

# 光弾性皮膜法による鋼部材の弾塑性域 の拡がりに関する研究

## YIELDED PATTERNS IN THE STRUCTURAL STEEL MEMBERS (PHOTOELASTIC COATING STUDY)

宇佐美 勉\*・川本 朧 万\*\*・福本 秀 士\*\*\*  
*Tutomu Usami, Toshikazu Kawamoto and Yuhshi Fukumoto*

### 1. 緒 言

鋼構造物の極限強度は、通常、構成する構造部材の一部が荷重により弾性限をこえて塑性域に入り、構造物の剛性が低下する結果ひきおこされる座屈、不安定現象、過度の塑性変形などにより決められる。

構造物の挙動が弾性限をこえて塑性域に入ると、構造物の荷重—変形関係を忠実に追跡していくことは、面倒な数値計算を含む困難な問題になってくる。平面骨組構造物はその面内で過度の塑性変形を生じ、ついには崩壊にいたる場合、全塑性曲げモーメントに達した断面に塑性ヒンジが形成されたとみなし、部材に発生する弾塑性域の拡がりを考えないで解くのが単純塑性解析による塑性設計法である。この方法では、崩壊にいたるまでの厳密な荷重—変形性状を求めるとはできない。非弾性域での構造物の荷重—変形性状を厳密にもとめるには、それぞれの荷重段階に対応して、部材に発生する塑性領域を求めないのであるが、力のつり合い条件、変形の適合条件を同時に満足させようとするには、どうしても trial-and-error による計算手法が要求される。

部材に発生する弾塑性境界は使用材料の降伏条件式から求められるが、これは弾性応力、または弾性ひずみが降伏関数

$$f(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}) = 0$$

を満たす境界が弾塑性境界として与えられる。

本研究では、鋼構造物の弾塑性境界の拡がり、および非弾性域での荷重—変形関係を求めるため、まず構成部材をとりあげ、荷重による部材内の塑性域の形状を光弾性皮膜法を用いて実験的に求め、理論解との比較検討を行なうとともに、塑性域形状—荷重—変形の相関関係を求めた。

光弾性皮膜法を用いての部材の弾塑性域の実験的解析はつぎにあげるような利点をもっている。

(1) 実験部材に直接皮膜を貼りつけて測定を行なうので鋼材の材料特性が忠実にとり入れられる。

(2) 部材表面の測定可能なひずみ量の範囲が広く、弾性および塑性ひずみが検出できる。

(3) 皮膜法によればひずみの検出は部材に沿って連続して得られ、弾塑性域の拡がりの様子が目で確かめられる。

なお、光弾性皮膜法については、辻・西田・河田三博士による名著“光弾性実験法<sup>1)</sup>”に詳述されているので、ここでは皮膜法の歴史的発展、原理、光弾性装置についての説明は省き、ただ、実験方法のうち、特に苦心した点について述べるにとどめる。

### 2. 光弾性皮膜の特性

#### (1) 皮膜の光弾性法則および応力解析

実験に用いた皮膜材料の性質が、(1) 皮膜は等方均質である、(2) 鋼部材のひずみは貼付した皮膜にそのまま伝達される、(3) 鋼部材が塑性域に入っても、皮膜は Hooke の法則にしたがう、(4) 変形時の皮膜の厚さの変化は考えない、などの仮定を満足しているとすると、つぎの式で表わされるような光弾性法則 (Strain-Optic-law) が得られる<sup>1)</sup>。

$$n = \frac{2\alpha t E_c}{1+\nu_c} (\epsilon_1 - \epsilon_2) = K(\epsilon_1 - \epsilon_2) \cdot 2t \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $n$ : 鋼材表面の反射により、光弾性皮膜を 2 度通過する偏光が示す光弾性しま次数、 $(\epsilon_1 - \epsilon_2)$ : 皮膜 (= 鋼部材) の主ひずみ差、 $\alpha$ : 光弾性感度、 $t$ : 皮膜の厚さ、 $E_c, \nu_c$ : 皮膜のヤング率およびポアソン比、 $K \equiv \alpha E_c / (1 + \nu_c)$ : 主ひずみ差感度であり、皮膜固有の定数。

主ひずみ差感度  $K$  をあらかじめ検定しておけば、式 (1) より鋼部材の主ひずみ差  $\epsilon_1 - \epsilon_2$  がただちに得られる。この主ひずみ差から主ひずみ  $\epsilon_1, \epsilon_2$  を分離するには、通常の 2 次元光弾性法と同様に、等傾線を用いて Shear-difference method、または、斜入射法を用いればよい。自由境界面では、それに平行な主応力  $\sigma_1$  が存在するだけで、面に垂直な主応力  $\sigma_2 = 0$  であり、また塑性域ではポアソン比は 0.5 となるから、 $\epsilon_2 = -0.5 \epsilon_1$  となる。し

\* 学生員 工修 名古屋大学大学院 工学研究科,  
Washington 大学 (St. Louis) 大学院留学中

\*\* 正会員 工博 名古屋大学助教授 土木工学科

\*\*\* 正会員 Ph.D. 名古屋大学助教授 土木工学科

たがって  $\epsilon_1 - \epsilon_2 = 3\epsilon_1/2$  となり、自由境界に平行な主ひずみを  $\epsilon_1 - \epsilon_2$  の値から直接知ることができる。つぎに、得られたひずみから塑性域での応力状態を求めるには、鋼材の降伏条件および降伏後の応力-ひずみ関係が明らかでなければならない。Theocaris<sup>2)</sup> は Von Mises の降伏条件式と Prandtl-Reuss の流れ理論にもとづく応力-ひずみ式を用いて、step-by-step に塑性域での応力を求める解析法を提案した。

弾塑性境界のみを知るには、つぎのような方法が容易に用いられる<sup>3)</sup>。いま、鋼材が Tresca の降伏条件にしたがうとすると、部材内のある点で塑性ひずみが生ずるのは、その点における最大せん断応力がある一定値に達したときであることから、平面応力状態における Tresca の降伏条件式は、

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{1}{2}\sigma_y, \sigma_1 \geq \sigma_2 \dots\dots\dots (2)$$

で表わせる。ここに、 $\sigma_y$  は単純引張による鋼材の降伏点応力である。式(2)を式(1)に代入すれば、

$$n = K(1+\nu)\epsilon_y \cdot 2t \equiv n_y \dots\dots\dots (3)$$

となる。ここに、 $\nu$  は鋼材のポアソン比、 $\epsilon_y = \sigma_y/E$  は鋼材の弾性限ひずみである。式(3)で表わされるしま次数  $n_y$  が弾塑性境界を表わすことになるが、これは皮膜を接着した鋼材片の単純引張りまたは純曲げ試験から得られる検定曲線 ( $\sigma - \epsilon$  曲線)において、 $\epsilon = \epsilon_y$  に対応するしま次数と一致する。したがって、検定試験によってあらかじめそのしま次数を求めておけば、等色線のみから弾塑性境界の形状が得られることになる。

