

# ネットワーク手法による施工計画のシステムアプローチ に関する研究—CPM 計算の簡便化—

STUDY ON A SYSTEM APPROACH OF CONSTRUCTION PLANNING BY MEANS  
OF NETWORK ALGORITHM—SIMPLIFICATION OF CPM ALGORITHM—

吉川和広\*・春名 攻\*\*

By Kazuhiro Yoshikawa and Mamoru Haruna

## 1. 緒 言

たえまなく拡大する経済活動、社会生活の基礎をになう土木工事は、近年著しくその活動分野をひろめている。一方、工事の規模も一層拡大し、新工法の採用や新式大型機械の使用にもかかわらず、工期数年にもおよび工事の数が増大してきている。

土木工事では、従来から「経済性」、「迅速性」、「確実性」という、いわゆる土木工事の3要素について深い研究がなされてきたが、工事規模が著しく拡大されている今日においては、「工事施工」を通じてのこれら3要素間の適切なバランスをとりあげた研究が非常に重要になってきたと考えられる。このバランスを考えた場合には、適切な工事施工計画を策定するということが前提条件となるであろう。

近年、これまでのバーチャート式の工程計画を中心とした施工計画策定法にかわって、ネットワーク理論を中心とした PERT や CPM 等による施工計画策定方法がとえられ、一部では、すでに実用化されつつある。しかしながら、これらの手法、特に CPM 手法と合理的な工事施工計画という問題の間には今後解決されなければならない数多くの問題が残されている。

われわれは、現在までに数多くの土木建設工事を対象として、CPM 手法を導入した工程計画の策定を試みてきたが、これら一連の研究をとおして得られた主な問題点を列挙すると、

- (1) CPM 計算自身の問題
  - (i) 計算時間の短縮
  - (ii) アルゴリズムの単純化と簡便法の開発
- (2) CPM 計算データの問題点
  - (i) 作業所要時間見積りの精度
  - (ii) 費用勾配算定の精度
- (3) 計画策定に関する問題点
  - (i) 工程の実施が、初期計画からはずれた場合の対処方法

(ii) 天災、気象、海象等の自然現象が工期におよぼす影響の解析

(4) 土木工事に科学的な管理、計画技術を導入するための現場の施工体制等となる。

これらの問題が一つ一つ解決されるにつれて、ネットワーク手法と合理的施工計画の策定法とが一体化されていくであろう。

本研究においては、(1)の問題に関してわれわれが行なった研究の成果をとりまとめて発表したいと思う。これは、従来より開発されている CPM のアルゴリズムの解釈を違った立場から行なうことによる CPM 解法を示したものであって、CPM 手法の簡便化に関する研究である。これによって大型電子計算機を用いることなく、現場の机上において手軽に CPM 計算を行なうことができる。さらにフォローアップも CPM の数学構造をくずすことなく行ない得るものである。

一般に土木工事は各種作業の組合せによって行なわれるが、種々の作業のトータルの所要時間が一律でないため、トータル所要時間の間にアンバランスが生じているのが常である。

しかるに、今日の土木工事においては迅速性、経済性が追求されるため、PERT のようにアクティビティの所要時間だけに注目する工程計画から、CPM のように経済的な日程短縮を考える計画へと進展させることの重要性が認識される。CPM 理論においては、工程計画の問題をパラメトリック・プログラミングの問題として数学的に定式化し、デュアル問題をプライマルの問題におし、さらにフローアルゴリズムに転化することによってその解法をみちびいている。しかしこのようなアルゴリズムを用いて土木工事の工程計画を策定する場合には、上述のように各種作業のトータル所要時間の間に大きいアンバランスが存在するため、高速度大型電子計算機を用いたとしてもかなりの計算時間を要するのが現状である。したがって、土木工事の工程計画の策定をより一層容易なものとするために、CPM の新しいアルゴリズムの開発を行なうことは意義のあることと考えられ

\* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室

\*\* 学生会員 京都大学大学院土木工学専攻

る。

本研究においては、このような観点より、コストスローブに着目した CPM の新しいアルゴリズムについて述べることにする。

### 2. CPM の定式化とミニマムカット

CPM においては、作業の所要時間を 2 種類考える。

$D_{ij}$  : 作業  $(i, j)$  の標準所要時間

$d_{ij}$  : 作業  $(i, j)$  の特急所要時間

さらに、 $D_{ij}$ ,  $d_{ij}$  に対応する費用を  $M_{ij}$ ,  $m_{ij}$  とし、 $y_{ij}$  を作業  $(i, j)$  の所要時間とすれば、CPM はつぎのように定式化される。いま、 $P$  をプロジェクト全体の  $(i, j)$  の集合とすると、

$$\left. \begin{aligned} y_{ij} + t_i - t_j &\leq 0, \quad (i, j) \in P \\ 0 \leq d_{ij} \leq y_{ij} \leq D_{ij}, \quad t_0 = 0, \quad t_n = \lambda \end{aligned} \right\} (1)$$

の条件の下で

$$P(\lambda) = \min_{y_{ij}} \sum_{(i,j) \in P} (-c_{ij}y_{ij} + k_{ij}) \dots\dots\dots (2)$$

あるいは、

$$U(\lambda) = \max_{y_{ij}} \sum_{(i,j) \in P} c_{ij}y_{ij} \dots\dots\dots (3)$$

なる  $P(\lambda)$  あるいは  $U(\lambda)$  の値、すなわち、最適スケジュール  $\{y, t\}$  を求めることである。ここに、 $c_{ij}$ ,  $k_{ij}$  は次式によって求められる。

$$c_{ij} = (m_{ij} - M_{ij}) / (D_{ij} - d_{ij}) \dots\dots\dots (4)$$

$$k_{ij} = (m_{ij}D_{ij} - M_{ij}d_{ij}) / (D_{ij} - d_{ij}) \dots\dots (5)$$

以上のように CPM が定式化されるが、一般に各スケジュールはネットワークにおいて表示される。プロジェクトがネットワークに表示されたとき、ネットワークの始点より終点までのパス  $p_i$  のうち、式 (6) で示される余裕時間が、パスを構成するすべてのアクティビティにおいて 0 であるようなパスをクリティカルパスと呼ぶ。

$$\text{余裕時間} = t_j - t_i - y_{ij} \dots\dots\dots (6)$$

すなわち、クリティカルパスは、

$$P_c = \{(i, j) | t_j - (t_i + y_{ij}) = 0, (i, j) \in p_i\} \dots (7)$$

として求められる。クリティカルパスは式 (7) で示されるように、余裕時間のない作業の集合であるため、クリティカルパス  $P_c$  に含まれるアクティビティの所要時間が伸びれば、工期が、その伸びた時間だけ遅延する。このようにクリティカルパスは工程計画・管理の点で重要な役割を果たすといえる。

つぎに、CPM のアルゴリズムの基礎となるミニマムカットについて説明を行なうとともに、以下に述べる新しいアルゴリズムに必要なミニマムカットについて従来とは異なった解釈を行なう。

いま、つぎのように  $\{y, t\}$ ,  $\{y', t'\}$ ,  $\{y^*, t^*\}$  を定義する。

$\{y, t\}$  : 工期  $\lambda$  に対する最適スケジュール

$\{y', t'\}$  : 工期  $\lambda' (< \lambda)$  に対する許容スケジュール

$\{y^*, t^*\}$  : 工期  $\lambda'$  に対する最適スケジュール

以上のように定義した場合、 $\{y, t\}$  と  $\{y', t'\}$  を比較したときに、 $y_{ij} \neq y'_{ij}$  をみたすアクティビティの集合がカットと呼ばれる。一方、 $\{y, t\}$  と  $\{y^*, t^*\}$  をくらべたとき、 $y_{ij} \neq y^*_{ij}$  をみたすアクティビティの集合、すなわちカットにおいて、そのカットに含まれるアクティビティのもつ費用勾配の和は、他のいかなる許容スケジュールのカットに含まれるアクティビティのもつ費用勾配の和よりも小さい。したがって、最適スケジュールのカットはミニマムカットと呼ばれる。ただし、 $y_{ij} \neq y'_{ij}$  のアクティビティのうち  $y_{ij} > y'_{ij}$  のアクティビティの費用勾配は正值  $(+c_{ij})$  をとり、 $y_{ij} < y'_{ij}$  のときは負値  $(-c_{ij})$  をとるものとする。

