

# 薄板構造ラーメン隅角部の応力計算について

THE DESIGN OF KNEE JOINTS FOR RIGID STEEL FRAMES  
WITH THIN WALLED SECTION

奥村敏恵\*・石沢成夫\*\*

By Toshie Okumura and Naruo Ishizawa

## 1. まえがき

最近特に都会地の橋梁構造および高架構造に箱形または円形断面の柱をもったラーメン構造が多く用いられているが、この場合そのラーメン隅角部の適切な設計が問題となっている。

はりに箱形断面を用いたラーメン構造の隅角部として  
1) 直線形, 2) 円弧ハンチ形, 3) 直線ハンチ形および, 4) 柱に円筒を用いた形, などが採用されている。

1) は実施例も多くその取扱いについてすでに報告されているが, 2) から 4) についての報告は少ないようである。これらはいずれも隅角部ウエブのせん断応力、せん断おくれ現象による曲げ応力の修正あるいはフランジ力作用点におけるはりおよび柱の応力分布の搅乱などの問題を含んでいる。

なおこれらの問題点は柱, はりの内側フランジの交差線付近のフランジまたはウエブ部に集中し, 溶接集成断面を用いた場合には溶接継手の交差点と応力集中の個所が重なり, 条件によってはその断面の終局耐力を支配することもあり, このようにして設計上重要な問題を提示している。従来の研究では広幅フランジ型鋼を用いたI断面部材に関するものが多く, こうした溶接上の見地より眺めその終局耐力を対象にするといくぶん様相を異にすると考えねばならない。

筆者らは江戸橋インター チェンジの構造設計に関連し首都高速道路公団よりこれらの問題について質問をうけたのを契機として, これらを系統的に眺めて調査研究を行なってきたが, ほかにも関心を寄せられる方も多いのでここで報告し批判をあおぎたい。

## 2. 直線形隅角部

この形式はもっとも一般化されているもので, そのほとんどは柱, はりの内側フランジの交点に角鋼を菱形に配置し, 鋼板が板厚方向に応力を受ける場合に生ずる耐力低下の可能性の問題, その剛性の問題, 柱フランジの応力がはりウエブに分布して作用するようにする効果な

どを含め, 鋼板の材質および工作上の問題に対処している。

特に首都高速道路公団で用いている計算法は筆者の提案した設計法にしたがい, 隅角部ウエブのせん断応力に對しては L.S. Beedle の理論の修正を基にし, フランジの応力にはモデル化計算によって得られたせん断おくれによる応力を考慮し, このため推定図表を利用できるようになっている。これらはいくつかの報告<sup>1), 2)</sup>でその詳細を述べているのでここでは省略するが, ただ係数や断面積の扱いに時には誤まって解釈されている例も聞いてるのでこの際これを明瞭にしたい。つぎに推定図表についてはその後電算による検算の結果前回報告に誤りのあることがわかり, これは主として前回の人手による計算で  $n$  が大きい範囲での項の扱い方に起因するところであったが, これを訂正する。なおこの図表は  $l/b=10$  ( $l$ : 支間,  $b$ : 文献 2) でははり幅の 1/2) として計算したものであるが,  $l/b=2.5 \sim 20$  なる範囲でほとんど変化のないことが確かめられており, この計算に用いたモデル化による結果は広く設計に用いて十分な目安を与えるものと考えてよい。

以下, 計算式, 実験結果および計算例をあげる。

### (1) ウエブのせん断応力

直線形隅角部では隅角部ウエブのせん断応力は下式による。この計算法によると, 従来の慣用計算法によるものよりもウエブの板厚が著しく大きくなる傾向をもつ。このことはフランジに生ずるせん断おくれによる応力集中の傾向を緩和することを意味する。すなわち箱形断面をもつ直線形隅角部ではフランジとウエブの溶接が 3 方向より交差し, しかもその点に最大応力が生ずる。

この形式ではこの点に 1.5~3 位の応力集中を生ずるので, 溶接の良否とあいまって 1 つの欠点を残すことになる。この部は車両荷重および地震荷重によりくりかえし交番応力をうける可能性がある。従来設計地震荷重に對してはその平均応力を鋼材の降伏点付近まで許容しているので, 応力集中の程度では溶接による残留応力などとあいまって高応力低サイクル疲労の効果をもつ危険性がある。この部の応力集中をできるだけ小にする工夫が望まれるゆえんである。

\* 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

\*\* 正会員 宮地鉄工所 技術部

$$\left. \begin{array}{l} F_{01} = \frac{M_1}{d_1} - \frac{N_1}{2} \\ F_{i1} = \frac{M_1}{d_1} + \frac{N_1}{2} \\ F_{02} = \frac{M_2}{d_2} - \frac{N_2}{2} \\ F_{i2} = \frac{M_2}{d_2} + \frac{N_2}{2} \end{array} \right\} \dots \dots \dots \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \tau_{01} = \frac{F_{01}}{2 d_2 t} \\ \tau_{i1} = \frac{F_{i1} - S_2}{2 d_2 t} = \tau_{01} \\ \tau_{02} = \frac{F_{02}}{2 d_1 t} \\ \tau_{i2} = \frac{F_{i2} - S_1}{2 d_1 t} = \tau_{02} \end{array} \right\} \dots \dots \dots \quad (2)$$

二〇四

$$S_2 = N_1, \quad S_1 = N_2$$

$$\tau_{01} = \tau_{i1} \leq \tau_\alpha$$

$$\tau_{02} = \tau_{i2} \leq \tau_a$$

$$\tau_a = 0.45 \sigma_a$$

$F_{01}, F_{i1}$ =柱にかかるはりフランジからの集中力 kg

$F_{02}$ ,  $F_{i2}$ =はりにかかる柱フランジからの集中力 kg

$s_1, s_2$  =せん断力

$M_1, M_2$  = 有組基準線交点での曲りモーメント

N. M. Suh

$\tau_1, \tau_2$ —軸力  $\tau$ —隅角部のせん断応力 硬さ  $kg/cm^2$

### 一、許容性 / 懈虛由度

$\sigma_u$  = 許容引張応力  $\text{kg/cm}^2$

$d_1$  = けりのフランジ

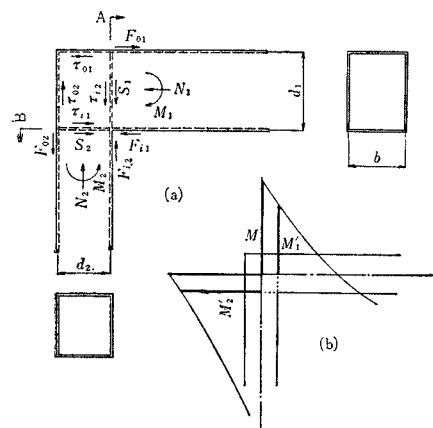
$d_s$  = 柱のフランジ中心間距離 cm

$t$  = 隅角部ウェブの厚さ

$M_1$ ,  $M_2$  にはここでは骨組基準線交点での値(図-1)

