多ヒンジ系セグメント リングの設計計算法*

THEORY FOR DESIGN OF MULTI-HINGED SEGMENTAL RING

山 本 稔**・遠 藤 浩 三***・福 井 正 憲****
By Minoru Yamamoto, Kozo Endo and Seiken Fukui

1. 緒 言

円形シールド トンネルにおけるセグメント覆工には，各セグメントのボルト結合からなるリング構造のものが多用されているが，このような覆工は，ボルト継手を有するとはいえ，その強度にたいする信頼性が低いばかりか，コンクリート覆工ではセグメントが壁体構造のブロックとならざるをえないため，鉄筋コンクリート構造として無理が多くコンクリートの使用法を本質的に誤まったものとしている傾向さえうかがわれる。

ドイツ連邦共和国，ソ連邦などにおける研究[1),2)]では，セグメント相互の連結を主として組立て作業上の理由から必要とは認めても，リングとして幾何学的形状が保持できる場合には，単にセグメントを突合せるだけでボルト結合をしない多ヒンジ系セグメント リングとしてトンネル覆工が形成できることを示した。そして，これらの国においては，すでにこの種セグメントを開発し，実際にも使用しているように見受けられる。しかし，わが国では構造上ならびに施工上の不安からいまだ実施の段階に至っていない。

多ヒンジ系セグメント リングは，本来不安定構造物である。しかし，地山との関連において構造の安定性に確証がえられるならば，この種の覆工では断面力として曲げモーメントが減少するから，相対的に負荷能力の大きい経済的覆工構造として利用できると思われる。しかも，コンクリート セグメントでは材料の特質に適合した構造が，この種セグメントで初めて可能になるから，その製造ならびに施工法の開発によって安価なコンクリート セグメントの価値をいっそう増大させる可能性が存在する。

多ヒンジ系セグメント リングの解法としては，すでにソ連邦で実用に供されている方法があるが，この方法は，構造力学における変形法の応用であるから，多ヒンジ系セグメント リングが地山の抵抗土圧を受けて不静定構造物として挙動する場合の解法として利用することができる。

しかし，これを解くためにはセグメントの変位と地山の抵抗土圧との間には線形関係が仮定されたし，しかも荷重と構造の対称性を利用して解の簡略化を計っているため，解法の適用も制限される。一方また，多ヒンジ系セグメント リング構造では，安定性の確認が必須条件となるが，地山とセグメント リングとの間に相対的ずれを認めないことは，この吟味にたいして危険側の仮定に通ずるし，なおトンネル頂部における地山とセグメント リングの間の変位関係にも明確さが欠けていることは，さらに安定性の吟味を曖昧にするきらいがある。

ソ連邦の方法で解の対象としているセグメント リングの構造は，抵抗土圧の発生しないヒンジ，すなわち非拘束ヒンジ1つをもつ多ヒンジ系セグメント リングである。しかし，このようなセグメント リング構造は，適当な仮定のもとに静定構造物として必要かつ十分条件を満たさしめることができるから，この仮定が設計計算の立場から認容できるならば，多ヒンジ系セグメント リングを静定構造物として直接力のつりあいから解く方法も，応力と変形とを分離して計算できるために利用価値が認められるようにみえる。

このような見地から多ヒンジ系セグメント リングをまず第一に1つの非拘束ヒンジをもつ静定構造物として解き，しかるのち変形計算を通じて安定性の確認を行なう方法が提案された。この方法によれば，荷重に制限がないばかりか，地山の変位と抵抗土圧との間に線形関係のごとき特別な仮定を設定する必要もない。しかも，安定性の吟味においては，曖昧さが除去されているから，ソ連邦の方法に比して信頼性が高いと思われる。しかし，この方法は，あくまで設計計算を対象としたものであるから，実状の説明に当っては安全側の結果に堕するもやむをえない。

2. 設計計算法の原理

地中に構築された円形の多ヒンジ系セグメント リン

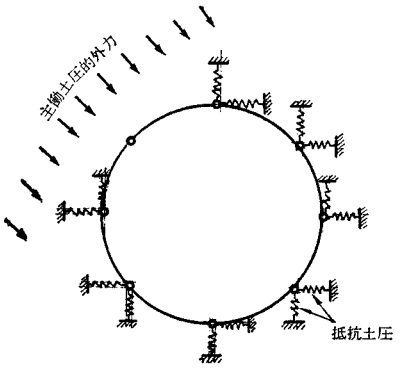
---

* 第21回土木学会年次学術講演会講演概要（III-71）および第3回トンネル工学シンポジウム（昭和41年11月）において一部を発表

** 正会員 工博 都立大学教授 工学部土木工学教室
*** 正会員 東京都交通局高速電車建設本部建設部 設計課長
**** 正会員 東京都交通局高速電車建設本部建設部 設計課技師

グは，地山から作用する主働土圧的外力と地山の受働土圧的反力である抵抗土圧とを受けながら変形し，不安定構造物からしだいに安定構造物へと移行していく。そして，静定構造物に至って，初めてつりあい条件が満たされ，かつ，対応するセグメント リングの変位が，それに固有の変位条件すなわちヒンジに飛躍が発生しない条件を満たすならば，その多ヒンジ系セグメント リングは，地山の中で崩壊を起こさず，安定なる建造物として機能を発揮することができる。多ヒンジ系セグメント リングが不安定から安定へと移行する過程においてセグメントを剛体とすれば，リングの変形は，ヒンジの変位で規定できるから，ヒンジに各2個のスプリングを 図—1 に示すごとく取付けた力学モデルによって，外力による変形に対応した反力系を作り出すことができる。