このようにカット、ミニマムカットが定義されるが、さらにネットワークを対象とした場合には以下のように表わすこともできる。

「ネットワークの始点より終点までのあらゆるパスを切断するアクティビティの集合を切断集合と呼び、いかなる部分集合をとっても、切断集合とはなり得ないものをカットと呼ぶ」。

上述のことから明らかなようにカットを求めることはつぎのような問題として考えることができる。

「ネットワークの始点から終点までのすべてのパス  $p_i$  を求め、 $p_i$  のすべてをたかだか 1 回切断するようなアクティビティの集合をもとめる」。

以下ではこのようなとらえ方をすることによって、カットおよびミニマムカットを求めていこうとする。

### 3. コストスローブに注目した新しいミニマムカットの決定方法

ネットワークのパスをとりだして考える場合、パスをアクティビティの集合として考えるよりも、つぎのようなチェーンの集合として考える方が有利であることが多い。すなわち、

$\mu_{xk}$  : アクティビティを辺 (edge) と考えた場合、3 つ以上の辺をもつ結合点から 3 つ以上の辺をもつ結合点までの連続したアクティビティの集合

$\mu_{xk}^*$  :  $\mu_{xk}$  のうち、 $e(i, j, 1) = t_j - t_i - D_{ij} < 0$  を満たすアクティビティを含むチェーン

この  $\mu_{xk}$ ,  $\mu_{xk}^*$  を用いてミニマムカットを求めることとするが、本節においては、クリティカルパスより構成されるサブネットワークを対象として  $\mu_{xk}$ ,  $\mu_{xk}^*$  を定義する。なおこれらのチェーンの表示方法で、チェーンを  $\mu_{xk}$  と表わす場合は、アクティビティタイム  $y_{ij}(i, j) \in \mu_{xk}$  を短縮する場合のみを考え、 $\mu_{xk}^*$  とあらわす場合には、 $y_{ij}(i, j) \in \mu_{xk}^*$  を伸ばす場合のみを考慮することとする。

いま、クリティカルパスよりなるサブネットワーク

の始点0から終点nまでのパス  $p_i$  を求めると  $p_i$  は、  
 チェインの集合として求められる。

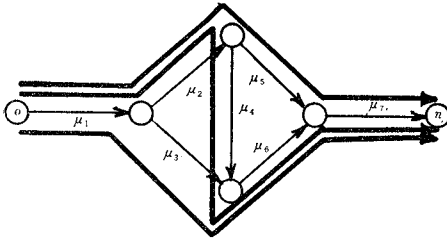
$$p_i = \{\mu_{x_k}; \mu_{x_k} \in p_i\} \dots\dots\dots(8)$$

あるいは

$$p_i = \{\mu_{x_k}, \mu_{x_k}^*; \mu_{x_k} \in p_i \text{ or } \mu_{x_k}^* \in p_i\} \dots\dots\dots(9)$$

アクティビティタイム  $y_{ij}$  の短縮だけを考える場合には、 $p_i$  は式(8)で表示されるが、このときパス  $p_i$  は  
 チェイン  $\mu_{x_k}$  の始点から終点の方向に向かって進むもの  
 とする(図-1)。いま、 $\mu_{x_k} \in p_i$  ならば  $\mu_{x_k}$  にラベル  $a_i$   
 を与えるようにすると、すべての  $p_i$  についてラベルづ  
 けを行なったのちには、チェイン  $\mu_{x_k}$  はラベルの集合、

図-1



$$U_{x_k} = \{a_i; \mu_{x_k} \in p_i\} \dots\dots\dots(10)$$

をもつ。つぎに、次式を満たすようなチェインの集合  
 $R_x$  を求める。

$$\left. \begin{aligned} U_{x_l} \cap U_{x_m} &= \emptyset \text{ (空集合)} \\ \bigcup_k U_{x_k} &= U \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

ここで、 $U = \{a_i; \text{for all } i\}, (k=1, 2, \dots, l, \dots, m, \dots; l \neq m)$

つぎに次式を満たすような集合  $R_x^{(1)}$  を求める。

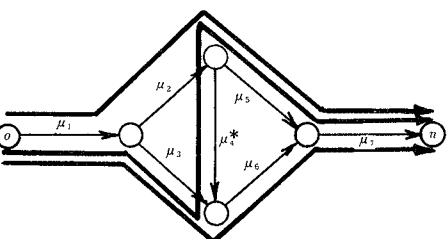
$$f^{(1)} = \sum_{\mu_{x_k} \in R_x^{(1)}} \min_{(i,j) \in \mu_{x_k}^{(1)}} c_{ij} = \min \sum_{\mu_{x_k} \in R_x} \min_{(i,j) \in \mu_{x_k}} c_{ij} \dots\dots\dots(12)$$

$R_x^{(1)}$  が求まると、つぎのような  $(i, j)$  の集合が求めら  
 れる。

$$S_1^{(1)} = \{(p, q); c_{pq} = \min c_{ij}, (i, j) \in \mu_{x_k}^{(1)}, \mu_{x_k}^{(1)} \in R_x^{(1)}\} \dots\dots\dots(13)$$

つぎに、アクティビティタイム  $y_{ij}$  がのびされるよ  
 うな場合について考える。この時パス  $p_i$  は、式(8)ある  
 いは(9)のようにあらわせる。式(9)のようにあらわせ  
 るパスにおいては、パス  $p_i$  は  $\mu_{x_k}^*$  をチェインの終  
 点より始点の方向に進むものとする(図-2)。このとき、

図-2



1つのパス  $p_i$  は同じチェーンを2度以上通らないもの  
 とする。

この場合も上と同様にチェーンはラベルの集合をもつ  
 から、式(11)を満たし、かつ  $\mu_{x_k}^*$  を含むようなチェ  
 インの集合  $R_x$  が求められる。つぎに、次式を満たすよ  
 うな集合  $R_x^{(2)}$  を求める。

$$\begin{aligned} f^{(2)} &= \sum_{\mu_{x_k}^{(2)} \in R_x^{(2)}} \min_{(i,j) \in \mu_{x_k}^{(2)}} c_{ij} + \sum_{\mu_{x_k}^{*(2)} \in R_x^{(2)}} \min_{(i,j) \in \mu_{x_k}^{*(2)}} (-c_{ij}) \\ &= \min \left\{ \sum_{\mu_{x_k} \in R_x} \min_{(i,j) \in \mu_{x_k}} c_{ij} + \sum_{\mu_{x_k}^* \in R_x} \min_{(i,j) \in \mu_{x_k}^*} (-c_{ij}) \right\} \end{aligned} \dots\dots\dots(14)$$

このようにして、 $R_x^{(1)}, R_x^{(2)}$  および  $f^{(1)}, f^{(2)}$  が求め  
 られたとき、プロジェクトコスト曲線のミニマム コス  
 ト スロープを与える  $f^{(0)}$  が求められ、 $R_x^{(0)}$  が決定さ  
 れる。

$$f^{(0)} = \min \{f^{(1)}, f^{(2)}\} \dots\dots\dots(15)$$

いまここで、 $S_1, S_2$  を次式で定義する。

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \{(p, q); c_{pq} = \min c_{ij}, \\ &\quad (i, j) \in \mu_{x_k}^{(0)}, \mu_{x_k}^{(0)} \in R_x^{(0)}\} \\ S_2 &= \{(p, q); -c_{pq} = \min(-c_{ij}), \\ &\quad (i, j) \in \mu_{x_k}^{*(0)}, \mu_{x_k}^{*(0)} \in R_x^{(0)}\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