(2) 光弾性皮膜特性の測定

光弾性皮膜として、わが国で多く用いられているものは、河田<sup>4)</sup>が試作した epoxy-rubber (epoxy-polysulfide 系共重合体)であろう。この共重合比(重量比)はつぎのようである。

epoxy prepolymer	100
polysulfide	x
diethylene triamine	8

$x=0 \sim 200$  の範囲で硬いガラス状から、ゴム状までの樹脂を作成することができる。硬い樹脂は鋼部材の剛性に影響を与え、軟い樹脂は光弾性感度が不足する恐れがある。鋼材の弾塑性実験には、 $x=0 \sim 30$  の範囲が適当であると思われるが、もっとも適切な配合比を決定するため  $x=10, 15, 20, 25$  の4つの配合の異なった皮膜を作成して、それらの諸性質、 $E_c, \nu_c, \alpha$  を測定した。その結果は表-1に示す。なお、epoxy-prepolymer としては Araldite Type D, polysulfide としては、Tiokol LP3 を使用した。表-1に得られた結果および次節で述べる皮膜による鋼材の補強効果を考慮して、本実験に用いる皮膜材料としては、 $x=15$  の配合で、厚さ2mmのものを用いた。

つぎに、 $x=15$  の皮膜に対する主ひずみ差感度の検定

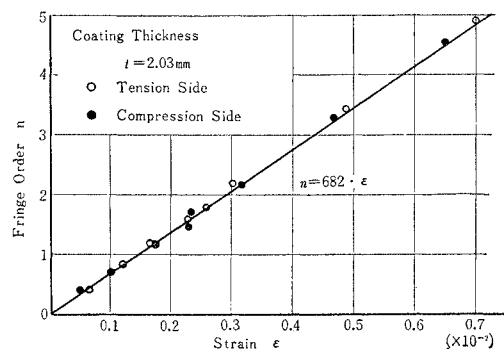
Table 1 Material Properties of Epoxy-Rubbers

$x^*$	Young's Modulus $E_c$ (kg/mm <sup>2</sup> )	Poisson's Ratio $\nu_c$	Photoelastic Sensitivity $\alpha$ (mm/kg)	Principal Strain Difference Sensitivity $K$ (1/mm)
25	94.2	0.45	1.06	68.9
20	143.0	0.45	0.91	89.7
15	159.0	0.45	1.06	119.0
10	163.0	0.45	1.17	132.0

Temperature 15° to 18°C

\*  $x$ : Weight ratio of polysulfide

Fig. 1 Fringe Order  $n$  versus Strain  $\epsilon$  Relationship under Pure Bending



のため、つぎのような実験を行なった。鋼材(SS 41 相当材)から 40 mm × 12 mm × 320 mm の曲げ試験片を2本作成し、片面に2mm厚の上記配合の皮膜を接着し、裏面には抵抗線型塑性ひずみゲージ(東京測器社製 YL 5)をスパン中央断面に4枚(上,下縁および中立軸と上,下縁の中間)接着した。2点荷重による曲げ試験を行ない、等色線を写真撮影すると同時に、ひずみゲージの値を読み取った。等色線写真から得られたしま次数とひずみゲージから得られたひずみとの関係の一例を示すと図-1のようになる。曲げ試験片のスパン中央部は、純曲げの場になるから、その部分では、 $\epsilon_2 = -\nu\epsilon_1$  であり、したがって式(1)より  $n = K(1+\nu)\epsilon_1 \cdot 2t$  となる。ひずみゲージから得られるひずみは、 $\epsilon_1$  を表わすから、図-1で示される直線の勾配は  $K(1+\nu)2t$  を示すことになる。鋼材のポアソン比  $\nu$  は、弾性域では  $\nu=0.3$ 、塑性域では  $\nu=0.5$  であるが、測定したおもな領域が塑性域であるため  $\nu=0.5$  として  $K$  を求めると表-2のようになる。表-1と表-2の  $K$  の値は多少異なるが、以後の解析には、表-2の  $K$  の値を用いることにした。

(3) 皮膜による鋼部材の補強効果の検討

Table 2 Principal Strain Difference Sensitivity

Test Specimen Numbers	$K(1+\nu) \cdot 2t$	t (mm)	$K$ (1/mm)
1	682	2.03	112
2	679	2.01	111
mean			112

Temperature 18°C

光弾性皮膜法によって弾塑性解析を行なう場合、鋼部材が非弾性域に入ると、その剛性が著しく低下するため、皮膜による部材の補強効果をあらかじめ検討しておくなければならない。いま、純曲げの場合において、皮膜を接着した鋼部材（長方形断面）の一部が塑性域に入った場合を考えると、鋼部材および皮膜内の応力分布、ひずみ分布は図-2のようになる。これらの応力分布から断面でのつり合い式を作れば次式を得る。

$$\frac{M_r}{M_y} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left( \frac{\phi_y}{\phi} \right)^2 + \frac{E_c \cdot t}{E \cdot b} \left( \frac{\phi}{\phi_y} \right) \dots\dots\dots (4)$$

$$(M_y \leq M_r \leq 1.5 M_y)$$

ここで、 $M_r$  は曲げモーメント、 $M_y$  は鋼部材の降伏曲げモーメント、 $\phi$  は  $M_r$  によって生ずる曲率、 $\phi_y$  は鋼部材の降伏曲率、 $t$  は皮膜の厚さ、 $b$  は長方形断面鋼部材の幅を示す。式(4)の右辺第2項までは、皮膜を接着しないときの鋼部材に曲率  $\phi$  を生ぜしめる曲げモーメントを示すから、これを  $M/M_y$  に置きかえると、式(4)は一般につきのようになる。

$$\frac{M_r}{M_y} = \frac{M}{M_y} + \frac{E_c \cdot t}{E \cdot b} \left( \frac{\phi}{\phi_y} \right) \dots\dots\dots (5)$$

式(5)の右辺第2項は皮膜による補強効果を表わし、鋼部材が弾性域、塑性域または、ひずみ硬化域にあっても皮膜が弾性域にあるかぎり、その表現は変わらない。したがって、鋼部材の弾性域からひずみ硬化域に至るまでの、曲げモーメント  $M/M_y$  と曲率  $\phi/\phi_y$  の関係を求め、式(5)の右辺第1項に代入すれば、与えられた  $\phi/\phi_y$  に対して、 $M_r/M_y$  を求めることができる。鋼材のひずみ硬化を考慮した場合の  $M/M_y$  と  $\phi/\phi_y$  との関係は、数値積分<sup>5)</sup> によるのが簡便である。

以下の実験において、片持ちばり試験片として用いた2種の鋼材(SS 41および調質 HT 80)より得られた応力-ひずみ曲線を図-3のように理想化し、数値積分によって式(5)の  $M_r/M_y$  と  $\phi/\phi_y$  の関係を求めた。図-4には、 $M_r/M_y - \phi/\phi_y$ 、および  $M/M_y - \phi/\phi_y$  の関係を示してある。ここに、 $t=2\text{ mm}$ 、 $b=8\text{ mm}$  であって、 $E_c$  は  $x=15$  の配合比の皮膜の弾性係数(表-2参照)、 $E$  は表-3の値を用いた。図からわかるように、鋼部材の最外縁がひずみ硬化域に入るとき、すなわち、 $M/M_y \cong 1.5$  のときの皮膜による補強効果  $(M_r - M)/M_y$  はおよそ2%である。