$M_1$ ,  $M_2$  にはここでは骨組基準線交点での値(図-1(b)の  $M$ )をとっているが、これは安全を期した考え方によっている。すなわち式(1)および(2)によればこれらには A, B 断面での値  $M'_1$ ,  $M'_2$  がとられるので

— 1 —



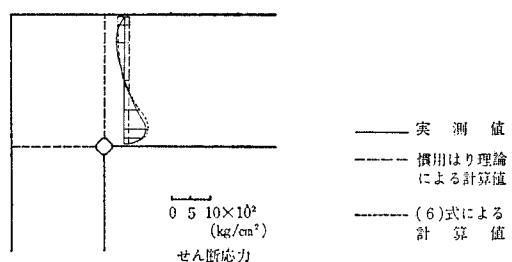
あるが、通常取り扱われている骨組計算において  $M_1'$ ,  $M_2'$  を考えるときその値は  $M$  よりもはなはだしく減少する場合があり、こうした場合でも  $M_1'$ ,  $M_2'$  によって良いかは疑懼するところである。実験例の多くはこの減少が比較的緩い場合であったが、これらにおいても隅角部のせん断応力やフランジの直応力に関連して曲げモーメントの形が問題にされていることからここではあくまでも安全を期した考え方によっているわけで、これについては設計者の判断にまつところが多い。

つぎに、許容せん断応力度と許容引張応力度の比を他の橋梁部分にくらべて特に低くとっているのは、ここに仮定した隅角部のせん断応力分布と実測によるものとの相違から考慮している。すなわちここではせん断応力は隅角部ウェブにおいて均等に分布すると仮定しているが、実測（図-10）によると隅角中央部あるいは下フランジの交差点寄りにやや大きい値を示すのが認められその分布は均等よりも放物線形に近似している。また実験結果から荷重と荷重点間隔の変化を見ると、せん断応力分布を放物線とする理論によったものが初期降伏の条件をより明確に示している。通常取り扱われる断面では放物線での  $\tau_{\max}$  と等分布の  $\tau_{av}$  の比は  $\frac{\tau_{av}}{\tau_{\max}} = 0.9$  程度とみて<sup>3)</sup>、最大せん断応力説による降伏条件  $\tau = 0.5 \sigma_y$  にこれを考慮し、均等に分布すると仮定した計算に対し  $\tau_a = 0.45 \sigma_y$  を提案した。

隅角部内点よりはり側へやや離れた断面でウエブのせん断応力分布の実測を見るとその下フランジに近い所でかなりの搅乱が認められ大きな値を示すものがある。そして慣用はり理論による計算値はこれに達しない。これがすでにくり返し述べてきた隅角部のせん断応力の値にも影響を与えているとみなされる。このように隅角部を離れたはり側でもそのせん断力がかなりの大きさになる場合があることからこれを検討する必要が生じてくる。

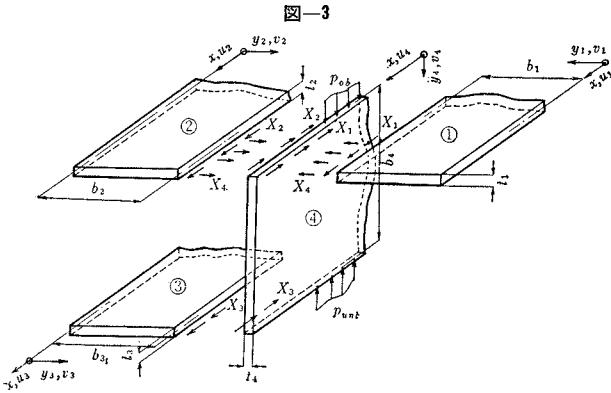
試みに図-3に示すように各板要素間のずれ力と変位を考え、ウェブに生ずる分布荷重の影響とみなしてはり側のせん断応力を計算すると図-2に示すように実測に類似した結果が得られる。このような構造条件で解いた計算方法はすでに K. Klöppel, F. Thiele<sup>(4)</sup>, I. Yuille<sup>(5)</sup>

—2



試験体は後述の図-9による。

$P=30$  t を作用したときの応力分布



などによって取り扱われている。

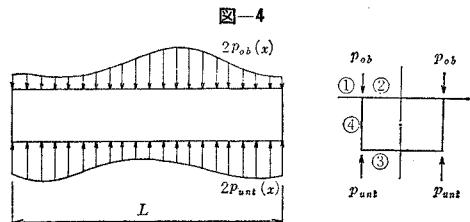
ここでこの計算法の仮定とこれが隅角部への適用について述べる。

はり断面は左右対称ではりの長さ  $L$  にわたって一定、荷重は図-4に示すようにウエブの上縁および下縁に作用しその方向はウエブに平行で断面において左右対称とする。またフランジおよびウエブはそれぞれの中立面に応力が作用するものと仮定する。

箱断面は図-3に示すように 4 つの板に分けて考える。

荷重はつぎのフーリエ級数で与えられるものとする。

$$\begin{aligned}
 & \left[ \begin{array}{c} \frac{2}{t_1} \frac{\alpha_n b_1 - S_1 C_1}{(\alpha_n b_1)^2 - S_1^2} + \frac{2}{t_4} \frac{\alpha_n b_4 - S_4 C_4}{(\alpha_n b_4)^2 - S_4^2} \\ \frac{2}{t_1} \frac{\alpha_n b_1 - S_1 C_1}{(\alpha_n b_1)^2 - S_1^2} + \frac{2}{t_4} \frac{\alpha_n b_4 - S_4 C_4}{(\alpha_n b_4)^2 - S_4^2} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} X_{1n} \\ X_{2n} \end{array} \right] \\
 & \left[ \begin{array}{c} \frac{2}{t_2} \frac{C_2^2}{\alpha_n b_2 + S_2 C_2} + \frac{2}{t_4} \frac{\alpha_n b_4 C_4 - S_4}{(\alpha_n b_4)^2 - S_4^2} \\ \frac{2}{t_2} \frac{\alpha_n b_2 - S_2 C_2}{\alpha_n b_2 + S_2 C_2} + \frac{2}{t_4} \frac{\alpha_n b_4 C_4 - S_4}{(\alpha_n b_4)^2 - S_4^2} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} X_{3n} \\ X_{4n} \end{array} \right] \\
 & \left[ \begin{array}{c} \frac{1}{t_1} \frac{(1+\nu)(\alpha_n b_1)^2 + (1-\nu)S_1^2}{(\alpha_n b_1)^2 - S_1^2} \\ \frac{1}{t_2} \frac{(1+\nu)\alpha_n b_2 - (1-\nu)S_2 C_2}{\alpha_n b_2 + S_2 C_2} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right] \\
 & \left[ \begin{array}{c} \frac{2}{t_2} \frac{S_2^2}{\alpha_n b_2 + S_2 C_2} \\ -\frac{2}{t_1} \frac{\alpha_n b_1 + S_1 C_1}{(\alpha_n b_1)^2 - S_1^2} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \frac{1}{t_4} p_{ob,n} \\ \frac{1}{t_4} p_{unt,n} \end{array} \right]
 \end{aligned}
 \quad (5)$$



$$\begin{aligned}
 p_{ob} &= \sum_{n=1}^{\infty} p_{ob,n} \sin(\alpha_n x) \\
 p_{unt} &= \sum_{n=1}^{\infty} p_{unt,n} \sin(\alpha_n x)
 \end{aligned}
 \quad (3)$$