図—1



地中に自立している上述の力学モデルで表わされる多ヒンジ系にセグメント リングに一意的に定められた主働土圧的外力が，図—1 に示すごとく作用すると，外力と反対側のスプリングにはただちに抵抗土圧が発生し，ヒンジは拘束ヒンジとして地山に拘束されるが，これと同時にセグメント リングは偏平になるから，隣接するスプリングにもつぎつぎと抵抗土圧が生起し，各ヒンジは地山に拘束され，ついには抵抗土圧の現われないヒンジ，すなわち非拘束ヒンジが1つ残留するにすぎない図—1 に示すような多ヒンジ系セグメント リング構造が出現する。しかるに，この種の構造では隣接する2つのヒンジが非拘束であれば，構造は，不安定であるために，たとえつりあいの系があっても一般には除外できるから，ここに至って初めて安定なる構造物として挙動することになる。この事実から，地中に構築される多ヒンジ系セグメント リングは，非拘束ヒンジを1つ残す構造においてまったく安定であることがわかる。そして，外力が不変であれば，このつりあい状態は永久に保持される。なお，このとき発生する抵抗土圧は，外力につりあうように定まるものであるから，最後に1つ残る非拘束ヒンジは，主体となる外力の作用する側に現われるし，そのヒンジに作用する荷重は，外力それ自体であることも容易に了解できよう。

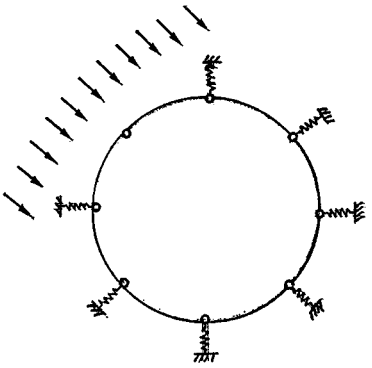
しかしながら，安定なるつりあいは，以上の考察における1つの非拘束ヒンジをもつセグメント リング構造に限定されるわけではない。たがいに隣接しない2つまたはそれ以上のヒンジが非拘束ヒンジである場合にも安定なる構造物でありうる。ただし，ここでは各非拘束ヒンジにそれぞれ与えられた外力に等しい荷重が同時に発生するようその変位が規制されなければならぬ。しかるにセグメント リングの変形は，つねに主体となる外力の影響を受けながら生起するので，実際上，地山における外力の発生状況から構造と外力にこの種の偶然性を認める必要がないとすれば，ここでも1つのヒンジを除いては非拘束でありえず，結局1つの非拘束ヒンジを残して安定すると考えてよい。これは，後述のごとく，ヒンジ点のスプリングに適当な仮定を設ければ，2つ以上の非拘束ヒンジをもつ多ヒンジ系セグメント リングは，不安定構造物であることに通ずる。

この観点より，一般的には非拘束ヒンジ1つを有する多ヒンジ系セグメント リングだけが，外力の作用を受けたのち到達しうる唯一の安定なる構造であると考えてさしつかえないだろう。

拘束ヒンジはすべて地山方向に向かって変位するので多ヒンジ系セグメント リングの崩壊は，最後に残った1つの非拘束ヒンジの飛躍によって発生するにすぎない。したがって，その崩壊条件は，非拘束ヒンジを中央とする連続3ヒンジが一直線上に並ぶための変位の幾何学的関係で与えられる。しかし，崩壊時におけるセグメント リングの変形は非常に大きいから，これを設計条件に取入れる場合には別に工夫が必要であろう。

上記の考察から多ヒンジ系セグメント リングの設計計算法一般は，1個の非拘束ヒンジをもつセグメント リングの応力解析とその変形状態の吟味に帰することになる。この種の構造物は，一般的には不静定構造物として処理できるので，ソ連邦の方法は，この事実に基づき2，3の仮定のもとに構成されたものと解することができよう。しかし，設計計算の立場から安全側の結果を与えるよう注意しながら，セグメント リングの変形に関連した抵抗土圧として半径方向のスプリング反力のみ期待するなど若干の工夫と省略を施せば，図—2 で代表されるような1個の非拘

図—2



束ヒンジをもつ多ヒンジ系セグメント リングは，静定構造物として処理可能になる。そこで，このようにして静定化された構造物をまず解き，その後ヒンジの変位計算を行なってその必要条件が満たされるならば，地山に構築された多ヒンジ系セグメント リングは,変形し終った後では安定なつりあいに到達できることが証明できたことになる。そこで，主働土圧的外力が設計を対象として規定されるならば，得られた解は，直接設計計算にも応用できよう。これが設計計算法の原理である。

なお，ここにおいては同時に2つ以上のヒンジが非拘束になる構造物は，既述のごとくつねに不安定構造物であるから，構造と外力の対称性により力のつりあいはあっても，安定なつりあいに関する論議からは除外することができる。

3. 解法一般

(1) 仮 定

前述の原理にしたがって多ヒンジ系セグメント リングの構造計算をするにあたり，設けた仮定はつぎのとおりである。

① セグメント リングは円形とする。シールド トンネルへの応用においては，この仮定で満たされる場合が多い。

② セグメント リングに作用する主働土圧的外力は，リングの変形に関係なく定まる既知量である。ここに主働土圧的外力とは，セグメント リングに変形を生ぜしめる源となる外力の総称で，その反力である抵抗土圧に対比される荷重である。この外力は，通常地山のゆるみ土圧，水圧，自重および上載荷重による荷重の組み合わせからなると考えられる。そして，設計計算においてはこの荷重を地山の状況を勘案しながら既述のごとく安全性を加味して決定される既知量として取扱うのである。

③ セグメント リングのリンク運動に際しては,セグメントは剛体として取扱われる。

④ セグメント リングに発生する抵抗土圧は，その外周面に沿ってセグメント間で等変分布するスプリング反力として定まるものとする。③の仮定によりセグメント リングの変形性状は，ヒンジの変位のみによって定まる。したがって，単に安定計算のみを対象とする場合には，ヒンジ点にのみ変位を規制する適当なスプリングを挿入することで処理が可能になる。前節で考えたスプリングは，すべてこの意味から設けられたものである。しかし，計算結果をただちにセグメントの設計にも役立たしめようとすれば，この仮定ではあまりにも実状に合致しないうらみがある。そこで，セグメントの外周面にわたってスプリングを配し,抵抗土圧は,その反力として各セグメント間で等変分布すると仮定したのである。この処置は，抵抗土圧をヒンジ点におけるスプリング反力のみで規定させるから，この仮定は，またヒンジにのみスプリングを配した場合と取扱い上まったく同じ内容をもつにすぎない。