3. 試験片および実験方法

(1) 試験片

実験は3シリーズよりなる。Iシリーズは片

持ちばり、IIシリーズは一端固定他端単純支持の一次不静定ばり、IIIシリーズは偏心圧縮荷重を受ける柱とし

Fig. 2 Stress and Strain Distributions at a Cross-Section of Coated Steel Members in Pure Bending

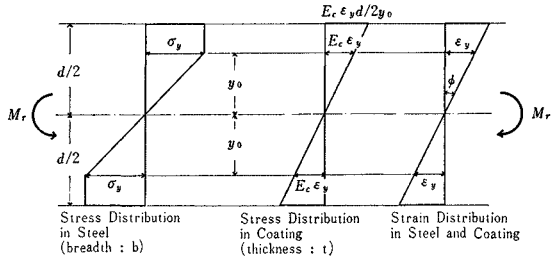


Fig. 3 Stress-Strain Diagrams for Steels, SS 41 and HT 80

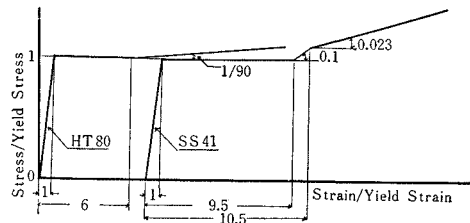


Fig. 4 Coating Effect on Bending Moment versus Curvature

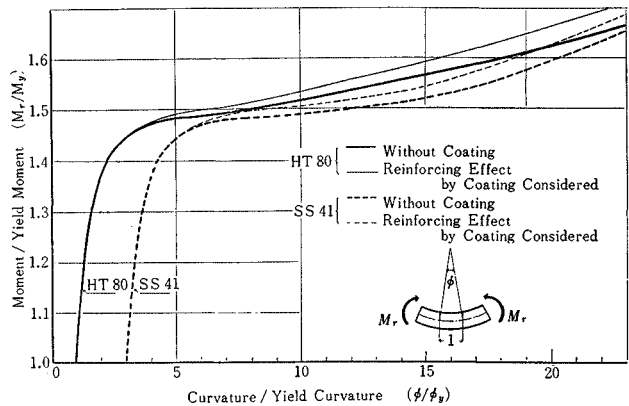
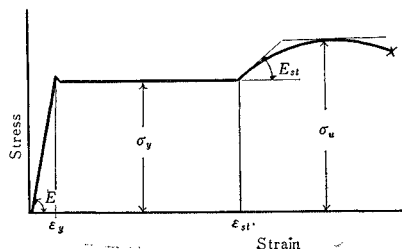


Table 3 Material Properties of Steels

Test Series	Steels	$\sigma_y$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$\sigma_{st}$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$\epsilon_y$ (%)	$\epsilon_{st}$ (%)	$E$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$E_{st}$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$\nu$
Beam	SS 41	23.8	41.4	0.140	1.235	$2.01 \times 10^4$	$2.03 \times 10^3$	0.28
	HT 80	76.7	84.2	0.362	2.163	$2.12 \times 10^4$	$2.35 \times 10^2$	0.26
Column	SS 41	24.7	43.8	0.133	1.322	$2.00 \times 10^4$	$2.00 \times 10^3$	0.25



た。試験片の鋼材は、Ⅰ、Ⅱシリーズにおいては SS 41 および調質 HT 80 の 2 種類であって、それぞれ 16 mm 厚鋼板および 10 mm 厚鋼板から機械切削により 8 mm 厚の試験片を作成した。Ⅲシリーズにおいては 12 mm 厚の SS 41 鋼板から機械切削により 11 mm 厚の試験片を作成した。表面仕上げ度はいずれも JIS 規格で  $\nabla$  である。試験片の形状を図-5 に示す。また、同一材料から JIS 規格 1 号引張試験片を切り出し、引張試験を行った。その結果を表-3 に示す。

(2) 実験方法

片持ちりの実験では、図-6 (a) に示すような荷重方法がとられた。スパン中央に剛体部分を持つ試験片を両端で単純支持し、スパン ( $2L+C$ ) の中央に、径 8 mm のシリンダーをかいて集中荷重 ( $P$ ) を作用させた。このような荷重状態は、スパン  $L$  の片持ちり先端に集中荷重  $P/2$  を作用させたものと力学的に同一となる。光弾性皮膜 (2 mm 厚) は試験片の片側スパン全体に接着した。また、光弾性皮膜法による結果と比較する目的で、抵抗線型塑性ひずみゲージ (東京測器社製 YL-5) を、図-6 (a) に示す位置に接着した。荷重作用点でののはり

Fig. 5 Shapes and Dimensions of Test Specimens

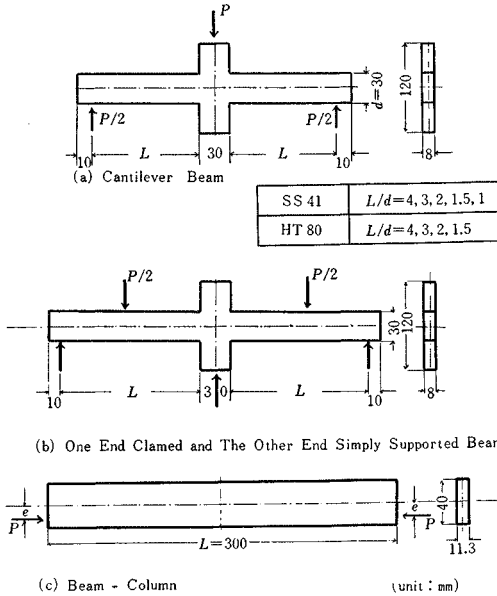


Fig. 6 (a) Test Setup of Cantilever Beam

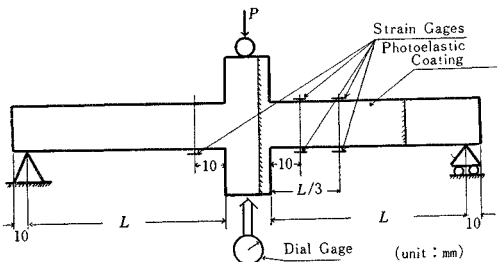
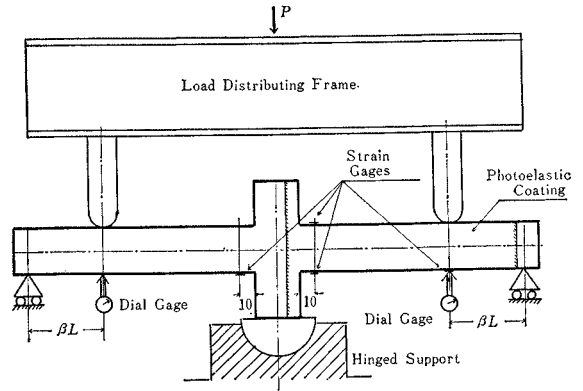