ここに,  $\alpha_n = \frac{n\pi}{L}$

各板には 図-3 に示す不静定力  $X_1, X_2, X_3, X_4$  が働くものとしそれぞれつぎのように表現する。

$$\begin{aligned}
 X_1 &= \sum_{n=1}^{\infty} X_{1n} \cos(\alpha_n x) \\
 X_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} X_{2n} \cos(\alpha_n x) \\
 X_3 &= \sum_{n=1}^{\infty} X_{3n} \cos(\alpha_n x) \\
 X_4 &= \sum_{n=1}^{\infty} X_{4n} \sin(\alpha_n x)
 \end{aligned}
 \quad (4)$$

各板についての境界条件および各板要素の接合部分の変位の適合の関係からこれらはつぎの四元連立方程式により求められる。

ただし、 $S_i = \sinh(\alpha_n b_i)$ ,  $C_i = \cosh(\alpha_n b_i)$

なお張り出しのない場合は  $X_{1n} = X_{4n} = 0$  で  $X_{2n}$ ,  $X_{3n}$

は [ ] の部分より求める。

ここでは板④のせん断応力について計算式を示す。

$$\tau_{xy} = \sum_{n=1}^{\infty} \tau_{xy,n}$$

$$\tau_{xy,n} = \cos \alpha_n x \frac{1}{t_4} \frac{1}{(\alpha_n b_4)^2 - S_4} J$$

$$J = [\{-\alpha_n b_4 + S_4 C_4 - \alpha_n y S_4^2\} \sinh \alpha_n y + \{(\alpha_n b_4)^4 - S_4^2 - \alpha_n y (\alpha_n b_4 - S_4 C_4)\} \cosh \alpha_n y] (X_{1n} + X_{2n}) \\ + [\{-\alpha_n b_4 C_4 + S_4 + \alpha_n^2 y b_4 S_4\} \sinh \alpha_n y + \alpha_n y (-\alpha_n b_4 C_4 + S_4) \cosh \alpha_n y] X_{3n} \\ + [\{-(\alpha_n b_4)^2 + \alpha_n y (\alpha_n b_4 + S_4 C_4)\} \sinh \alpha_n y - \alpha_n y S_4^2 \cosh \alpha_n y] p_{ob,n} \\ + [\{\alpha_n b_4 S_4 - \alpha_n y (\alpha_n b_4 C_4 + S_4)\} \sinh \alpha_n y + \alpha_n^2 y b_4 S_4 \cosh \alpha_n y] p_{unt,n}$$

.....(6)

そして隅角部への適用としては、分布荷重の載荷長さ

を内点に挿入した角鋼の対角長さ(図-5のa)とし、

柱フランジ力がその長さに等分布するとした。

これから  $p_{ob}$ ,  $p_{unt}$  はつぎのようになる。

$$p_{ob} = 0$$

$$p_{unt} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n \pi} \frac{F_i'}{a} \sin(\alpha_n d_2)$$

$$\sin \frac{\alpha_n a}{2} \sin(\alpha_n x)$$

$$\text{ここで } \alpha_n = \frac{n \pi}{L}, n=1, 2, 3, 4, \dots$$

.....(7)

これによると 1) せん断応力の最大値を得るには、最大値の生ずる位置をあらかじめ決めることがむずかしいので計算にはかなりの手数を要する。2) 荷重分布をフーリエ級数の和の形式で数値計算するのに無限項まで行なえば仮定する分布となるが実際には有限項をとることになる。この収斂性がよくないため荷重分布長さからわずか離れた部分では図-6(a)のように異符号の荷重が載荷されることになりせん断応力はこの影響をうけるなどの問題点がある。

なおこの方法によってフランジに生ずる応力も計算できる。ここで板③の垂直応力について計算式を示す。

板③のはり軸方向応力は

$$\sigma_x = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_{xn}$$

$$\sigma_{xn} = \sin \alpha_n x \frac{1}{t_3} \frac{X_{3n}}{\alpha_n b_3 + S_3 C_3}$$

$$\times \{(\alpha_n b_3 S_3 - 2 C_3) \cosh \alpha_n y - C_3 \alpha_n y \sinh \alpha_n y\}$$

.....(8)

板③のはり軸に直角方向応力は

$$\sigma_y = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_{yn}$$

$$\sigma_{yn} = \sin \alpha_n x \frac{1}{t_3} \frac{X_{3n}}{\alpha_n b_3 + S_3 C_3}$$

$$\times \{-\alpha_n b_3 S_3 \cosh \alpha_n y + C_3 \alpha_n y \sinh \alpha_n y\}$$

.....(9)

この計算結果では  $\sigma_x$  は内点ウェブの直下で大きな値を示せん断おくれ現象の存在を示す。 $\sigma_x$  は荷重分布長さ  $a$  の影響をうけることが大きく、この  $a$  は内点に配置された角鋼の大きさのほかに角鋼とフランジとの間につけた溶接部仕上げ半径(図-5の  $R$ ) に関係して決定

図-5

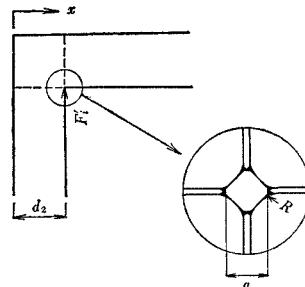
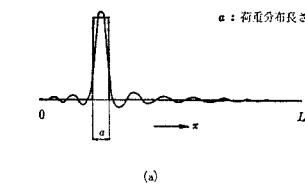
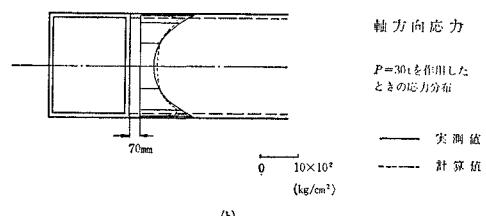


図-6



(a)



されるとと思うが、その関係がどうにもくこのため  $a$  の決め方が困難である。また  $\sigma_x$  に対しては前述の 2) の影響が大きくこのため内点をわずかに離れた断面での計算結果は図-6(b)に示すような応力分布となり実測結果とは異なる。 $\sigma_y$  の計算値は大きくて実測値に合致しないが、これは柱フランジの延長部すなわちダイヤフラムの存在による影響と思われる。