⑤ スプリング反力の作用方向は，すべてセグメント リングの中心方向を向くものとする。これは，セグメントを静定構造物として，処理するために設定された仮定である。

⑥ セグメント リングの接線方向に作用する抵抗土圧のうち，系の中でつりあうものはこれを0とし，系の中でつりあわないものは，スプリングの摩擦力として外力につりあわせるものとする。これは，仮定⑤に接線方向の抵抗土圧に関する考慮が欠けているために設けた仮定である。

主働土圧的外力の合力がリングの中心を通る場合には，仮定⑤によってモーメントのつりあいは自動的に満たされるから，抵抗土圧に接線方向の成分を省略してもモーメントのつりあいを乱さない。また，接線方向成分が存在するにしても，たかだかセグメント リングの変形にともなって2次的に発生する系の中でそれ自体がつりあう成分が存在するにすぎない。しかも，この接線方向成分は，構造の安定性を増加させる方向に作用するから，前段でこれを無視したことは安定計算上安全側の仮定に通ずる。一方,セグメント リングに地震のごとき振動荷重が作用すると，この種の接線方向成分は減少して0に近づくことが考えられることは，⑤とともにこの仮定を支える根拠になると思われる。

主働土圧的外力の合力がセグメント リングの中心を通らない場合には，外力と仮定⑤に基づく抵抗土圧の間にモーメントのつりあいが保てない。そこで，後段ではスプリング反力にともなって発生する摩擦力を考え，これで力のつりあいを保持させたわけである。

⑦ セグメント リングの変形は微小である。この仮定により,つりあいはリングの変形前で考えてよいし,またその結果によってリングの変形を算出することができる。しかし，リングに崩壊が生ずる付近では大きい変形を対象としなければ，現象の正しい考察はできないが，構造物の安全性を確認することが主目的である計算法では，工夫によりこの仮定のみで済ますことができよう。

⑧ ヒンジ点におけるスプリングの圧縮反力とその変位との間には Winkler の線形仮定がなりたつ。このとき変位は，変形前のリングの外周位置からその半径方向に地山に向かって測るものとする。この項は，安定問題の処理に関連してヒンジの変位を正確に確定する必要から設けた仮定である。この設計計算法におけるスプリング反力は,静定構造物を解いてえられるので,線形スプリングに代って非線形スプリングを仮定しても変位計算の手数は変わらない。一方，スプリングの変位は，安定計算上もっとも安全側の結果がえられるように，主働土圧

的外力が地山の流動とともに発生することなしに原位置で作用するものとして定義された。したがって，設けられた仮定は，リングの変形計算によせて単に構造物の安定性を確認する一手段として設定された仮定であると解すべきである。かかる見地から，地山の荷重-変位曲線が明らかな場合には直接その資料に準拠して変位計算してよいし，またそうすべきであると考えるが，ここにおいてもリングの変形の実状を説明するよりその安定性を確認するに終わる傾向が強いことは，避けがたい。

⑨ セグメント リングは，荷重の作用に先だって，所定の形状を保持すると同時に，ヒンジは，リンク運動にたいして脱落することがない。多ヒンジ系セグメント リングは，不安定構造物であるから，リングの外周と地山との間の空げきが注入剤で充填され，地山の抵抗土圧が期待できるまで所定の形状が保持されると同時に，荷重の作用にたいしてはリンク運動が可能な構造でなければ，その機能を発揮することはできない。したがって，この種の計算法を成立させるためにこの仮定を満たすような構造法の開発が望まれる。

(2) つりあい方程式

前述の原理と仮定に基づけば，n 個のセグメントからなる多ヒンジ系セグメント リングの構造計算は，結局**図—2** に示すごとく，$(n-1)$ 個のヒンジが地山によって拘束され，残りの1つが非拘束ヒンジとして残留する静定構造物の解析に帰着する。このとき，非拘束ヒンジの位置は，あらかじめ明らかでないから，解の対象となる静定構造物は，${}_nC_1=n$ 個存在しうるわけである。しかし，非拘束ヒンジは，常に主働土圧的外力の作用する側にしか現われないから，解くべき構造物は減少し，数種に制限されるのが普通である。

n 個のセグメントからなる多ヒンジ系セグメント リングの適当なヒンジを出発点として，**図—3** に示すごとく，各ヒンジに順次 $1,2,\cdots,i,\cdots,n$ と右回りに番号を付ける。そして，各セグメントは，それに属する右回りに進んだヒンジ番号で呼称することにする。なお，解析にあたって用いた記号は，**図—3** および **図—4** を参照して

