1} \sin \tau_i} \\
 = & b_{i,i-2} Y_{i-2} + b_{i,i-1} Y_{i-1} + b_{i,i} Y_i + b_{i,i+1} Y_{i+1} \\
 & \dots\dots\dots(13)
 \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 b_{i,i-2} = & -\frac{1}{s_{i-1} \sin \tau_{i-1}} \\
 b_{i,i-1} = & \frac{1}{s_{i-1} \sin \tau_{i-1}} + \frac{1}{s_i \tan \tau_{i-1}} + \frac{1}{s_i \tan \tau_i} \\
 b_{i,i} = & -\left(\frac{1}{s_i \tan \tau_{i-1}} + \frac{1}{s_i \tan \tau_i} + \frac{1}{s_{i+1} \sin \tau_i} \right) \\
 b_{i,i+2} = & \frac{1}{s_{i+1} \sin \tau_i} \\
 & \dots\dots\dots(14)
 \end{aligned}$$

稜における交角の適合条件は、稜における回転角 φ を3つの成分に分解して考える(図-8)。

図-8



- ψ : 稜モーメントによる接線回転角
- ω : 外力による接線回転角
- ϑ : 稜の相対変位による部材回転角

そうすると、

$$\begin{aligned}
 \varphi_{i,i} = & \psi_{i,i} + \vartheta_{i,i} + \omega_{i,i} \\
 \varphi_{i+1,i} = & \psi_{i+1,i} + \vartheta_{i+1,i} + \omega_{i+1,i}
 \end{aligned}$$

交角がかわらないという条件 $\varphi_{i,i} + \varphi_{i+1,i} = 0$ は

$$(\psi_{i+1,i} + \psi_{i,i}) + (\vartheta_{i+1,i} + \vartheta_{i,i}) + (\omega_{i+1,i} + \omega_{i,i}) = 0$$

各回転角の成分は

$$\begin{aligned}
 \psi_{i,i} = & \frac{s_i}{6 D_i} (2 Y_i + Y_{i-1}) \\
 \psi_{i,i-1} = & \frac{s_i}{6 D_i} (Y_i + 2 Y_{i-1})
 \end{aligned}$$

$$\omega_{i,i} = \frac{s_i}{6 D_i} (2 Y_i^0 + Y_{i-1}^0)$$

$$\omega_{i,i-1} = \frac{s_i}{6 D_i} (Y_i^0 + 2 Y_{i-1}^0)$$

$$\begin{aligned}
 \vartheta_{i,i} + \vartheta_{i+1,i} = & \frac{1}{s_i \sin \tau_{i-1}} \xi_{i-1} - \left(\frac{1}{s_i \tan \tau_{i-1}} + \frac{1}{s_i \tan \tau_i} \right. \\
 & + \left. \frac{1}{s_{i+1} \sin \tau_i} \right) \xi_i + \left(\frac{1}{s_i \sin \tau_i} + \frac{1}{s_i \tan \tau_i} \right. \\
 & + \left. \frac{1}{s_{i+1} \tan \tau_{i+1}} \right) \xi_{i+1} - \frac{\xi_{i+2}}{s_{i+1} \sin \tau_{i+1}} \\
 = & a_{i,i-1} \xi_{i-1} + a_{i,i} \xi_i + a_{i,i+1} \xi_{i+1} + a_{i,i+2} \xi_{i+2}
 \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 a_{i,i-1} = & \frac{1}{s_i \sin \tau_{i-1}} \\
 a_{i,i} = & -\left(\frac{1}{s_i \tan \tau_{i-1}} + \frac{1}{s_i \tan \tau_i} + \frac{1}{s_{i+1} \sin \tau_i} \right) \\
 a_{i,i+1} = & \frac{1}{s_i \sin \tau_i} + \frac{1}{s_i \tan \tau_i} + \frac{1}{s_{i+1} \tan \tau_{i+1}} \\
 a_{i,i+2} = & -\frac{1}{s_{i+1} \sin \tau_{i+1}} \\
 & \dots\dots\dots(15)
 \end{aligned}$$

以上の各成分を式(13)に代入すると、

$$\begin{aligned}
 Y_{i-1} \frac{s_i}{6 D_i} + Y_i \left(\frac{s_i}{3 D_i} + \frac{s_{i+1}}{3 D_{i+1}} \right) + Y_{i+1} \frac{s_{i+1}}{6 D_{i+1}} \\
 + a_{i,i-1} \xi_{i-1} + a_{i,i} \xi_i + a_{i,i+1} \xi_{i+1} + a_{i,i+2} \xi_{i+2} \\
 = - \left[\frac{s_i}{6 D_i} Y_{i-1}^0 + \left(\frac{s_i}{3 D_i} + \frac{s_{i+1}}{3 D_{i+1}} \right) Y_i^0 \right. \\
 \left. + \frac{s_{i+1}}{6 D_{i+1}} Y_{i+1}^0 \right] \dots\dots\dots(16)'
 \end{aligned}$$

さらに

$$\begin{aligned}
 d^4 \xi_i / dz^4 = & -\frac{1}{EI_i} \sum_{j=1}^m K_{i,j} P_j^0 \\
 = & -\frac{1}{EI_i} \sum_{j=1}^m K_{i,j} (P_{j,0}^0 + P_{j,r}^0)
 \end{aligned}$$

であるから、式(15)を4回微分して上式を代入すると

$$\begin{aligned}
 Y_{i-1}^{\text{IV}} \frac{s_i}{6 D_i} + Y_i^{\text{IV}} \left(\frac{s_i}{3 D_i} + \frac{s_{i+1}}{3 D_{i+1}} \right) + Y_{i+1}^{\text{IV}} \frac{s_{i+1}}{6 D_{i+1}} \\
 - \sum_{j=1}^m \left[\frac{a_{i,i-1}}{EI_{i-1}} K_{i-1,j} + \frac{a_{i,i}}{EI_i} K_{i,j} + \frac{a_{i,i+1}}{EI_{i+1}} K_{i+1,j} \right. \\
 \left. + \frac{a_{i,i+2}}{EI_{i+2}} K_{i+2,j} \right] (b_{j,j-2} Y_{j-2} + b_{j,j-1} Y_{j-1} \\
 + b_{j,j} Y_j + b_{j,j+1} Y_{j+1}) \\
 = \sum_{j=1}^m \left[\frac{a_{i,i-1}}{EI_{i-1}} K_{i-1,j} + \frac{a_{i,i}}{EI_i} K_{i,j} + \frac{a_{i,i+1}}{EI_{i+1}} K_{i+1,j} \right. \\
 \left. + \frac{a_{i,i+2}}{EI_{i+2}} K_{i+2,j} \right] P_{j,0}^0 - \left[\frac{s_i}{6 D_i} Y_{i-1}^0 \right. \\
 \left. + \left(\frac{s_i}{3 D_i} + \frac{s_{i+1}}{3 D_{i+1}} \right) Y_i^0 + \frac{s_{i+1}}{6 D_{i+1}} Y_{i+1}^0 \right] \\
 \dots\dots\dots(16)
 \end{aligned}$$

上式を

$$\begin{aligned}
 Y_{i-1}^{\text{IV}} \frac{s_i}{6 D_i} + Y_i^{\text{IV}} \left(\frac{s_i}{3 D_i} + \frac{s_{i+1}}{3 D_{i+1}} \right) + Y_{i+1}^{\text{IV}} \frac{s_{i+1}}{6 D_{i+1}} \\
 + \sum_{j=1}^m A_{i,j} Y_j = P_i \dots\dots\dots(17)
 \end{aligned}$$

