

Epoxy 樹脂の静的および動的性質について

ON THE STATIC AND DYNAMIC PROPERTIES OF EPOXY RESIN

丹羽 義次*・佐藤 誠**

By Yoshiji Niwa and Makoto Sato

1. 緒 言

近年、構造物の動的解析がきわめて注目されているが、そのほとんどは構造物の動的挙動を振動現象として取扱っており、波動現象としての取扱いは非常に限られたものについて行なわれているにすぎない。

従来行なわれてきた衝撃に対する研究は、実験的には単純な模型について行なわれたものがほとんどであり、それらの結果は使用された模型材料、あるいは実験方法によってかなり異なっている。筆者らは衝撃問題を取扱うにあたって、主として動光弾性実験法を用いるため、まず光弾性模型材料の静的、動的諸性質の解明を余儀なくされた。

高分子材料を特に動的光弾性模型として用いる場合、これを完全弾性体として取扱うことには疑問がある。また粘弾性体として取扱うには、その性質を適確に表わしうる力学模型を究明しなければならない。

ここでは光弾性模型材料として Epoxy 樹脂(アラルダイト B)を選び、その静的力学性質を調べるとともに、最も簡単かつ基礎的な棒の縦衝撃を主とした手段としてその動的特性を究明した。その結果棒の縦自由振動から、振動数変化に対する動的諸性質を、一端固定棒の縦衝撃から、ひずみ速度変化に対する粘性係数を Voigt 粘弾性体と仮定した場合について考察した。なお高分子材料の諸性質は温度依存性がきわめて顕著であるが、ここでは 15°C~18°C での実験結果を示す。

2. 静的諸性質に関する実験的考察

(1) 主応力、主ひずみおよび等色線縞次数

光弾性材料の等色線縞次数と応力、ひずみの関係を示すフリッジ値は以下のように定義される。

応力・フリッジ値：

$$f_{\sigma} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{N} b = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{n} \dots\dots\dots(1)$$

ひずみ・フリッジ値：

$$f_{\epsilon} = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{N} b = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{n} \dots\dots\dots(2)$$

ここに、

σ_1 : 最大主応力

σ_2 : 最小主応力

ϵ_1 : 最大主ひずみ

ϵ_2 : 最小主ひずみ

N : 縞次数

n : 単位厚さ当りの縞次数

b : 材料の光路方向の厚さ

一方、応力・ひずみの関係から式(1),(2)よりつぎの関係式が得られる。

$$f_{\sigma} = \frac{E}{1+\nu} f_{\epsilon}$$

ここに、

ν : ポアソン比, E : 弾性係数

(2) 引張試験による諸性質の測定

100×15×10 mm の一様断面のアラルダイト B 棒について単純引張試験を行なった。ひずみはマルテンス光学ひずみ計と電気抵抗線ひずみ計により測定し、等色線縞次数を Babinet の補整器により測定した。

図-1 は電気抵抗線ひずみ計測定による弾性係数とポアソン比を 0~115 kg/cm² の応力レベルにおいて示したものである。

図-2 はマルテンス光学ひずみ計測定による弾性係数を示したものである。

図-3 は上記 2 つの測定法による弾性係数の比較から、マルテンスひずみ計による測定値を正しいものとして 100% とした場合の電気抵抗線ひずみ計の追従率を示したものである。ただし使用ゲージは Shinkoh S-24 (ゲージ長 4 mm), 接着剤はシアノアクリレート系のアロンアルファである。

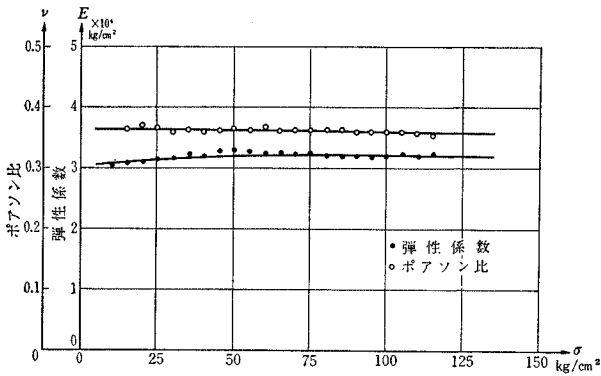
図-4 は弾性係数、ポアソン比、フリッジ値のクリープ試験(応力レベル 21.3 kg/cm², 温度 16.5°C)の結果を示したものである。

以上の結果から、普通光弾性実験において対象となる応力範囲を 100 kg/cm² 以下と考えると、ひずみ・フリッジ値、応力・フリッジ値、弾性係数、ポアソン比ならびに抵抗線ひずみ計の追従率はいずれも一定と見て解

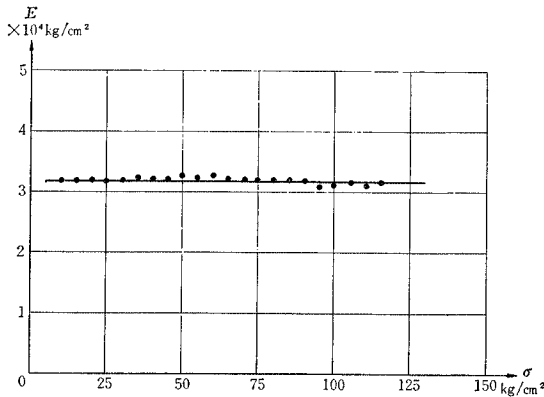
* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室