このようなことから実際の設計に当っての便宜を考え  $\sigma_x$  に関してつぎの(2)に示すような応力計算を提案した。

すなわち本質的には上述した計算の考え方と同じであるがせん断おくれについてはすでに報告<sup>2)</sup>したモデル化計算に基づき、あらかじめ与えられた断面によりその値を推定できるようにした。

## (2) フランジの応力

フランジの軸方向応力は曲げモーメントと軸力による応力のほかせん断おくれによる応力を考慮する。

曲げモーメントと軸力による応力は下式による。

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{01} = \frac{M_1}{S_b} - \frac{N_1}{A_b} \\ \sigma_{i1} = \frac{M_1}{S_b} + \frac{N_1}{A_b} \\ \sigma_{02} = \frac{M_2}{S_c} - \frac{N_2}{A_c} \\ \sigma_{i2} = \frac{M_2}{S_c} + \frac{N_2}{A_c} \end{array} \right\} \quad (10)$$

せん断おくれによる応力は

$$\left. \begin{array}{l} \text{A断面(図-1)に対し} \\ \sigma_{s1} = \frac{b}{d_1} \frac{F_{i2}}{A_{w1}} S_1 \\ R_1 = \frac{6 A_{f1}}{A_{w1}} \\ \text{B断面に対し} \\ \sigma_{s2} = \frac{b}{d_2} \frac{F_{i1}}{A_{w2}} S_2 \\ R_2 = \frac{6 A_{f2}}{A_{w2}} \end{array} \right\} \quad (11)$$

フランジの最大応力は

$$\left. \begin{array}{l} \text{A断面に対し} \\ \sigma_{m01} = \sigma_{01} + \sigma_{s1} \\ \sigma_{mi1} = \sigma_{i1} + \sigma_{s1} \\ \text{B断面に対し} \\ \sigma_{m02} = \sigma_{02} + \sigma_{s2} \\ \sigma_{mi2} = \sigma_{i2} + \sigma_{s2} \end{array} \right\} \quad (12)$$

$\sigma_{01}, \sigma_{i1}$  = 曲げモーメントおよび軸力によるはりのフランジ応力  $\text{kg/cm}^2$

$\sigma_{02}, \sigma_{i2}$  = 曲げモーメントおよび軸力による柱のフランジ応力  $\text{kg/cm}^2$

$\sigma_{s1}$  = A断面のせん断おくれによるフランジ応力  $\text{kg/cm}^2$

$\sigma_{s2}$  = B断面のせん断おくれによるフランジ応力  $\text{kg/cm}^2$

$S_b, S_c$  = はり、柱の断面係数  $\text{cm}^3$

$A_b, A_c$  = はり、柱の断面積  $\text{cm}^2$

$A_{f1}$  = はりのフランジ断面積（上下同じとし、その一方をとる）  $\text{cm}^2$

$A_{f2}$  = 柱のフランジ断面積（左右同じとし、その一方をとる）  $\text{cm}^2$

$A_{w1}$  = はりのウエブ断面積（前後の和をとる）  $\text{cm}^2$

$A_{w2}$  = 柱のウエブ断面積（前後の和をとる）  $\text{cm}^2$

$b$  = ウエブ中心間距離  $\text{cm}$

$S_1, S_2 = R_1, R_2$  に関する値でせん断おくれの推定図表（図-8）から求める<sup>2)</sup>。

図-7

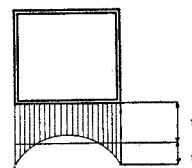
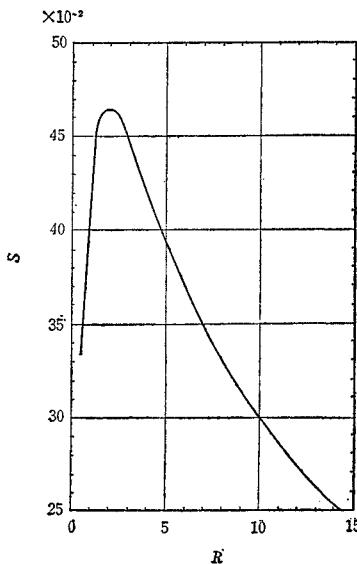
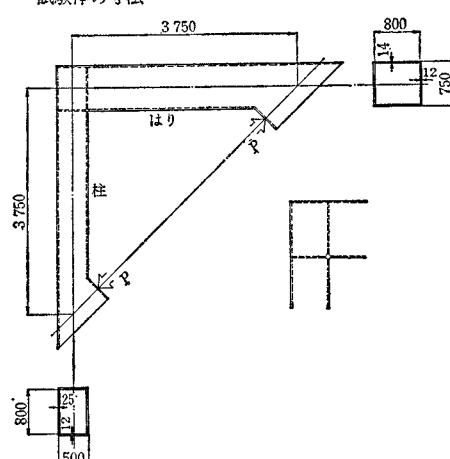


図-1のA断面下フランジの軸方向応力分布

図-8



試験体の寸法



## (3) 実験結果

この形式の実験結果を図示するとつぎのようになる。

- 1) 隅角部ウエブのせん断応力（図-10）
- 2) はりフランジの軸方向応力（図-11～13）

これらの実験結果をみると、前述の計算によってほぼ実測値に近い値が得られることがわかる。

\* 前述のように図-8は文献1),2)の図表と異なるが、この図表が正しい。

図-10

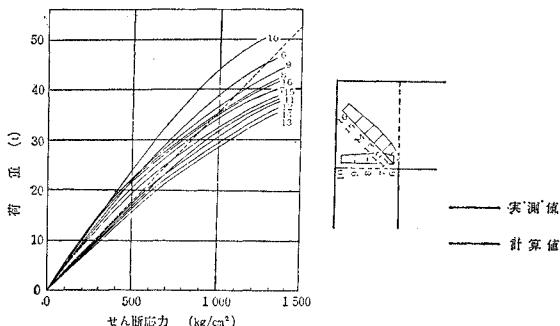


図-11

(A'断面の軸方向応力分布)

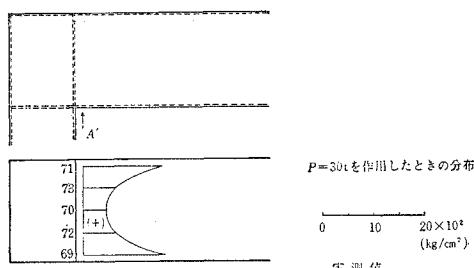


図-12

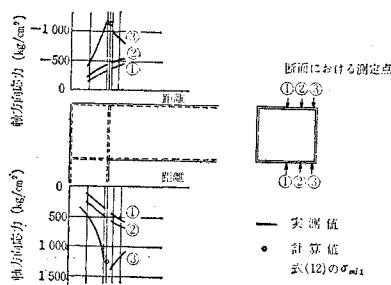
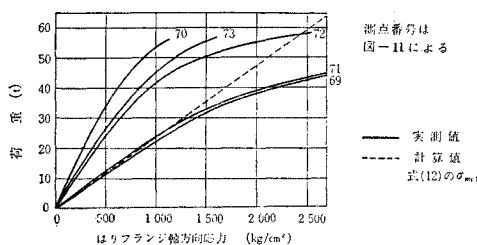
(はりフランジ軸方向応力の軸方向分布)  
 $P = 30t$  を作用したとき