とおき係数 $A_{i,j}$ および荷重項 P_i を整理計算すると、

$$\begin{aligned}
 A_{i,j} = & \frac{1}{EI_{i-1}} \cdot \frac{1}{s_i r_{i-1}} \left[\frac{K_{i-1,j+2}}{s_{j+1} \sin r_{j+1}} - \left(\frac{1}{s_{j+1} \sin r_j} + \frac{1}{s_{j+1} \tan r_j} + \frac{1}{s_{j+1} \tan r_{j+1}} \right) K_{i-1,j+1} + \left(\frac{1}{s_j \tan r_{j-1}} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{s_j \tan r_j} + \frac{1}{s_{j+1} \sin r_j} \right) K_{i-1,j} - \frac{K_{i-1,j-1}}{s_j \sin r_{j-1}} \right] - \frac{1}{EI_i} \left(\frac{1}{s_i \sin r_{i-1}} + \frac{1}{s_i \tan r_i} + \frac{1}{s_{i+1} \tan r_i} \right) \\
 & \times \left[\frac{K_{i,j+2}}{s_{j+1} \sin r_{j+1}} - \left(\frac{1}{s_j \sin r_j} + \frac{1}{s_{j+1} \tan r_j} + \frac{1}{s_{j+1} \tan r_{j+1}} \right) K_{i,j+1} + \left(\frac{1}{s_j \tan r_{j-1}} + \frac{1}{s_j \tan r_j} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{s_{j+1} \sin r_j} \right) K_{i,j} - \frac{K_{i,j-1}}{s_j \sin r_{j-1}} \right] + \frac{1}{EI_{i+1}} \left(\frac{1}{s_i \tan r_{i-1}} + \frac{1}{s_i \tan r_i} + \frac{1}{s_{i+1} \sin r_i} \right) \times \left[\frac{K_{i+1,j+2}}{s_{j+1} \sin r_{j+1}} \right. \\
 & \left. - \left(\frac{1}{s_j \sin r_j} + \frac{1}{s_j \tan r_j} + \frac{1}{s_{j+1} \tan r_{j+1}} \right) K_{i+1,j+1} + \left(\frac{1}{s_j \tan r_{j-1}} + \frac{1}{s_j \tan r_j} + \frac{1}{s_{j+1} \sin r_j} \right) K_{i+1,j} \right. \\
 & \left. - \frac{K_{i+1,j-1}}{s_j \sin r_{j-1}} \right] - \frac{1}{EI_{i+2}} \cdot \frac{1}{s_{i+1} \sin r_j} \times \left[\frac{K_{i+2,j+2}}{s_{j+1} \sin r_{j+1}} - \left(\frac{1}{s_j \sin r_j} + \frac{1}{s_{j+1} \sin r_j} + \frac{1}{s_{j+1} \tan r_{j+1}} \right) K_{i+2,j+1} \right. \\
 & \left. + \left(\frac{1}{s_j \tan r_{j-1}} + \frac{1}{s_j \tan r_j} + \frac{1}{s_{j+1} \sin r_j} \right) K_{i+2,j} - \frac{K_{i+2,j-1}}{s_j \sin r_{j-1}} \right] \dots \dots \dots (18)
 \end{aligned}$$

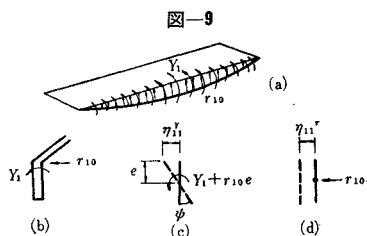
$$\begin{aligned}
 P_i = & - \sum_{j=1}^m \left[\frac{1}{EI_{i-1}} \cdot \frac{K_{i-1,j}}{s_i \sin r_{i-1}} - \frac{1}{EI_i} \left(\frac{1}{s_i \tan r_{i-1}} + \frac{1}{s_i \tan r_i} + \frac{1}{s_{i-1} \sin r_i} \right) K_{i-1,j} \right. \\
 & \left. + \frac{1}{EI_{i+1}} \left(\frac{1}{s_i \sin r_i} + \frac{1}{s_i \tan r_i} + \frac{1}{s_{i+1} \tan r_{i+1}} \right) K_{i+1,j} - \frac{1}{EI_{i+2}} \cdot \frac{K_{i+2,j}}{s_{i+1} \sin r_{i+1}} \right] P^0_{j,0} \\
 & - \left[\frac{s_i}{6 D_i} Y^0_{i-1} + \left(\frac{s_i}{3 D_i} + \frac{s_{i+1}}{3 D_{i+1}} \right) Y^0_i + \frac{s_{i+1}}{6 D_{i+1}} Y^0_{i+1} \right] \dots \dots \dots (19)
 \end{aligned}$$

式 (17) を未知数 Y について解けば式 (11) より Y による版荷重が定まり、これと版荷重 $P_i^0 = P^0_{i,0} + P^0_{i,r}$ を用いればすべての力学量がピン結合折板構造の場合の式と同じ形で求まる。ただしこれらの式は高階の連立微分方程式であること、また縁板 1, m についてはつぎに述べるように特別な考慮が必要であることから実際には三角級数解によらざるをえない。

(3) 縁板

開いた断面の場合、最縁の板は横方向に切り出したラ－メンの端部条件を規制するものであってこのような板に対しては特別な考慮を払い式 (17) を修正する必要がある。すなわち断面が変形すれば稜 1, $m-1$ にも稜モーメントが生ずるが、たとえば板 1 を切りはなして考えると板 1 の一方の縁は自由縁なので反力 r_{10} につり合う力がない。そこで縁板はねじれをうける棒、または 3 辺支持の板と考えるとその内力を考えなければつり合いがとれない。一般に縁板はねじれに対して剛に作られることが多いこと、また橋梁のフランジの場合には板幅に比して長さが長いことから平板としての作用を考えるよりもねじれをうける棒と考えた方が妥当である。すなわち稜 1, $m-1$ に生ずる横方向モーメントを計算にとり入れるため板 1 に作用するねじれモーメント $Y_1 + e \cdot r_{10}$ に対する反力として板 1 の St. Venant のねじれ抵抗を考える。

図-9 (a) のように Y_1 が正弦波級数であらわされて



いるときには r_{10} も同じ形になる。

$$Y_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{Y}_1 \sin \alpha_n z$$

$z=0, l$ で $\eta^r=0, d^2 \eta^r / dz^2 = 0$ なる条件で解いて

$$\eta^r = \frac{\bar{r}_{10}}{E J_{d1} \alpha_n^2} \sin \alpha_n z$$

そこで、 $\eta^r + \eta^r = 0$ なる条件を用いると

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{r}_{10} = & - \frac{e}{e^2 + \frac{2(1+\nu) J_1}{J_{d1}} \cdot \frac{1}{\alpha_n^2}} \bar{Y}_1 = -C_n Y_1 \\
 C_n = & \frac{e}{e^2 + \frac{2(1+\nu) J_1}{J_{d1}} \cdot \frac{1}{\alpha_n^2}}
 \end{aligned} \right\} \dots (20)$$

そうすると、

$$\begin{aligned}
 \bar{\psi}_{10} = & \frac{2(1+\nu)}{E J_{d1} \alpha_n^2} (1 - C_n \cdot e) \bar{Y}_1 = \frac{C'_n}{E} \bar{Y}_1 \\
 C'_n = & \frac{J_{d1} / J_1}{e^2 + \frac{2(1+\nu) J_1}{J_{d1}} \cdot \frac{1}{\alpha_n^2}}
 \end{aligned}$$

式 (20) の関係を用いると式 (13) より

$$\begin{aligned}
 \bar{P}^0_{1,r} = & \left(-\frac{C_n}{\tan r_1} + \frac{1}{s_2 \sin r_1} \right) \bar{Y}_1 - \frac{1}{s_2 \sin r_1} \bar{Y}_2 \\
 r_{10} = & \sum_{n=1}^{\infty} \bar{r}_{10} \sin \alpha_n z
 \end{aligned}$$

いま板 1 を稜モーメント Y_1 と r_{10} の偏心によるねじれモーメントをうける棒と考えるとその時の回転角 ψ は板 1 の St. Venant のねじれ剛性を $G J_{d1}$ とし n 番の項だけを考え、

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 \psi}{dz^2} = & - \frac{1}{G J_{d1}} (Y_1 + r_{10} e) \\
 = & - \frac{2(1+\nu)}{E J_{d1}} (\bar{Y}_1 + \bar{r}_{10} e) \sin \alpha_n z
 \end{aligned}$$

$z=0, l$ で $\psi=0$ なる条件で積分し、

$$\psi = \frac{2(1+\nu)}{E J_{d1} \alpha_n^2} (\bar{Y}_1 + \bar{r}_{10} e) \sin \alpha_n z$$

この回転による稜1の変位 η^Y は、

$$\eta^Y = \psi \cdot e = \frac{2(1+\nu)e}{EJ_{d1}\alpha_n^2} (\bar{Y}_1 + \bar{r}_{10}e) \sin \alpha_n z$$

一方 r_{10} による変位 η^r は板1の面外曲げ剛性を EJ_1 として

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^4 \eta^r}{dz^4} &= \frac{r_{10}}{EJ_1} = \frac{\bar{r}_{10}}{EJ_1} \sin \alpha_n z \\ \bar{P}_{2,r} &= - \left(-\frac{C_n}{\sin r_1} + \frac{1}{s_2 \tan r_1} + \frac{1}{s_2 \tan r_2} \right) \bar{Y}_1 \\ &+ \left(\frac{1}{s_2 \tan r_2} + \frac{1}{s_2 \tan r_2} + \frac{1}{s_3 \sin r_2} \right) \bar{Y}_2 \\ &- \frac{\bar{Y}_3}{s_3 \sin r_2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(21)$$