x, y：リングの中心0を通る水平および鉛直線を軸とする座標系

r：セグメント リングの断面の図心半径

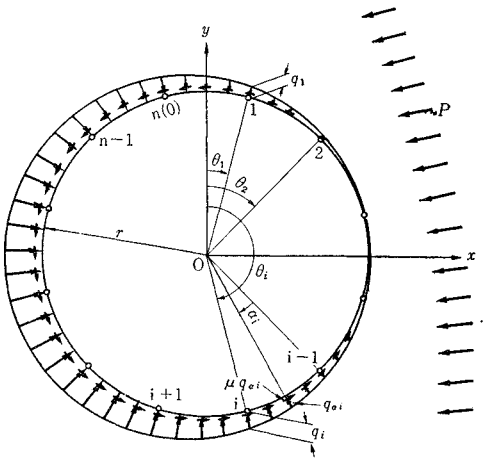
θ_i：y 軸の正の方向から右回りにヒンジ i まで測った中心角

α_i：リングの中心0とヒンジ $i-1$ とを結ぶ半径から右回りに測ったセグメント i に関する中心角

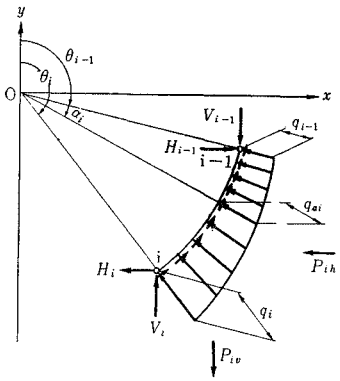
p：主働土圧的外力の一般的表示，普通水平および鉛直成分に分解して与える。

P_{ih}, P_{iv}：セグメント i に作用する外力 P の水平および鉛直成分の各和，水平左向きおよび鉛直下向きを正とする。

図—3



図—4



$\mathfrak{M}_{ii}$：セグメント i に作用する外力 P のヒンジ i に関するモーメント，右回りを正とする。

$\mathfrak{M}_0$：外力 P のセグメント リングの中心0に関するモーメント右回りを正とする。

q_i：ヒンジ i に作用する抵抗土圧，圧縮を正とする。

$q_{\alpha i}$：角 α_i のセグメント位置に作用する抵抗土圧，$\theta_0=\theta_n$，$q_0=q_n$ と定義すれば，仮定により

$$q_{\alpha i}=q_{i-1}+(q_i-q_{i-1})^{\alpha_i}/(\theta_i-\theta_{i-1})\cdots\cdots(1)$$

μ：セグメント リングと地山の間の静止摩擦係数，$\mu_{\max}$ はその最大値，なお，摩擦力は左回りに働くものを正とする。

H_i, V_i：リングの内側からセグメント リングに相対するとき，ヒンジ i の左側隣接断面に作用する水平および鉛直力，水平右向きおよび鉛直下向きを正とする。

これらの記号のもとに **図—4** を参照してセグメント i における力のつりあい式を求める。

x 方向の力のつりあいから

$$H_i=H_{i-1}-P_{ih}-\left(\cos\theta_{i-1}-\frac{\sin\theta_i-\sin\theta_{i-1}}{\theta_i-\theta_{i-1}}\right)q_{i-1}\cdot r$$
$$+\left(\cos\theta_i-\frac{\sin\theta_i-\sin\theta_{i-1}}{\theta_i-\theta_{i-1}}\right)q_i\cdot r$$

$$+\left(\sin\theta_{i-1}+\frac{\cos\theta_i-\cos\theta_{i-1}}{\theta_i-\theta_{i-1}}\right)\mu\, q_{i-1}\cdot r$$

$$-\left(\sin\theta_i+\frac{\cos\theta_i-\cos\theta_{i-1}}{\theta_i-\theta_{i-1}}\right)\mu\, q_i\cdot r \cdots\cdots\cdots(2)$$

y 方向の力のつりあいから

$$V_i=V_{i-1}+P_{iv}-\left(\sin\theta_{i-1}+\frac{\cos\theta_i-\cos\theta_{i-1}}{\theta_i-\theta_{i-1}}\right)q_{i-1}\cdot r$$

$$+\left(\sin\theta_i+\frac{\cos\theta_i-\cos\theta_{i-1}}{\theta_i-\theta_{i-1}}\right)q_i\cdot r$$

$$-\left(\cos\theta_{i-1}-\frac{\sin\theta_i-\sin\theta_{i-1}}{\theta_i-\theta_{i-1}}\right)\mu\cdot q_{i-1}\cdot r$$

$$+\left(\cos\theta_i-\frac{\sin\theta_i-\sin\theta_{i-1}}{\theta_i-\theta_{i-1}}\right)\mu\cdot q_i\cdot r \quad\cdots\cdots(3)$$

ヒンジ i に関するモーメントのつりあいから

$$-(\cos\theta_i-\cos\theta_{i-1})H_{i-1}-(\sin\theta_i-\sin\theta_{i-1})V_{i-1}$$

$$+\frac{1}{r}\mathfrak{M}_{ii}+\left\{\cos(\theta_i-\theta_{i-1})-\frac{\sin(\theta_i-\theta_{i-1})}{\theta_i-\theta_{i-1}}\right\}q_{i-1}\cdot r$$

$$-\left\{1-\frac{\sin(\theta_i-\theta_{i-1})}{\theta_i-\theta_{i-1}}\right\}q_i\cdot r-\left\{\frac{1}{2}(\theta_i-\theta_{i-1})\right.$$

$$\left.-\sin(\theta_i-\theta_{i-1})+\frac{1-\cos(\theta_i-\theta_{i-1})}{\theta_i-\theta_{i-1}}\right\}\mu\cdot q_{i-1}\cdot r$$

$$-\left\{\frac{1}{2}(\theta_i-\theta_{i-1})-\frac{1-\cos(\theta_i-\theta_{i-1})}{\theta_i-\theta_{i-1}}\right\}\mu\cdot q_i\cdot r=0$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

これらのつりあい式は，$V_0=V_n$, $H_0=H_n$ と定義すれば，$i=1,2,\cdots,n$, すなわち全セグメントにおいて成立つ。したがって，つりあい式は，総計 $3n$ 個存在する。これにたいし，未知数は，q_i が $(n-1)$ 個，H_i, V_i が $2n$ 個および摩擦係数 μ の合計 $3n$ 個であるから，これらつりあい式を連立して解くことによって解がえられる。しかし，これでは未知数が多きにすぎると考えるならば，セグメント i に関する式 (2) および式 (3) をセグメント $i+1$ に関する式 (4) に代入し，H_1, V_1 を除いて H_i, V_i を逐次消去すれば，未知数およびそれに対応する条件方程式を $3n-(2n-2)=n+2$ 個に減少させることができる。

解くべき連立方程式には式 (2)～(4) から明らかなように μ と q_i の積が含まれているから，これを一般的に解くことはできない。しかし，リングの中心 0 に関するモーメントのつりあい式を μ について解いた

$$\mu=\frac{\mathfrak{M}_0}{\sum_{i=1}^{n}\int_0^{\theta_i-\theta_{i-1}}q_{\alpha i}r^2d\alpha_i}=\frac{\frac{2}{r^2}\mathfrak{M}_0}{\sum_{i=1}^{n}(q_i+q_{i-1})(\theta_i-\theta_{i-1})}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