Fig. 6 (b) Test Setup of One End Clamped and the Other End Simply Supported Beam



のたわみ量は、ダイヤルゲージ (最小目盛 1/100 mm) で測定した。

一端固定他端単純支持ばりの実験では、図-6 (b) に示すように、はりの両端から 10 mm の位置を単純支持し、中央の剛体部をヒンジ支承で支持した。このような荷重状態は、一端固定他端単純支持ばりに単一集中荷重を作用させた場合と力学上同一となる。荷重作用位置は、1) 固定端部における弾性曲げモーメント (負の曲げモーメント) と荷重点の弾性曲げモーメント (正の曲げモーメント) の大きさが等しくなるような位置、 $\beta_1 L = 0.414 L$  (この荷重点は単純塑性解析によるはりの最小極限強度をうる)、2) 負の弾性曲げモーメントが最大になるような荷重点位置、 $\beta_2 L = 0.577 L$ 、3) 荷重点の正の弾性曲げモーメントが最大となるような荷重点位置、 $\beta_3 L = 0.366 L$  の 3 通りの  $\beta$  の値を選んだ。光弾性皮膜は試験片の片側スパン全体に接着し、ひずみゲージは図-6 (b) に示す位置に接着した。また荷重作用点でののはりのたわみはダイヤルゲージで測定した。写真-1 は実験中の全景を示す。写真の荷重位置は  $\beta_2 = 0.577$  の場合である。

偏心圧縮柱の実験では、図-6 (c) に示すような荷重

Photo 1 One End Clamped and the Other End Simply Supported Beam Test

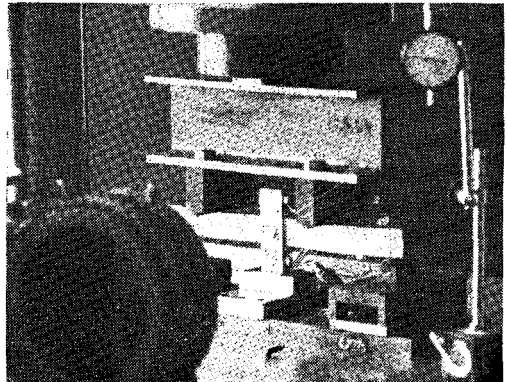


Fig. 6(c) Test Setup of Beam-Column

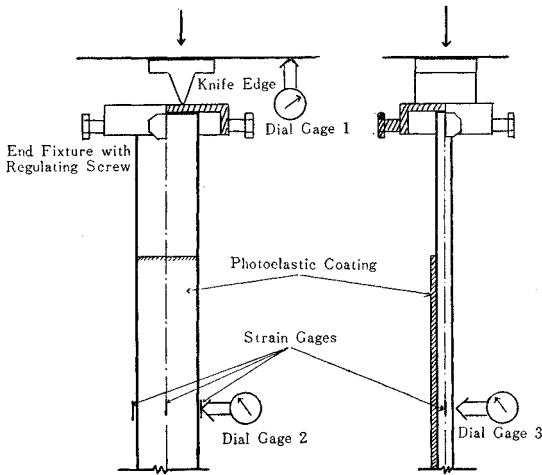
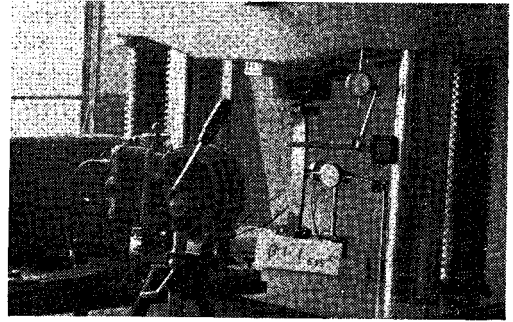


Photo 2 Column Test



方法がとられた。試験体の端部には、微動調節ねじを持つ硬度の高い板をのせ、その上にのせたナイフエッジを介して偏心荷重が作用するようになっている。したがって、柱端部は、柱の曲げ面内(強軸面)へは自由に回転し、面外(弱軸面)へは回転しない。偏心量は、弱軸への Euler 座屈が起らないように、 $e/h=0.15, 0.25$  および  $0.4$  を選んだ。柱の鉛直変位および柱中央断面の水平変位は、2 個の最小目盛  $1/100 \text{ mm}$  のダイヤルゲージ (Dial Gage 1,2) で、柱中央断面の面外への水平変位は 1 個の最小目盛  $1/1000 \text{ mm}$  のダイヤルゲージ (Dial Gage 3) で測定した。光弾性皮膜は、柱中央付近に約  $20 \text{ cm}$  にわたって接着し、ひずみゲージは柱中央断面に、図-6(c) に示す位置に接着した。写真-2 は偏心圧縮柱実験の全景を示したものである。

4. 実験結果および考察

(1) 片持り

a) 塑性域の拡がり 図-7(a),(b) はスパン長/桁高  $L/d=4$  および  $2$  の片持りの自由端に集中荷重が作用したときのスパンに沿って生ずる塑性領域の拡がりの様子を各荷重段階ごとに示したものである。実験値は光弾性実験によって得られた鋼材表面の弾塑性境界線を示している。これらの曲線は各荷重ごとに得られた等色線写真をもとに、式(3) から得られた降伏しま次数  $n_y$  に対応するしま模様を示し、そのまま弾塑性境界の形状、位置を表わしている。また、計算値は図-3 に示した鋼材の応力-ひずみ曲線を用いて、あらかじめ求めた断面の曲げモーメント曲率から、その断面の塑性域の拡がりを求めた結果である。ここでは曲げ変形のみを考慮し、かつ皮膜による

塑性域での補強効果を含んでいる。計算値は単純曲げ理論によって求めたものであり、 $L/d=4$  の場合のように比較的細長い棒材では、得られた実験値と計算値は固定端付近を除いてはよく一致している。これに反し、 $L/d=2$  の場合のように単純曲げ理論の適用に問題があるような寸法比のほりでは、実験値との比較からもわかるように、両者による塑性境界線は  $L/d=4$  の場合のような良好な一致はみられない。

長方形断面ばりの固定端部付近における降伏域の拡がりに関する研究は、ほりの塑性解析との関連において行なわれている。Horne<sup>6)</sup> によれば、曲げとせん断力が同時に作用する断面における降伏域ではせん断応力は零であり、弾性域にてせん断力に抵抗するいわゆる“せん断核”が形成され、一断面全体が降伏した場合をもって片持りの崩壊としている。これは曲げおよびせん断力が

Fig. 7 Comparisons between Theoretical and Experimental Yielded Patterns in Cantilever Beams

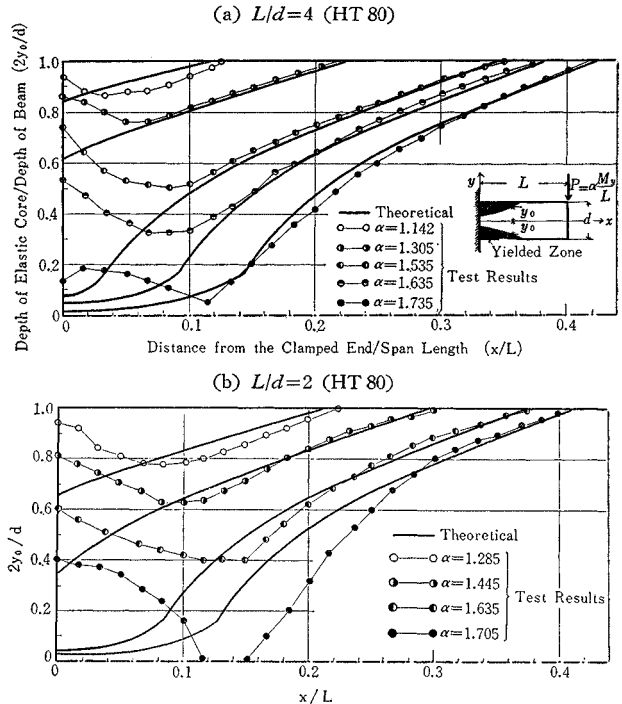
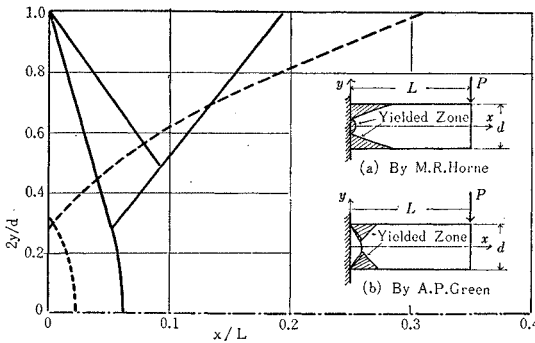