ただし、

$$f^{(1)} < f^{(2)} \text{ のとき, } S_2 = \emptyset, S_1^{(1)} = S_1 \dots\dots\dots(17)$$

が成立する。このように  $S_1, S_2$  を求めると、ミニマム  
 カットを与えるアクティビティの集合  $S$  は

$$S = S_1 \cup S_2 \dots\dots\dots(18)$$

で与えられる。

以上でミニマムカット決定のための数学構造につい  
 てのべたが、実際の解法を考えるとき、図-1のパスの集  
 合から、図-2のパスの集合に移る場合にすこしくふう  
 する。

いま、 $\mu_{x_k}^*$  の組合せを  $M_r$  とあらわす。 $M_1 = \{\mu_{x_p}^*\},$   
 $M_2 = \{\mu_{x_q}^*\}, \dots, M_k = \{\mu_{x_p}^*, \mu_{x_q}^*\}, \dots, M_m = \{\mu_{x_p}^*, \mu_{x_q}^*,$   
 $\mu_{x_r}^*, \dots\}$  のようにすべての  $M_r$  を求める。つぎに、1  
 つの  $M_r$  に対してそれに含まれるチェーンをすべて通  
 るようなパス  $p_r$  をもとめる。もしこのようなパスが存  
 在しないときには  $M_{r+1}$  に移る。 $p_r$  が存在するとき、  
 上と同様に、パス  $p_r$  に対応するラベル  $a_r$  をあたえ  
 ると、各チェーンには前記のラベルの集合  $U_{x_k}$  に加えて、  
 次式(19)で示される集合  $V_{x_k}$  を得る。

$$V_{x_k} = \{a_r; \mu_{x_k}^* \in p_r\} \text{ あるいは } V_{x_k} = \{a_r; \mu_{x_k} \in p_r\} \dots\dots\dots(19)$$

つぎに、 $\mu_{x_k} (= \mu_{x_k}^* \in M_r)$  のもつ  $U_{x_k}$  の集合を  $V$  とお  
 く。

$$V = \{U_{x_k}; \mu_{x_k} = \mu_{x_k}^*, \mu_{x_k}^* \in M_r\} \dots\dots\dots(20)$$

$V_{x_k}$  および  $V$  が求められると、新しいラベル  $U_{x_k}^*$  は  
 次式であらわせる。

$$U_{x_k}^* = U_{x_k} \cup V_{x_k} - V \cap U_{x_k}, U^* = \bigcup_k (U \cup V_{x_k}) - V \dots\dots\dots(21)$$

この  $U_{x_k}^*, U^*$  を  $U_{x_k}, U$  とおいて、式(11)を満たすようなチェーンの集合  $R_x$  をもとめる。すべての  $M_r$  に対して同様の手順を行なっていくと、 $u_{x_k}^*$  を含むようなすべての  $R_x$  が求められるので、式(14)によって、 $R_x^{(2)}, f^{(2)}$  を求めることができる。

### 4. 短縮時間とプロジェクトコスト

#### (1) 結合点時刻とフロート

クリティカルパス上の結合点の集合を  $E_c$ 、ネットワーク全体の結合点の集合を  $E$  とする。また  $P_c$  は前に定義したように、クリティカルパスのアクティビティの集合であるから  $y_{ij}((i,j) \in P - P_c)$  は  $D_{ij}$  に等しく、短縮の前後において変化しない。また、これらのフロートは次式であたえられる。

$$e(i,j,1) = t_j - t_i - D_{ij}, (i,j) \in P - P_c$$

$$e(i,j,2) = t_j - t_i - d_{ij}, (i,j) \in P - P_c$$

上式から明らかなように、短縮前の  $e(i,j,k)((i,j) \in P - P_c)$  が、短縮後の  $e^*(i,j,k)$  と比べて変化するときの  $t_i$  と  $t_i^*$  の関係はつぎの2通りの場合である。 $\xi$  を短縮時間とすれば、

$$\left. \begin{aligned} (1) \quad & t_i^* = t_i, t_j^* = t_j - \xi \text{ のとき,} \\ & e^*(i,j,k) = e(i,j,k) - \xi \\ (2) \quad & t_i^* = t_i - \xi, t_j^* = t_j \text{ のとき,} \\ & e^*(i,j,k) = e(i,j,k) + \xi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(22)$$

ここに  $(k=1,2)$

したがってフロートの変化を知るためには、 $t_i^* = t_i$  を満たす結合点を求めることによって式(22)を満足させる  $(i,j)$  を決めればよい。

3. においてミニマムカットが決定されたとき、このミニマムカットによって分割されたクリティカルパス上の結合点を、始点0を含む部分集合  $I_0$  と、終点  $n$  を含む部分集合  $J_0$  における。このとき、次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} I_0 \cup J_0 &= E_c, I_0 \cap J_0 = \emptyset \\ i \in I_0, j \in J_0 \text{ のとき } (i,j) &\in S_1 \dots\dots\dots(23) \\ i \in J_0, j \in I_0 \text{ のとき } (i,j) &\in S_2 \end{aligned} \right\}$$

つぎに、始点が  $I_0$  に含まれ、かつ  $e(i,j,1) = 0$  を満たす連続したアクティビティの集合を、クリティカルパス以外で求める。これを  $L_k$  とすれば、 $L_k$  に含まれるアクティビティのもつ結合点の集合から、始点を除いた集合  $I_k$  が求められる。 $L_k, I_k$  が求まると以下のことが成立する。

$$(1) \quad i \in I_0, j \in I_k, (i,j) \in L_k \text{ のとき,}$$

$$t_i^* = t_i \text{ かつ } y_{ij}^* = y_{ij} = D_{ij} \text{ だから } t_j^* = t_j$$

$$(2) \quad j \in I_k, k \in I_k \text{ のとき,}$$

$$t_j^* = t_j \text{ かつ } y_{jk}^* = y_{jk} = D_{jk} \text{ だから } t_k^* = t_k$$

(1), (2) より明らかなように  $i \in I_0$  および  $i \in I_k$  を満たす結合点において  $t_i^* = t_i$  が成立する。一方、 $I_0$  および  $I_k$  に含まれない結合点では、 $t_i^* = t_i - \xi$  が成立する。

#### (2) 短縮時間 $\xi$ の決定およびプロジェクトコストの計算

(1) で述べた考え方にもとづいて、 $t_i^* = t_i$  を満たす結合点  $i$  を求めることとし、以下にその手順を示す。

- サイクル 1.  $i \in I_0$  ならば  $i$  にラベル [1] をつける。  
 $i \in J_0$  ならば  $i$  にラベル [2] をつける。
- サイクル 2.  $i$  がラベル [1] をもち、 $j$  がラベルをもたないとき、 $e(i,j,1) = 0$  ならば  $j$  にラベル [1] をつける。このサイクル2をラベルがつけられなくなるまで続ける。
- サイクル 3. ラベルのついていない結合点にラベル [2] をつける。
- サイクル 4. 結合点をつぎの2つの集合にわけると  
 $I = \{i; \text{ラベル [1]}\} \quad J = \{i; \text{ラベル [2]}\}$   
 $\dots\dots\dots(24)$

このように、 $I, J$  が求められたならば、 $i \in I$  においては、 $t_i^* = t_i$  で与えられ、 $i \in J$  においては  $t_i^* = t_i - \xi$  で与えられることがわかる。

つぎに次式を満たすようなアクティビティの集合を求める。

$$A_1 = \{(i,j); i \in I, j \in J\}, A_2 = \{(i,j); i \in J, j \in I\}$$

$$\dots\dots\dots(25)$$

$A_1, A_2$  が求められると、アクティビティ  $(i,j) \in A_1 \cup A_2$  において  $y_{ij}$  が変化することがわかる。短縮時間  $\xi$  はこの  $A_1, A_2$  を用いてつぎのように決定される。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \min\{\xi_1, \xi_2\}, \xi_1 > 0, \xi_2 > 0 \\ \xi_1 &= \min_{A_1}\{e(i,j,k)\}, \xi_2 = \min_{A_2}\{-e(i,j,1)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(26)$$