式(13), 式(21)を比較して

$$\left. \begin{aligned} b_{1,1} &= 0, \quad b_{1,2} = 0, \quad b_{1,3} = -\frac{C_n}{\tan r_1}, \\ b_{1,4} &= -\frac{1}{s_2 \sin r_1}, \\ b_{2,1} &= 0, \\ b_{2,2} &= - \left(-\frac{C_n}{\sin r_1} + \frac{1}{s_2 \tan r_1} + \frac{1}{s_2 \tan r_2} \right) \\ b_{2,3} & \text{以下は式(14)と同じ} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(22)$$

また稜1においては

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_{1,1} &= 0 \\ \vartheta_{2,1} &= -\frac{1}{s_2} \left[\frac{\bar{\xi}_1}{\sin r_1} - \left(\frac{1}{\tan r_1} + \frac{1}{\tan r_2} \right) \bar{\xi}_2 + \frac{\bar{\xi}_3}{\sin r_2} \right] \\ \bar{\psi}_{1,1} &= \frac{C_n'}{E} \bar{Y}_1 \\ \bar{\psi}_{2,1} &= \frac{s_2}{6D_2} (2Y_1 + \bar{Y}_2) \end{aligned} \right\}$$

以上の関係を用いて稜1における適合条件は、

$$\left(\frac{C_n'}{E} + \frac{s_2}{3D_2} \right) \bar{Y}_1 + \frac{s_2}{6D_2} \bar{Y}_2 - \frac{1}{s_2 \sin r_1} \bar{\xi}_1 + \frac{1}{s_2} \times \left(\frac{1}{\tan r_1} + \frac{1}{\tan r_2} \right) \bar{\xi}_2 - \frac{\bar{\xi}_3}{s_2 \sin r_2} = -(\omega_{1,1} + \omega_{2,1})$$

式(15)と比較して

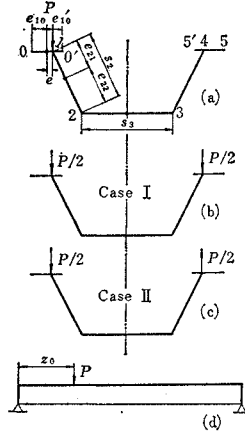
$$\left. \begin{aligned} a_{1,1} &= 0, \quad a_{1,2} = -\frac{1}{s_2 \sin r_1} \\ a_{1,3} &= \frac{1}{s_2} \left(\frac{1}{\tan r_1} + \frac{1}{\tan r_2} \right), \quad a_{1,4} = -\frac{1}{s_2 \sin r_2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(23)$$

$a_{2,1}$ 以下は式(15)と同じになる。したがって縁板の付近で a, b なる係数を上に与えたように修正するだけでよい。ただし最後の板 m についても上に述べた1に関するものと同じ式が得られることに注意しなければならない。

3. 開断面台形桁への応用

2. で述べた折板構造理論を図-10(a)に示すような理論化された開断面逆台形桁に応用する。桁は1軸対称で折板構造理論の仮定に合致するような端部ダイアフラムをもつとする。これは実際の構造でも橋軸に直角な方

図-10



向には非常に剛で橋軸方向にはほとんど拘束をおよぼさないと考えられるダイアフラムがあることから妥当と考えられる。またその他の中間横方向補剛材はなんら無いものとする。荷重は上フランジとウェブの交点に作用する鉛直荷重のみを考える。その場合断面の対称性から荷重を図-10(b), (c)に示すように対称荷重(Case I), 反対称荷重(Case II)に分解すると便利である。Case I は曲げ荷重状態 Case II はねじれ荷重状態に対応する。

(1) ピン結合折板構造としての解

まず3せん断方程式(3)の解は断面の対称性から T_1, T_2 ($T_3 = \pm T_2$) だけを考えればよく、

$$\begin{aligned} T_1 \left(\frac{e^2}{I_1} + \frac{1}{F_1} + \frac{e_{21}^2}{I_2} + \frac{1}{F_2} \right) + T_2 \left(\frac{e_{21}e_{22}}{I_2} - \frac{1}{F_2} \right) \\ = \frac{e}{I_1} M_1^0 + \frac{e_{21}}{I_2} M_2^0 \\ T_1 \left(\frac{e_{21}e_{22}}{I_2} - \frac{1}{F_2} \right) + T_2 \left(\frac{e^2}{I_2} + \frac{1}{F_2} + \frac{e_{32}^2}{I_3} + \frac{1}{F_3} \right) \\ + T_3 \left(\frac{e_{32}^2}{I_3} - \frac{1}{F_3} \right) = \frac{e_{22}}{I_2} M_2^0 + \frac{e_{32}}{I_3} M_3^0 \end{aligned}$$

の2式で十分である。

a) Case I $T_3 = -T_2, T_4 = -T_1 (M_{3,0} = 0)$ から

$$\left. \begin{aligned} T_1 = -T_4 = k_{11}M_1^0 + k_{12}M_2^0 \\ T_2 = -T_3 = k_{21}M_1^0 + k_{22}M_2^0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} d &= \left(\frac{e^2}{I_1} + \frac{1}{F_1} + \frac{e_{21}^2}{I_2} + \frac{1}{F_2} \right) \left(\frac{e^2}{I_2} + \frac{1}{F_2} + \frac{2}{F_3} \right) \\ &- \left(\frac{e_{21}e_{22}}{I_2} - \frac{1}{F_2} \right)^2 \\ k_{11} &= \frac{1}{d} \left(\frac{e^2}{I_2} + \frac{1}{F_2} + \frac{2}{F_3} \right) \frac{e}{I_1} \\ k_{12} &= \frac{1}{d} \left\{ \left(\frac{e^2}{I_2} + \frac{1}{F_2} + \frac{1}{F_3} \right) \frac{e_{21}}{I_2} - \left(\frac{e_{21}e_{22}}{I_2} - \frac{1}{F_2} \right) \frac{e_{22}}{I_2} \right\} \\ k_{21} &= -\frac{1}{d} \left(\frac{e_{21}e_{22}}{I_2} - \frac{1}{F_2} \right) \frac{e}{I_1} \\ k_{22} &= \frac{1}{d} \left\{ \left(\frac{e^2}{I_1} + \frac{1}{F_1} + \frac{e_{21}^2}{I_2} + \frac{1}{F_2} \right) \frac{e_{32}}{I_2} \right. \\ &- \left. \left(\frac{e_{21}e_{22}}{I_2} - \frac{1}{F_2} \right) \frac{e_{21}}{I_2} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(25)$$

b) Case II $T_3 = T_2, T_4 = T_1$

$$\left. \begin{aligned} T_1 = T_4 = k_{11}M_1^0 + k_{12}M_2^0 + k_{13}M_3^0 \\ T_2 = T_3 = k_{21}M_1^0 + k_{22}M_2^0 + k_{23}M_3^0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(26)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned}
 d &= \left(\frac{e^2}{I_1} + \frac{1}{F_1} + \frac{e_{21}^2}{I_2} + \frac{1}{F_2} \right) \left(\frac{e_{22}^2}{I_2} + \frac{1}{F_2} + \frac{2e_{32}^2}{I_3} \right) \\
 &\quad - \left(\frac{e_{21}e_{22}}{I_2} - \frac{1}{F_2} \right)^2 \\
 k_{11} &= \frac{1}{d} \left(\frac{e_{22}^2}{I_2} + \frac{1}{F_2} + \frac{2e_{32}^2}{I_3} \right) \frac{e}{I_1} \\
 k_{12} &= \frac{1}{d} \left\{ \left(\frac{e_{22}^2}{I_2} + \frac{1}{F_2} + \frac{2e_{32}^2}{I_3} \right) \frac{e_{21}}{I_2} \right. \\
 &\quad \left. - \left(\frac{e_{21}e_{22}}{I_2} - \frac{1}{F_2} \right) \frac{e_{22}}{I_2} \right\} \\
 k_{13} &= -\frac{1}{d} \left(\frac{e_{21}e_{22}}{I_2} - \frac{1}{F_2} \right) \frac{e_{32}}{I_3} \\
 k_{21} &= -\frac{1}{d} \left(\frac{e_{21}e_{22}}{I_2} - \frac{1}{F_2} \right) \frac{e}{I_1} \\
 k_{22} &= \frac{1}{d} \left\{ \left(\frac{e^2}{I_1} + \frac{1}{F_1} + \frac{e_{21}^2}{I_2} + \frac{1}{F_2} \right) \frac{e_{22}}{I_2} \right. \\
 &\quad \left. - \left(\frac{e_{21}e_{22}}{I_2} - \frac{1}{F_2} \right) \frac{e_{21}}{I_2} \right\} \\
 k_{23} &= \frac{1}{d} \left(\frac{e^2}{I_1} + \frac{1}{F_1} + \frac{e_{21}^2}{I_2} + \frac{1}{F_2} \right) \frac{e_{32}}{I_3}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(27)$$