** 正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学教室

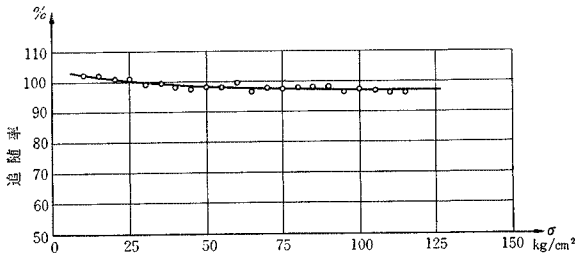
図一 電気抵抗線ひずみ計による弾性係数およびポアソン比



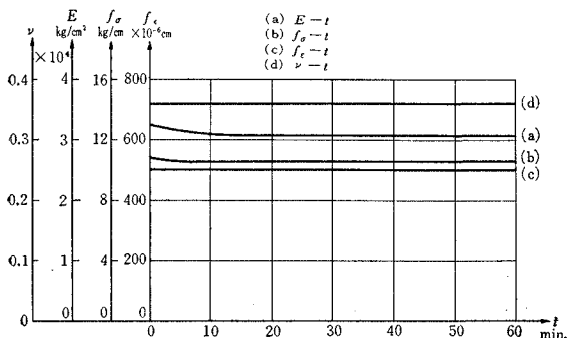
図二 マルテンズひずみ計による弾性係数



図三 抵抗線ひずみ計追隨率 (マルテンズひずみ計を100%とする)



図四 Epoxy 樹脂の弾性係数、ポアソン比、フリッジ値 σ=21.3 kg/cm²



析を行なって良いと考えられる。

なお、後述の動的特性と比較する目安として、多くの実験結果をまとめたものを静的特性として表一に掲げた。

表一 Epoxy 樹脂の静的諸性質

名称	記号	数値	単位
ひずみ・フリッジ値	f_e	470~500	$10^{-6}cm$
応力・フリッジ値	f_o	10.5~11.0	kg/cm
弾性係数	E	29000~32000	kg/cm ²
ポアソン比	ν	0.35~0.37	
単位体積重量	ρ	1.26~1.27	g/cm ³
抵抗線ひずみ計追隨率	ϵ	0.96~1.01	

3. 動的諸性質に関する実験的考察

高分子材料は本来粘弾性性質を持っている。粘弾性体の粘性性質を調べるための従来の方法は ①自由振動法、②共鳴振動法、③応力波伝播法、④応力-ひずみ曲線法などである。

本章(1)では①の方法を、(3)では③の方法を用いた。

後者において、従来の測定法では、電気抵抗線ひずみ計あるいは容量ひずみ計などを用いて行なっている。本論文では動光弾性実験により、等色線縞模様変化の高速撮影から得られた縞次数と伝播速度の関係をを用いて粘性係数の測定を行なった。

以下には Epoxy 樹脂を Voigt 型の粘弾性体と仮定した場合の粘弾性性質について述べる¹⁾。

Voigt 粘弾性体に $\epsilon = \epsilon_0 e^{i\omega t}$ なるひずみを与えた場合の応力・ひずみ関係を複素弾性係数を用いて表わすと

$$\sigma = (E + i\omega\eta)\epsilon \dots \dots \dots (3)$$

ここに、

ω は振動数

η は粘性係数

である。

また、 $E + i\omega\eta = E_1 + i\eta_1 = E_0 e^{i\varphi}$ とおくと、

$$E_1 = E_0 \cos \varphi, \eta_1 = E_0 \sin \varphi, \tan \varphi = \omega\eta/E$$

である。

Voigt 模型にしたがう棒の縦振動の運動方程式は、

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = E_0 e^{i\varphi} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \dots \dots \dots (4)$$

で表わされる。

長さ L の棒が両端自由の縦振動をする場合を考えるとき(4)の解は、

$$u = \cos \left\{ t \left(\frac{E_0}{\rho} \right)^{1/2} \frac{\pi}{L} \cos 2\varphi \right\} \times \exp \left\{ -t \left(\frac{E_0}{\rho} \right)^{1/2} \frac{\pi}{L} \sin \frac{\varphi}{2} \right\} \sin \frac{\pi x}{L} \dots \dots \dots (5)$$

で与えられ、また式(5)より振動数 f 、振動周期 τ 、

波長 λ , 縦波の伝播速度 C , および対数減衰率 δ は次式で表わされる。

$$f = \frac{1}{\tau} = \left(\frac{E_0}{\rho}\right)^{1/2} \frac{1}{2L} \cos \frac{\varphi}{2}$$

$$\lambda = 2L$$

$$C = f\lambda = \left(\frac{E}{\rho}\right)^{1/2} \cos \frac{\varphi}{2}$$

$$\delta = 2\pi \tan \frac{\varphi}{2}$$

また減衰定数 α は,

$$\alpha = \frac{\delta}{\lambda} \cos^2 \frac{\varphi}{2}$$

以上の値を両端自由の Epoxy 樹脂棒について測定した。

(1) 自由縦振動による Epoxy 樹脂の動的粘弾性性質の測定

両端自由の長方形断面棒(供試体 A: $10 \times 14.6 \times 313.6$ mm, B: $10 \times 10 \times 221$ mm)の一端にポンプ銃弾による縦衝撃を加え, 自由縦振動のひずみ記録から弾性係数および粘性係数を求めた。