ただし、 $A_2 = \emptyset$  のとき  $\xi_2 = \infty$  とする。また  $t_i^*, e^*(i,j,k), y_{ij}^*$  は次式のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} t_i^*; i \in I \text{ のとき } t_i^* &= t_i \\ i \in J \text{ のとき } t_i^* &= t_i - \xi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(27)$$

$$\left. \begin{aligned} e^*(i,j,k); (i,j) \in A_1 \text{ のとき,} \\ e^*(i,j,k) &= e(i,j,k) - \xi \\ (i,j) \in A_2 \text{ のとき,} \\ e^*(i,j,k) &= e(i,j,k) + \xi \\ \text{その他のとき,} \\ e^*(i,j,k) &= e(i,j,k) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(28)$$

$$\left. \begin{aligned} y_{ij}^*; (i,j) \in A_1 \text{ かつ } e(i,j,1) \leq 0, \\ e(i,j,2) > 0 \text{ のとき } y_{ij}^* &= y_{ij} - \xi \\ (i,j) \in A_2 \text{ かつ } e(i,j,1) < 0, \\ e(i,j,2) \geq 0 \text{ のとき } y_{ij}^* &= y_{ij} + \xi \\ \text{その他のとき } y_{ij}^* &= y_{ij} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(29)$$

さらにプロジェクトコストの増加量は次式で与えられる。

$$\Delta P = f^{(0)} \cdot \xi \dots\dots\dots(30)$$

以上の手順においては、フローアルゴリズムと全く同様な結果を得るが、フローアルゴリズムおよび上述のア



$t_i^*, e^*(i, j, k)$  を  $t_i, e(i, j, k)$  とおしてから、すべての結合点のラベル  $[K]$  をはがし、先述のラベリングプロセスにもどる。(1), (2) の条件を1つ以上満足する  $(i, j)$  があらわれたとき、つぎの計算に移る。すなわち、

$$\left. \begin{aligned}
 & y_{ij}^*; (i, j) \in A_1 \text{ かつ } e(i, j, 1) \leq 0, \\
 & \left. \begin{aligned}
 & e(i, j, 2) > 0 \text{ のとき } y_{ij}^* = y_{ij} - \sum_q \xi_q \\
 & (i, j) \in A_2 \text{ かつ } e(i, j, 1) < 0, \\
 & e(i, j, 2) \geq 0 \text{ のとき } y_{ij}^* = y_{ij} + \sum_q \xi_q
 \end{aligned} \right\} \\
 & \text{その他のとき } y_{ij}^* = y_{ij}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (36)$$

さらにプロジェクト コストの増加量  $\Delta P$  は、  

$$\Delta P = f^{(0)} \times \sum_q \xi_q \dots\dots\dots (37)$$

として求められる。  
 以上で改良されたアルゴリズムについて述べたが、ネットワークが大きくなればなるほど上述の「むだ」の生起する可能性が大きくなるということを考えれば、このような計算上のむだをなくすことに、改良の意義があるといえる。

**6. その他のラベリング法による CPM のアルゴリズム**

前節までにのべたアルゴリズムにおける  $\xi$  決定プロセスは、各フロート  $e(i, j, k)$  の関係を求めることよって行なわれてきたが、PERT において求められるトータルフロートを使って  $\xi$  を決定することができる。

(1) トータルフロートとフリーフロートの関係

いま 3. で定義したチェーンを、クリティカルパス以外のネットワークにおいて求める。なお本節では、その始点  $p$  と終点  $q$  によってチェーンを  $\mu_{pq}$  とあらわす。

チェーン  $\mu_{pq}$  において、  

$$\eta_{pq} = \sum_{(i,j) \in \mu_{pq}} FF_{ij} \dots\dots\dots (38)$$

を求めると、 $\eta_{pq}$  はチェーンのフリーフロートをあらわす。ここで、 $FF_{ij}((i, j) \in \mu_{pq})$  の中では、 $FF_{q'q}((q', q) \in \mu_{pq})$  を除いてはすべて 0 であるから、

$$\eta_{pq} = FF_{q'q}, (q', q) \in \mu_{pq} \dots\dots\dots (39)$$

とあらわせる。つぎにチェーン  $\mu_{pq}$  の余裕時間を  $\nu_{pq}$  とあらわせば、トータルフロートに等しい。すなわち、

$$\nu_{pq} = TF_{ij}, (i, j) \in \mu_{pq} \dots\dots\dots (40)$$

このように  $\eta_{pq}, \nu_{pq}$  を定義したとき、これらの間には、

$$\nu_{pq} = \eta_{pq} + \min_r \nu_{qr} \dots\dots\dots (41)$$

の関係がある。

(2) 短縮時間とプロジェクト コスト

始点  $s$ , 終点  $t$  をクリティカルパス上にもつようなパス  $p_{st}$  を導入する。ここで  $p_{st}$  はクリティカルパス以外のパスをとりあげる。このようなパス  $p_{st}$  のもつ余裕時間は式(41)から明らかなように  $\nu_{ss'}$  で与えられる。

ここで、

$$(s, s') \in p_{st}, s \in E_c, s' \in E - E_c \dots\dots\dots (42)$$

さて、 $s \in I_0, t \in J_0$  を満たすようなパス  $p_{st}$  を求め、これらのパスの余裕時間のうち最小値を  $\nu^*$  とすれば、

$$\nu^* = \min \{ \nu_{ss'}; (s, s') \in p_{st} \} \dots\dots\dots (43)$$

であたえられる。 $\nu^*$  が求められれば、 $\nu^*$  と以下で示す  $\xi_m$  とを比較することにより  $\xi$  を求めることができる。

$$\xi = \min \{ \nu^*, \xi_m \} \dots\dots\dots (44)$$

$$\left. \begin{aligned}
 & \xi_m = \min \{ \xi_{m_1}, \xi_{m_2} \} \\
 & \xi_{m_1} = \min_{S_1} \{ e(i, j, 2) \}, \xi_{m_2} = \min_{S_2} \{ -e(i, j, 1) \}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (45)$$

ただし、 $S_2 = \emptyset$  のとき、 $\xi_{m_2} = \infty$  とする。

$\nu^*$  を求めるためには、すべての  $p_{st}$  を求め、 $\nu_{ss'}$  を求めて式(43), (44), (45)を用いればよい。しかしすべての  $p_{st}$  を求めることは、かなりむずかしいことである。したがって、クリティカルパスを除く全体のアクティビティのトータルフロートの最小値  $TF_{(1)}^*$  を求める。さらに式(41)において  $\eta_{pq} = 0$  とおくことにより、同じ値のトータルフロートをもつチェーンの集合よりなるパスを求めうる。いま、あらためてこのようなパスを  $p_{st}$  とすると、 $s \in I_0, t \in J_0$  ならば  $TF_{(1)}^* = \nu^*$  となり式(44), (45)によって  $\xi$  が決定される。 $s \in I_0, t \in I_0$  あるいは、 $s \in J_0, t \in J_0$  ならば、2番目に小さいトータルフロート  $TF_{(2)}^*$  に移り、以上の手順を、 $TF_{(k)}^* = \nu^*$  となるまでくりかえし行なえばよい。