稜荷重 $P/2$ は集中荷重として稜 1,4 上を移動するものとすれば版荷重は、

$$\begin{aligned}
 P_1^0 &= \frac{P}{2} \tan \theta \\
 P_2^0 &= -\frac{P}{2} \sec \theta
 \end{aligned}$$

なる集中荷重となり、この集中版荷重による M^0 モーメントは

$$\left. \begin{aligned}
 M_1^0 &= \frac{P}{2} \tan \theta g(z, z_0) \\
 M_2^0 &= -\frac{P}{2} \sec \theta g(z, z_0) \\
 M_3^0 &= 0
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(28)$$

ここで z は着目点、 z_0 は荷重点の座標で

$$\left. \begin{aligned}
 g(z, z_0) &= \frac{1}{L} z(L-z_0) \quad z \leq z_0 \\
 &= \frac{1}{L} z_0(L-z) \quad z \geq z_0
 \end{aligned} \right\}$$

式 (28) を式 (24), (26) に代入して

$$\begin{aligned}
 T_1 &= (k_{11} \tan \theta - k_{12} \sec \theta) \\
 &\quad \times \frac{P}{2} g(z, z_0) = K_1 \cdot \frac{P}{2} g(z, z_0) \\
 T_2 &= (k_{21} \tan \theta - k_{22} \sec \theta) \\
 &\quad \times \frac{P}{2} g(z, z_0) = K_2 \cdot \frac{P}{2} g(z, z_0)
 \end{aligned}$$

と表わすと、

$$\begin{aligned}
 M_1 &= M_1^0 - eT_1 = \frac{P}{2} (\tan \theta - k_1 e) g(z, z_0) \\
 M_2 &= M_2^0 - (e_{21}T_1 + e_{22}T_2) = \\
 &\quad -\frac{P}{2} (\sec \theta + e_{21}K_1 + e_{22}K_2) g(z, z_0) \\
 M_3 &= M_3^0 - \frac{d_3}{2} (T_2 + T_3) = 0 \quad \text{Case I} \\
 &= -s_3 K_2 \frac{P}{2} g(z, z_0) \quad \text{Case II}
 \end{aligned}$$

$$N_1 = T_1 - T_0 = \frac{P}{2} K_1 g(z, z_0)$$

$$N_2 = T_2 - T_1 = \frac{P}{2} (K_2 - K_1) g(z, z_0)$$

これらのモーメント、軸力を用いて橋軸方向の直応力は

$$\sigma = \frac{M_i}{I_i} s + \frac{N_i}{F_i}$$

から求まる。また変形は

$$\xi_1 = \frac{M_1}{6EI_1} f(z, z_0) = \frac{P}{12EI_1} (\tan \theta - eK_1) f(z, z_0)$$

$$\xi_2 = \frac{M_2}{6EI_2} f(z, z_0) = -\frac{P}{12EI_2}$$

$$\times (\sec \theta + e_{21}K_1 + e_{22}K_2) f(z, z_0)$$

$$\xi_3 = 0$$

Case I

$$= -\frac{P}{12EI_3} s_3 K_2 f(z, z_0) \quad \text{Case II}$$

ここで $f(z, z_0)$ は $g(z, z_0)$ を積分したもので

$$\left. \begin{aligned}
 f(z, z_0) &= \left(1 - \frac{z_0}{L}\right) \{L^2 - (L-z_0)^2 - z^2\} z \quad z \leq z_0 \\
 &= \left(1 - \frac{z}{L}\right) \{L^2 - (L-z)^2 - z_0^2\} z_0 \quad z \geq z_0
 \end{aligned} \right\}$$

(2) 剛結合折板構造としての解

2. で述べたようにこの場合には三角級数解を利用する。各板は単純支持の状態にあることから外力を、

$$P_{i,0} = \sum_n \bar{P}_{i,0} \sin \alpha_n z \quad \alpha_n = n\pi/L \dots\dots\dots(29)$$

で表わすと、未知モーメント Y_i も

$$Y_i = \sum_n \bar{Y}_i \sin \alpha_n z \dots\dots\dots(30)$$

の形に表わされることになる。各級数項の係数は上にバーをつけて表わすが、以下の演算では n 番目の 1 項だけを考える。

まず稜モーメント \bar{Y}_i による付加荷重 $\bar{P}_{i,r}$ は、

$$r_1 = r_4 = -r_2 = -r_3 = \frac{\pi}{2} - \theta \quad h = s_2 \sec \theta$$

を用いて式 (14), (32) から

a) Case I $Y_1 = Y_4, Y_2 = Y_3$

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{P}_{1,r} &= -\left(C_n \tan \theta + \frac{1}{h}\right) \bar{Y}_1 - \frac{1}{h} \bar{Y}_2 \\
 \bar{P}_{2,r} &= C_n \sec \theta \bar{Y} \\
 \bar{P}_{3,r} &= 0
 \end{aligned} \right\} \dots\dots(31)$$

b) Case II $Y_1 = -Y_4, Y_2 = -Y_3$

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{P}_{1,r} &= -\left(C_n \tan \theta + \frac{1}{h}\right) \bar{Y}_1 + \frac{1}{h} \bar{Y}_2 \\
 \bar{P}_{2,r} &= C_n \sec \theta \bar{Y}_1 + \frac{2}{s_3} \sec \theta \bar{Y}_2 \\
 \bar{P}_{3,r} &= \frac{2}{h} \bar{Y}_1 - \left(\frac{2}{h} + \frac{4}{s_3} \tan \theta\right) \bar{Y}_2
 \end{aligned} \right\} \dots\dots(32)$$

未知モーメント \bar{Y}_i を求めるための式は式 (16'), (23) から

$$\left[\frac{1}{GJ_{d1}} (1 - C_n e) \frac{1}{\alpha_n^2} + \frac{s_2}{3D_2} \right] \bar{Y}_1 + \frac{s_2}{6D_2} \bar{Y}_2 + \frac{1}{h} (\bar{\xi}_3 - \bar{\xi}_1) = 0$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{s_2}{6D_2} \bar{Y}_1 + \left(\frac{s_2}{3D_2} + \frac{s_3}{3D_3} \right) \bar{Y}_2 + \frac{s_3}{6D_3} \bar{Y}_3 \\ & + \frac{1}{s_3} \{ (\bar{\xi}_4 + \bar{\xi}_2) \sec \theta - 2\bar{\xi}_3 \tan \theta \} \\ & - \frac{1}{h} (\bar{\xi}_3 - \bar{\xi}_1) = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(33)$$

上の2式を解くかわりに簡単のため上の2式の和と第1式を連立させ、さらに ξ を $\bar{P}_{i,0}$ と \bar{Y}_i を用いて書き表わし整理すると

$$\left. \begin{aligned} & A_1 \bar{Y}_1 + A_2 \bar{Y}_2 = \bar{P}_1 \\ & A_3 \bar{Y}_1 + A_4 \bar{Y}_2 = \bar{P}_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(34)$$

