コンクリートの品質の検査方法に関する考察

STUDY ON THE SAMPLING INSPECTION
METHOD OF CONCRETE QUALITY

水　野　俊　一*
By Shun-ichi Mizuno

1. まえがき

コンクリートの工事現場において，強度試験用供試体をつくることは一般に普及している。これらの供試体の強度は，昭和 31 年土木学会制定のコンクリート標準示方書によれば，品質管理用のデータとして処理され，強度の許容限界内に入っているかどうかを確かめて，異常があればコンクリートの製造工程の調整等を行なうことになっている。

しかし，大規模な工事現場とか工場を除いては，一般に工事期間が短く，試験値の数も少ない場合が多いので，強度試験結果は，品質調整用よりはむしろ，施工後の品質のチェック用として取り扱われることが多かったようである。

そこで，今回改正された新示方書では，つくられたコンクリートの品質の合否を判定する検査方法も示されている。コンクリートの品質の検査は，今後業者による工事の責任施工が増えるとともに，重要な意義をもつものと考えられる。それで，最も効果的な誤りの少ない検査方法を採用することがきわめて大切なことになる。

このような，コンクリートの品質検査に適し最も効果的な方法を見つけるため，品質検査における諸問題について考察を行なったので，その結果をのべたいと思う。

2. 強度試験値の満たすべき条件に対する考え方

コンクリートの強度試験結果が満たすべき条件には種々のものが用いられているが，その大多数のものは，(i) 設計基準強度の q 倍以下のものは，試験値の数の $1/h$ 以下でなければならない。(ii) k 個の平均強度は設計基準強度以上でなければならない，という表わし方をとっている。

たとえば，ACI Building Code では，弾性設計のとき $q=1$, $h=5$, $k=5$, 極限強度設計およびＰＣ構造物のとき $q=1$, $h=10$, $k=3$, Manual of Concrete Inspection では，$q=0.80$, $h=10$, k は不定，Concrete Manual では $q=1$, $h=5$, Ready Mixed Concrete では，$q=0.90$, $h=10$, $k=5$, DIN では，$q=1.0$, $1/h=0$, $k=3$, 土木学会の旧コンクリート標準示方書（無筋・鉄筋・ダム）では，$q=0.80$, $h=20$, $k=5$, となっている。

コンクリートの配合設計を行なうにあたっては，強度試験値がこれらの条件を満たすように配合強度を定めることが必要であるが，これらの条件をどのように解釈するかによって，配合強度が変わるものと思う。すなわち，その条件を品質管理の条件と考えるか，または品質検査の条件と考えるかである。

いま，品質管理の条件とみなすと，試験値の数が非常に多い場合に，これらの条件を満たすように配合強度を定め，試験結果をその条件とくらべながら製造工程等を調整してゆく，という方法をとることになり，つくられたコンクリートの品質の合否を判定することはなくなる。

もし，品質検査の条件とみなすと，ある期間内につくられた n 個の試験値から，これが条件を満たしているかどうかによって，その期間内につくられたコンクリートの品質が合格か否かを判定することになる。そこで，配合強度は，n 個の試験値がその条件をある危険率 α で満たすように定める必要があり，品質管理の場合の，$n=\infty$ から求める配合強度とはおのずから異なるべきものである。すなわち，検査の場合の配合強度は，合否を判定しようとするコンクリート量に対応する試験値の数 n と，配合強度に等しいコンクリートがつくられた場合でも，その条件を満たさない危険率 α を定めなければ，配合強度はえられないわけである。

ある期間内のコンクリートの総バッチ数を N, このうちである限界値未満の強度を有するバッチ数を R とすると，n 回の試験を行なって限界値未満の強度を有するバッチ数が r 回以下となる確率 P は，

$$P=\sum_{r=0}^{r}\frac{n!R!(N-R)!(N-n)!}{r!(n-r)!(R-r)!(N-R-n+r)!N!} \quad \cdots\cdots(1)$$

で表わすことができる。$N\to\infty$ のときは，

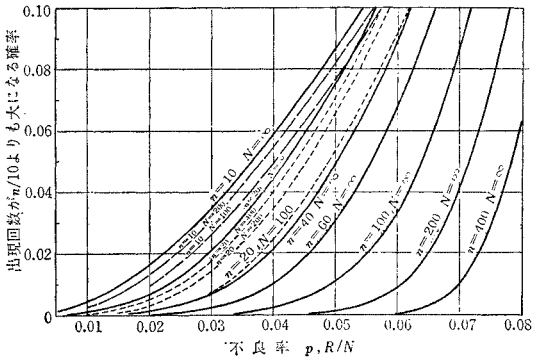
$$P=\sum_{r=0}^{r}\frac{n!}{r!(n-r)!}p^r(1-p)^{n-r} \quad \cdots\cdots(2)$$

ここで，p は限界値未満の強度数の全体についての割合すなわち不良率である。

* 正会員　工博　大阪市立大学助教授　工学部土木工学科

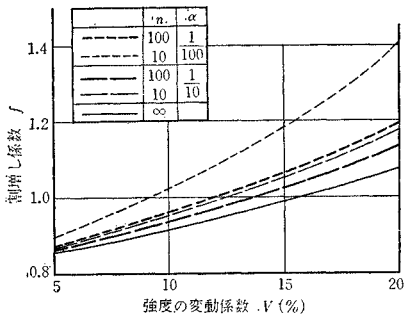
いま一例として「試験値は $0.80\sigma_{ck}$ を10回に1回より多く下ってはならない」という条件を考えると，$0.80\sigma_{ck}$ を限界値とした場合の，それ以下の強度のでる回数が $n/10$ より大になる確率と p（あるいは R/N）との関係を図—1に示す。

図—1　限界値未満の試験値のでる数が試験回数の10%より大になる確率



一般に，コンクリートの強度試験においては，N/n は100以上の場合が多いので，近似的に $N=\infty$ の値を用いてさしつかえないと思われる。そこで，$\alpha=1/10$, $1/100$ にとった場合の，配合強度を求めるための割増し係数 f を $n=10$, 100 について算出すれば図—2のようになる。この中に $n=\infty$ の場合の f も示した。

図—2　割増し係数と強度の変動係数との関係



図—2から明らかのように，同じ条件でもその解釈のしかたによって配合強度が大きく変化する。そこで，強度の条件をつくる場合とか，条件が与えられて工事を始める場合には，その条件は品質管理のための条件か，あるいは品質検査のためのものかを明らかにすることが大切で，もし品質検査の条件であれば，試験回数と危険率を明らかにしておく必要がある。

3. 品質規格について

強度試験結果が満たすべき条件には，前にのべたように，主として個々の強度と平均強度の条件が単独に用いられたり，あるいは併用されたりしている。個々の強度の条件は「設計基準強度の q 倍以下のものは試験値の数の $1/h$ 以下でなければならない」というもので，q には0.8, 0.9, 1.0 等が用いられている。