図-13

(荷重とはりフランジ軸方向応力)



### 3. 円弧ハンチ形隅角部

この形式は鉄道橋橋脚のようにくりかえし荷重を受け構造物に多く用いられるようになった。これは直線形ではフランジ力の作用点にかなりの応力集中があること

から円弧をつけてそれを緩和するよう考慮している。

この形式によれば隅角部のせん断応力や直フランジの応力は直線形に較べ減少することが確かめられている。しかし後述するように隅角部のウエブや円弧フランジの反り曲りが大きく円弧フランジのウエブ近傍に応力集中が見られるところから、この場合でも断面寸法や補強に十分な考慮を必要とする。

#### (1) 円弧フランジの応力

円弧フランジの軸方向応力は下式による。

$$\begin{aligned} \sigma_{i \max} &= \frac{M(r_0 - R_i + t_i/2)}{Ae(R_i - t_i/2)} \\ \beta_i &= \frac{b}{2} \sqrt{\frac{3}{R_i^2 t_i^2}} \\ r_i &= 2\beta_i \frac{d}{b} \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^3 \\ b_i &= \frac{b}{2\beta_i} \frac{r_i - 2}{r_i - 1} \\ r_0 &= \frac{A}{(b+t_2) \log_e \frac{R_0+t_1/2}{R_0-t_1/2} + 2t_2 \log_e \frac{R_0-t_1/2}{R_0+t_1/2}} \\ &\quad + (\bar{b}_i + t_2) \log_e \frac{R_i+t_1/2}{R_i-t_1/2} \\ e &= R_g - r_0 \end{aligned} \quad (13)$$

$A$  = 有効断面積  $cm^2$

$r_0$  = 中立軸と曲率中心との距離  $cm$

$R_g$  = 有効断面の図心軸と曲率中心との距離  $cm$

$e$  = 有効断面の図心軸と中立軸との距離  $cm$

$\bar{b}_i$  = 円弧フランジの有効幅  $cm$

$\sigma_{i \max}$  = 曲げによる軸方向応力度の最大値  $kg/cm^2$

なお式 (13) はつぎのようにして求めた。

図-15 の出隅の部分では縁応力が小さいので影線を施した部分は始めからないものと見做し<sup>7)</sup>、箱形断面を有する曲り材として取り扱う。断面が常に平面を保つという仮定はそのまま成立するものとし、フランジやウエ

図-14

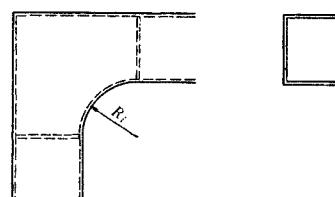


図-15

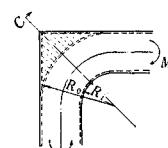
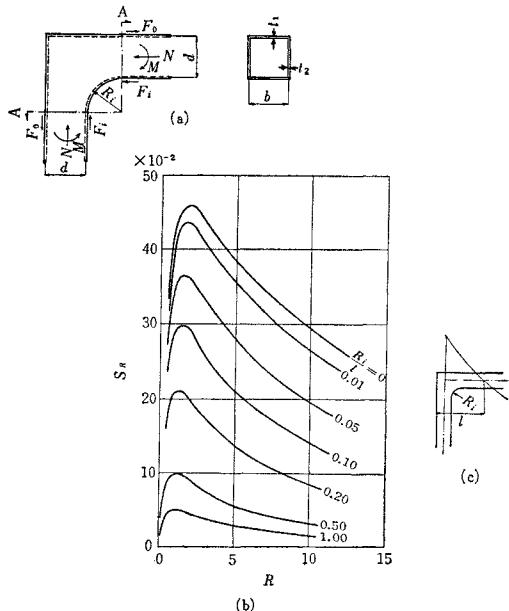
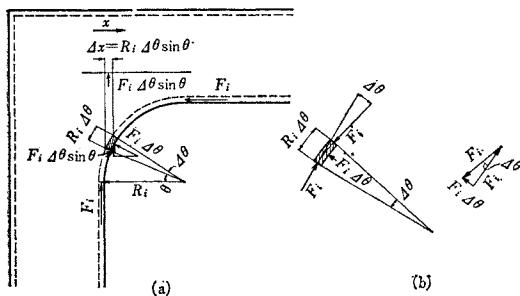




图-18



图—19



うにして求めた。

円弧部分におけるフランジ力  $F_i$  (図-18(a)) は一定であると仮定すると、図-19(b) からフランジの法線方向に分布荷重  $F_i/R_i$  が働くことになる。

つぎにラーメンをはりにおきかえて考え、このはりに働く力を求めると 図-19(a) から  $4x$  に  $F_i 4\theta \sin \theta$  なる力が働くから、はりは  $d \leq x \leq d+R_i$  において  $\frac{F_i 4\theta \sin \theta}{4x} = \frac{F_i}{R_i}$  なる分布荷重をうける。

はりに作用するモーメントをフーリエ級数に展開する  
と

ただし  $\alpha_n b = n \pi \frac{b}{l}$

つぎに文献 2) に準じてせん断おくれによる応力を求める。単純ばかりの支間中央で  $R_i$  の範囲に分布荷重  $F_i/R_i$  を作用したときの支間中央の曲げモーメントは

$$M = \frac{2F_i l}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \frac{\sin \frac{n\pi R_i}{2l}}{\frac{n\pi R_i}{2l}} \quad (n=1, 3, 5\dots) \dots (25)$$

$$\left( \frac{1}{Z_n} - \frac{1}{Z_0} \right) = \frac{6}{A_w d} \frac{R}{1+R} \frac{1 - \frac{b_n}{b}}{1 + \frac{b_n}{b} R} \dots \dots \dots (26)$$

$$\sigma_s = M \left( \frac{1}{Z_n} - \frac{1}{Z_0} \right) = \frac{F_w b}{A_w d} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{12}{\pi^2} \frac{l}{b} \frac{R}{1+R}$$

$$\times \frac{1 - \frac{b_n}{b}}{1 + \frac{b_n}{b} R} \frac{1}{n^2} \frac{\sin \frac{n\pi R_i}{2l}}{\frac{n\pi R_i}{2l}} = \frac{b}{d} \frac{F_i}{A_w} S_R \dots (27)$$

二

$$S_R = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{12}{\pi^2} \frac{l}{b} \frac{R}{1+R} \frac{1 - \frac{b_n}{b}}{1 + \frac{b_n}{b} R} \frac{1}{n^2} \frac{\sin \frac{n\pi R_i}{2l}}{\frac{n\pi R_i}{2l}}$$