の形になる。ここで各係数はつぎのようになる。

a) Case I $Y_1 = Y_4, Y_2 = Y_3, \xi_4 = -\xi_2, \xi_3 = 0$

$$\left. \begin{aligned} & \bar{P}_1 = 0 \\ & \bar{P}_2 = K_{11} \bar{P}_{10} + K_{12} \bar{P}_{20} \\ & A_1 = \frac{2(1+\nu)}{EJ_{d1}} (1 - C_n e) \frac{1}{\alpha_n^2} + \frac{s_2}{2D_2} \\ & A_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{s_2}{D_2} + \frac{s_3}{D_3} \right) \\ & A_3 = EI_1 h \left[\frac{2(1+\nu)}{EJ_{d1}} (1 - C_n e) \frac{1}{\alpha_n^2} + \frac{s_2}{3D_2} \right] \alpha_n^4 \\ & \quad + C_n (K_{11} \tan \theta - K_{12} \sec \theta) + \frac{K_{11}}{h} \\ & A_4 = EI_1 h \alpha_n^4 \cdot \frac{s_2}{6D_2} - \frac{K_{11}}{h} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(35)$$

b) Case II $Y_1 = -Y_4, Y_2 = -Y_3, \xi_4 = \xi_2$

$$\left. \begin{aligned} & \bar{P}_1 = -(C_{11} \bar{P}_{10} + C_{12} \bar{P}_{20}) \\ & \bar{P}_2 = -(C_{21} \bar{P}_{10} + C_{22} \bar{P}_{20}) \\ & A_1 = \frac{s_3}{2} \left[\frac{1}{EI_{d1}} (1 - C_n e) \frac{1}{\alpha_n^2} + \frac{s_2}{2D_2} \right] \alpha_n^4 \\ & \quad - C_{11} \left(C_n \tan \theta + \frac{1}{h} \right) + C_{12} \cdot C_n \sec \theta \\ & \quad + C_{13} \frac{2}{h} \\ & A_2 = \frac{s_3}{2} \left(\frac{s_2}{2D_2} + \frac{s_3}{6D_3} \right) \alpha_n^4 + \frac{C_{11}}{h} + C_{12} \cdot \frac{2}{s_3} \tan \theta \\ & \quad - C_{13} \left(\frac{2}{h} + \frac{4}{s_3} \tan \theta \right) \\ & A_3 = h \left(\frac{2(1+\nu)}{EI_{d1}} (1 - C_n e) + \frac{s_2}{3D_2} \right) \\ & \quad - C_{21} \left(C_n \tan \theta + \frac{1}{h} \right) + C_{22} \cdot C_n \sec \theta \\ & \quad + C_{23} \frac{2}{h} \\ & A_4 = h \cdot \frac{s_2}{6D_2} \cdot \alpha_n^4 + \frac{C_{21}}{h} + C_{22} \cdot \frac{2}{s_3} \sec \theta \\ & \quad - C_{23} \left(\frac{2}{h} + \frac{4}{s_3} \tan \theta \right) \\ & C_{1,i} = \frac{K_{2,i}}{EI_2} \sec \theta - \frac{K_{3,i}}{EI_3} \tan \theta \\ & C_{2,i} = \frac{K_{3,i}}{EI_3} - \frac{K_{1,i}}{EI_1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(36)$$

$K_{i,j}$ は式(6)から、 $k_{i,j}$ は式(25), (27)から求まる。各 n に対して \bar{Y}_1, \bar{Y}_2 が求まれば各板の内力、変形は

$$\left. \begin{aligned} & P_i = \Sigma \bar{P}_i^0 \sin \alpha_n z \quad \bar{P}_i^0 = \bar{P}_{i,0} + \bar{P}_{i,r} \\ & T_i = \Sigma \bar{T}_i \sin \alpha_n z \quad \bar{T}_i = \Sigma_{j=1}^3 K_{i,j} \bar{P}_j^0 / \alpha_n^2 \\ & M_i = \Sigma \bar{M}_i \sin \alpha_n z \quad \bar{M}_i = \Sigma_{j=1}^3 K_{i,j} \bar{P}_j^0 / \alpha_n^2 \\ & \xi_i = \Sigma \bar{\xi}_i \sin \alpha_n z \quad \bar{\xi}_i = \frac{1}{EI_i} \Sigma_{j=1}^3 K_{i,j} \bar{P}_j^0 / \alpha_n^4 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(37)$$

4. 数値計算例

以上の結果を用いて数値計算例を行なった。計算例として用いた断面は図-11に示すような寸法のもので材質は後で述べる模型実験に対照させるため真ちゅうとし、その弾性定数としては $E = 1.08 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, \nu = 0.3$ をとった。

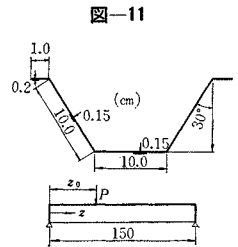


図-12(a)~(g)はCase Iに対する計算結果を、図-13(a)~(f)はCase IIに対する計算結果を示す。まず図-12(a), (b)は上フランジの水平変位をピン結合折板構造理論、剛結合折板構造理論について比較したもので、これからピン結合折板構造理論では非常に大きな計算値が与えられ、これは後で述べる模型実験の結果と比較しても過大であり、逆台形桁をピン結合折板構造と考

図-12(a) ξ_1 (ピン結合折板理論)

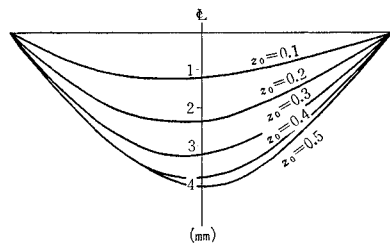


図-12(b) ξ_1 (剛結合折板理論)

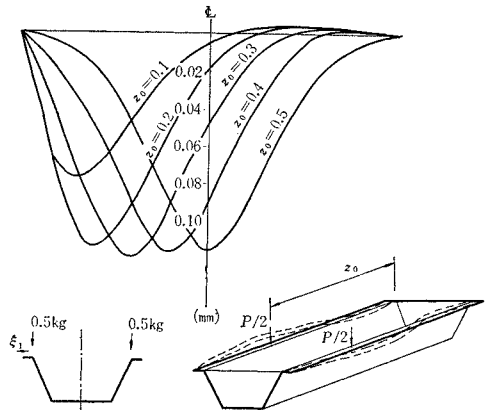


図-12(c) ϑ_2 (剛結合折板理論)

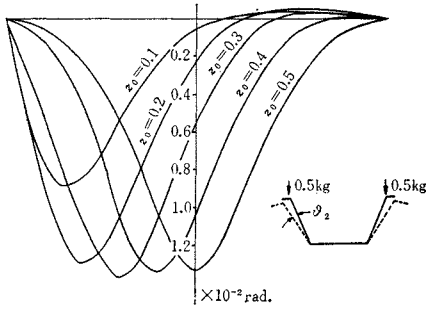


図-12(d) η_{23} (剛結合折板理論)

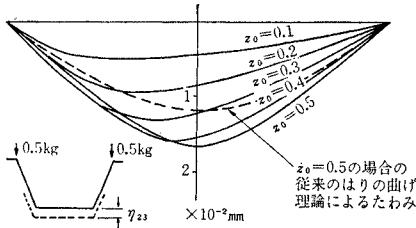


図-12(e) σ_0 (剛結合折板理論)

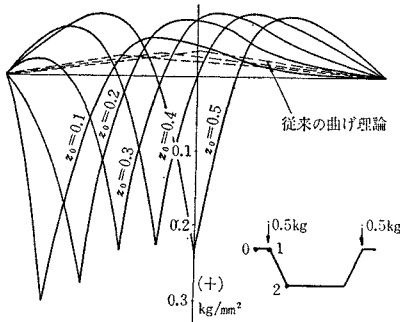


図-12(f) σ_1 (剛結合折板理論)

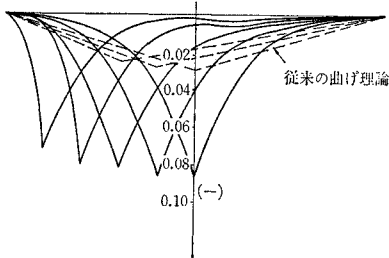


図-12(g) σ_2 (剛結合折板理論)

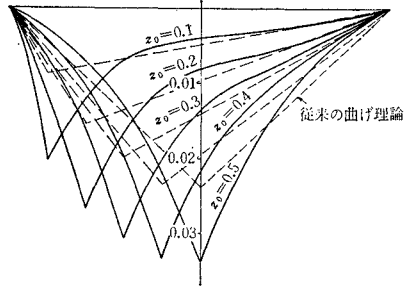


図-12(h) Y_1, Y_2 (剛結合折板理論)

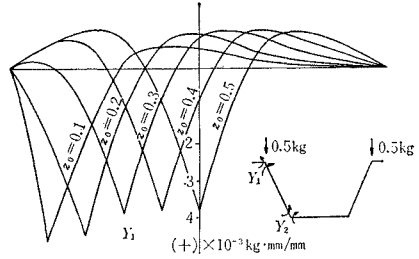
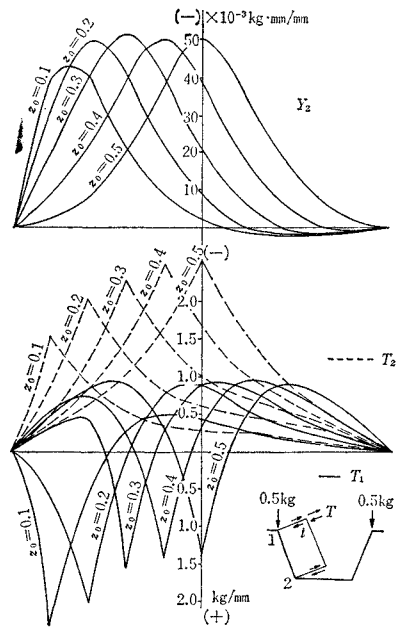