ある変動係数 $V(\%)$ を有するコンクリートにおいて，配合強度（割増し係数 f）を同一にする条件は，q と $1/h$ を種々に変化させることによって幾通りもつくることができるが，これらのうちではどのような条件が検査の立場から望ましいか，を考察してみよう。

いま，この条件を管理条件として，計量抜取検査方式によって検査するものとすると，割増し係数は，

$$f=q/(1-\kappa_p V/100),\ \kappa_p \text{ は } p=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\kappa_p}^{\infty} e^{-t^2/2}dt$$

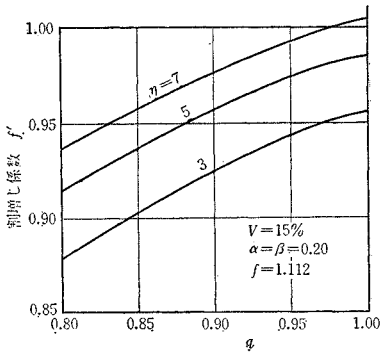
よりえられる。

$$n\fallingdotseq\left(1+\frac{k^2}{2}\right)\left(\frac{\kappa_\alpha+\kappa_\beta}{\kappa_p-\kappa_{p'}}\right),\ k=\frac{\kappa_p\kappa_\beta+\kappa_{p'}\kappa_\alpha}{\kappa_\alpha+\kappa_\beta}\quad\cdots(3)$$

ここで，α は生産者危険率，β は消費者危険率，k は合格判定係数，p' は検出したい不良コンクリートの不良率である。

$V=15\%$ において $f=1.112$ となるように q と $p=1/h$ を変化させた場合，$\alpha=\beta=0.20$ において検出される不良コンクリートの割増し係数 f' を上式より求めれば図—3のようになる。

図—3　q の値と，検出される不良コンクリートの割増し係数との関係



これをみると，品質検査のためには q は大きい方が望ましいことがわかる。しかし，q を大にすれば $1/h$ も大にすることが必要であるが，こうすれば強度のばらつきが大きくなった場合の割増し係数の増加率が小さくなるので，構造物の安全性の面から望ましくない場合が起こりうる。この点に関しては改めて見解を発表したいと思うが，品質検査の立場からは上記のことがいえるので，変動係数の変化の範囲が比較的小さい現場における品質規格では，q を小さくするのは好ましくないと思う。

つぎに，平均強度に対する条件に関しては，「引続きとったどの k 個の平均強度も設計基準強度以上でなければならない」という条件を考えると，まず k 個の平均強度の分布が問題となる。

個々の強度は一般に正規分布をなすと考えて計算を行なうことが多く，これは一般に認められている。しかし，強度のばらつきが正規分布をなすからといって，個

個の強度が正規分布をする母集団から任意にとった試料と同じような状態で生ずるとはいえない。

いま，母集団の標準偏差を σ とすると，その母集団からとった任意の k 個の試料の平均値の分布では，標準偏差は $\sigma/\sqrt{k}$ となる。ところが，コンクリートの強度のばらつきは連をなすことが多く，また日内変動のほかに一般に日間変動も加わることが多いので，平均値の標準偏差を $\sigma/\sqrt{k}$ とおくと誤差が大きくなり，これを用いて品質検査を行なうのは無理である。

また，平均値を取り扱うと試料の数が大幅に減少するので，元来試料数が少なくて検査等に困難をきたしているコンクリートでは，さらに困難さが加わってくる。試料数を減少させないためには，平均強度に関する条件を個々の強度の条件に換算する方法とか，移動平均を用いる方法が考えられるが，この場合の計算には平均値の標準偏差を用いなければならないので，上述のような困難さがあるとともに，後者にはつぎにのべるような問題があり，適当ではない。

すなわち，連続何個かの平均値を取り扱う場合には，k 個ずつ区切った普通の平均値と移動平均値とが考えられる。そこで，両者の間にどのような相違があるかを調べることにする。いま，問題を簡単化するため $k=3$ について考察する。

移動平均の性質の概略を知るために，つぎのような計算を行なう。いま，ある値 x_R がでたとき，これを含む3個の値の平均値は $N\left[\frac{(2M+x_R)}{3},\ \frac{2}{9}\sigma^2\right]$ 分布をする。ここで M は母平均，σ^2 は母分散である。平均値が $\sigma_{c\kappa}$ を下る確率 p は $\kappa_p=\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{3}\kappa_{pd}-\kappa_{pR})$ から求めることができる。ここで

$$\kappa_{pd}=\sqrt{3}(M-\sigma_{c\kappa})/\sigma,\quad \kappa_{pR}=(M-x_R)/\sigma$$

そこで，3個ずつの3組の平均値のうち，$\sigma_{c\kappa}$ 未満のものが2個以上でる確率 P は，

$$P=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\kappa^2{}_{pR}/2}\cdot p^2(3-2p)\cdot d(\kappa_{pR})\cdots(4)$$

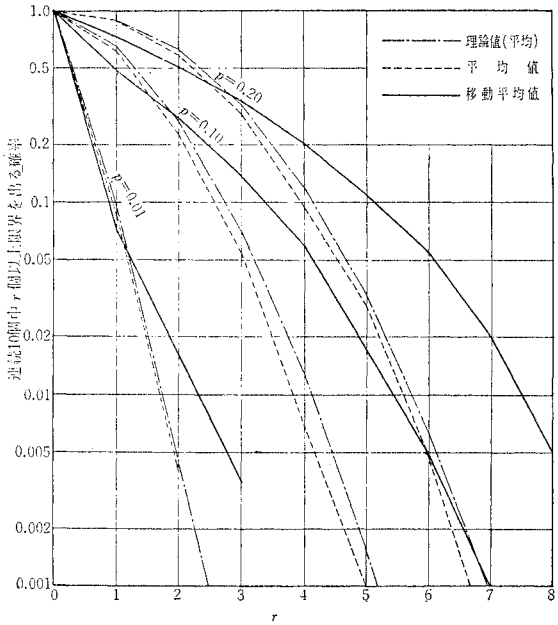
となる。

いま，$\sigma/M=0.15$，$p=0.0545$ の場合について，上式から P を求めると 0.022 となり，普通の平均値の場合の 0.0087 よりも相当に大きい。ゆえに，近似計算ではあるが，移動平均においては，普通の平均の場合よりも，異常な値が生ずる確率が大きいことが推察される。

以上の結果を，約 3700 個の正規乱数を用いて検討してみると，P の値は，移動平均では 0.030，平均では 0.0072 となり，上述の傾向が確かめられた。

つぎに，同じ乱数を用いて，3個の平均値および移動平均値の連続 10 個のうち r 個以上限界を出る確率を $p=0.01$, 0.10, 0.20 の場合について求めると，**図—4** に示すようになった。これをみると，平均値ではその理論的と比較的よく合っているが，移動平均では平均値と相当に異なっており，出現確率の大きな現象では移動平均値の方が確率が小さいが，出現確率の小さな現象では，平均値の場合よりも確率がはるかに大となることがわかる。