ひずみ測定は図-5に示すように供試体の中央に棒軸方向およびそれと直角方向にゲージ長 4 mm の抵抗線ひずみ計を接着し, 2現象シンクロスコープで同時記録した。

図-6 は各振動数に対する対数減衰率, 減衰定数, 伝播速度を示したものである。

図-7 は各振動数に対する動的弾性係数, 粘性係数を示したものである。

自由縦振動のこれらの実験結果から, 振動数の増加に伴い縦波の伝播速度, 対数減衰率, 減衰定数および弾性係数は増加することがわかる。また粘性係数はこの程度の振動数変化の範囲ではほとんど変化が認められない。ここではいずれも振動数変化に対する各係数の変化を考察した。しかし, 応力伝播を波動として考える場合にはひずみ速度変化に対する諸係数の変化を求める必要がある。その場合については粘性係数についてのみ後述する。なお, 振動数とひずみ速度の関係について考えると, 振幅が考えている時間内でほぼ一定であれば, 振動数の大きいものほど高ひずみ速度のものが含まれている。しかしあらゆるひずみ速度の平均として出てくるために, 振動数とひずみ速度との間には直接の関係は存在しない。

(2) 動的ひずみ・フリンジ値の測定

衝撃問題を実験的に研究する場合, 二次元動光弾性実験法はきわめて有力な手段である。この場合動的な等色線縞模様縞の縞次数と応力, ひずみの関係を的確に把握しておく必要がある。実際に動光弾性実験法を用いる場合, 模型内の任意の点の縞次数およびひずみを測定することは容易であるが, 任意点の応力を測定することは一

般に困難である。この意味から, ここでは実用上主として実験の対象となる動的ひずみ・フリンジについて考察する。

図-5 Epoxy 樹脂棒の自由縦振動実験

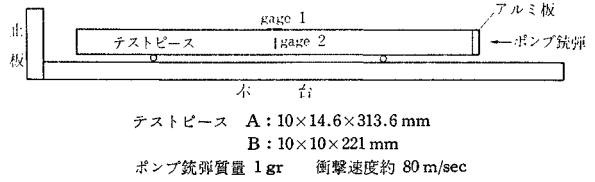


図-6 Epoxy 樹脂の振動数に対する対数減衰率, 減衰定数, 伝播速度

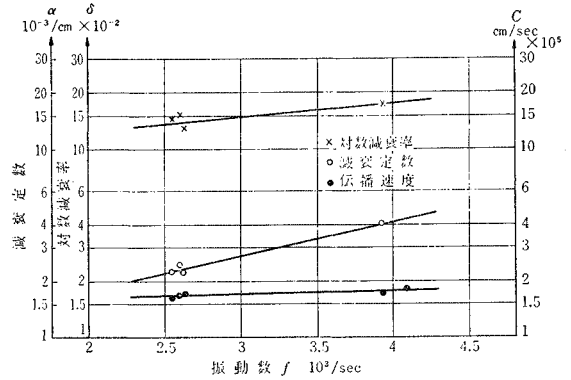


図-7 振動数に対する弾性係数, 粘性係数

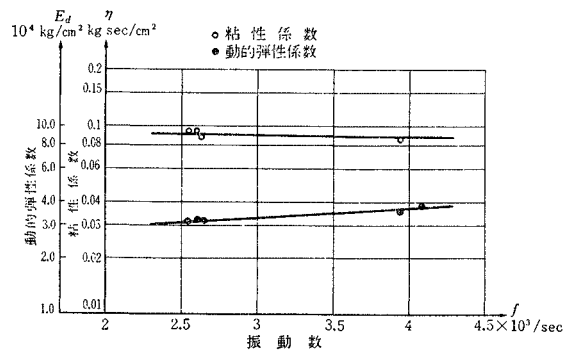
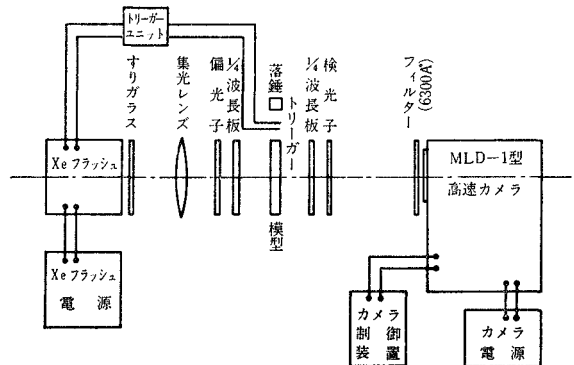


図-8 動光弾性実験装置のブロックダイアグラム



本実験においては、縞模様の変化を MLD-1 型高速カメラで撮影し、主ひずみ差はクロスゲージを用い動ひずみ増幅器を通してその変化を2現象シンクロコープに記録した。

図-8はこの実験に用いた動光弾性実験装置のブロックダイアグラムを 図-9 は落錘衝撃装置を示したものである。

図-10 に動的ひずみ・フリンジ値の測定に用いた供試体とその寸法を示した。

写真-1~3 はそれぞれ円板、長方形板、単純ばりを落錘衝撃した場合の等色線縞模様の変化を示したものである。

図-11~13 はそれぞれの供試体について主ひずみ差と縞次数を示したものである。ただし 図-13 は単純ばり中央上縁のものである。

動的ひずみ・フリンジ値は、これらの図からひずみおよび縞次数を順次時間について積分し、おのおのの面積を比較して求めた。

表-2 に 図-10 に示した各供試体の動的ひずみ・フリンジ値を一括して示した。また 図-14 は棒の縦衝撃の結果からポアソン比を求めたものであって、その平均値は0.362であり、静的な場合のポアソン比と一致している。