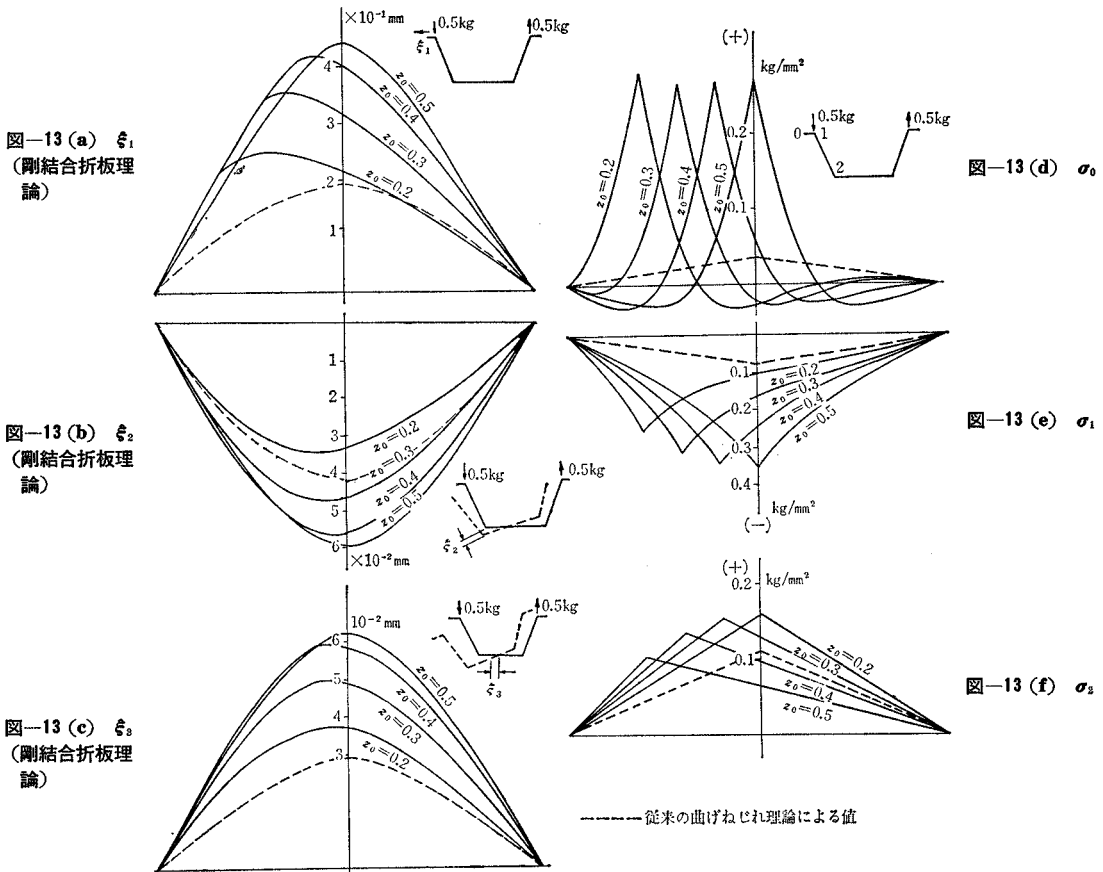
図-12(i) T_1, T_2 (剛結合折板理論)



えるのは妥当でないことを示している。図-12(b)からわかるように上フランジは弾性床上のはりのような挙動を示し荷重点付近では荷重の水平分力によって大きく外側にひらくが荷重点から離れた所では内側に変位する場合もあることを示している。

したがって 図-12(c) に示すウェブの倒れ角も ϵ_1 と同じ分布形を示す。図-12(d) は底板のたわみで従来のはりの理論と比較して若干大きめの値を示すが、その分布形は断面変形の影響をうけず従来のはりの理論とほぼ同じ形になる。

図-12(e)~(g) は各稜における橋軸方向の直応力の様子を示す。まず 図-12(e) は上フランジ線における応力を示したものであるが、その分布は従来のはりの理論とは全く違った様子を示す。すなわち縁 1 では上フランジの水平曲げによる引張応力が重なり、とくに荷重点付近では非常に大きな引張力をうけることになる。図-12(f) の σ_1 でも応力の符号の反転はうけないが圧縮応力が従来のはりとしての理論値よりも非常に大きくなっている。この影響は 図-12(g) の σ_2 に至ると小さくなり、その大きさも分布形もほぼ従来のはりの理論に近



なくなってくる。

図-12 (h) は稜モーメント Y_1, Y_2 の分布形を示すが Y_2 に比して Y_1 は非常に小さい。これはこの計算例では上フランジのねじれ剛性が小さいためで、この程度の上フランジでは実用的には $Y_1=0$ として計算してよいことを示している。図-12 (i) は稜せん断力 T_1, T_2 の分布形を示す。

図-13 (a)~(f) は Case II についての計算結果を従来の薄肉ばりの曲げねじれ理論の結果と比較したものであるが、Case I についてと同じ考察がなりたつことがわかる。

5. 模型実験

前節で行なった計算の結果を検討するため真ちゅう製の模型による実験を行なった。模型の断面形状は計算に用いた断面と同じもので端部には厚さ 1.5 mm のダイヤフラムを入れ、その面内の底板の下で丸棒によって支持した (図-14 参照)。荷重は図-14 のようにウェブと上フランジの交点に对称、反対称集中荷重を作用させた。

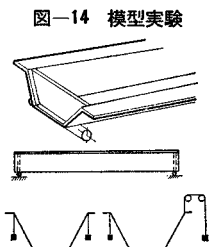


図-14 模型実験

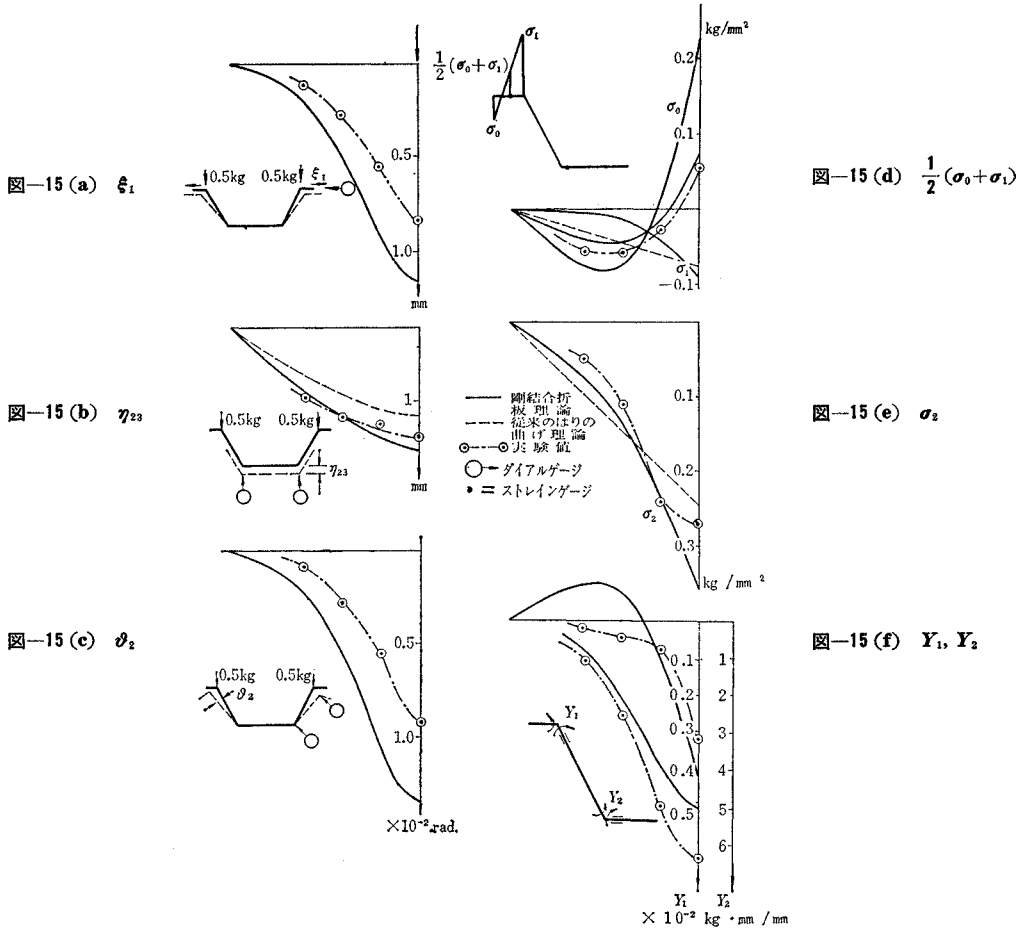
測定にあたっては真ちゅうの比例限界をこえない範囲で荷重を増してゆき、各荷重段階で測定を行なったが、その結果はほぼ直線性を満たしているので、この直線から $P/2=0.5 \text{ kg}$ に対する値を求め、それを計算結果と対照させた。それを 図-15~16 に示す。