図—4 3個ずつの平均値および移動平均値の分布



このことは，品質管理においてもまた品質検査においても，移動平均と平均とは同じ取扱いをすることができないこと，移動平均では異常な値を生ずる確率が普通の平均よりも相当に大きいこと，を示している。

4. 計量検査と計数検査

試料数が少ない場合の検査には，計量検査の方が計数検査よりも望ましいといわれている。コンクリートの強度試験結果は計量値で示されるから，計量検査を用いるのが常道であろう。しかしながら，前者は後者にくらべて計算の手数が多少多くかかり，また現場技術者にとっては後者よりはわかりにくいという点から，両者の検査能力の差がもし僅少であれば，現場で手軽に使用するには後者も捨てたものではないであろう。そこで，コンクリートの品質検査に適用する場合の検査能力を比較検討することにする。

配合強度を定める条件としてコンクリート標準示方書（無筋・鉄筋・ダム コンクリート）に示されているものを用いることにする。すなわち，「(i) 試験値は設計基準強度 $\sigma_{c\kappa}$ の 80% を 1/20 以上の確率で下ってはならない。(ii) 試験値は設計基準強度 $\sigma_{c\kappa}$ を 1/4 以上の確率で下ってはならない」。いま (i) を第1配合条件，(ii) を第2配合条件とよぶことにする。

品質検査条件には，やはり示方書に示されているも

の，すなわち，一般に使用する計数検査では，「(i) 連続する 10 個の試験値のうち $\sigma_{c\kappa}$ の 80% を下るものが1個より多くない。(ii) 連続する 10 個の試験値のうち $\sigma_{c\kappa}$ を下るものが4個より多くない」。特別の場合に使用する計量検査では，「圧縮強度の試験値から試料平均値 $\bar{\sigma}_n$ と不偏分散の平方根 S_n を計算し，図の k_1, k_2 を用いて，つぎの関係が成立することを確かめればよい。

$$\bar{\sigma}_n \geqq 0.8\,\sigma_{c\kappa}+k_1 S_n,\ \bar{\sigma}_n \geqq \sigma_{c\kappa}+k_2 \cdot S_n」$$

を用いることにする。そして，計数および計量の検査条件のうちの前者を第1検査条件，後者を第2検査条件とよぶことにする。

この計数検査は，後節でのべるように，試験値の数が 10 個の場合に適する方法であって，示方書で推奨している 30 個の場合には不適当と思われるので，ここでは，試験値の数が 10 個の場合について考察を進めることにする。

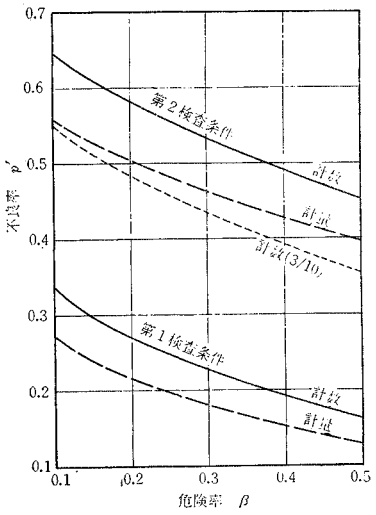
いま，配合強度の条件をちょうど満足させるコンクリートがつくられたとき，計数検査において不合格と判定される生産者危険率 α は，二項分布から算出すると，第1および第2条件で，それぞれ 8.6% および 7.8% となる。計量検査においては，示方書では $\alpha=10\%$ を採用しているので，α の両検査方法による差はわずかである。

つぎに，不良コンクリートすなわち強度の不良率が所要の値 1/20 あるいは 1/4 よりも大きなコンクリートが，これらの検査によって合格と判定される消費者危険率 β を求めると，検出される不良コンクリートの不良率 p' と β との関係は図—5のようになる。これは，計数検査においては二項分布より，計量検査においては次式より求めたものである。

$$\kappa_{p'}=\{k(1.282+\kappa_\beta)-\kappa_p\kappa_\beta\}/1.282 \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

ここで，k は合格判定係数，κ_p は良いコンクリートの不良率 p (1/20 あるいは 1/4) にたいする係数，である。

図—5　品質検査によって検出される不良コンクリートの不良率と危険率との関係



このような不良率を有するコンクリートは，強度のばらつきが変化せずに平均値のみが低下した場合，平均値が変化せずにばらつきのみが増大した場合，ばらつきと平均値の両者が変化した場合，にえられるが，ここでは前2者の場合について考察しよう。

予想した変動係数 V にたいする割増し係数を f とするとき，変動係数は予想どおりのものがえられたが，平均値が低下して割増し係数 f' に相当する平均強度となったとすると，f' は

第1検査条件では　$f'=0.8/(1-0.01\,\kappa_{p'}V)$

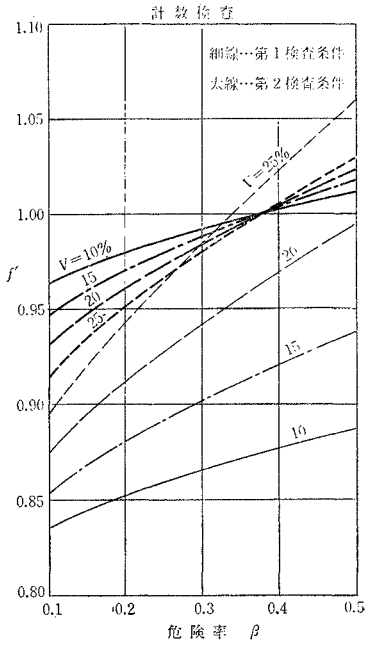
第2検査条件では　$f'=1/(1-0.01\,\kappa_{p'}V)$

から求めることができる。

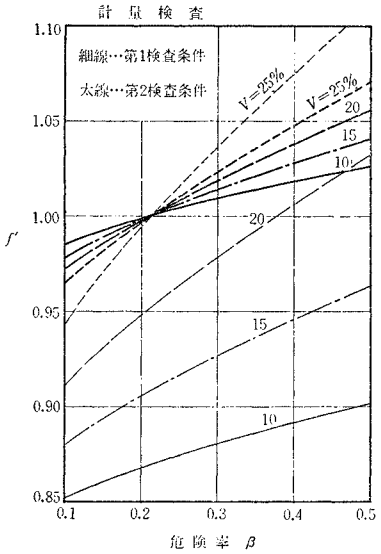
いま，$V=10,\ 15,\ 20\%$ の場合について，図—5 に示す p' を用いて f' を求めると，V が特別に大きい場合を除いては，計数・計量いずれの検査方式の場合でも，第2検査条件における f' の方が第1検査条件の f' よりも大きくなる。このことはすなわち，配合強さが第1配合条件から定まる場合（たとえば $V=20\%$ の場合）においても，平均強度の低下を検出するのは第2検査条件であることを示している。