上述の考え方にもとづいて、ラベリング法を用いた CPM のアルゴリズムを作成した。

- サイクル 1. PERT 計算を行なう。
- サイクル 2. ミニマムカットを決定し、 $I_0, J_0, S_1, S_2, \xi_m$  を求める。
- サイクル 3.  $TF^*$  をもとめる。  

$$TF^* = \min_{(i,j) \in P - P_c} \{ TF_{ij} \} \dots\dots\dots (46)$$
- サイクル 4.  $\xi_m$  と  $TF^*$  を比較する。 $\xi_m \leq TF^*$  のとき、 $\xi_m$  を  $\xi$  とおきサイクル8へとぶ。 $\xi_m > TF^*$  のとき、サイクル5に進む。
- サイクル 5.  $i \in I_0$  のとき、 $i$  にラベル [1],  $i \in J_0$  のとき  $i$  にラベル [2] を与える。
- サイクル 6.  $i$  にラベル [1] がつき、 $j$  にラベル [2] がつき、かつ  $TF_{ij} = TF^*$  を満たす  $(i, j)$  がある場合には  $\xi = TF^*$  においてサイクル8へとぶ。そのような  $(i, j)$  のない場合はサイクル7へ進む。
- サイクル 7.  $i$  にラベル  $[K]$  がついていて、 $j$  にラベルのついていないとき、 $TF_{ij} = TF^*$  ならば  $j$  にラベル  $[K]$  をつけ、サイクル6にもどる。このような  $j$  のない場合には  $TF^*$  に等しい  $TF_{ij}$  をすべて  $\infty$

でおきかえサイクル3にもどる。

サイクル 8.  $y_{ij}^*$  を次式によって計算する。

$$\left. \begin{aligned} (i,j) \in S_1 \text{ のとき, } y_{ij}^* &= y_{ij} - \xi \\ (i,j) \in S_2 \text{ のとき, } y_{ij}^* &= y_{ij} + \xi \\ \text{その他のとき } y_{ij}^* &= y_{ij} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(47)$$

サイクル 9.  $\Delta P$  を次式により計算する。

$$\Delta P = f^{(0)} \cdot \xi$$

さらに,  $y_{ij}^*$  をインプットデータとしてサイクル1にもどる。

以上で, トータルフロートを用いた  $\xi$  決定プロセスおよび CPM のアルゴリズムについて述べた。なお, このアルゴリズムによると, 同じミニマムカットを2度以上求めることはない。このことは,  $\nu^*$ ,  $\xi_m$  のどちらかが  $\xi$  となっても式 (35) の (1), (2) のいずれかを満たすことから容易に理解できる。

### 7. 計算例

本節では, いままで述べてきたアルゴリズムを図-4

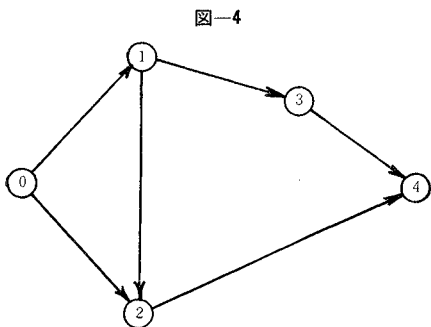


図-4

に示すようなネットワークに対して CPM 計算に適用することとする。さらに, フローアルゴリズムを用いた場合の計算表を示し, これらの解を比較する。なお, インプットデータは表-3 に示す値を使用する。この例では, ステップ 1, 2 のみをとりあげたが, ステップ 2 において,  $A_2 \neq \emptyset$  があらわれ, 作業時間  $y_{ij} (i,j) \in S_2$  をのばす場合が示されて

表-3

$i$	$j$	$D_{ij}$	$d_{ij}$	$c_{ij}$
0	1	8	6	10
0	2	13	10	8
1	2	10	4	5
1	3	15	13	12
2	4	20	15	7
3	4	10	7	19

表-4

$i$	$i$	$j$	$t_i$	$y_{ij}$	$e(i,j,1)$	$e(i,j,2)$
0	0	1	0	8	0	4
	0	2		13	5	8
1	1	2	8	10	0	6
	1	3		15	0	2
2	2	4	18	20	0	5
3	3	4	23	10	8	5
4			38			

いる。

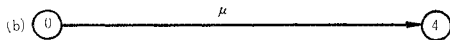
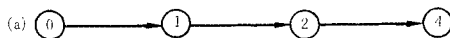
まずこれらの初期スケジュールを計算すると表-4 のように表わされる。つぎに, CPM 計算のステップ1に移る。

ステップ 1:

(1) ミニマムカットの決定

表-4 の結果から, クリティカルパスのサブネットワークが, 図-5 (a) のように表わされる。さらに, これらをチェーンの集合として書きあらためると, 図-5 (b) のようになる。すなわち, チェーン, およびパスは,

図-5



$$\mu = \{(0,1), (1,2), (2,4)\}, p = \{\mu\}$$

と表わされる。よって

$$U = \{a\}$$

となり,

$$R_x^{(1)} = \{\mu\}$$

を得るが,  $e(i,j,1) = 0$  が, すべての  $(i,j) \in P_c$  において成立するので,  $R_x^{(2)}$  は空集合となる。よってミニマムカットは, 式 (12)~式 (18) により容易に

$$S = \{(1,2)\}$$

であることがわかる。ここで, コスト スロープ  $f^{(0)}$  は,

$$f^{(0)} = \min_{(i,j) \in \mu} c_{ij} = c_{12} = 5$$

と計算される。

(2) スケジュールの変更と  $\Delta P$  の計算

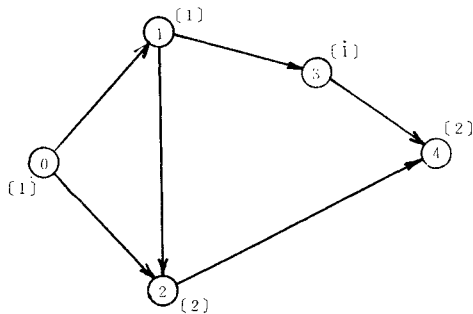
(i) フロート  $e(i,j,k)$  を用いる方法

(1) で求めた結果より,  $I_0, J_0, S_1, S_2$  が次式のように決定される。

$$I_0 = \{0,1\}, J_0 = \{2,4\}; S_1 = \{(1,2)\}, S_2 = \emptyset$$

つぎに  $i \in I_0$  にラベル [1],  $i \in J_0$  にラベル [2] をつけ 4. において述べた手順を用いてすべての結合点にラ

図-6



ベルをつけると図-6 のようになる。

したがって、 $I, J, A_1, A_2$  は次式のように求まる。

$$I = \{0, 1, 3\}, J = \{2, 4\}; A_1 = \{(0, 2), (1, 2), (3, 4)\}, A_2 = \emptyset$$

これより短縮時間  $\xi_1$  を求めると、

$$\xi_{11} = \min_{A_1} \{5, 6, 5\} = 5, \xi_{12} = \infty$$

$$\xi_1 = \min \{5, \infty\} = 5$$

したがって  $t_i^*, y_{ij}^*, e^*(i, j, k)$  が計算され、表-5 のような値となった。この結果は式 (35) の (1) を満足するから、 $\xi_1 = \xi$  と表わせ、表-5 がステップ1 で得たスケジュールを示している。なお  $\Delta P$  は次式のような値を得た。

$$\Delta P = f^{(0)}, \xi = 25$$

表-5

$i$	$i$	$j$	$t_i$	$y_{ij}$	$e(i, j, 1)$	$e(i, j, 2)$
0	0	1	0	8	0	4
	0	2		13	0	3
1	1	2	8	5	-5	1
	1	3		15	0	2
2	2	4	13	20	0	5
3	3	4	23	10	0	3
4			33			