から q_i がわかれば μ を求めることができるので，これを連立方程式と組み合せて逐次近似解がえられる。すなわち，μ は一般に 0 に近いから，第 1 近似値として $\mu=0$ と置けば，連立方程式は多元一次方程式に帰す。

したがって，これを解いて q_i を求め，同時に式 (5) より μ の第 2 近似値を計算する。かくして，同一操作をくり返すことによって容易に精度を向上させることができる。もちろん，$\mathfrak{M}_0=0$ の場合，いいかえれば主働土圧的外力の合力がリングの中心 0 を通る場合には常に $\mu=0$ が成立つから，ここでは単に第 1 近似解にあたる多元一次方程式の解のみで終わる。

かくして q_i および μ が定められたとき，$q_i\geqq 0$ および $\mu\leqq\mu_{\max}$ であれば，この解は，存在しうる解として変形計算にまわす。これにたいし，q_i の 1 つ以上に負，すなわち引張りの抵抗土圧が現われるか，実際上発生することはないと考えられるが，$\mu>\mu_{\max}$ であれば，この解は，もはや対象とする構造物の解ではないから除外される。このような吟味を存在の可能性をもつすべての静定構造物について行ない，設計計算の対象となる構造物が選定される。

(3) 変形と崩壊

セグメント リングの変形状態は，仮定 ③ に基づき各ヒンジの変位によって規定されるから，各ヒンジの変位後占める座標の決定に帰すると考えることができる。前項において変形計算の対象となるセグメント リングが選定され，拘束ヒンジの半径方向変位成分が仮定⑧から算出されたとき，全ヒンジの座標は，また同じ仮定の後段にしたがって決定できるが，これには解析的方法と図式的方法の 2 種が考えられる。後者は，前者に比して手順が簡単で，変形の概略を知るには便利であるが，前者によって後者の方法が容易に推察されるため，ここには前者の解析的方法にのみ限って記述することにする。

解析にあたり，既述の記号に加えて

l_i：セグメント i の弦長

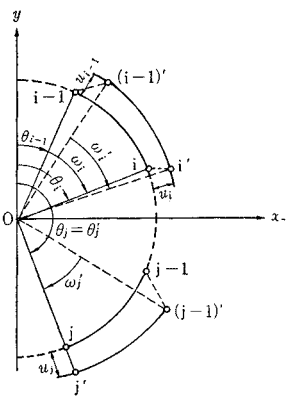
ω_i：セグメント i の中心 0 に張る角度，$\omega_i=\theta_i-\theta_{i-1}$

u_i：ヒンジ i の半径方向変位，拘束ヒンジにおいては地山の抵抗土圧 q_i を K で除してえられる既知量

K：地山の抵抗土圧係数

とおくとともに記号に肩符 ′ をつけて変形後のそれを表わすものと約束する。

図—5



セグメント リング全体の剛体的変位は，リングを構成する各セグメントの相対的変位に無関係であるから，図—5 において適当な拘束ヒンジ j の接線方向変位成分が 0 であると仮定すれば，リングの変形後ヒンジ j' の占める位置は，u_j をヒンジ j の位置から半径方向外側に測って定められる。したがって，ヒンジ j' の座標 (x_j', y_j') は

$$\left.\begin{aligned}x'_j&=(r+u_j)\sin\theta'_j=(r+u_j)\sin\theta_j\\ y'_j&=(r+u_j)\cos\theta'_j=(r+u_j)\cos\theta_j\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(6)$$

一方，セグメント i においてヒンジ i と $(i-1)$ がともに拘束ヒンジであるとき，**図—5** を参照して△○ $i'(i-1)'$ の幾何学的関係から

$$\left.\begin{aligned}&\omega_i'=\cos^{-1}\frac{(r+u_i)^2+(r+u_{i-1})^2-l_i^2}{2(r+u_i)(r+u_{i-1})}\\&\text{あるいは微小項を省略して}\\&\omega_i'=\omega_i-\frac{1-\cos\omega_i}{r\sin\omega_i}(u_i+u_{i-1})\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(7)$$

これは，セグメント i' の中心0に張る角度を与える計算式である。したがって，ヒンジ j から時計あるいは反時計回りに k 番目の拘束ヒンジ $(j-k)$ または $(j+k)$ の変位後の座標は，式(7)を遂次利用して

$$\left.\begin{aligned}x'_{j-k}&=(r+u_{j-k})\sin\theta'_{j-k}\\&=(r+u_{j-k})\sin(\theta_j-\sum_{i=j-k+1}^{i=j}\omega_i')\\y'_{j-k}&=(r+u_{j-k})\cos\theta'_{j-k}\\&=(r+u_{j-k})\cos(\theta_j-\sum_{i=j-k+1}^{i=j}\omega_i')\\x'_{j+k}&=(r+u_{j+k})\sin\theta'_{j+k}\\&=(r+u_{j+k})\sin(\theta_j+\sum_{i=j+1}^{i=j+k}\omega_i')\\y'_{j+k}&=(r+u_{j+k})\cos\theta'_{j+k}\\&=(r+u_{j+k})\cos(\theta_j+\sum_{i=j+1}^{i=j+k}\omega_i')\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(8)$$

かくして，変位後における拘束ヒンジの占める座標がすべて決定されるならば，残りの非拘束ヒンジの占める変位後の座標は，ヒンジ m を非拘束ヒンジとしてリングの閉合条件から

$$\left.\begin{aligned}(x'_m-x'_{m-1})^2+(y'_m-y'_{m-1})^2&=l_m^2\\(x'_{m+1}-x'_m)^2+(y'_{m+1}-y'_m)^2&=l_{m+1}^2\end{aligned}\right\}\cdots(9)$$

を満たす (x_m', y_m') として与えられる。

ヒンジの変位が小さいか，またはその精算を必要としない場合には，式(7)で $\omega_i'=\omega_i$ としてすべての拘束ヒンジにおける接線方向変位成分を無視するのも一法と思われる。この近似計算法においては非拘束ヒンジをもつ2つのセグメントを除いてその弦長が伸長するという矛盾があるが，各拘束ヒンジの全変位は，地山の抵抗土圧から計算された半径方向変位成分に合致するから，リング全体の変形状態の決定も非常に簡単になる。