図—6 および 図—7 に，危険率 β で検出される不良コンクリートの割増し係数 f' を示したが，計量検査の方が検査能力が高いことが示されている。しかし，その差は必ずしも大きくはなく，割増し係数で 0.02～0.04 程度である。そこで，検査力の点からは，平均強度の低下の検出には，計算が簡単で現場技術者にとって取り扱いやすい計数検査を用いてさしつかえない。もし，計数検査

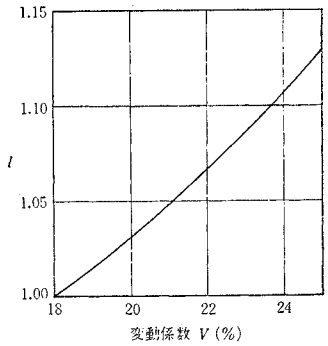
図—6　計数検査によって検出される平均値が低下した不良コンクリートの割増し係数と危険率との関係



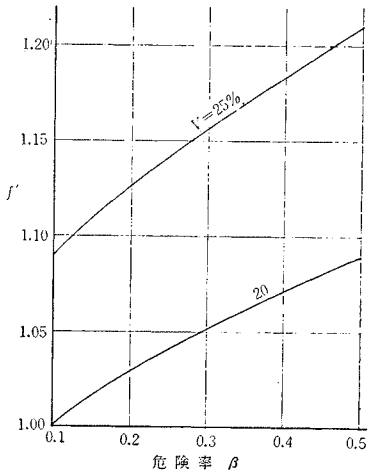
図—7 計量検査によって検出される平均値が低下した不良コンクリートの割増し係数と危険率との関係



図—8 l と変動係数との関係



図—9 検出される不良コンクリートの割増し係数と危険率との関係



において，計量検査とほぼ等しい検出力をえようとすれば，第2検査条件を「σ_{ck} を下るものが3個より多くない」，と変えればよいが，この場合の α は大きくなり，22% である。

このように，配合強度が第1配合条件から定まる変動係数 V が 18% より大なる場合においても，検査においては第2検査条件によって行なわれることがわかったが，このことは見方を変えれば，$V>18\%$ の場合には検査力が落ちることを意味していることになる。すなわち，第1配合条件から必要な配合強度より低い平均強度を有するコンクリートでも合格しやすいことになり，$V\leqq 18\%$ の場合にくらべて，$V>18\%$ では検査力が低下しているわけである。

この対策として，著者はつぎのような検査方法を提案したいと思う。すなわち，$V>18\%$ の場合には，第1配合条件「試験値は σ_{ck} の 80% を 1/20 以上の確率で下ってはならない」を，「試験値は $l\sigma_{ck}$ を 1/4 以上の確率で下ってはならない」という条件に変化させて，これに対する検査方式を定めることである。ここで，l は配合強度が第1配合条件の場合と等しくなるように定める。すなわち

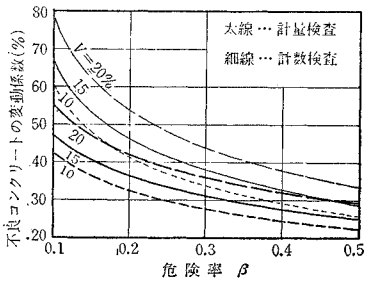
$$l=(0.8-0.00540\,V)/(1-0.01645\,V)$$

となり，変動係数 V との関係は 図—8 に示すようになる。この場合の検査方式は「$\bar{\sigma}_n \geqq l\cdot\sigma_{ck}+k_2\cdot S_n$ ならば合格」，となり，合格判定係数は k_2 だけでよく，k_1 は不要となる。

この検査方法を用いた場合に，危険率 β で検出される不良コンクリートの平均強度を $f'\sigma_{ck}$ とするとき，β と f' の関係は，図—9 のようになる。これを 図—7 とくらべれば，著者の提案方法では，不良コンクリートの検出力が相当に大きくなっていることがわかる。

つぎに，平均強度は所要の配合強度と一致しているが，変動係数が大きくなった場合を考えると，この検出は第1検査条件のみによって行なわれることがわかる。すなわち，配合強度が第2配合条件によって定まる場合でも，ばらつきが大きくなった場合には，第1検査条件で検出されるわけである。危険率 β で検出したい不良コンクリートの変動係数 V を 図—10 に示した。これをみると，計数検査では計量検査にくらべて，検出力が相当に大きく劣っていることがわかる。しかし計量検査においても検出力は低く，予想した変動係数が 15% の場

図—10 品質検査によって検出されるばらつきが増大した不良コンクリートの変動係数と危険率との関係



合に，それが 36% に増大してはじめて危険率 20% で検出される程度のものである。

そこで，計数，計量の両検査とも，ばらつきが増大したときの検査には不適であるといえる。これに代る方法としては，あとでのべる変動係数の棄却限界を用いる方法を提案したい。

5. 試験値の数が多い場合の計数検査

無筋コンクリート標準示方書111条の解説には，「112条に示した品質の検査を行なうためには，同じ品質のコンクリートについて，30 個程度の試験値を採取するのが望ましい」と記されている。

そこで，30 個の試験値がえられた場合に，112 条解説に示されている「工事中，それまでに得られた試験値の全部を用いて，コンクリート全体の平均品質を検査するとともに，任意の連続する数個の試験値を用いて，試料を採取した部分のコンクリートの品質を検査し，許容限界以下の強度のコンクリートが固まってつくられていないかどうか確かめなければならない」を生かした前記の計数検査を行なうと，「26 条の条件を満足する品質のコンクリートがこの検査条件を満足する危険率はほぼ 1/10 である」が果たして正しいかどうかを，まず検討することにする。

いま，ある限界強度を下がる不良率が p のコンクリートから 30 個の試験値を得たとき，この中に R 個の不良値が生ずる確率 p_R は，二項分布より，

$$p_R=\frac{30!}{R!(30-R)!}p^R(1-p)^{30-R}$$

と考えることができる。つぎに，30 個の試験値中に不良値が R 個含まれているとき，いずれの連続する 10 個の試験値のうちにも不良値が r 個より多くない確率を $q_{r,R}$ とすれば，$p=1/20$, $r=1$ の場合，$R=2$ において $q_{1,2}=0.483$, $R=3$ において，$q_{1,3}=0.054$ となる。