(3) 棒の縦衝撃による動的弾性、粘性係数の測定
Voigt 模型を考えた場合、応力とひずみの関係は、

$$\sigma = E_s \epsilon + \eta \frac{d\epsilon}{dt} = E_d \epsilon \dots \dots \dots (6)$$

と書ける。ここに、 E_s は静的弾性係数であり、 E_d は

図-9 落錘衝撃装置

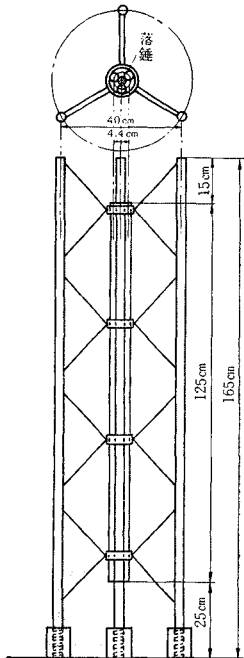


図-10 動的ひずみ・フリンジ値測定に用いた模型および寸法
模型厚さ 10 mm, 単位 mm

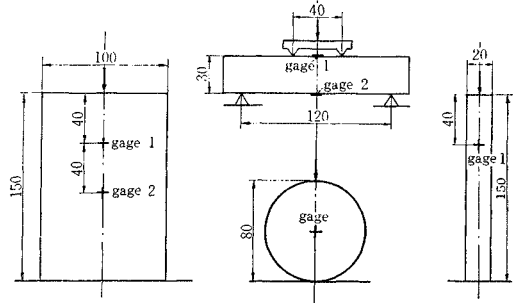


図-11 円板中央における主ひずみ差および縞次数