リングの安定に関する吟味は，その崩壊条件によって行なうことができる。既述の崩壊条件は，非拘束ヒンジを中央とする連続3ヒンジ $(m-1)$, m, $(m+1)$ が一直線上に並ぶ座標条件に置きかえられるから，拘束ヒンジ $(m-1)$ と $(m+1)$ の変位後の座標 (x'_{m-1}, y'_{m-1}), (x'_{m+1}, y'_{m+1}) の間の関係式

$$(x'_{m+1}-x'_{m-1})^2+(y'_{m+1}-y'_{m-1})^2=(l_m+l_{m+1})^2\qquad\cdots\cdots(10)$$

が崩壊条件となる。そして，これを満たす荷重は，式(10)に式(8)を組み合せて求められる。かくして定められた荷重をここでは簡単に崩壊荷重とよび，セグメント リングの安定性を吟味する尺度として利用するが，この崩壊荷重も計算はかなり面倒であるから，その実際においては近似式によって簡略化を計るのがよい。しかし，崩壊時におけるセグメント リングの変形は非常に大きく，微小変形理論による崩壊荷重の推定には理論の構成法それ自体に問題があるから，上の計算結果が信頼性に劣るのはやむをえない。したがって，これを真の崩壊荷重として直接設計に取り入れるのは疑問であり，単にその目安に止めるべきである。

4. 計　算　例

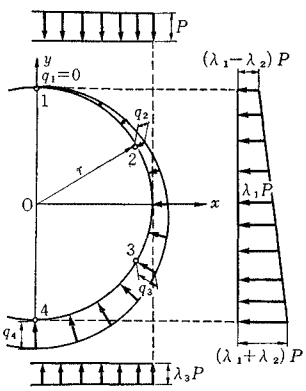
ここに6個の等大セグメントからなる円形セグメント リングを例として計算法の実際を記述する。

（1） 主働土圧的外力の合力がリングの中心0を通る場合

a） 形式Ⅰのセグメント リング

図—6 に示すごとく，頂点にヒンジをもつ形式Ⅰのセグメント リングに作用する設計用の主働土圧的外力は，頂部と底部の鉛直等分布荷重 P, λ_3P および平均値が λ_1P 変化量が λ_2P なる両側部の水平等変分布荷重であるとする。ここに λ_1, λ_2, λ_3 は，頂部の荷重 P を基準とした土圧係数である。

図—6



y 軸に関する荷重の対称性によってこれら外力の合力は，リングの中心0を通ることが明らかであるから，仮定にしたがい地山の抵抗土圧には半径方向の成分が存在するにすぎない。そしてさらに y 軸に関する外力の対称性に構造の対称性を付加すれば，この半径方向の抵抗土圧成分は，また y 軸に関して対称分布をなすことも明らかである。したがって，力のつりあいは，**図—6** のごとくリングの右半分で考えればよい。なお，外力の実状から推してヒンジ4が非拘束ヒンジになることはないと判断できるから，解くべき静定構造物は，ヒンジ1，2あるいは3に各非拘束ヒンジが現われる3種のセグメント リングに限られると考えてよい。

まず第1にヒンジ1を非拘束とした **図—6** の場合から始める。セグメント2におけるつりあい式は，y 軸に関する断面力の対称性から $V_1=0$ として式(2)～(4)にしたがい

$$\left.\begin{aligned}H_2&=H_1-\left(\frac{1}{2}\lambda_1-\frac{3}{8}\lambda_2\right)Pr+\left(\frac{1}{2}-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_2r\\V_2&=\frac{\sqrt{3}}{2}Pr+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2\pi}\right)q_2r\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\frac{1}{2}H_1-\frac{3}{8}Pr-\frac{1}{8}\lambda_1 Pr+\frac{5}{48}\lambda_2 Pr-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_2 r=0\right\}$$

……(a)

セグメント3のつりあい式は，式(a)の第1および第2式を併用して

$$\left.\begin{aligned}
&H_3=H_1-\left(\frac{3}{2}\lambda_1-\frac{3}{8}\lambda_2\right)Pr-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}q_2 r-\frac{1}{2}q_3 r\\
&V_3=Pr-\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\lambda_3 Pr+\frac{3}{2\pi}q_2 r-\left(\frac{3}{\pi}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)q_3 r\\
&H_1+\frac{1}{2}\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 Pr-\left\{\lambda_1-\frac{11}{24}\lambda_2+\frac{1}{2}\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\right\}Pr\\
&\quad-\left(\frac{3\sqrt{3}}{\pi}-1\right)q_2 r-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_3 r=0
\end{aligned}\right\}$$

……(b)

同様に，セグメント4のつりあい式は，式(b)の第1，2式および $V_4=0$ を併用して

$$\left.\begin{aligned}
&H_4=H_1-2\lambda_1 Pr-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}q_2 r-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}q_3 r\\
&\quad-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_4 r\\
&V_4=Pr-\lambda_3 Pr+\frac{3}{2\pi}q_2 r-\frac{3}{2\pi}q_3 r-\frac{3}{2\pi}q_4 r=0\\
&\frac{1}{2}H_1+\frac{\sqrt{3}}{2}Pr-\left\{\frac{7}{8}\lambda_1-\frac{5}{48}\lambda_2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{8}\right)\lambda_3\right\}Pr\\
&\quad-\left(\frac{3\sqrt{3}}{\pi}-1\right)q_3 r-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_4 r=0
\end{aligned}\right\}$$

……(c)