30 個の試験値について，示方書に示されている前記の計数検査条件を満たす確率 P は，

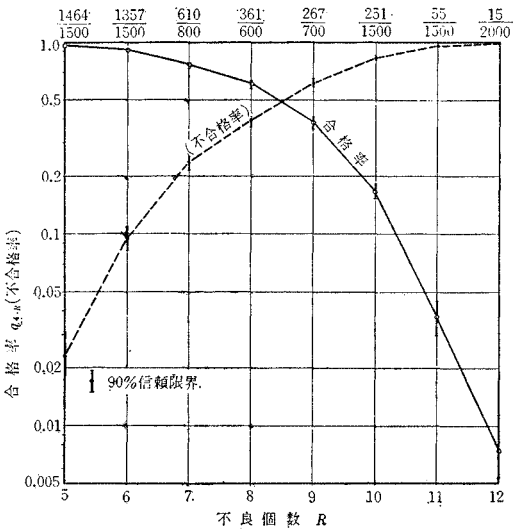
$$P=\sum_{R=0}^{\infty}p_R\cdot q_{r,R}$$

と考えることができるから，$p=1/20$, $r=1$ の場合に，(a) の検査条件を満たす確率を計算すると $P=0.685$ となる。すなわち，配合強度の条件を満たす良いコンクリートでも，(a) の検査条件を満足しない危険率は 31% あることがわかる。

つぎに，(b) の検査条件に関しては，$r=4$ の場合の $q_{4,R}$ は，これを理論式から求めるのは困難である。そこで，球を用いて実験的にこれを求めることにした。実験結果をまとめると 図—11 のようになる。図中の分数は(合格回数)/(実験回数) を示し，信頼限界の幅は F-分布を用いて求めたものである。

この結果を用いて，所定の配合強度を有する良いコンクリートが (b) の検査条件を満足しない危険率を算出すると 37% となった。

図—11　30 個中不良個数が R 個のとき，30 個のいずれの連続する 10 個中にも不良が 4 個より多くない確率 $q_{4,R}$ と R との関係



以上のように，示方書が推奨している 30 個の試験値については，示方書 26 条の条件を満足する品質のコンクリートが，前記の検査条件を満足しない危険率は示されている値の 1/10 ではなく，その 3 倍以上であることが判明した。

そこで，この生産者危険率を 1/10 とするためには，割増し係数をさらに大きくして配合強度を定める必要がでてくるわけである。どの程度割増し係数を増大する必要があるか調べてみると，つぎのようになる。

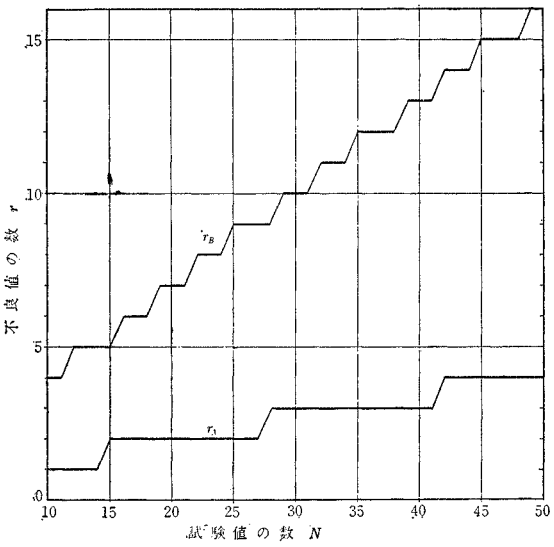
あとでのべるように，平均強度の低下は主として (b) の検査条件によって検出されるから，良いコンクリートが (b) の検査条件を満足しない危険率を 1/10 とするためには，$p=0.162$ でなければならないことが計算の結果判明した。変動係数 V が 15% のときには割増し係数は 1.17 としなければならない。これは配合強度の条件から得られる割増し係数 1.11 よりも大きな値である。

以上より，この検査方法をそのまま用いるのは好ましくないと思う。この計数検査は，試験値が 10 個得られるごとに，その 10 個の検査に用いるようにすべきであって，30 個の試験値が得られた場合の全体の品質の検査としては，つぎに提案するような方法を用いるのがよいと思う。

すなわち，全体の試験値の数に応じて，不良値の限界個数を設ける方法で，つぎのように表わせばよいと思う。

「試験値はつぎの条件を満たさなければならない。

図—12 r_A および r_B の値



(A) N 個の試験値のうち $0.80\sigma_{ck}$ を下がるものが r_A 個より多くない。

(B) N 個の試験値のうち σ_{ck} を下がるものが r_B 個より多くない。

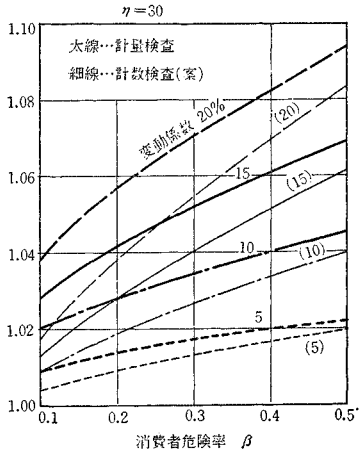
ここに，r_A および r_B は 図—12 より求められる値である。」

図—12 に示した r_A および r_B は，配合強度の条件を満足する品質のコンクリートがこの条件を満足しない危険率がほぼ 1/10 となるように（15% は越えないように）定めたものである。

この方法によって全体の品質を検査するとともに，試験値が 10 個えられるごとに，10 個ずつ検査をすればよい。

この検査方法を用いた場合の消費者危険率 β で合格と判定される不良コンクリートの $f'=$(平均強度)$/\sigma_{ck}$ を 図—13 に示した。なお，図—13 中に，計量検査を用いた場合の f' をも示した。

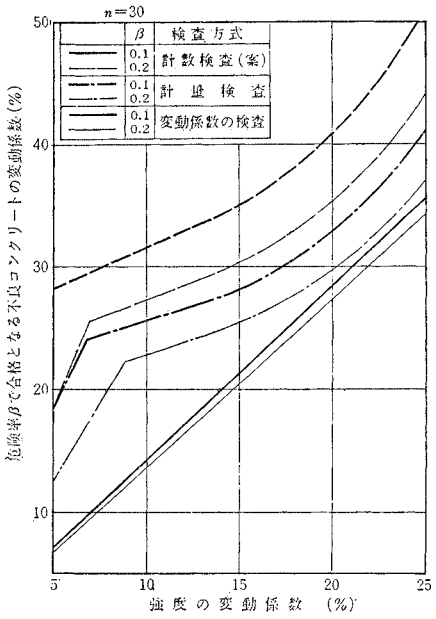
図—13 危険率 β で合格と判定される不良コンクリートの平均強度と設計基準強度との比



図—13 より，平均強度の低下の検査には，$N=30$ の場合でも，計量検査および上記の計数検査（案）のいずれとも，同程度の検査力を有することがわかる。そこで，平均強度の低下の検査には取扱いの簡便な計数検査を用いてさしつかえないと思う。