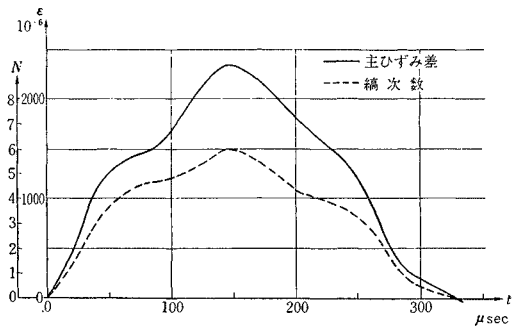


図-12 長方形板 gage 1 における主ひずみ差および縞次数

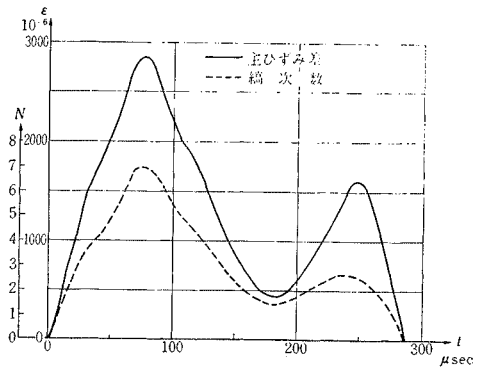


図-13 単純ばり中央上縁におけるひずみおよび縞次数

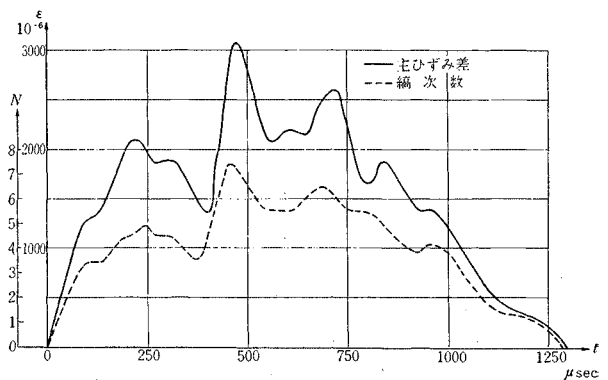


写真-1 衝撃速度 3.07 m/sec, 落錘質量 58.5 gr

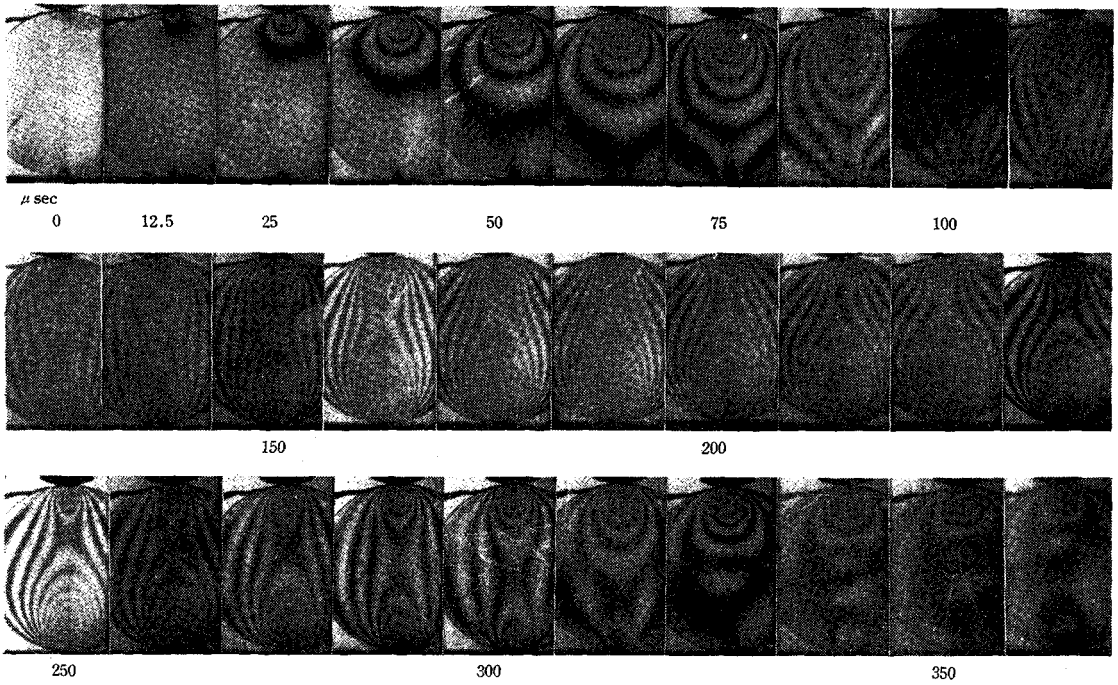


写真-2 衝撃速度 4.95 m/sec, 落錘質量 58.5 gr

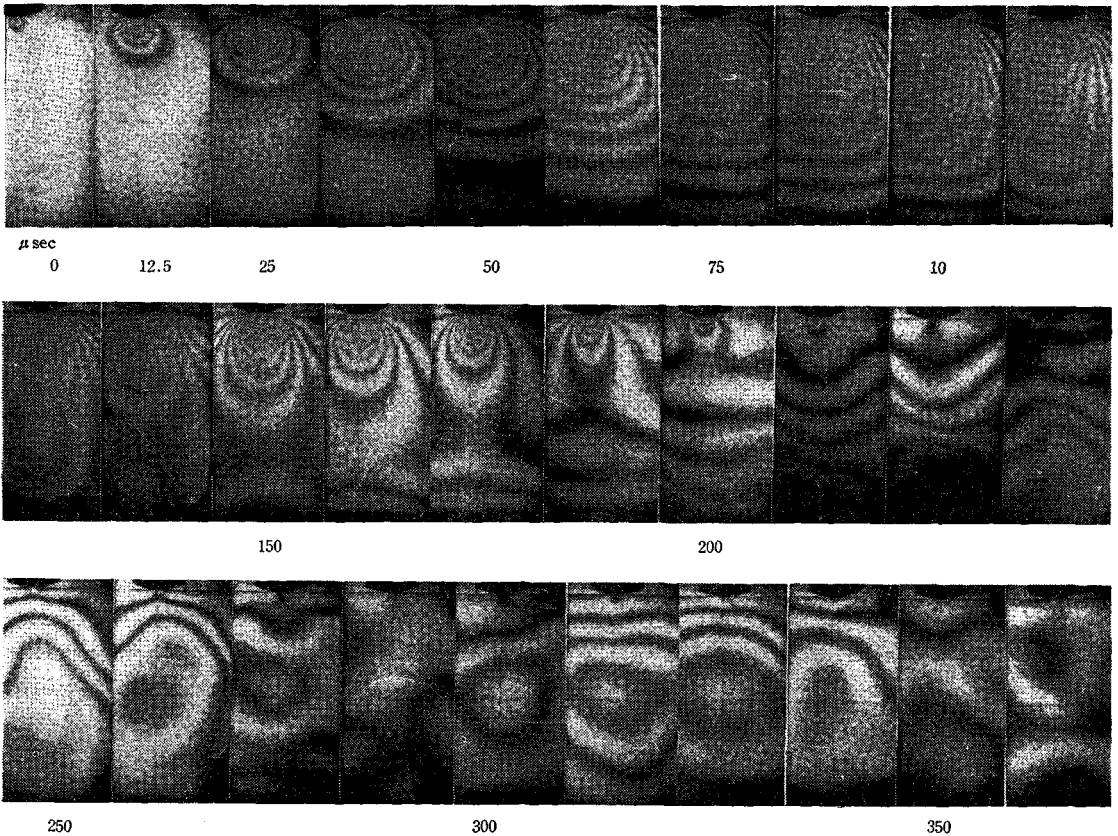
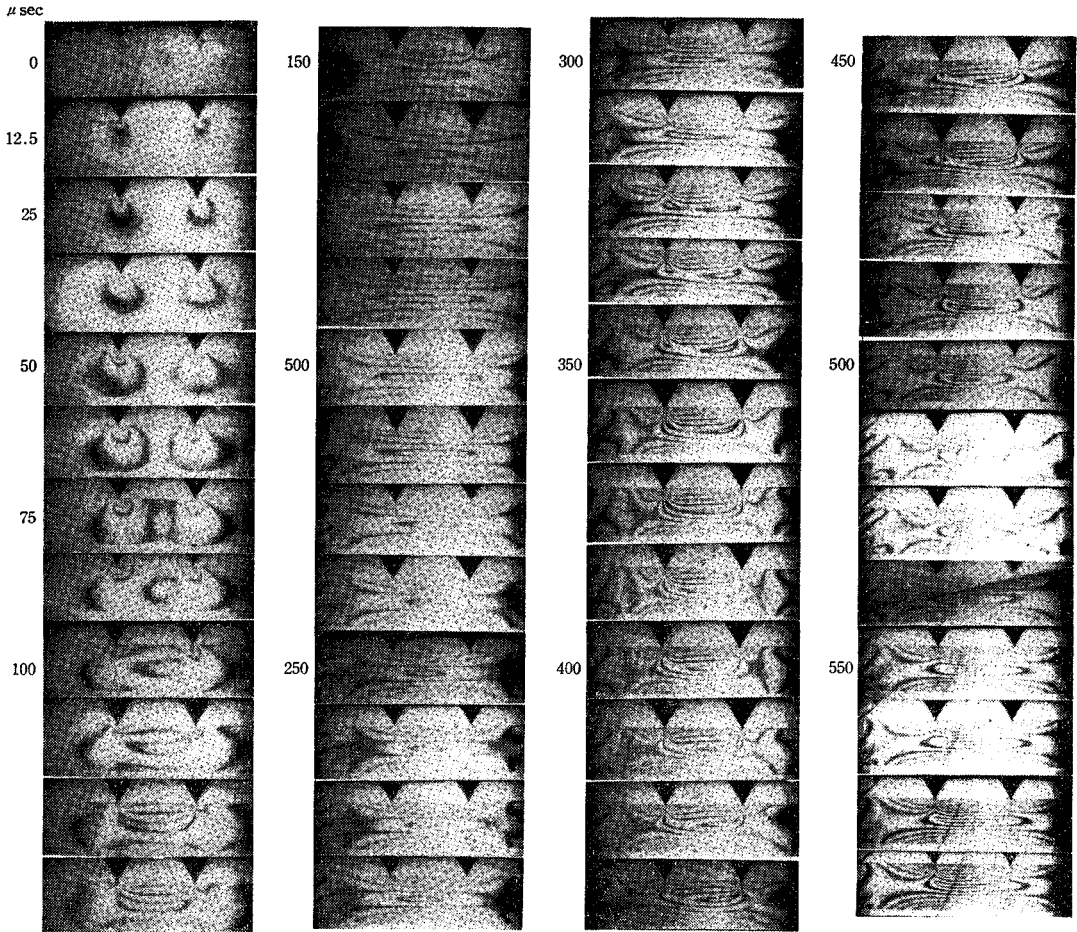