式(a)，(b)の各第3式および式(c)の第2式と第3式を連立して解けば，H_1，q_2，q_3 および q_4 が求められるし，またこれらを残りの諸式に代入すれば，他の未知数も決定される。かくして

$$\left.\begin{aligned}
&q_1=0\\
&q_2=q_6=(1.4382-1.5593\lambda_1\\
&\qquad+0.8118\lambda_2+0.1212\lambda_3)P\\
&q_3=q_5=(1.8269-1.5593\lambda_1-0.2675\lambda_3)P\\
&q_4=(1.7057+0.8118\lambda_2-1.7057\lambda_3)P\\
&H_1=(1.2476-0.2895\lambda_1\\
&\qquad+0.0725\lambda_2+0.0419\lambda_3)Pr\\
&H_2=H_6=(0.7774-0.2797\lambda_1\\
&\qquad+0.1821\lambda_2+0.0023\lambda_3)Pr\\
&H_3=H_5=(-0.8552+0.2797\lambda_1\\
&\qquad-0.2238\lambda_2\times0.0755\lambda_3)Pr\\
&H_4=(-1.7476+0.2895\lambda_1\\
&\qquad-0.7392\lambda_2+0.4581\lambda_3)Pr\\
&V_1=0\\
&V_2=-V_6=(1.4248-0.6059\lambda_1\\
&\qquad+0.3154\lambda_2+0.0471\lambda_3)Pr\\
&V_3=-V_5=(1.5243-0.6059\lambda_1\\
&\qquad+0.3876\lambda_2-0.0523\lambda_3)Pr\\
&V_4=0
\end{aligned}\right\}$$

……(11)

上式における地山の抵抗土圧は，普通設計計算で採用されるような土圧係数 λ の範囲においてすべて正号をとるから，式(11)は，設計の対象となるセグメント リングの解として断面力や変形の計算にまわされる。

ヒンジ2あるいは3が非拘束となる場合の解も同様にして求めることができる。ただし，ここにおいては y 軸に関する抵抗土圧の対称性から，非拘束ヒンジが各対称位置のヒンジにも現われ，常に2つ存在することになる。このような構造は不安定なつりあい状態を示すにすぎないし，普通に与えられるような λ の範囲においては，その抵抗土圧に引張りが発生する。したがって，これらのセグメント リング構造は，設計の対象から除外されるから，採用可能な解としては式(11)が存在するにすぎず，設計計算の対象は，**図—6** のセグメント リングただ1種に限定されることがわかる。

ヒンジの変位計算にあたって地山の抵抗土圧係数がセグメント リング全周にわたり一様であるとすれば，ここに選定された **図—6** のセグメント リングでは，抵抗土圧の対称性によってヒンジの変位状態もまた y 軸に関して対称となる。したがって，非拘束ヒンジ1と拘束ヒンジ4には変位の半径方向成分が存在するにすぎず，変位計算の出発点をヒンジ4に選べば，決定されたヒンジの変位は，またその正しい変位状態を表わすことになる。

各拘束ヒンジの半径方向変位成分は，式(11)の q_i を地山の抵抗土圧係数 K で除してえられる。説明の都合上 $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=0$ の場合を例にとれば，これらの成分は，

$$\left.\begin{aligned}
&u_2=u_6=1.4382\,P/K\\
&u_3=u_5=1.8269\,P/K\\
&u_4=1.7057\,P/K
\end{aligned}\right\}$$

……(d)

これらの値と一率に $l_i=r$ の関係を利用し，式(6)，(7)，(8)および(9)から，ヒンジの変位後の座標が計算される。いま実例として $r=300$ cm, $P=3$ kg/cm², $K=2$ kg/cm³ とすれば，これらの座標は

$$\left.\begin{aligned}
&x'_1=0 && x'_2=-x'_6=264.56\text{ cm}\\
&y'_1=287.42\text{ cm} && y'_2=y'_6=-145.97\text{ cm}\\
&x'_3=-x'_5=260.64\text{ cm} && x'_4=0\\
&y'_3=y'_5=-154.01\text{ cm} && y'_4=-302.56\text{ cm}
\end{aligned}\right\}$$

……(e)

また，x，y 軸方向における直径の変化を求めれば

$$\left.\begin{aligned}
&x\text{ 方向に}\\
&\quad x_2'+x_3'-\sqrt{3}\,r=5.59\text{ cm}\ \ (\text{直径の }0.93\%)\\
&y\text{ 方向に}\\
&\quad y_1'-y_4'-2r=-10.02\text{ cm}\ \ (\text{直径の }1.67\%)
\end{aligned}\right\}$$

……(f)

となり，直径の変化がやや大きいようにみえる。しかし，実際には側部あるいは底部に荷重の存在が認められるし，後述のごとくこれによって直径変化の最大値は，一般に減少すると考えられる。

y軸に関する変形の対称性を利用すれば，式 (10) に相当する近似式として

$$\left.\begin{aligned}&\omega_2'=\omega_2+\frac{l_2}{(r+u_2)\cos\omega_2}-\tan\omega_2\\&\text{一方また}\ \omega_2'\text{は，式 (8) と}\ y\ \text{軸に関する変形の対称性とから}\\&\omega_2'=\pi-(\omega_3'+\omega_4')\end{aligned}\right\}\cdots(\mathrm{g})$$

これに式 (7) の第2式をくり返して用いれば，上式と同じ精度で ω_2' を計算することができる。崩壊荷重の近似値は，これら2式を等値してえられるが，その結果は**表—2** に示すとおりである。かくして上例の崩壊荷重は

$$P_c=0.0403\,Kr=0.0403\times2\times300=24.18\ \mathrm{kg/cm^2}\qquad\cdots\cdots(\mathrm{h})$$

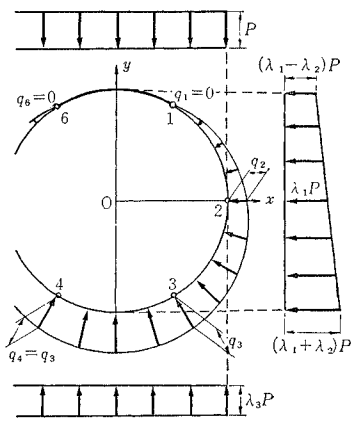
と推定される。したがって，与えられた荷重は，崩壊荷重にたいして 8.06 倍の安全率をもつことになる。