つぎに，ばらつきが増大した場合の検査力に関しては，平均強度が所定の値の場合には，つぎのようになる。試験値の数が 30 個の場合に，計量検査あるいは上記の計数検査（案）において，危険率 β で合格となる不良コンクリートの変動係数を 図—14 に示した。この図の中の実線は後節でのべる方法によるものであるが，計数検査では，試験値の数が 30 個の場合でも，計量検査にくらべて検査力が相当劣ることがわかる。しかし，両者ともばらつきの増大の検査力は弱い。

図—14 危険率 β で合格となる不良コンクリートの変動係数



5. 変動係数の検査方法

前節で示したように，計数検査および計量検査のいずれも，平均値の低下とばらつきの増大の両者を検査する方法には違いないが，コンクリートの強度の検査に使う場合には，ばらつきの増大の検出力があまりにも低いので，ばらつきの検査は別に行なう必要がある。

一般に，ばらつきの検定としては，χ^2-分布を用いた分散の検定があるが，土木学会のコンクリート標準示方書では，ばらつきを変動係数で表わしているから，変動係数の検定を行なうのが便利である。ところが，この分布は複雑であるから，一般に，平均値のばらつきを無視して，近似的に χ^2-分布を用いて変動係数の信頼限界を

設けることが多いようである。土木学会の標準示方書にも χ^2-分布を用いた方法が示されている。

そこで，より厳密な検定をするために，著者の導いた式から簡単にばらつきを検定する方法を示したいと思う。

n 個の試料から求めた変動係数を $V=u/\bar{x}$ で表わすとき，$v=\dfrac{V}{\sigma/m}=\dfrac{\sqrt{u^2/\sigma^2}}{\bar{x}/m}$ の分布を求める。

ここで，u は不偏分散の平方根，σ^2 は母分散，m は母平均である。$\eta^2=u^2/\sigma^2$，$\xi=\bar{x}/m$ とおくと，両者の同時分布の確率エレメントは，

$$f(\xi\cdot\eta^2)\,d\xi\cdot d\eta^2=\frac{e^{-\frac{(\xi-1)^2}{2\sigma^2/nm^2}}}{\sqrt{2\pi\sigma^2/nm^2}}d\xi\cdot\frac{e^{-\frac{n-1}{2}\eta^2}\left(\frac{n-1}{2}\eta^2\right)^{\frac{n-3}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}\cdot d\left(\frac{n-1}{2}\eta^2\right)\quad\cdots\cdots(6)$$

変数変換を行なうと，

$$f(\xi\cdot v)\,d\xi\cdot dv=\frac{2\left(\frac{n-1}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}}v^{n-2}}{\sqrt{2\pi\sigma^2/nm^2}\cdot\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}\cdot e^{-\frac{nm^2}{2\sigma^2}(\xi-1)^2-\frac{n-1}{2}v^2\xi^2}\cdot\xi^{n-1}\cdot d\xi\cdot dv$$

これを ξ について，$-\infty$ より ∞ まで積分すると，

$$f(v)=\frac{2\left(\frac{n-1}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}}v^{n-2}}{\sqrt{2\pi\sigma^2/nm^2}\cdot\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}\cdot\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{nm^2}{2\sigma^2}(\xi-1)^2-\frac{n-1}{2}v^2\xi^2}\cdot\xi^{n-1}\cdot d\xi\quad\cdots(7)$$

これが求める v の確率密度関数である。

いま，計算を容易にするため，

$$f(v)=\frac{2\left(\frac{n-1}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}}v^{n-2}}{\sqrt{2\pi\sigma^2/nm^2}\cdot\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}\cdot A_{n-1}$$

とおくと，

$$A_{n-1}=\frac{1}{a+b}\left\{a\cdot A_{n-2}+\frac{n-2}{2}\cdot A_{n-3}\right\}$$

ここで，

$$a=\frac{nm^2}{2\sigma^2},\quad b=\frac{n-1}{2}v^2$$

$n=10$ のとき，

$$A_9=\left(\alpha^9+18\alpha^8a^{-1}+\frac{189}{2}\alpha^7a^{-2}+\frac{315}{2}\alpha^6a^{-3}+\frac{945}{16}\alpha^5a^{-4}\right)A_0$$

$n=20$ のとき，

$$A_{19}\fallingdotseq(\alpha^{19}+85.5\alpha^{18}a^{-1}+2\,907\alpha^{17}a^{-2}+50\,872\alpha^{16}a^{-3}+496\times10^3\alpha^{17}a^{-4}+\cdots)A_0$$

ここで，

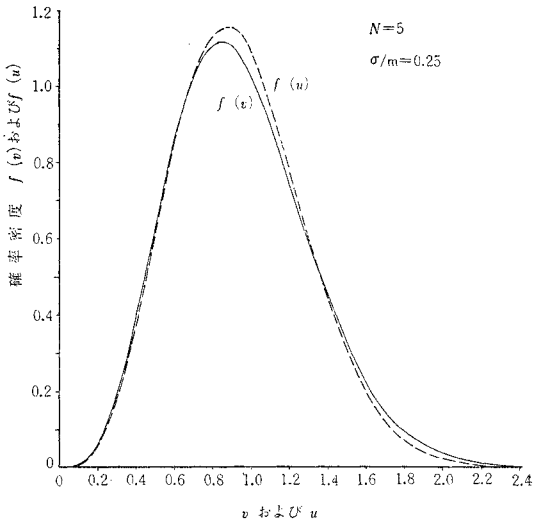
$$\alpha=\frac{a}{a+b},\quad A_0=e^{-\frac{ab}{a+b}}\left(\frac{\pi}{a+b}\right)^{1/2}$$

以上より，変動係数の分布は，試料数 n のほかに変動係数の大きさによっても変わることがわかる。一例として，$n=5$，$\sigma/m=0.25$ の場合の分布を **図—15** に示した。

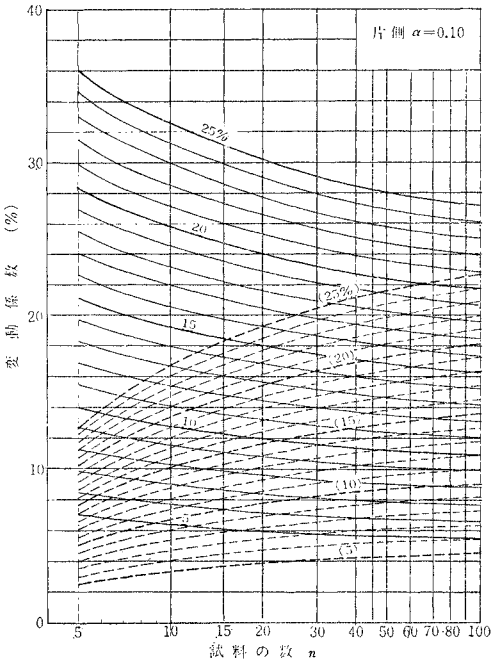
以上のような変動係数の分布を用いて，危険率が片側10％の棄却限界を求めると，**図—16** のようになる。n 個の強度から算出した変動係数 $u/\bar{x}$ が，予想した変動係数に対応する **図—16** 中の両曲線の外に出れば，予想した変動係数がえられていないと考えてよいことになる。