Fig. 8 Two Theoretical Yielded Patterns in a Cantilever ( $L/d=2$ ) at Ultimate Load (By M.R. Horne (6) and by A.P. Green (8))



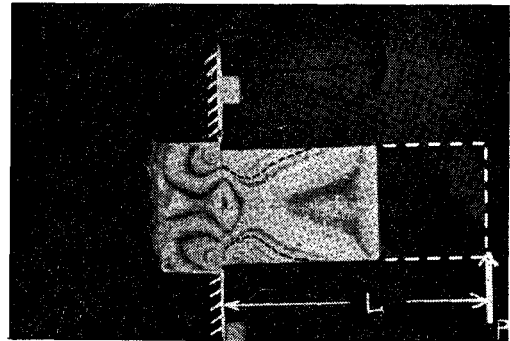
作用するはりの崩壊の下界値を与える<sup>7)</sup>。一方、Green<sup>8)</sup>によれば剛塑性材料からなる片持ばりの塑性域は 図一8 のようになり、固定端部でくさび状な形となり固定端断面には弾性域が残っている。このような降伏域の形状により崩壊するときのはりの崩壊値を上界値<sup>7)</sup>という。図一8の実線で囲まれたくさび形状は Green による平面応力場におけるすべり線場であり、中立軸を横切る円弧はすべり線を示している。また点線で囲まれた部分は Horne による曲げおよびせん断による降伏域の拡がりを示している。固定端部の降伏域の拡がりに関する実験は Frankl<sup>9)</sup> および Hundy<sup>10)</sup> などによって行なわれている。前者は応力塗布法、後者は腐食法によって行なわれているが、あまり精度よく検出することはできない。固定端部に貼りつけた光弾性皮膜よりこの付近の等色線図(写真はすべてカラーで撮影した)は 図一9 のようになり、図中点線で示したものが弾塑性境界を示している。この図から、固定端部での降伏域は 図一7 のようになり、Green が仮定したくさび状のものとよく類似しており、また、上記 Frankl, Hundy の実験結果ともよく似た結果を与えている。

固定端条件は厳密には固定端断面におけるスパン方向の変位が零である<sup>13)</sup> ことによって満足されるが、用いた試験片、荷重方法ではこの条件が完全に満たされているとはいえず、これが固定端の降伏域の分布にある程度影響を与えていることは考えられる。Green<sup>8)</sup> によれば固定度が完全でない片持ばりの降伏域分布はやはりくさび状になることを理論的に導いており、本実験から得られたくさび状の降伏域の拡がりは、これらの傾向を実験的に明らかにしている。

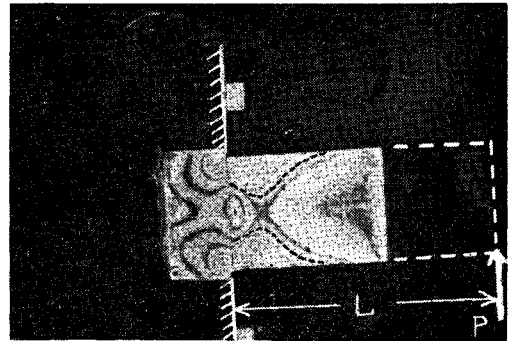
皮膜法によって得られた片持ばりの曲率最大の生ずる位置(固定端から測った距離  $x_0$  を、スパン長  $L$  で無次元化した量  $x_0/L$  )を、 $L/d$  に対して図示したものが、 図一10 である。図からわかるように、 $L/d$  の増加とともに、曲率最大の生ずる位置  $x_0/L$  は減少することがわかる。すなわち、 図一10 からわかるように、用いた長方形断面片持ばりの  $L/d$  は  $L/d=1\sim 4$  の範囲であり、

Fig. 9 Some Examples of Isochromatics in a Cantilever ( $L/d=2$ )

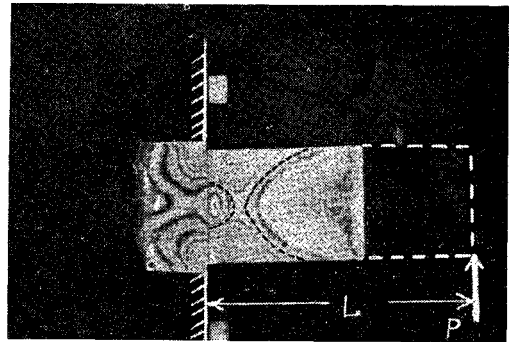
(a)  $\alpha=1.445$



(b)  $\alpha=1.665$



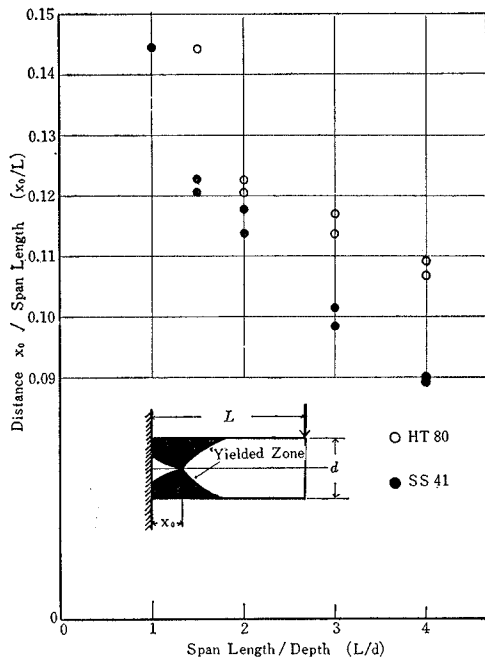
(c)  $\alpha=1.705$



図上の実測点の傾斜の傾向から、 $L/d$  の値が  $6\sim 7$  以上のほうでは  $x_0$  の値はほぼ零となり、この場合には単純塑性曲げ理論による降伏域の拡がりと同様になることがわかる。

構造用部材としての片持ばり、一次不静定ばりの部材寸法では、せん断と曲げが同時に作用するような場合では Drucker<sup>7)</sup> の述べているように下界値と上界値とはそれぞれ基本とする降伏域の拡がりの相違にかかわらず、その値はほとんど一致している。したがって、強度的にはひずみ硬化を考慮した単純塑性曲げ理論が有効に適用できると思われる。ラーメン隅角部での塑性域の拡がりなどは、皮膜法によって求めれば単純塑性曲げ理論によるそれといささか傾向を異にするように思われる。これらについてはつぎの研究すべき課題と考えている。