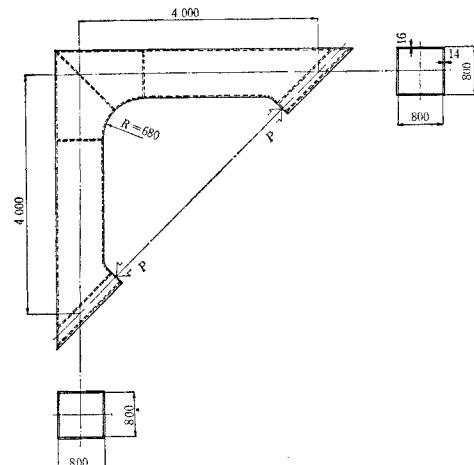
### (3) 実験結果

この形式の実験結果を図示するとつぎのようになる。

この実験で、円弧フランジ軸方向応力のD点における応力分布(図-21)は隅角部ウェブの近傍に大きく集中

图—20

### 試験体の寸法



## 円弧フランジの軸方向応力 (D点の応力分布)

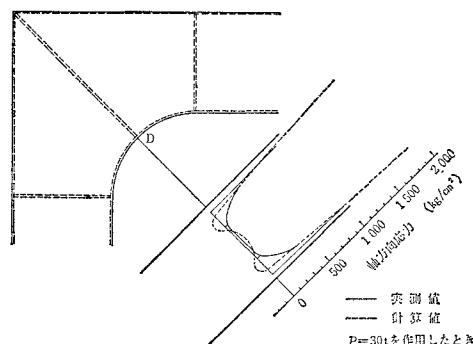






図-30に示すように考え、その合力がA断面、C断面に集中すると考えて求めた。

### (3) 実験結果

この形式の実験結果を図示するとつぎのようになる。

図-31

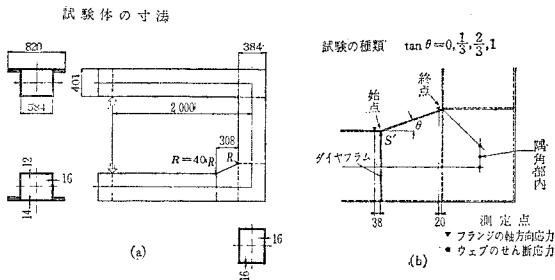


図-32

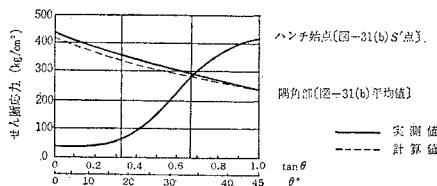
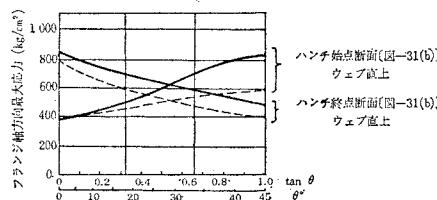


図-33



実験結果ではハンチ角度が増加するにつれて隅角部のせん断応力は減少し、ハンチ始点局部のせん断応力は増大する。隅角部せん断応力の計算値は実験値にはほぼ一致する。またハンチ角度が増加するにつれてフランジ軸方向最大応力はハンチ始点断面においては増大しハンチ終点断面においては減少する。フランジ軸方向最大応力の計算値は実験値に対してやや小さい値であるがハンチ角度による変化はほぼ同様の傾向を示している。試験体はC断面ダイヤフラムの有無による相違を求めるようにも考えられ、このためC断面ダイヤフラムはボルト締めにより着脱できるようにした。実験ではダイヤフラムをとりつけた場合にもC断面の変形がかなりの大きさになっていたことから、ハンチ角度の大きいもので始点断面の実験値の大きいのは主としてこのダイヤフラムのとりつけの影響によるものと思われる。

## 5. 柱に円筒を用いたときの隅角部<sup>③</sup>

柱に円筒を用いた例も随所に見られるようになった。これは美観上から、また円筒構造の特徴として局部座屈、ねじり抵抗に有利なこと、断面特性に方向性のない

ことなどから考慮されている。

通常この隅角部にははりウエブを円筒に突き当てるものと円筒内に割り込ませたものがある。割り込ませたものは複雑で工作上不利となるが、隅角部のせん断応力を割り込みウエブを考慮できるのでこの部の円筒厚さをやや薄くできる。はりの曲げ応力には直線形と同様のせん断おくれを考慮し、柱にはりフランジ力が作用する点の円周方向応力、ダイヤフラムの応力も計算する必要がある。

### (1) 円筒のせん断応力

a) はりのウエブを円筒柱の側面に単純に突き当てる場合(図-34, 35)には隅角部のせん断応力は下式による。なおはりフランジの接する断面にはダイヤフラムを設ける。

$$F_{i1} = \frac{M}{d_1} + \frac{N_1}{2}$$

$$\tau_1 = \frac{F_{i1}}{\pi R t_1} \sqrt{1 - \left(\frac{y}{R}\right)^2} \quad \dots \dots \dots (31)$$

$$\tau_{1 \max} = \frac{2 F_{i1}}{A_c} \leq \tau_a \quad \dots \dots \dots (32)$$