図—16 を用いてばらつきの検査を行なう場合の検査力を上記の変動係数の分布から求めると，$n=10$ の場合に検出したい不良コンクリートの変動係数と危険率 β

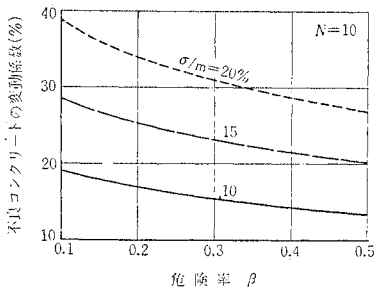
図—15　変動係数と不偏分散の平方根の分布



図—16　変動係数を検査する図



図—17 変動係数の検査により検出される不良コンクリートの変動係数と危険率との関係



は，図—17 に示すような関係となった。これを 図—10 とくらべるとわかるように，この検査では計量検査よりも，ばらつきの増大の検査力がはるかに大きくなっている。

また，$n=30$ の場合の検査力を 図—14 中に示してあるが，この場合も他の検査方法にくらべて検査力が相当大きくなっている。

そこで，この検査を，平均強度の低下を検出するための計数あるいは計量検査と必ず併用することを提案したいと思う。

6. 試料数が少ない場合の処置

コンクリート標準示方書（無筋・鉄筋）には，コンクリートの品質検査では，試料数は 30 個程度が望ましいことを示しているが，それとともに，試料数が少ない場合（10 個未満）にごく概略の判断をする方法と計量検査を行なう方法をも示している。規模の比較的小さな現場等では，試験値を 10 個とるのが困難な場合が多いので，試験値の数が少ない場合の処置が問題となる。

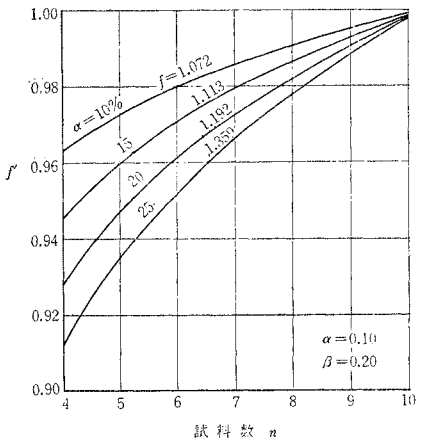
一般に，検査では試料数が少ないほど不良品質の検出力が劣ってくるが，コンクリートの品質検査においては，どの程度検査力が低下するか調べてみよう。

試料数が少ない場合には計量検査を行なうことになっているから，これによって検出される不良品質のコンクリートは，生産者危険率 $\alpha=10\%$，消費者危険率 $\beta=20\%$ のとき，式 (3) より求めると，図—18 のようになる。f' は，平均強度が低下した場合に，$\beta=20\%$ で検出される不良コンクリートの割増し係数，f は配合強度の割増し係数である。

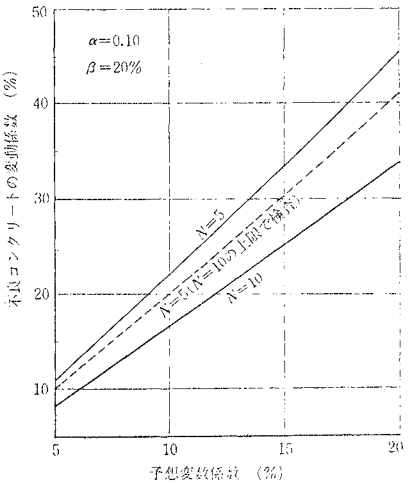
ばらつきが増大した場合の検出については，危険率 $\beta=20\%$ で検出される不良コンクリートの変動係数を $n=5$，10 の場合について，式 (7) および 図—16 より求めると，図—19 のようになる。これらの結果から，試料数が減少すれば，検出される不良コンクリートの品質の低下が著しいことがわかる。

そこで，試料数が少なくても，ある危険率で検出できる不良コンクリートの品質をあまり下げないような検査方式を採る必要があるものと思われる。その方法として

図—18 計量検査によって検出される平均値が低下した不良コンクリートの割増し係数と検査個数との関係



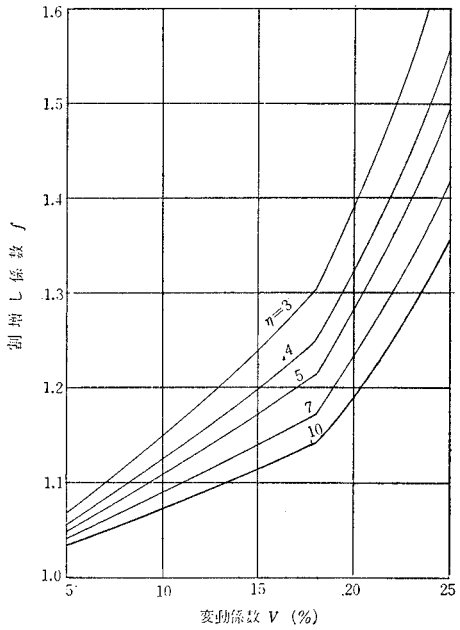
図—19 変動係数の検査で検出される不良コンクリートの変動係数と予想した変動係数との関係



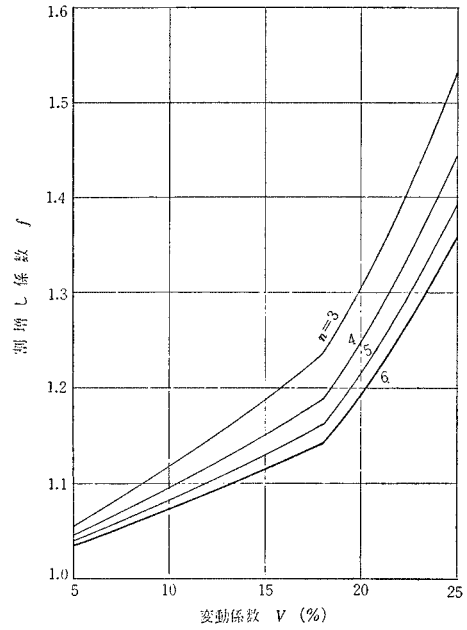
は，(i) 試料数が少ない場合でも，多い場合と同じ不良検出力を持たす方法，(ii) 試料数が少ない場合には，多い場合よりも生産者危険率 α をある程度大きくする方法，等が考えられる。