Fig. 10 Locations of Max. Curvature Sections



**b) 荷重-変形曲線** 図-11 は片持ばり実験において、断面の上、下縁に貼りつけた抵抗線型塑性ひずみゲージおよび光弾性皮膜によって検出されたひずみから、その断面の曲率を求め横軸に、対応する曲げモーメントを縦軸にとって図示したものである。皮膜法によるものは、皮膜の上、下縁にあらわれた等色線しま次数とあらかじめ求めた図-1に示すしま次数-ひずみ曲線から、その断面の上、下縁のひずみを求めた。図-11は、曲げモーメント、曲率ともそれぞれ、弾性限曲げモーメント  $M_y$ 、弾性限曲率  $\phi_y$  にて無次元化してある。実験より得られた曲率  $\phi/\phi_y$  は次式によって計算されている。

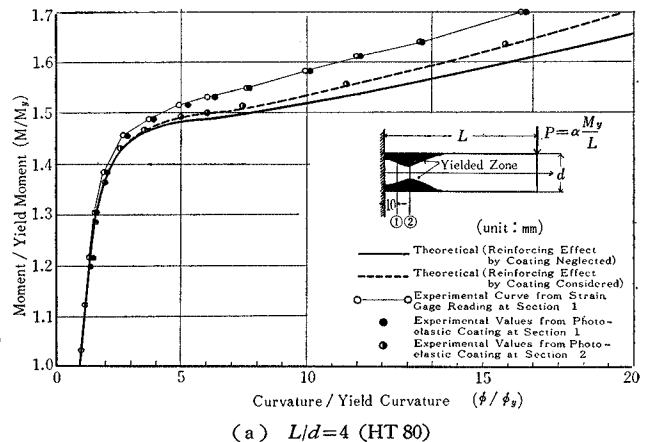
$$\frac{\phi}{\phi_y} = \frac{|\epsilon_U| + |\epsilon_L|}{2\epsilon_y}$$

ここで、 $\epsilon_U, \epsilon_L$  はそれぞれ上、下縁のひずみ量、 $\epsilon_y$  は降伏ひずみ量 ( $=\sigma_y/E$ ) である。図中、曲率最大の断面、断面②は、図-10に示してあるように、実験によって得られたくさび状の降伏域が初めて中立軸に達する断面である。 $L/d=4$  の図-11 (a) では、曲率が最大の断面 ( $x_0/L=0.11$ ) での実験値は完全塑性領域では、皮膜の補強効果を考慮した理論曲線とかなりよく一致するようである。完全塑性流れの生ずる範囲では、鋼断面の曲げ剛性は零に近くなり、曲げに抵抗する部分は、ほとんど皮膜部のみとなり、このような範囲では、図-11 (a) からわかるように曲げモーメント

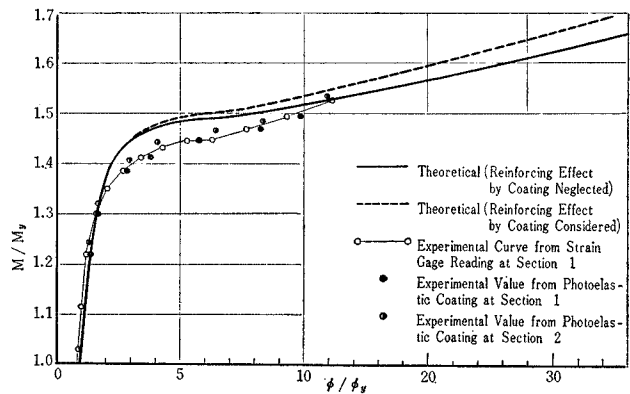
ト一曲率曲線は皮膜の効果を無視した場合と異なるようである。一方、 $x/L=0.083$  (固定端から 10 mm 離れたひずみゲージ接着位置、断面①) におけるひずみゲージ、および皮膜から得られた値はいずれも単純曲げ理論から求めた理論曲線を上まわっている。このことは、図-11 (a) から推察できるように、固定端付近のくさび状降伏域分布のため、 $x/L=0.110$  断面の降伏域の大きさに比して、 $x/L=0.083$  断面の方が降伏域の侵入が小さく、したがって、断面の曲げ剛性が前者に比して大きいためであろう。

図-12 は  $L/d=4$  の片持ばりの荷重-たわみ曲線を無次元化して示してある。実線は図-3に示した鋼材の応力-ひずみ曲線を用いて、曲げ変形のみを考慮し、かつ皮膜の補強効果を含んだ荷重-たわみ曲線である。一点鎖線は図-10の ( $L-x_0$ ) を仮想のスパンとする片持ばりのたわみ曲線であり、実線を求めた方法と同様の方法で求めた。また、点線はせん断力による変形も含んだ理論値である。この場合、曲げによって降伏した領域でのせん断抵抗は零である<sup>6)</sup>との仮定を用いてある。細実線は、実験から得られたくさび状降伏域をもとに、図-13のような曲率分布から数値積分によって求めた荷重-た

Fig. 11 Comparison between Theoretical and Experimental Bending Moment versus Curvature Curves



(a)  $L/d=4$  (HT 80)



(b)  $L/d=2$  (HT 80)

Fig. 12 Load versus Deflection Curves in Cantilever Beam

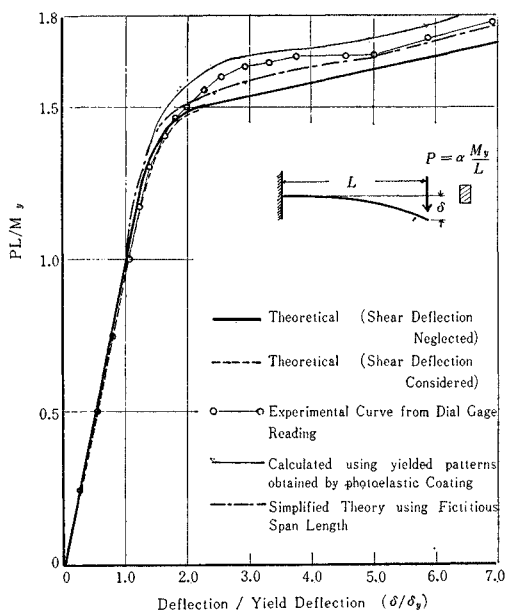
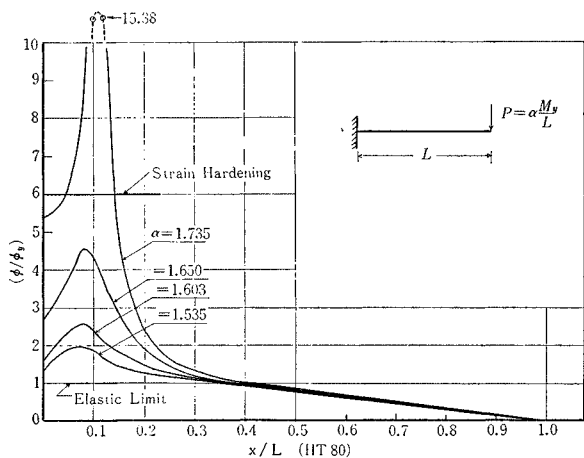