$$\tau_a = 0.5 \sigma_a$$

$F_{i1}$  = 柱にかかるはりフランジからの集中力 kg

$\tau_1$  = 円筒のせん断応力度 kg/cm<sup>2</sup>

$\tau_a$  = 許容せん断応力度 kg/cm<sup>2</sup>

$\sigma_a$  = 許容引張応力度 kg/cm<sup>2</sup>

$d_1$  = はりフランジ中心間距離 cm

$R$  = 円筒の半径 cm

$y$  = 円筒軸心からの距離 cm

$t_1$  = 円筒の厚さ cm

$A_c$  = 円筒の断面積 cm<sup>2</sup>

図-34

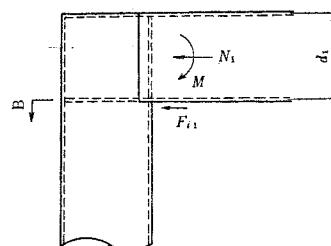


図-35

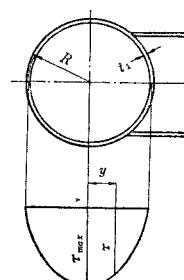










図-45

軸方向応力

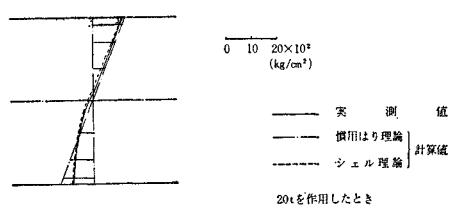


図-46

ダイヤフラムのある円筒の曲げ試験体

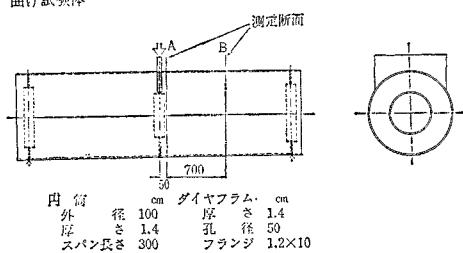


図-47

軸方向応力

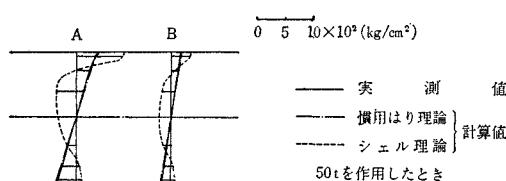


図-48

試験体の寸法

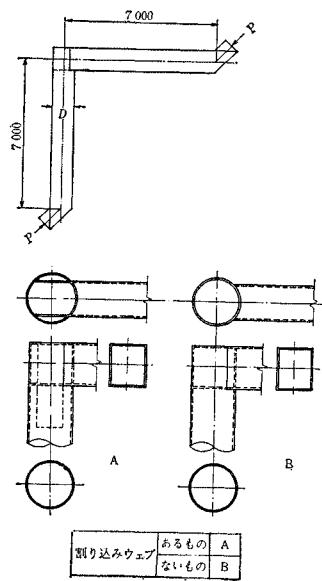
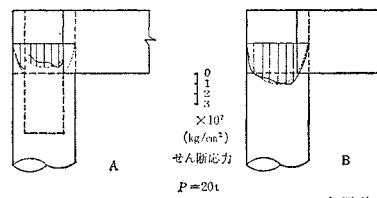


表-2

試験体の記号	A	B
円筒外径 $D$ (cm)	100(板厚中心まで $R$ 49.3)	
円筒厚さ $t_1$ (cm)	1.4	
$t_1/R$	1/35.2	
はりフランジ中心間距離 $d_1$ (cm)	98.1	
割り込みウェブの厚さ $t_2$ (cm)	1.4	—
はりウェブ中心間距離 $b$ (cm)	78.6 (総幅 85.0)	
$b/2R$	0.797	
はりフランジの厚さ $t_f$ (cm)	1.9	
$t_f/b$	1/41.4	
ダイヤフラムの厚さ (cm)	1.4	
マンホールの径 (フランジ) (cm)	50 (1.2×10)	
はりの断面積 $A_b$ ( $\text{cm}^2$ )	592.4	
柱の" $A_c$ ( $\text{cm}^2$ )	601.5	433.5
$A_b/A_c$	1/1.015	1/0.732
はりの断面係数 $S_b$ ( $\text{cm}^3$ )	19 697	
柱の" $S_c$ ( $\text{cm}^3$ )	12 217	10 537
$S_b/S_c$	1/0.620	1/0.535

図-49



— 実測値  
--- 計算値

図-50

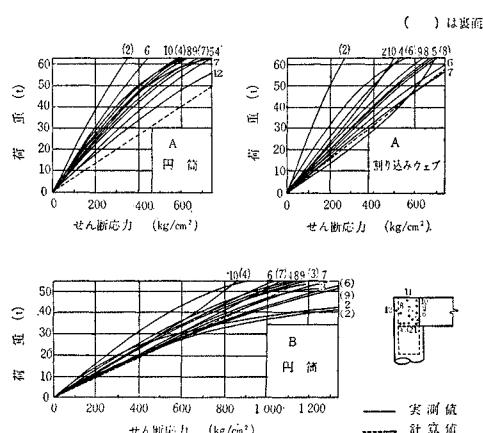
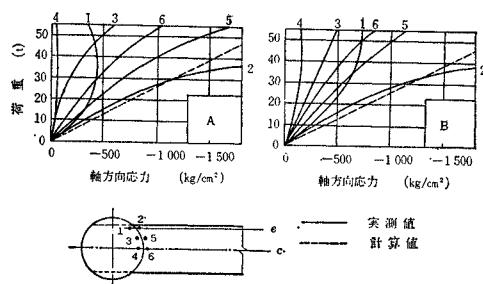


図-51



る。そしてその最大値の位置ははりウエブ側に寄っている。計算による最大値はおよそ実測の最大値をとらえている。

**b) はりのフランジ軸方向応力 (図-51, 52)**

はりのフランジ軸方向応力 (図-51) を見るとウエブ近傍に大きな集中を示し、その軸方向の分布 (図-52) では最大値は円筒とフランジの接する点に生じている。計算ではこの最大値に対してほぼ適当な値を与える。

**c) 円周方向応力 (図-53)**

円周方向応力の最大値はC点 (図-53) に生じ、BのそれはAよりやや大きい値を示した。計算値はBに対してほぼ適当な値を与える。

**d) 円筒の軸方向応力 (図-54, 55)**

円筒の軸方向応力の最大値は、はり下フランジの接するD点 (図-55) に生じている。D点付近の実測値には慣用はり理論による計算値がおよそ合致する。この付近には局部曲げが生じ実測ではその表裏の値を異にするが、ここで示す値は表裏の平均である。

図-52

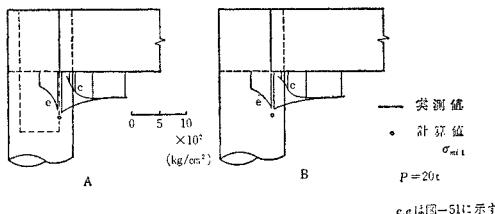


図-53

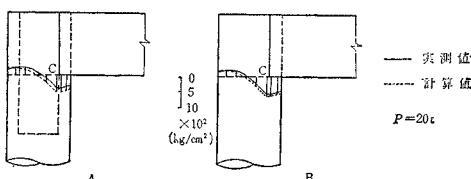


図-54

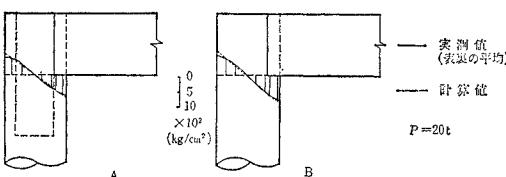
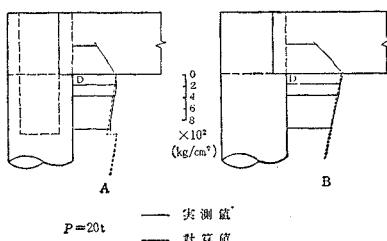


図-55



なおこの試験体のダイヤ フラム寸法は表-2に示す。

**(6) 計算例**

**a) 円筒のせん断応力**

**図-36, 37において**

$$M=200 \text{ t} \cdot \text{m}, N_1=50 \text{ t}, d_1=100 \text{ cm}, R=50 \text{ cm}, t_1=1.6 \text{ cm}, t_2=1.4 \text{ cm}, \alpha=50^\circ$$