写真-3 衝撃速度 3.07 m/sec, 落錘質量 58.5 gr

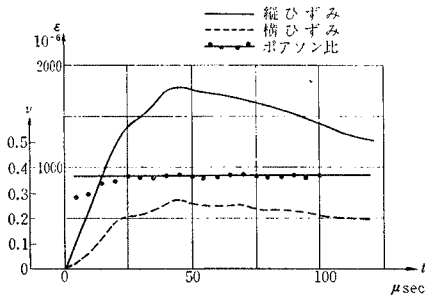


Voigt 粘弾性体が見掛け上示す動的な応力とひずみの比であり、これを動的弾性係数と呼ぶこととする。

表-2 各模型に対する動的ひずみ・フリッジ値

模型	測点	落錘質量	衝撃速度	ひずみ・フリッジ値
板	gage 1	58.5 gr	4.98 m/sec	409×10^{-6} cm
	gage 2	58.5	4.98	415
円板	中心	58.5	3.07	390
はり	gage 1	58.5	3.07	410
	gage 2	58.5	3.07	445
棒	gage 1	58.5	4.12	415

図-14 棒の縦衝撃から測定した動的ポアソン比
落錘質量 58.5 gr 衝撃速度 4.12 m/sec



式(6)より,

$$\eta = \frac{E_d - E_s}{\frac{d\varepsilon}{dt}} \cdot \varepsilon \dots\dots\dots(7a)$$

あるいは,

$$E_d = \frac{\eta \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}}{\varepsilon} + E_s \dots\dots\dots(7b)$$

一方、1次元波動方程式から $C_0 = \sqrt{E_d/\rho}$ である。

したがって、棒の縦衝撃の実験結果から C_0 を求め、 E_d を求めることによって式(7)から $d\varepsilon/dt$ が急変しない範囲では、そのときの ε がわかれば η を求めることができる。

このため、 $10 \times 25 \times 100$ mm の Epoxy 樹脂棒の一端を鋼板上に固定し、落錘により縦衝撃を行なった。

図-15 は棒の中心線について、衝撃端からの距離に関して等色線縞次数の時間変化を示したものである。

この図によると衝撃端から 2~3 cm までは曲線の勾配がかなり変化している。これは落錘の衝撃面を、偏心衝撃を避けるために若干球面状にしているためで、この付近までは棒軸に直角な断面には応力が一様でないこと、

写真-3 衝撃速度 3.07 m/sec, 落錘質量 58.5 gr.