(ii) トータルフロートを用いる方法

初期スケジュールの PERT 計

算の結果、表-6 のような値を得た。ミニマムカットより求めた、 $I_0, J_0, S_1, S_2, f^{(0)}$  および  $\xi_m$  を用いてラベリングを行なう。ここに  $\xi_m$  は、

$$\xi_{m1} = 6, \xi_{m2} = \infty;$$

$$\xi_m = \min \{6, \infty\} = 6$$

であたえられる。さらに、 $TF^*$  をもとめると、

$$TF^* = 5 < \xi_m$$

となる。そこで、まず  $i \in I_0$  にラベル [1] をつけ、 $i \in J_0$  にラベル [2] をつける。つぎに、 $i$  がラベル [1] をもち、 $j$  がラベル [2] をもち、かつ  $TF_{ij} = TF^*$  を満たすような  $(i, j)$  を調べると、 $(0, 2)$  がこの条件を満たしている。よって

$$\xi = TF^* = 5$$

とおき、スケジュールの変更を行なう。すなわち、

$$y_{12}^* = y_{12} - 5 = 5, \text{その他は, } y_{ij}^* = y_{ij}$$

において PERT 計算を行なうと表-5 と同じ結果が得られる。さらに  $\Delta P$  も (i) と同様に 25 となった。

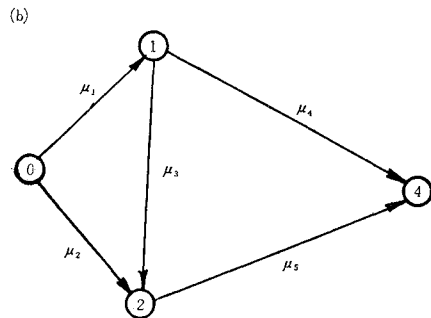
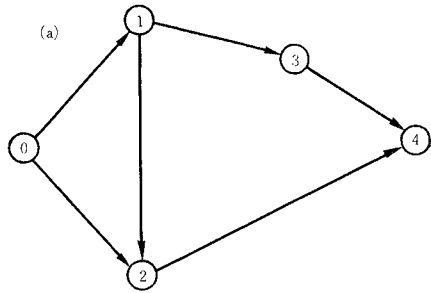
ステップ 2:

(1) ミニマムカットの決定

まえと同様にして、表-5 からクリティカルパスのサブネットワークが 図-7 (a) のように求められる。つぎにあらためてチェーン  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5$  を用いてネッ

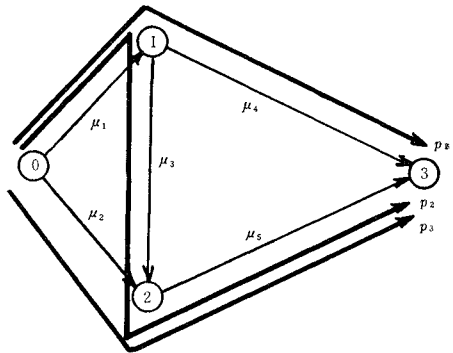
トワークを書くと、図-7 (b) のように求められる。ここで  $\mu_{xk} (x_k = 1, 2, \dots, 5)$  はつぎのように  $(i, j)$  の集合であたえられる。

図-7



$$\mu_1 = \{(0, 1)\}, \mu_2 = \{(0, 2)\}, \mu_3 = \{(1, 2)\}, \mu_4 = \{(1, 3), (3, 4)\}, \mu_5 = \{(2, 4)\}$$

図-8



まず短縮のみを考える。パス  $p_i$  として図-8 のように  $p_1, p_2, p_3$  が得られる。ここで、 $p_1, p_2, p_3$  は、

$$p_1 = \{\mu_1, \mu_4\}, p_2 = \{\mu_1, \mu_3, \mu_5\}, p_3 = \{\mu_2, \mu_5\}$$

とあらわされる。さらに  $p_i$  に対応して、ラベル  $a_i$  をチェーンにつけていくと  $U_{xk}$  はつぎようになる。

$$U_1 = \{a_1, a_2\}, U_2 = \{a_3\}, U_3 = \{a_2\}, U_4 = \{a_1\},$$

$$U_5 = \{a_2, a_3\}$$

さらに  $U$  は

$$U = \{a_i; i = 1, 2, 3\}$$

となる。よって、 $R_x$  は式 (11) によって求められる、

$$R_1 = \{\mu_1, \mu_2\}, R_2 = \{\mu_1, \mu_3, \mu_4\}, R_3 = \{\mu_4, \mu_5\}$$



となる。したがって  $f^{(1)}$  は、

$$f^{(1)} = \min\{18, 25, 19\} = 18$$

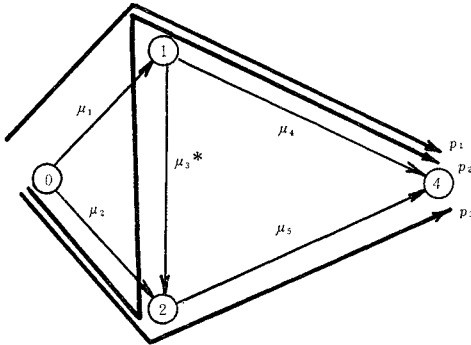
と求められ、 $f^{(1)}$  を与える  $R_1$  が  $R_x^{(1)}$  となる。

つぎに、作業時間を伸ばさねばならないような場合を考える。 $e(1, 2, 1) = -5 < 0$  だから  $\mu_3 = \mu_3^*$  となり、

$$\mu_3^* = \{(1, 2)\}$$

として与えられる。したがってこの  $\mu_3$  を逆行するようなパスを考える。この場合のパスは図-9 に示すように、 $p_1, p_2, p_3$  として求められる。ここで  $p_1, p_3$  は前記のパスと同じものであるが、 $p_2$  は

図-9



$$p_2 = \{\mu_2, \mu_3^*, \mu_4\}$$

となる。この場合も上と同様に  $p_i$  に応じてラベル  $a_i$  を各チェーンにつけていくと、 $U_{x_k}$  はつぎのようになる。

$$U_1 = \{a_1\}, U_2 = \{a_2, a_3\}, U_3 = \{a_2\}, U_4 = \{a_1, a_3\}, U_5 = \{a_3\}$$

また  $U$  は

$$U = \{a_i; i=1, 2, 3\}$$

となる。つぎに  $R_x^{(2)}$  を考える場合には、 $\mu_3^*$  を含む  $R_x$  だけ考えればよいから、

$$R_4 = \{\mu_1, \mu_3^*, \mu_5\}$$

が得られる。よって  $R_x^{(2)}$  は  $R_4$  として与えられ、 $f^{(2)}$  は、

$$f^{(2)} = c_{01} + c_{24} - c_{12} = 12$$

として求められる。したがって  $f^{(0)}$  は式 (15) によつて、

$$f^{(0)} = \min\{f^{(1)}, f^{(2)}\} = \{18, 12\} = 12$$

となり、 $R_x^{(1)}$  は  $R_x^{(2)}$  すなわち  $R_4$  で与えられる。これよりミニマムカットは式 (16), (18) によりつぎのようになる。

$$S_1 = \{(0, 1), (2, 4)\}, S_2 = \{(1, 2)\};$$

$$S = \{(0, 1), (1, 2), (2, 4)\}$$

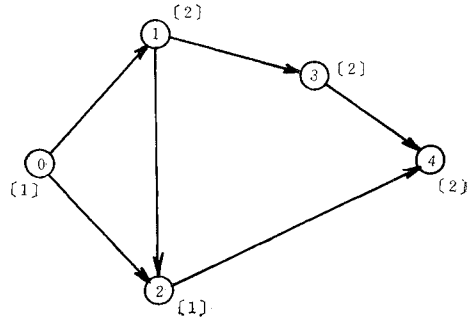
(2) スケジュールの変更と  $\Delta P$  の計算

(i) フロート  $e(i, j, k)$  を用いる方法  
まえと同様にして  $I_0, J_0$  はつぎのように求められる。

$$I_0 = \{0, 2\}, J_0 = \{1, 3, 4\}$$

つぎに、 $i \in I_0$  にラベル [1],  $i \in J_0$  にラベル [2] を与えると、図-10 に示されるようにすべての結合点にラベルがつく。すなわち  $I, J, A_1, A_2$  はつぎのようになる。