図-15 (a), (b), (c) は支間中央に対称荷重を作用させた場合の変形であり、実験値は折板構造理論にその大きさと分布の形についてほぼ一致しているといえる。図-15 (d), (e), (f) は同じ荷重状態での桁軸方向の応力と横方向モーメントである。(d) 図のフランジ中央の応力については前節で指摘した荷重点の付近での応力の反転が実験でも示されている。(e) 図の底板の応力についても測定値は従来のはりの理論よりもむしろ折板構造に近い分布をなしているといえる。(f) 図は稜における横方向モーメントを示したものであるが、その測定値は板の横方向の表裏の直ひずみ ϵ_1, ϵ_2 から、

$$Y = \frac{D}{2d} (\epsilon_1 - \epsilon_2) = \frac{Ed^2}{6} (\epsilon_1 - \epsilon_2) \quad d: \text{板厚}$$

として求めたものである。これによると板厚の誤差が大きく影響してくると考えられるが、結果は折板構造としての傾向をよく示しているといえる。

図-16 以下は支間中央にねじれ荷重を作用させた場合の測定値である。図-15 の純曲げ荷重の場合には断



面変形は断面の対称軸に対して反対方向に出て、その影響が大きいのに対し、ねじれ荷重の場合には同じ方向にでるので断面変形の影響は小さくなる。したがって実験値は従来の曲げねじれ理論に近い値を示している。

6. 開断面逆台形桁の STRUT

いままで述べたように開断面逆台形桁はとくに上フランジの水平変位によって悪影響をうけるが、これを防ぐ補剛材の1つとして両側の上フランジをつなぐ strut が考えられる。この部材の効果について簡単な計算例を示すがその場合 図-17 のように strut がうける応力を不静定力にとり、3. で取り扱った折板構造としての開断面台形桁を基本系にとる。

外力としては対称荷重 (Case I) を考えるが、外力による板 1 の j 点における水平変位を $\xi^0_{1,j}$ 、 $X_i = -1$ による j 点の変位を $\xi^{X_i}_{1,j}$ とおくと j 点の変位の条件から strut の伸びを考慮して、

$$\xi^0_{1,j} - \sum_{i=1}^{n-1} X_i \xi^{X_i}_{1,j} = \frac{1}{2} \frac{X_j \lambda'}{EA_j}$$

これをかきかえると、

$$\sum_{i=1}^{n-1} C_{i,j} X_i = \xi^0_{1,j}$$

$$C_{i,j} = \xi^{X_i}_{i,j} + \frac{\lambda'}{2EA_j} \quad (i = j)$$

$$= \xi^{X_i}_{i,j} \quad (i \neq j)$$

$\xi^{X_i}_{i,j}$ の計算は 3. で行なった計算と同じようにして板 1 にだけ版荷重 $X_i = -1$ を載荷することによって求まる。ピン結合折板構造を基本系にとるときにはとくに簡単になり

$$\xi^{X_i}_{i,j} = \left(1 - \frac{s_1}{2} k_{11}\right) f(\bar{z}_i, \bar{z}_j) \quad \bar{z} = \frac{z}{l}$$

$$\xi^0_{1,j} = \frac{P}{2} \left(\tan \theta - \frac{s_1}{2} K_1\right) f(z_j, z_0)$$

剛結合折板構造を基本系にとるときには、不静定力 $X_i = -1$ もフーリエ展開して $\xi^{X_i}_{i,j}$ を求めることができる。

4. の計算例に用いた桁に 0.5×5 mm のストラットをとりつけた場合の結果を以下に示す。図-18 (a) は 3本の場合のストラットのうける力 S_i の影響線の計算結果で実験値も示してある。これによると計算結果は基本系としてピン結合折板構造としても剛結合折板構造としてもほとんど同じであることを示し、また実験値はストラットにはりつけたストレインゲージの測定値から計算したものであるが、計算値と非常によく一致しているといえる。従来このストラット材は引張りのみをうける部

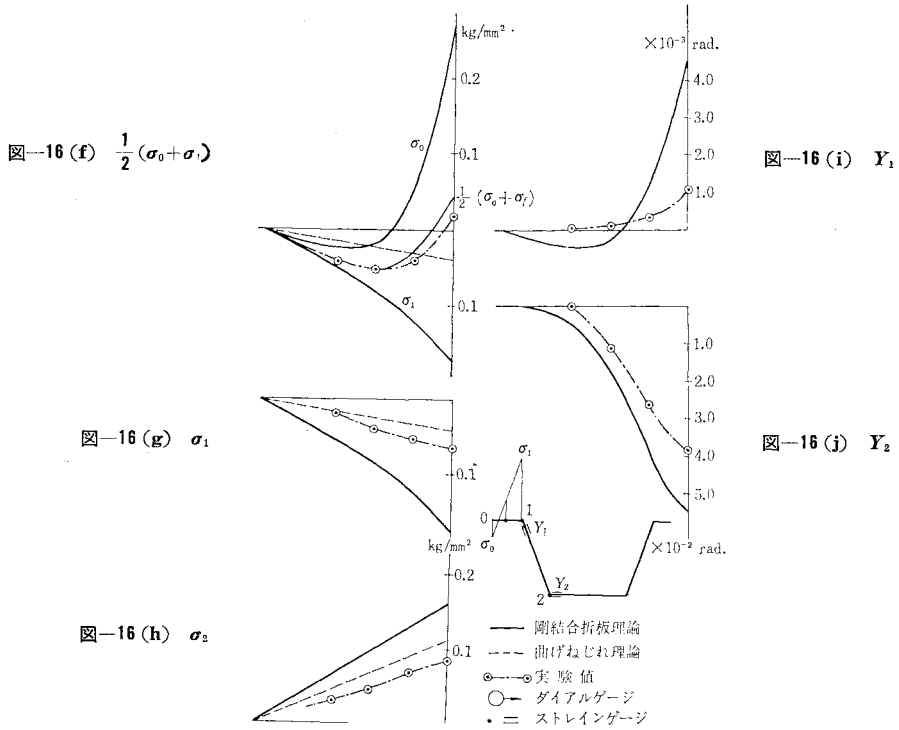
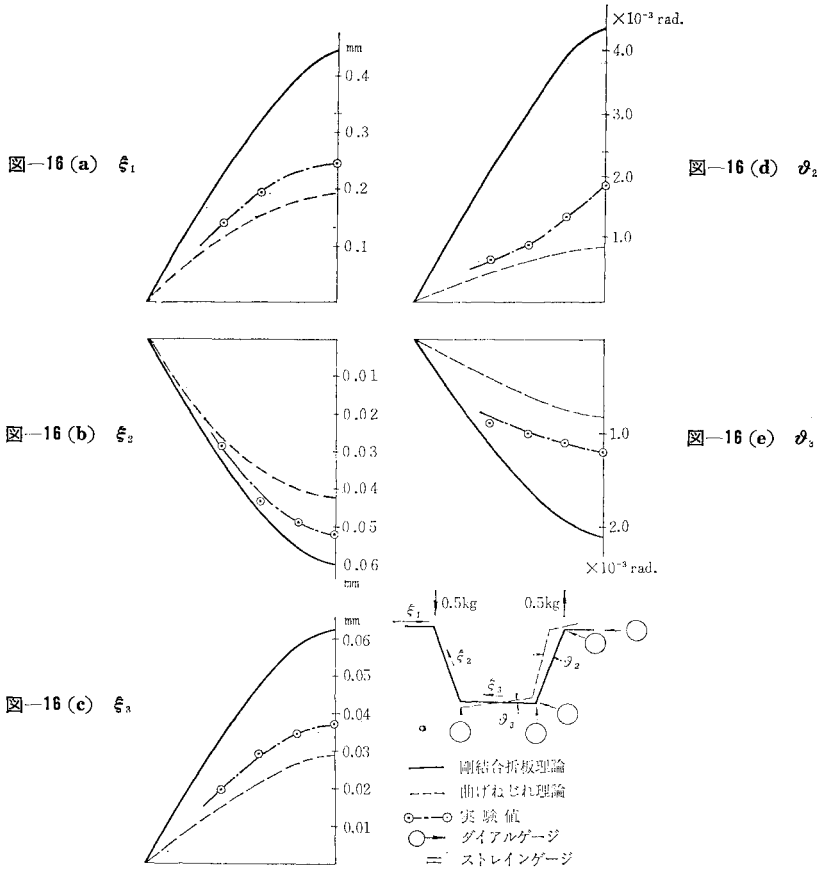
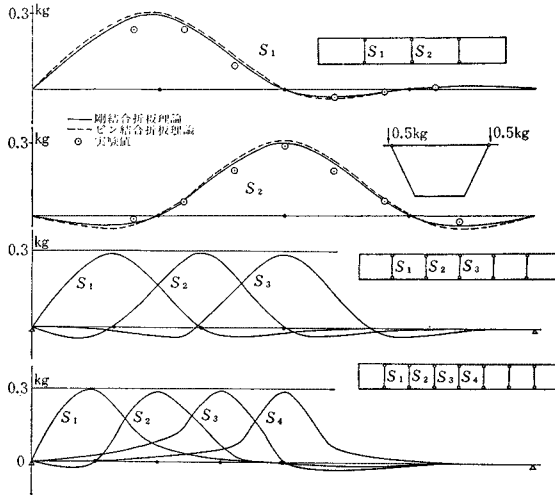
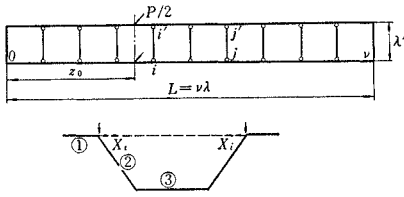