まず (i) の方法については，結果的には α が大きくなるのであるが，平均強度の低下を検出する場合，試料数 n が減少すれば，図—19 のように，検出される不良コンクリートの f' が低下するので，ある基準となる試料数 n_0 を定めて，それより試料数が少ない場合には，消費者危険率 $\beta=20\%$ で検出される不良コンクリートの平均強度が，試料数が n_0 のときと等しくなるように，割増し係数 f を選ぶことにする。$n_0=10$ および $n=6$ とした場合の f を 図—20 および 図—21 に示した。ここでは，$V>18\%$ の場合には，前述のように，第1配合条件を検査力が増大するように変化させて定めた検査方法を用いることにしている。これらをみると，試料数

図—20　試験値の数が少ない場合に，10 個の場合と合じ不良検出力をもたすための所要割増し係数



図—21　試験値の数が少ない場合に，6 個の場合と同じ不良検出力をもたすための所要割増し係数

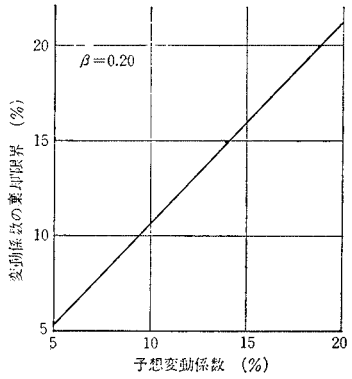


が少ない場合には検査力がはなはだしく低下するので，ある基準の試料数の場合と同じ検査力をえようとすれば，試料数が少ないための割増しを，強度のばらつきによる割増しに追加しなければならないことになる。

このような方法では，結局，試験回数を減ずるならば，不経済なコンクリートをつくらなければならないことになるわけである。そこで，経済的なコンクリートをつくろうとすれば，試験はある基準の回数だけは必ず行なって，不良コンクリートが合格となって構造物の安全性をそこなうおそれを増加させないようにすることが必要である。

つぎに，ばらつきの検査に関しては，試料数 $n=5$ および 10 において，危険率 $\beta=20\%$ で検出される不良コンクリートと同じ品質のものを，同じ危険率で検出するためには，棄却限界をどのようにとればよいかを求めてみると，図—22 のようになる。これは，図—17 と式(7) より求めたものである。

図—22　試料数が 5 個の場合に，10 個の場合と同じ不良検出力を有するための変動係数の棄却限界



しかし，図—22 を用いて $n=5$ の場合のばらつきを検査すると，ちょうど予想した変動係数がえられた場合の生産者危険率 α は約 34% となり，相当に大きな値である。これでは検査方法としては不適当であろう。これは，ばらつきの検査において，試料数が減じた場合の検査力の低下が著しいので，試料数が多い場合と同程度の不良品質の検出力をもたすことが困難であることを示している。

そこで，この場合はやむをえず，前述の (ii) の方法，すなわち，生産者危険率 α を多少大きくして，不良品質の検出力を増加させる方法を用いることにする。

いま，検査方法を簡便にするために，$n=10$ の場合の変動係数の棄却限界を，$n<10$ の場合に流用することにすれば，前と同じ計算方法によって，α は約 16% となることがわかる。この程度の危険率は，試料数が少ない場合には，許容してさしつかえないと思われるので，この方法を採用することにして，$n=5$ の場合に $\beta=20\%$ で検出される不良コンクリートの変動係数を 図—19 中に示した。これをみると，不良の検出力は，試料数が 10 の場合よりは当然劣るが，5 の場合よりも相当向上しているので，検査が簡便なことと相まって，この方法は実用的と思われる。

7. 結　　論

本研究によってえられたことをまとめると，つぎのよ

うになる。

（1） コンクリートの強度試験結果が満たすべき条件を規定する場合には，それが品質管理の条件か品質検査の条件かを示すことが必要である。

また，条件が与えられている場合には，それがいずれの条件であるかを確かめて，そのいずれかによって配合強度を変えなければならない。そして，品質検査の条件の場合には，試験回数と危険率を定めることが必要である。

（2） 強度試験結果が満たすべき条件「設計基準強度 σ_{ck} の q 倍以下のものは試験値の数の $1/h$ 以下でなければならない」においては，ある一定の配合強度をうるためには，q と h の数多くの組み合わせが考えられるが，品質検査の立場からは，q は大きい方が望ましい。

（3） 品質検査の立場からは，平均強度に関する条件は，平均値の分布の不明確さ，試料数の減少等のため，好ましくない。

（4） 移動平均は普通の平均とくらべてその分布が異なり，異常な値を生じやすいので，品質検査に用いるのは望ましくない。

（5） コンクリート標準示方書（無筋・鉄筋・ダム）における第1および第2のいずれの配合条件によって配合強度が定まる場合においても，平均強度の低下した不良コンクリートは，計数・計量の両検査とも，ほとんどの場合，第2検査条件によって検出され，第1検査条件ではほとんど検出されないこと，また，試験値の数が 10 個程度で変動係数が 18% をこえる場合には，第2検査条件も検査力が著しく低いことがわかった。そこで，変動係数が 18% をこえた場合に効果的な検査方法の提案を行なった。

（6） 平均強度の低下を検出するには，計量検査の方が計数検査よりも効果的ではあるが，しかし，両者の検査力の差は大きくないので，取扱いの簡便な計数検査を用いることができる。

（7） 無筋コンクリート標準示方書 112 条 (2) の解説に示されている計数検査方法の生産者危険率は示方書が推奨している試験値の数 30 の場合には，示されている値の 1/10 とはならず，はるかに大きいので，この検査方法を用いる場合には注意を要することを示した。そして，その望ましい使用方法の提案を行なった。

（8） 強度のばらつきが大きくなった不良コンクリートを検出するのは，配合が第1および第2のいずれの配合条件によって定められる場合でも，計量および計数検査とも，ほとんどの場合，第1検査条件であること，そしてこの場合，計量，計数両検査とも検査力が著しく低いことを明らかにした。

（9） 強度のばらつきが増大した不良コンクリートを検出するには，ばらつきの検査を行なう必要があることをのべ，そのために変動係数の分布を導き，これから変動係数の棄却限界を求めて，ばらつきの検査を能率よく行なう方法を示した。そして，品質検査には一般に，示方書に示されているような計量あるいは計数検査とこのばらつきの検査とを併用しなければ，十分な検査とはならないことを明らかにした。

(10) 試験値の数が少ない場合には検査力が低下するので，検出される不良コンクリートの品質が大きく低下しないための方法を示した。

以上，今後ますます広く行なわれ，重要度が増すと思われるコンクリートの品質検査についての諸問題に考察を加え，いくつかの提案を行なったが，最後に，本研究にご協力をいただいた修成建設専門学校の井沢明義氏に感謝の意を表する次第である。

(1967.3.15・受付)