図-10



$$I = I_0, J = J_0; A_1 = S_1, A_2 = S_2$$

したがって、 $\xi_1$  は次式で与えられる。

$$\xi_{11} = \min_{A_1=S_1} \{e(i, j, k)\} = \min_{S_1} \{4, 5\} = 4,$$

$$\xi_{12} = \min_{A_2=S_2} \{-e(i, j, 1)\} = 5,$$

$$\xi_1 = \min\{4, 5\} = 4$$

表-7

$i$	$i$	$j$	$t_i$	$y_{ij}$	$e(i, j, 1)$	$e(i, j, 2)$
0	0	1	0	4	-4	0
	0	2		13	0	3
1	1	2	4	19	-1	5
	1	3		15	0	2
2	2	4	13	16	-4	1
3	3	4	19	10	0	0
4			29			

なお上式より明らかなように、式 (35) の (1) が満足されるので、 $\xi = \xi_1$  となる。これより  $t_i^*, y_{ij}^*, e^*(i, j, k)$  が計算され表-7 のように表わされる。

さらに  $\Delta P$  はつぎのように計算される。

表-8

$i$	$j$	$y_{ij}$	$TF_{ij}$
0	1	8	0
0	2	13	0
1	2	5	0
1	3	15	0
2	4	20	0
3	4	10	0

表-9  
ステップ 1

$i$	$i$	$j$	$c_{ij}$	$e(1)$	$e(2)$	$f_{ij}$	$c_{ij} - f_{ij}$	ラベル	$f_{ij}$	$c_{ij} - f_{ij}$	ラベル
0	0	1	10	0	4	0	10	$\Delta, \Delta, \infty$	5	5	$\Delta, \Delta, \infty$
	0	2	8	5	8	0	8		0	8	
1	1	2	5	0	6	0	5	0, +, 10	5	0	1, +, 5
	1	3	12	0	2	0	12		0	12	
2	2	4	7	0	5	0	7	1, +, 5	5	2	
3	3	4	19	8	5	0	19	1, +, 20	0	19	1, +, 5
4								2, +, 5			

$$A_2 = \{(0, 2), (1, 2), (3, 4)\}, A_2 = \emptyset$$

$$\xi_1 = \min\{5, 6, 8\} = 5, \xi_2 = \infty$$

$$\xi = \min\{5, \infty\} = 5$$

$$\Delta P = 25$$

ブレイクスルウ  
 $\xi(4) = 5$

ノット・ブレイクスルウ  
 $f^{(0)} = 5$



法が確立されたならば、このときにこそ、迅速でしかも  
 経済的な工程計画の策定が、本研究で提案したアルゴリズムを導入した CPM によって可能となってくるであろう。

今回考察した新しい CPM のアルゴリズムは、土木建設工事の工程計画をネットワーク表示した場合の特徴を

表-10 (その 1)  
 [岸壁工事インプットデータ]

作業	<i>i</i>	<i>j</i>	$D_{ij}$ 日	$d_{ij}$ 日	$c_{ij}$ 日	作業	<i>i</i>	<i>j</i>	$D_{ij}$ 日	$d_{ij}$ 日	$c_{ij}$ 日	作業	<i>i</i>	<i>j</i>	$D_{ij}$ 日	$d_{ij}$ 日	$c_{ij}$ 日
$C_0$	1	2	21	13	414.2	$D$	17	18	0	0	0	$D_{10}$	32	34	1	1	$\infty$
$A_1$	2	3	11	8	51.5	$D_4$	17	19	1	1	$\infty$	$E_{12}$	33	34	4	3	1.3
$C_1$	2	7	21	13	414.2	$E_7$	18	20	4	3	1.3	$E_{10}$	34	53	4	3	1.3
$N$	2	82	66	48	6.8	$D$	19	20	0	0	0	$F_2$	35	36	1	1	$\infty$
$B_1$	3	4	3	2	1.7	$D_9$	19	22	1	1	$\infty$	$G_1$	35	37	1	1	$\infty$
$A_2$	3	5	11	8	51.5	$E_4$	20	21	4	3	1.3	$D$	36	37	0	0	0
$D$	4	5	0	0	0	$D$	21	23	0	0	0	$D$	36	38	0	0	0
$D$	4	8	0	0	0	$D$	21	38	0	0	0	$G_2$	37	40	1	1	$\infty$
$B_2$	5	6	3	2	1.7	$D$	22	23	0	0	0	$F_3$	38	39	1	1	$\infty$
$D$	6	32	0	0	0	$D_6$	22	24	1	1	$\infty$	$D$	39	40	0	0	0
$D$	7	8	0	0	0	$E_9$	23	25	4	3	1.3	$F_4$	39	41	1	1	$\infty$
$D_{11}$	8	9	1	1	$\infty$	$D$	24	25	0	0	0	$G_3$	40	42	0	1	$\infty$
$D_3$	9	10	1	1	$\infty$	$D_{11}$	24	27	1	1	$\infty$	$D$	40	42	0	0	0
$E_1$	9	11	4	3	1.3	$E_6$	25	26	4	3	1.3	$D$	41	43	0	0	0
$D$	10	11	0	0	0	$D$	26	28	0	0	0	$G_4$	42	45	1	1	$\infty$
$D_5$	10	12	1	1	$\infty$	$D$	26	43	0	0	0	$F_5$	43	44	1	1	$\infty$
$E_3$	11	13	4	3	1.3	$D$	27	28	0	0	0	$D$	44	45	0	0	0
$D$	12	13	0	0	0	$D_8$	27	29	1	1	$\infty$	$F_6$	44	46	1	1	$\infty$
$D_2$	12	14	1	1	$\infty$	$E_{11}$	28	30	4	3	1.3	$G_5$	45	47	1	1	$\infty$
$E_5$	13	15	4	3	1.3	$D$	29	30	0	0	0	$D$	46	47	0	0	0
$D$	14	15	0	0	0	$D_{12}$	29	32	1	1	$\infty$	$D$	47	48	0	0	0
$D_7$	14	17	1	1	$\infty$	$E_8$	30	31	4	3	1.3	$G_6$	47	50	1	1	$\infty$
$E_2$	15	16	4	3	1.3	$D$	31	33	0	0	0	$F_7$	48	49	1	1	$\infty$
$D$	16	18	0	0	0	$D$	31	48	0	0	0	$D$	49	50	0	0	0
$F_1$	16	35	1	1	$\infty$	$D$	32	33	0	0	0	$F_9$	49	51	1	1	$\infty$

表-10 (その 2)