図-17



と考えられる。

すなわち上フランジの水平変位, またその水平変位による桁軸方向の直応力の分布, とくにウェブと底板の交点に生ずる大きな横方向曲げモーメントによる応力, ストラットのうける応力とその効果について数値的判断ができるようになった。

数値計算はいささか労力を要するが電子計算機の利用などによってそれほど困難ではないと考えられる。ただ従来のはりの曲げ理論や曲げねじれ理論に比して, さらに局所的な応力問題を取り扱っているので, 実際の桁に出てくる変断面の場合にはこれを従来理論よりもより厳密に考慮しなければならないと考えられるが, この問題は後にゆずり, ここでは理想化された開断面逆台桁の特性を解明するにとどめた。

本研究は筆者の1人である鈴木の東京大学大学院博士課程における学位論文の一部を抜粋したもので, 数値計算, 実験等に関しては当時大学院修士課程にあった山下清明君をはじめその他数多くの諸氏の協力を得た。深く感謝する次第である。

材として設計されているが, この計算例に示すように荷重点から離れた所では圧縮をうける場合もあることに注意すべきである。これは台形桁の上フランジは複雑な挙動を示すが, これを単純化して鉛直荷重をウェブ方向と水平方向の荷重に分解し, 水平方向の荷重に対しては上フランジが支点の所で支持された連続ばりと考えれば容易に理解できる現象である。

図-18 (b), (c) はストラットを5本, 7本とふやした場合の影響線である。

図-19 (a), (b), (c) はストラット本数が3本, 5本, 7本の各場合に荷重が0.4の点に作用した時の応力および横方向稜モーメントである。破線は従来のはりの曲げ理論による結果であるが, この計算例ではストラットが7本になってほぼ従来理論が適用できるといえる。

7. 結 び

本研究では従来鉄筋コンクリート薄肉構造に主として用いられていた折板構造理論を開断面時の逆台形桁に適用し, その特性の解析を試みた。またその解析結果を従来薄肉ばりに関する理論と比較するとともに模型実験ではあるが, 実験値と比較しその妥当性を確かめよい結果が得られたと考えられる。開断面時の逆台形桁については近年架設中の事故がいくつか発生して以来, 現場実験, 模型実験などによるその推定原因が報告されているが定性的な考察にとどまっている¹¹⁾。本研究での解析法によって, これらの定量的な解析ができるようになった

図-18 (a)

図-18 (b)

図-18 (c)

図-19 (a)

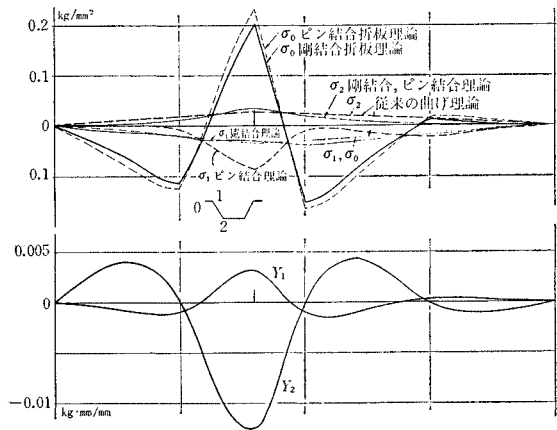


図-19 (b)

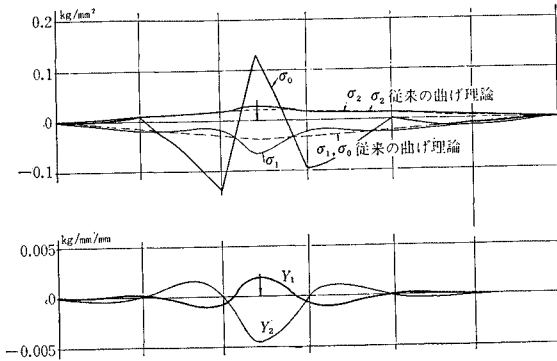
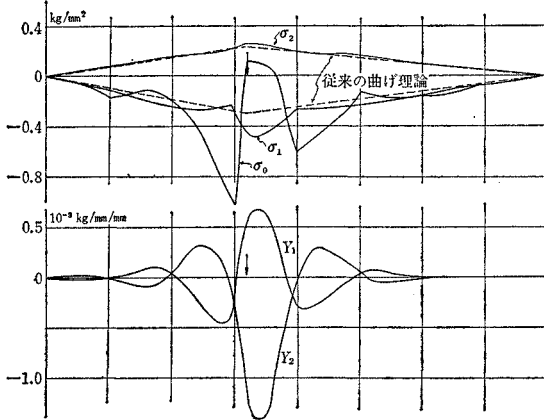


図-19 (c)



参考文献

- 1) Craemer: "Scheiben und Faltwerke als ein neues konstruktionsprinzip des Eisenbetonbaues", Beton und Eisen, 1929, Heft 13/14
"Theorie der Faltwerke", Beton und Eisen, 1930, Heft 15
- 2) Ehlers: "Ein neues konstruktionsprinzip" Bauingenieur, 1930
"Die Spannungsermittlung in Flächentragwerken", Beton und Eisen, 1930, Heft 15
- 3) Öhlig: "Beitrag zur Theorie der prismatischen Faltwerke", Ing-Arch. 1935 Band VI
- 4) Grüning: "Die Nebenspannungen der prismatischen Faltwerke", Ing-Arch 1932. Heft 4
- 5) Flügge: "Statik und Dynamik der Schalen", 1934. Springer-Verlag, S. 174
- 6) Girkmann: "Flächentragwerke", Springer-Verlag, 1956 (4th edition)
- 7) 折板構造に関する従来の研究は Börn 著 立花量吉訳 "折板構造" 丸善 または "Phase I Report on folded plate construction", Pro. A.S.C.E (ST), 1963. Committee on Masonry and Reinforced Concrete
にまとめられている
- 8) V.Z. Vlasov: "Thin Walled Elastic Beams", Translated from Russian Published by Israel Program for Scientific Translations. 1961, Chapter IV.
- 9) Günther & Lacher: "Zur Berechnung des Einfluß der Querschnittsverformung auf die Spannungsverteilung bei durch elastische oder starre Querschnitte verteilten Tragwerken mit prismatischem, offenem oder geschlossenem biegesteifem Querschnitt unter Querlast", Stahlbau 1962/10
- 10) Arim De Freis-Skene & A.C. Scordelis: "Direct Stiffness Solution for Folded Plates", Pro. of A.S.C.E. (ST) 1964/8
Meek "Matrix Derivation of the Folded Plate Equations", Pro. of A.S.C.E (ST) 1963/6
- 11) 外崎 忍: 「折石橋(逆台形合成箱桁)の架設」, 道路, 昭和 40.6
外崎 忍: 「折石橋(逆台形合成箱桁)の模型実験」, 道路, 昭和 40.6
東北大土木教室研究報告: 「日本橋応力並びに振動測定報告書」, 昭和 38.4
奥材・稲沢他: 「神戸橋(逆台形合成桁)の模型実験と応力解析」, 橋梁, 昭和 40.7

(1967.8.10・受付)