とすると

$$F_{i1}=225\,000 \text{ kg}, d_2=2R \cos \alpha=64.3 \text{ cm}, I_x=690\,351 \text{ cm}^4 \checkmark$$

$$\theta=\alpha \text{ では式 (37) より}$$

$$\tau_{\max}=624 \text{ kg/cm}^2$$

つぎに式 (36) より

$$S'=-2\,271.42 \text{ cm}^3$$

$$\text{よって } \theta=\frac{\pi}{2} \text{ (円筒) では式 (38) より}$$

$$\tau_{\max}=499 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{また } \theta=\frac{\pi}{2} \text{ (割り込みウエブ) では式 (39) より}$$

$$\tau_{\max}=-529 \text{ kg/cm}^2$$

**b) はりのフランジ軸方向応力**

**図-36, 40, 43において**

$$M=200 \text{ t} \cdot \text{m}, N_1=50 \text{ t}, N_2=80 \text{ t}, d_1=100 \text{ cm},$$

$$R=50 \text{ cm}, \alpha=50^\circ, t_1'=2.5 \text{ cm}, t_2=1.4 \text{ cm}$$

とすると

$$A_{f1}=191.5 \text{ cm}^2, A_{w1}=280.0 \text{ cm}, A_b=663 \text{ cm}^2, S_b=23\,248 \text{ cm}^3$$

式 (10) より

$$\sigma_{01}=784.8 \text{ kg/cm}^2, \sigma_{i1}=935.6 \text{ kg/cm}^2$$

式 (1) より

$$F_{i2}=351\,042 \text{ kg} \checkmark$$

式 (11) より

$$R_1=4.104, S_1=0.417, \sigma_{s1}=400.5 \text{ kg/cm}^2$$

よって式 (12) より

$$\sigma_{m01}=1\,185 \text{ kg/cm}^2, \sigma_{mi1}=1\,336 \text{ kg/cm}^2$$

**c) 円周方向応力**

**b) の数値を用い式 (50) より**

$$k=0.786$$

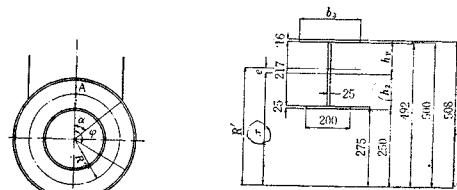
**図-56** では

$$b_3=16.5 \text{ cm}, A_r=130.65 \text{ cm}^2, A_d=54.25 \text{ cm}^2,$$

$$r=33.605 \text{ cm}$$

断面の計算より

図-56



$$e=2.468 \text{ cm}, \lambda=1.408$$

式(48)より

$$T_0=68\,052.9 \text{ kg}$$

式(49)より

$$M_0=295\,297.7 \text{ kg}\cdot\text{cm}$$

$$\varphi=\frac{\pi}{2} \text{ では式(51)より}$$

$$T_\varphi=56\,250 \text{ kg}, M_\varphi=-493\,965.1 \text{ kg}\cdot\text{cm}$$

また

$$h_1=17.195 \text{ cm}, h_2=8.605 \text{ cm}$$

よって式(43)および(44)より

$$\sigma_o=88 \text{ kg/cm}^2, \sigma_i=-958 \text{ kg/cm}^2$$

$\varphi=\pi$  では式(52)より

$$T_\varphi=-68\,052.9 \text{ kg}, M_\varphi=353\,043.3 \text{ kg}\cdot\text{cm}$$

よって

$$\sigma_o=149 \text{ kg/cm}^2, \sigma_i=898 \text{ kg/cm}^2$$

$\varphi=\alpha$  では式(47)より

$$T_\varphi=105\,984.9 \text{ kg}, M_\varphi=50\,794.9 \text{ kg}\cdot\text{cm}$$

よって

$$\sigma_o=-865 \text{ kg/cm}^2$$

## 6. あとがき

この報告では、実際の設計に対し誤った適用および適用にあたっての疑義を正すためにはりに箱形断面を用いた各種ラーメン構造隅角部の設計計算に対する提案、実験による検討および実際の設計計算例でそのよりどころについて述べた。

直線形については在来の計算法での記号や係数の取り扱いを明確にし、計算上利用される図表を正しまた隅角部内点付近の応力分布攪乱に触れた。これらは特に溶接構造の隅角部の設計にあたって十分考慮せねばならない点である。円弧ハンチ形式についてはウェブやフランジの反り曲りを考慮し、直線ハンチ形式および柱に円筒を用いた形式については箱形断面直線形と同じ考え方にもとづき計算を試み、あわせて実験値との比較を行なった。これらの計算値はおおむね実験値を説明している。

各形式を通じて、隅角内点の応力分布攪乱の問題につ

いては今後なお深く検討すべき問題が残っているが、提案した計算式で一応の目安をつけることができたと思う。

なおこの報告のなかの実験値の多くは首都高速道路公団が行ない宮地鉄工所が担当したものを利用している。

平素この問題について有益なご意見をいただいた首都高速道路公団西野次長、玉野課長、前田副参事、阿部副参事に感謝し、実験に全面的な協力をされた宮地鉄工所研究開発課の多田修、伊東孝、浪花俊勝の諸君に謝意を表する。

## 参考文献

- 1) 土木学会: 土木工学ハンドブック, 第14編, 橋梁総論, p. 937, 1964.
- 2) 奥村敏恵: 薄板構造の設計施工における諸問題, 構造工学における最近の諸問題, 土木学会, 1965. 8.
- 3) L.S. Beedle: Connections for Welded Continuous Portal Frames, Welding Research Supplement, 1951. 8.
- 4) K. Kröppel und F. Thiele: Analytische und experimentelle Ermittlung der Spannungsverteilung in Kastenförmigen Biegequerschnitten mit Konsole bei örtlicher Krafeinleitung (Mittragende Breite), DER STAHLBAU, 1966. 5.
- 5) I.M. Yuille: Shear Lag in Stiffened Plating, Originally published for Written Discussion.
- 6) S. Timoshenko: Bending Stress in Curved Tubes of Rectangular Cross-Section, Amer. Soc. Mech. Eng., Vol. 45, p. 135, 1923.
- 7) ブライヒ: 鉄骨構造, 下巻, p. 697.
- 8) 奥村・前田・石沢: 最近におけるラーメン構造の隅角部, 土木学会誌, 1964. 11.
- 9) Valves Gates and Steel Conduits, Chapter-2, Department of Interiors Bureau of Reclamation.
- 10) S. Timoshenko: Theory of Plates and Shells, 115, Particular Cases of Symmetrical Deformation of Circular Cylindrical Shells.
- 11) E. Eberle: Stresses in Cylindrical Shells of Finite Length, Sulzer Technical Review, Vol. 41, 1959, No. 1.
- 12) P.P. Bijlaard: Stresses From Local Loadings in Cylindrical Pressure Vessels, TRANSACTIONS OF THE ASME, 1955. 8.
- 13) 渡辺啓行・高橋大輔: パイプ構造の研究, 東京大学工学部卒業論文.

(1967. 9. 1・受付)