作業	<i>i</i>	<i>j</i>	$D_{ij}$ 日	$d_{ij}$ 日	$c_{ij}$ 日	作業	<i>i</i>	<i>j</i>	$D_{ij}$ 日	$d_{ij}$ 日	$c_{ij}$ 日	作業	<i>i</i>	<i>j</i>	$D_{ij}$ 日	$d_{ij}$ 日	$c_{ij}$ 日
$G_7$	50	52	1	1	8	$J_{22}$	70	72	3	2	7.7	$Q_1$	90	106	5	3	4.2
$D$	51	52	0	0	0	$K_{21}$	71	73	2	1	2.0	$D$	91	92	0	0	0
$D$	51	53	0	0	0	$D$	72	73	0	0	0	$O_6$	91	93	0	1	$\infty$
$G_8$	52	55	1	1	$\infty$	$J_{23}$	72	74	3	2	7.7	$P_5$	92	94	1	1	$\infty$
$F_9$	53	54	1	1	$\infty$	$K_{22}$	73	75	2	1	2.0	$D$	93	94	0	0	0
$D$	54	55	0	0	0	$D$	74	75	0	0	0	$Q_7$	93	95	1	1	$\infty$
$F_{10}$	54	56	1	1	$\infty$	$J_{24}$	74	76	3	2	7.7	$P_6$	94	96	1	1	$\infty$
$G_9$	55	57	1	1	$\infty$	$K_{23}$	75	77	2	1	2.0	$D$	95	96	0	0	9
$D$	56	57	0	0	0	$D$	76	77	0	0	0	$O_8$	95	97	1	1	$\infty$
$F_{11}$	56	58	1	1	$\infty$	$J_{11}$	76	78	5	4	7.7	$P_7$	96	98	1	1	$\infty$
$G_{10}$	57	58	1	1	$\infty$	$K_{24}$	77	79	2	1	2.0	$D$	96	106	0	0	0
$G_{11}$	58	59	1	1	$\infty$	$D$	78	79	0	0	0	$D$	97	98	0	0	0
$H_1$	59	60	3	2	1.7	$J_{12}$	78	80	5	4	7.7	$O_9$	97	99	1	1	$\infty$
$H_2$	60	61	3	2	1.7	$K_{11}$	79	80	3	2	2.0	$P_8$	98	100	1	1	$\infty$
$I_1$	60	62	11	8	2.0	$K_{12}$	80	81	3	2	2.0	$D$	99	100	0	0	0
$D$	61	62	0	0	0	$L$	81	82	12	8	13.8	$O_{10}$	99	101	1	1	$\infty$
$J_{31}$	62	63	3	2	7.7	$D$	82	83	0	0	0	$P_9$	100	102	1	1	$\infty$
$I_2$	62	64	11	8	2.0	$O_1$	82	84	1	1	$\infty$	$D$	101	102	0	0	0
$J_{32}$	63	64	3	2	7.7	$L_2$	83	93	12	8	13.8	$O_{11}$	101	103	1	1	$\infty$
$K_{32}$	63	65	2	1	2.0	$O_2$	84	85	1	1	$\infty$	$P_{10}$	102	104	1	1	$\infty$
$D$	64	65	0	0	0	$P_1$	84	86	1	1	$\infty$	$D$	102	107	0	0	0
$J_{23}$	64	66	3	2	7.7	$D$	85	86	0	0	0	$D$	103	104	0	0	0
$K_{32}$	65	67	2	1	2.0	$O_3$	85	87	1	1	$\infty$	$O_{12}$	103	105	1	1	$\infty$
$D$	66	67	0	0	0	$P_2$	86	88	1	1	$\infty$	$P_{11}$	104	105	1	1	$\infty$
$J_{34}$	66	68	3	2	7.7	$D$	87	88	0	0	0	$P_{12}$	105	108	1	1	$\infty$
$K_{33}$	67	69	2	1	2.0	$O_4$	87	89	1	1	$\infty$	$Q_2$	106	107	5	3	42
$D$	68	69	0	0	0	$P_3$	88	90	1	1	$\infty$	$Q_3$	107	108	5	3	42
$J_{21}$	68	70	3	2	7.7	$D$	89	90	0	0	0	$Q_4$	108	109	5	3	42
$K_{34}$	69	71	2	1	2.0	$O_5$	89	91	1	1	$\infty$	$S$	109	110	9	7	1.3
$D$	70	71	0	0	0	$P_4$	90	92	1	1	$\infty$	$T$	110	111	36	30	7.3

$D$  はダミーをあらわす。

図-13 岸壁工事工程ネットワーク

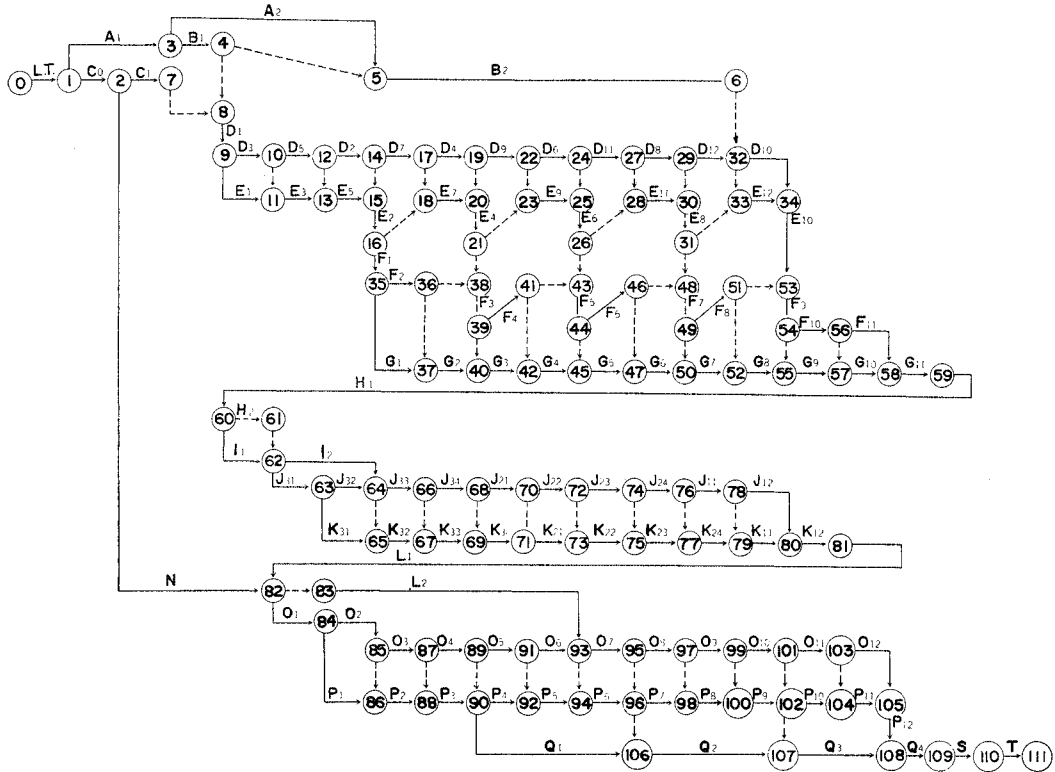
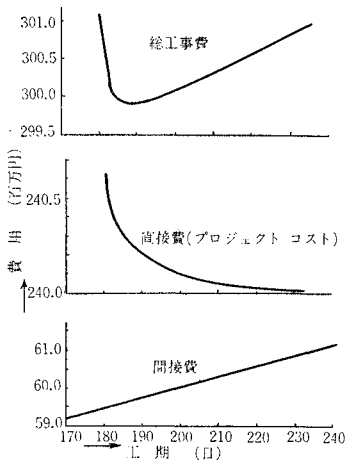


図-14 工事費用曲線



把握することにより、それに適した簡便計算方法として有用なものといえる。さらに計画変更に際して、電子計算機を用いることなく、フォローアップを行なうことができる点で意義があると考えられる。

参考文献

1) J.E. Kelly, Jr. : Critical Path Planning and Scheduling : Mathematical Basis, JORSA, 7, 1959 & JO-

RSA, 1961.

2) J.E. Kelly, Jr. : Parametric Programming and Primal Dual Algorithm, JORSA, 7, 1959.  
 3) J.E. Kelly, Jr. : Extension of Construction Scheduling Problem, UNIVAC Application Research Center, Remington Rand UNIVAC, Philadelphia, 1958.  
 4) L.R. Ford, Jr. and D.R. Fulkerson : Maximal Flow Through a Network, Canad. J. Math., 1956.  
 5) D.R. Fulkerson : A Network Flow Computation for Project Cost Curves, Management Science, 7, 1961, Math. Division, RAND Corp., 1960.  
 6) D.R. Fulkerson : Expected Critical Path Lengths in PERT Networks, JORSA, 10, 1962.  
 7) D.R. Fulkerson and M.R. Walker : Critical Path Planning and Scheduling, Mauchly Associates Inc., Ambler, Pa., 1959.  
 8) Joseph J. Morder and Cecil R. Philips : Project Management with CPM and PERT, Reinhold Publishing Corp., 1964.  
 9) Claude Berge : The Theory of Graphs and its Applications, John Willey & Sons Inc., 1962.  
 10) Yoshimi Nagao and Kazuhiro Yoshikawa : Study on a Mathematical Basis of Critical Path Method and its Application, the Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyoto University, Vol. XXVIII, Part 3, 1966.  
 11) 運輸省港湾局 : PORT AND HARBOUR CONSTRUCTION IN JAPAN, 1963.

(1967.6.10・受付)