Fig. 13 Curvature Variations along the Span Length under Specified Loads

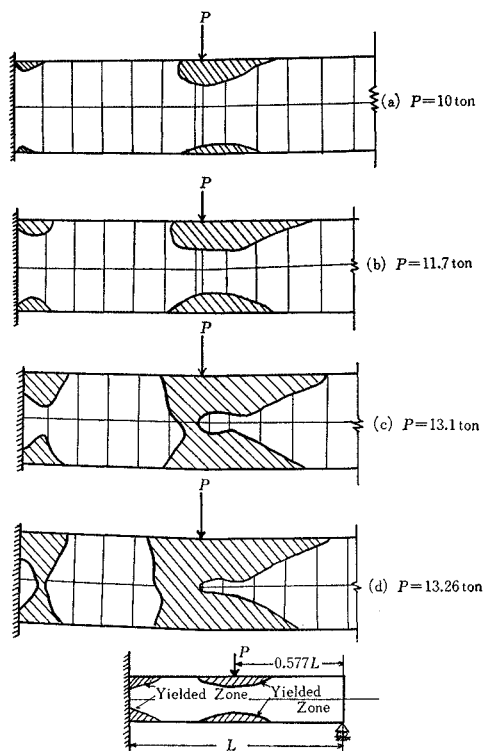


わみ曲線である。弾性限荷重をこえたあとの荷重—たわみ曲線の実験値は、固定端付近の降伏域を皮膜実験から得られたくさび状降伏域とみなして、数値積分によって求めた値とよく似た傾向にある。すなわち、細実線は鋼材のひずみ硬化とくさび状降伏の結果、固定端部の弾性域による効果を考慮したものである。一点鎖線は、曲率最大の断面から固定端までの塑性変形を無視してたわみの計算を行なったものである。図—13にて固定端付近で曲率曲線が減少しているのは、くさび形の弾性域分布によるものである。

(2) 一次不静定ばり

図—6 (b) に示したような試験ばり、荷重方法により、一端固定、他端単純支持ばりの荷重実験を行なった。載

Fig. 14 Yielded Patterns under Various Loading Stages



荷位置は 2. (1) に説明したように、3 通りをえらんだ。

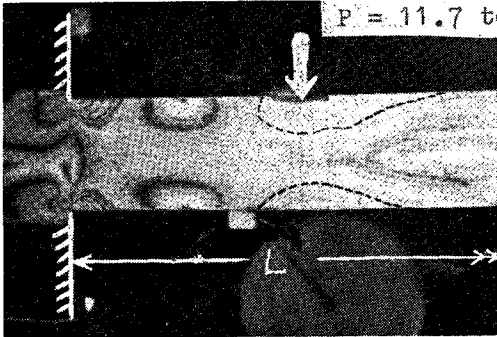
図—14 は  $\beta=0.577$  の荷重状態のときの荷重と降伏域の拡がり関係を示したものである。図の斜線の部分が荷重とともに拡がってゆく降伏域の状態を示したものである。この図からも、固定端付近の降伏域は、前述の片持ばりのそれと同じように、くさび形状になっていることがわかる。荷重点直下の降伏域は 図—6 (b) に示すように、荷重が直接に試験ばり上縁にあたるようにしたため、この部分の応力集中がみられる。図—15 は  $\beta=0.577$  のときの荷重—たわみ曲線である。実線は単純塑性理論により求めた値である。同図には荷重段階に対応する降伏域の分布を 図—14 にしたがって記入してある。図—14、図—15 から荷重—たわみ—降伏域分布の関連がよくわかる。たわみの実験値が荷重とともに上昇してゆく傾向は、鋼材のひずみ硬化によるものであるが、さらに、固定端付近のくさび状降伏域の形成により、その上昇の傾向が大きく表われたとみることができる。これは、片持ばりでの同様の傾向があることからもうなづける。写真—3 は得られた等色線写真(カラー)の一例 ( $\beta=0.577$ ,  $P=11.7 t$ ) を示したものである。

(3) 偏心圧縮柱

図—6 (c) に示したような試験柱、荷重方法によって、偏心圧縮荷重を受ける柱の実験を行なった。柱の細長比  $\lambda$  はすべて  $\lambda=26$  であり、偏心量/柱断面の高さ  $e/h=$



**Photo 3** An Example of Isochromatics in One End Clamped and the Other End Simply Supported Beam ( $\beta=0.577$ )



0.15, 0.25 および 0.40 である。

図-16 は、それぞれの偏心量に対する軸方向荷重と柱中央のたわみ量との関係を示したものである。図中、太実線は弾性および塑性二次理論<sup>11)</sup>によって求めたもので、たわみによる付加モーメントを含んでいる。これらの曲線は荷重-たわみ曲線の上界値を与えるものである。また図中には、偏心圧縮柱の限界荷重の理論値の一例として、Ježek の方法<sup>12)</sup>によって求めた、限界荷重  $P_{max}$  も同時に記入してある。実験より得られた限界軸荷重(最高荷重)はいずれも、Ježek の方法によって求めたそれよりも大きな値を示している。実験曲線はいずれも、最大値を通過後、それぞれの上界曲線(ひずみ硬化を無視したもの)に沿って低下している。

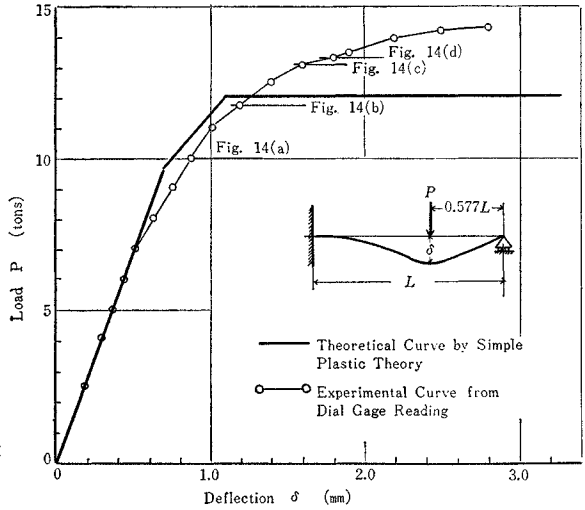
図-17 は、 $e/h=0.25$  のときの、柱中央断面のひずみ分布を皮膜法によって得られた等色線写真から求めたものである。変形後の断面の平面保持の状態が皮膜法によって確かめられる。また両縁に貼りつけた抵抗線塑性ひずみゲージによって得られたひずみも上下縁に矢印にて併記してある。皮膜法によるひずみ量と抵抗線形ゲージによるひずみ量との良好な一致がみられる。図中、太実線は、Ježek の方法によって求めた、限界荷重時の柱中央断面のひずみ分布である。写真-3 は、得られた等色線写真の一例を示したものである。