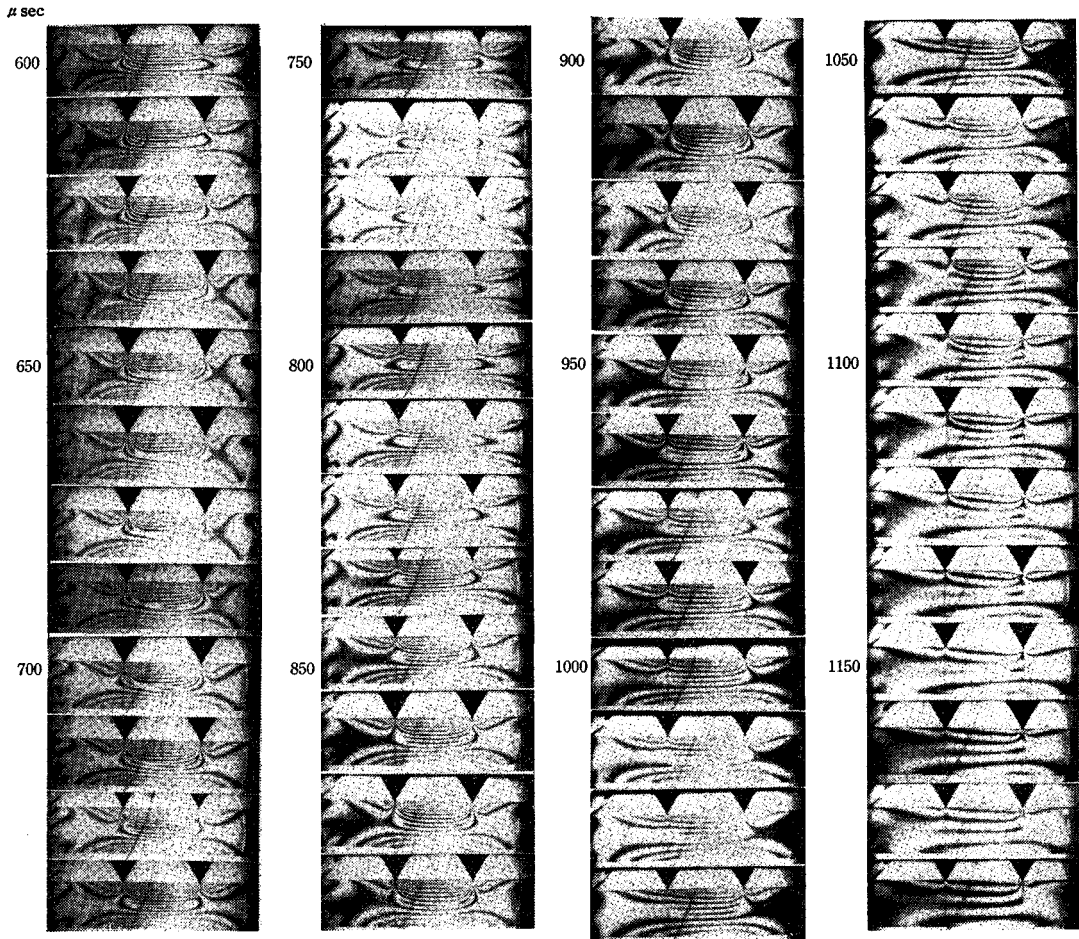


図-15 衝撃端からの距離と衝撃後の時間に対する繰回数変化

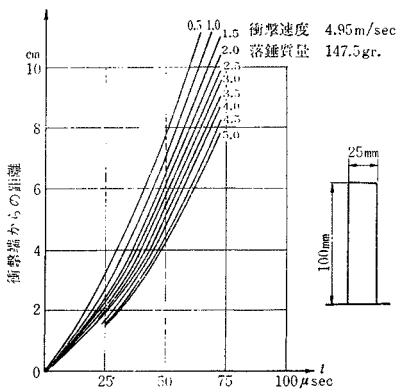
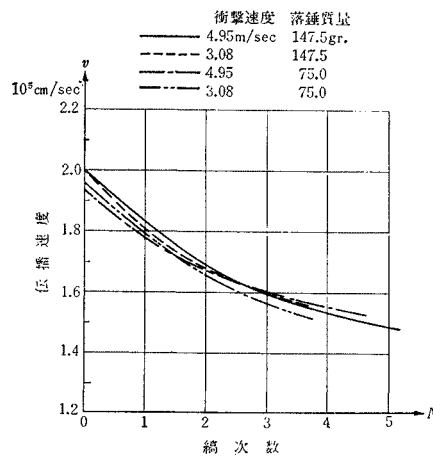


図-16 繰回数-伝播速度曲線



棒の境界からの反射波を無視すれば、中心線上では一軸応力状態であり、完全弾性体では固定端に達するまでは各繰回数の伝播速度は同一でなければならない。しかし 図-16 によると明らかに繰回数が増加するにつれて伝播速度は減少している。これは供試体が粘弾性体であるための内部摩擦に起因するエネルギー損失が原因とな

また平面接触でないために衝撃応力の立上りが鈍くなっているためである。

衝撃端から 3 cm 以上の所では各繰回数とも一定勾配となっている。この一定勾配を持つ部分について各繰回数の伝播速度を求めたものを 図-16 に示す。

っている。すなわち応力波が棒を伝播するにしたがって内部摩擦により主応力差が減少しているにもかかわらず、観察する場合には応力レベルが一定のまま(繰回数一定)伝播しているものとしている。したがってもし特定の波について追跡できるなら伝播速度は一定であろう。

しかし實際上これは不可能であり見掛け上高次のものほど伝播速度が減少しているものと考えられる。したがって真の縦波の伝播速度は、理論上内部摩擦によるエネルギー損失のない0次の高次数のものから求められる。光弾性写真からは通常0.5次以下の高次数のものは判読の精度がきわめて悪いから、0次の伝播速度は0.5次以上の曲線を延長外挿して求めた。その結果は0次で $1.95 \sim 2.0 \times 10^5$ cm/sec となり、これによりさらに E_d を求めると、 $49\,200 \sim 51\,836$ kg/cm² となる。これは2. で求めた静的弾性係数よりかなり大きくなっている。粘性の影響により、動的弾性係数が静的なものより増加することは従来の研究でも報告されているところである^{2),3)}。