### 5. 結 論

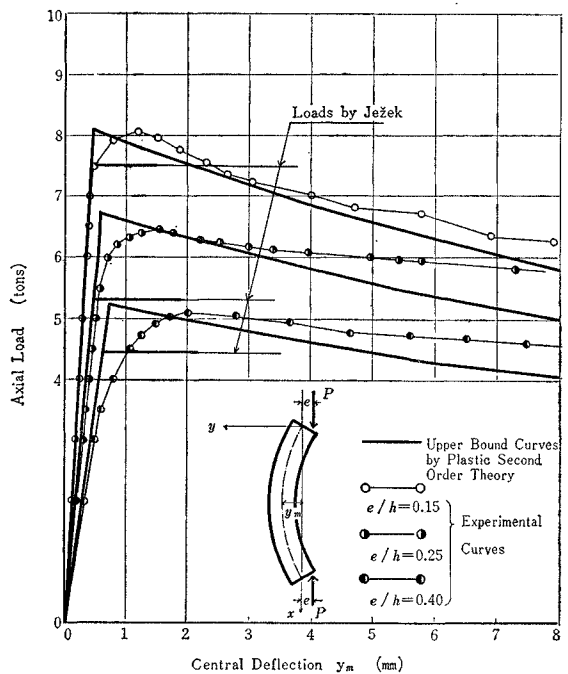
鋼構造部材の降伏域の拡がりを直接に求める方法として、光弾性皮膜法を応用した。まず皮膜材料の吟味を行ない、片持ばり、一次不静定ばり、偏心圧縮柱の降伏域の拡がりについての実験的研究を行ない、荷重-変形-降伏域分布関係について考察を行なった。また、塑性解析の見地から、塑性ヒンジ形状、形成位置についても検討を行なった。本研究から得られた主な結論はつぎのようなものである。

(1) 光弾性皮膜法は、鋼構造部材の降

**Fig. 15** Load versus Deflection Curves ( $\beta=0.577$ )



**Fig. 16** Axial Load versus Central Deflection Curves for Beam-Columns



**Fig. 17** Strain Distributions across the Central Section of Beam-Columns ( $e/h=0.25$ ) by Photoelastic Coating Method

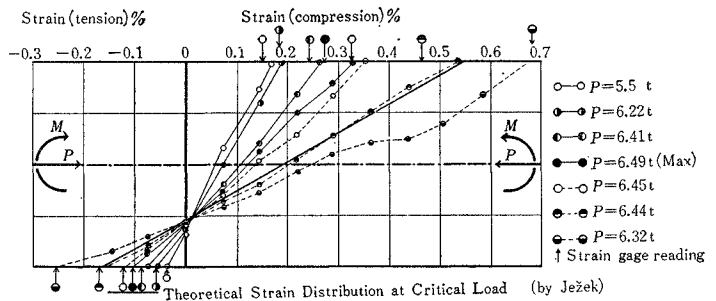
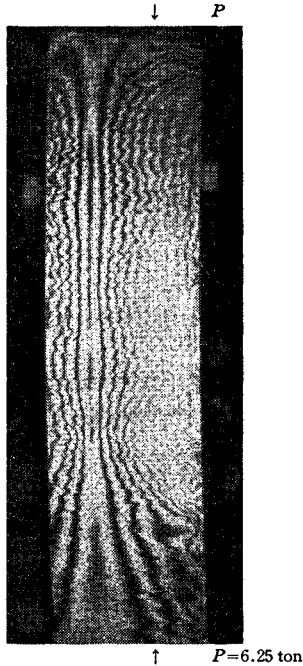


Photo 4 An Example of Isochromatics in Eccentrically Loaded Beam-Column ( $e/h=0.25$ )



伏域の拡がりを求める方法としては、有効な手段であり、本研究のために満足する結果を得ることができた。しかしながら、対象とする鋼材の応力-ひずみ曲線に適した皮膜材料を選ぶことに十分の配慮が必要とされる。

(2) はりの固定端付近の降伏域の分布は、図-7に示すように、くさび形状を呈しており、通常に塑性解析に用いる曲げによる降伏域の拡がりとは傾向を異にしている。このくさび状降伏域のひろがり荷重-たわみ曲線に影響を与える。

(3) 光弾性皮膜法を鋼構造の降伏域の拡がりの研究に応用するときに、実験上特に注意すべき点を列挙すると、

① エポキシ ラバーは温度変化に対してかなり敏感である。また、鋼材に接着後の温度変化によって初期応力が発生しやすい。したがって、エポキシ ラバー特性の検定時の温度、皮膜接着後の恒温槽の温度、実験時の温度などはすべて同一にすることが望ましい。

② 縁効果はかなりのあるから、皮膜は測定すべき個所より十分大きな区域に接着しなければならない。

③ 実験は皮膜接着後 48 時間経過してから行なうのが最もよいようである。すなわち、皮膜を接着してから 24 時間養生させ、皮膜の成形およびストレイン ゲージ

を接着しさらに 24 時間養生させる。養生する時間があまり長いと初期応力が入りやすい。

④  $x=15$  配合比の皮膜材料は調質 HT 80 に対しては、感度の点で十分であったが、SS 41 の場合は多少不足するようである。SS 41 の場合には、 $x=5\sim 10$  ぐらいの皮膜が適当であると思われる。

光弾性皮膜法が最も効果的に利用されるのは、より複雑な構造物の弾塑性領域の問題に関するものであろう。その手初めとして本研究では単一部材の曲げ、せん断および軸力の組合せ荷重を対象とした。光弾性皮膜法が各種構造の降伏域の研究、応力集中部の研究などにより多く利用されることを希望する。

なお、本研究には、昭和 40、41 年度の文部省科学研究費をあてた。また、本学技術員 加藤義夫君には実験を手伝っていただいた。ここに感謝の意を表する次第である。

#### 参考文献

- 1) 辻 二郎・西田正孝・河田幸三：光弾性実験法，日刊工業新聞社，1965，pp. 395~468
- 2) P.S. Theocaris : Experimental Solution of Elastic-Plastic Plane Stress Problems, Jnl. Appl. Mech., 29 Trans. ASME, 34, Series E, 1962, pp. 735~743; P.S. Theocaris : Combined Photoelastic and Electrical-analog Method for Solution Plane Stress Plasticity Problems, Exp. Mech., 1963, pp. 207~214
- 3) L.R. Calcote, C.E. Bowman : Experimental Determination of the Elasto Plastic Boundary, Exp. Mech., 1965 pp. 262~266
- 4) 前出 1) pp. 262~266
- 5) S. Timoshenko, J.M. Gere : Theory of Elastic Stability, McGraw Hill, 1961, p. 163
- 6) M.R. Horne : The Plastic Theory of Bending of Mild Steel Beams with Particular Reference to the Effect of Shear Forces, Proc. Roy. Soc. A, Vol. 207, 1951, pp. 216~228
- 7) D.C. Drucker : The Effect of Shear on the Plastic Bending of Beams, J. Appl. Mech., 23, 1965, pp. 509~514
- 8) A.P. Green : A Theory of the Plastic Yielding due to Bending of Cantilever and Fixed-Ended Beams, Part I, Part II, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 3, 1954, 1-15, pp. 143-155
- 9) E.K. Frankel : Preliminary Tests on Welded Connections, Weld. Res., Vol. 4, 1950
- 10) B.B. Hundy : British Iron and Steel Res. Asso. Report, No. MW/B/5/24, 1954
- 11) M.R. Horn, W. Marchant : The Stability of Frames, Pergamon Press, 1965, pp. 29~33
- 12) K. Ježek : Die Festigkeit von Druckstäben aus Stahl, Julius Springer, 1937, pp. 79~83
- 13) 倉西正嗣：弾性学，日本機械学会，昭和 23 年，pp. 188 (1967.7.13・受付)