先に棒の自由縦振動の記録から Epoxy 樹脂の粘性性質を考察したが、ここでは式(7)をもとにして、一端固定棒を縦衝撃した場合について粘性係数を求めた。

図-17 は 図-15 に示した模型の衝撃端から 5.6 cm の点のひずみ-時間曲線である。 ϵ_1 が実測した縦ひずみである。この図によると、ひずみ速度 $\partial\epsilon/\partial t$ はひずみが増加する間にも時間とともに減少している。したがって式(7)において η を一定と考えると、ひずみ速度が減少するにたがって動的弾性係数も減少する。その結果棒中の任意の断面で考えると、衝撃後ひずみ(応力)が増加する時間内では、その断面を通過する応力波の伝播速度は減少することになる。これは実験結果と一致している。

いま E_0 は既知であるから式(7)より、任意の断面におけるひずみに対するひずみ速度を求め、一方そのときの主ひずみ差に対応する高次数から 図-16 によって対応する伝播速度を求めるとこれから E_d が求まり、結局 η を求めることができる。実際の計算に当っては、図-17 の実線で示した縦ひずみ ϵ_1 を破線 ϵ_1' で近似し、またポアソン比は一定であるからこの ϵ_1' に対応する横ひずみ ϵ_2' を決定し、両者から主ひずみ差を求めた。

図-18 は上記の方法で求めた粘性係数 η をひずみ速

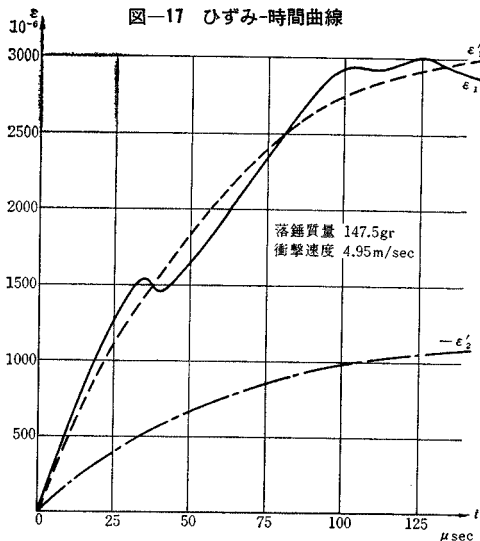


図-17 ひずみ-時間曲線

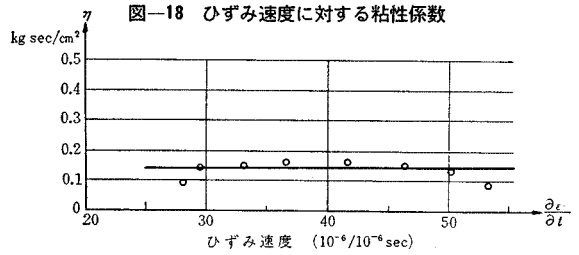


図-18 ひずみ速度に対する粘性係数

度に関してプロットしたものである。

これによると Voigt 粘弾性体とした場合の粘性係数は、この程度のひずみ速度の範囲に対してはほぼ一定で約 0.14 kg sec/cm² であることがわかる。この値は図-7 に示した値とほとんど一致している。したがってこの程度の衝撃実験においては Epoxy 樹脂を Voigt 模型にしたがう粘弾性体と考えても無理がないと考えられる。

4. 結 言

本実験により、Epoxy 樹脂(アラルダイトB)の静的、動的諸性質がかなり明らかになり、本実験で行なった範囲では Epoxy 樹脂を Voigt 模型にしたがう粘弾性体として取扱うことができることが明らかとなった。

しかしながら、本実験で取扱った程度の衝撃は衝撃現象としては比較的低速で波長も長いものである。高分子材料は静的には温度依存性が大きい、動的な場合にはそれに加えてひずみ速度による影響が大きいとされている^{2),3)}。本研究によって得られたところでは、ひずみ速度に対するひずみ・フリンジ値、縦波の伝播速度、動的弾性係数、粘性係数の変化は実験誤差範囲にあり、ひずみ速度の関数としては把握できなかった。

今後はさらに高速で波長の短い衝撃を取扱い、衝撃の広範囲にわたる動的特性について解明する必要がある。

なお本実験に引続き、この結果をもとにして、棒、多層棒、変断面棒、板、はり、あるいはラーメン構造物など実際構造物についての衝撃現象の解明を行なっている。

参 考 文 献

- 1) G.W. Sutton: "A Photoelastic Study of Strain Waves Caused by Cavitation", Journal of Applied Mechanics, Vol. 24, Sept., 1957, pp. 340~348
- 2) J.W. Dally, W.F. Riley, A.J. Durelli: "A Photoelastic Approach to Transient Stress Problems Employing Low-modulus Materials", Journal of Applied Mechanics, Dec., 1959, pp. 613~620
- 3) A.J. Durelli, J.W. Dally, W.F. Riley: "Developments in the Application of the Grid Method to Dynamic Problems", Journal of Applied Mechanics, Dec., 1959, pp. 629~634
- 4) A.B.J. Clark: "Static and Dynamic Calibration of a Photoelastic Model Material CR-39", S.E.S.A. Proceeding Vol. 14, No. 1, pp. 195~204
- 5) M.M. Frocht: "Studies in Dynamic Photoelasticity with Special Emphasis on the Stress-Optic Law", International Symposium on Stress Wave Propagation in Materials, Interscience Publishers, New York, pp. 91~118 (1967.6.22・受付)