変位後のヒンジ位置を決定する手順は，図式解法においても同様である。変位後のヒンジ 4′ から始めてヒンジ 3′ の位置を定めるには，点0を中心とする半径 $(r+u_3)$ の円とヒンジ 4′ を中心とする半径 $l_4=r$ の円との交点を求めればよい。そして，ヒンジ 4′ の 3′ にたいする関係は，ヒンジ 3′ の 2′ にたいする関係と同じである。終りに非拘束ヒンジ 1′ の位置は，ヒンジ 2′ を中心とする半径 $l_2=r$ の円と y 軸との交点として与えられる。かくのごとく，図式解法は簡便であるため，セグメント リングの変形の概要を知るのみで済ますことができる場合には，利用価値が高いと考えられる。

b） 形式Ⅱのセグメント リング

形式Ⅰのセグメント リングをセグメントの長さの半分だけ回転させた **図—7** のセグメント リングが形式Ⅱのセグメント リングである。このようなセグメントの配置は形式（Ⅰ）のセグメント リングの隣接リングとして構造上現われる。主働土圧的外力として形式Ⅰのセグメント リングにおけると同じ荷重を利用すれば，先の考察と同様にして抵抗土圧は，半径方向の成分のみを有し，かつまた y 軸に関して対称分布することも容易に了解される。したがって，ここに解くべき構造物は，非拘束ヒンジとして常に1対のヒンジをもつことになる。

図—7



図—7 は，ヒンジ1および6が非拘束ヒンジとして残留した場合にあたる。この解は，y 軸に関する力の対称性を利用し，セグメント 1〜4 のつりあい式を解いてえられる。

まず，セグメント1のつりあい式は，そこに抵抗土圧が作用しないことに注意して式 (2)〜(4) から

$$H_1=H_6,\quad V_1=-V_6=\frac{1}{2}Pr\qquad\cdots\cdots(\mathrm{i})$$

セグメント2のつりあい式は，式 (2)〜(4) と式 (i) から

$$\left.\begin{aligned}&H_2=H_1-\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda_1Pr+\frac{3}{8}\lambda_2Pr-\frac{3}{2\pi}q_2r\\&V_2=Pr+\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_2r\\&\frac{\sqrt{3}}{2}H_1-\frac{3}{8}Pr-\frac{3}{8}\lambda_1Pr+\frac{\sqrt{3}}{8}\lambda_2Pr\\&\quad-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_2r=0\end{aligned}\right\}\cdots(\mathrm{j})$$

同様に，セグメント3のつりあい式は，式 (2)〜(4) と式 (j) から

$$\left.\begin{aligned}&H_3=H_1-\sqrt{3}\lambda_1Pr-\frac{3}{\pi}q_2r-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2\pi}\right)q_3r\\&V_3=Pr-\frac{1}{2}\lambda_3Pr+\left(\frac{1}{2}-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_3r\\&\frac{\sqrt{3}}{2}H_1+\frac{1}{2}Pr-\frac{9}{8}\lambda_1Pr+\frac{\sqrt{3}}{8}\lambda_2Pr-\frac{1}{8}\lambda_3Pr\\&\quad-\left(\frac{3\sqrt{3}}{\pi}-1\right)q_2r+\left(\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}-1\right)q_3r=0\end{aligned}\right\}\qquad\cdots\cdots(\mathrm{k})$$

終りにセグメント4のつりあい式は，$q_3=q_4$ と置いて式 (2)〜(4) から

$$\left.\begin{aligned}&H_4=H_3\\&V_4=-V_3=-\frac{1}{2}\lambda_3Pr-\frac{1}{2}q_3r\end{aligned}\right\}\qquad\cdots\cdots(\mathrm{l})$$

式 (j) の第3式，式 (k) の第2，3式および式 (l) の第2式を連立して解き，q_2, q_3, H_1 および V_3 を定めれば，他の未知数は残りの諸式から計算される。かくして

$$\left.\begin{aligned}&q_1=q_6=0\\&q_2=q_5=(1.3843-1.5593\,\lambda_1\\&\qquad+0.1751\,\lambda_2+0.1751\,\lambda_3)P\\&q_3=q_4=1.2092(1-\lambda_3)P\\&H_1=H_6=(0.7095+0.1215\,\lambda_1\\&\qquad-0.25\,\lambda_2+0.03497\,\lambda_3)Pr\\&H_2=H_5=(0.0486+0.125\,\lambda_2\\&\qquad-0.0486\,\lambda_3)Pr\\&H_3=H_4=(-1.0822-0.1215\,\lambda_1\\&\qquad-0.25\,\lambda_2+0.3377\,\lambda_3)Pr\\&V_1=-V_6=0.5\,Pr\\&V_2=-V_5=(1.2395-0.2698\,\lambda_1\\&\qquad+0.03029\,\lambda_3)Pr\\&V_3=-V_4=(0.6046-0.1046\,\lambda_3)Pr\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(12)$$

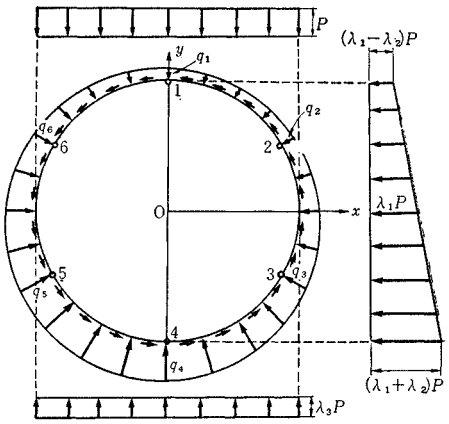
上式における地山の抵抗土圧は，普通設計計算で用いられるような土圧係数の範囲においてすべて正号をとる

から，式 (12) は，設計上採用できる解といえる。1対のヒンジ 2, 5 あるいは 3, 4 がともに非拘束ヒンジとなる場合の解も同様にしてえられるが，ここにおいては設計計算で用いられるような λ の範囲においては抵抗土圧に引張りが発生するので，対象から除外することができる。したがって，**図—7** のセグメント リング構造が，採用できる唯一のつりあい状態を与える。しかし，この場合とて力学的には不安定なつりあい状態を表わしている。そこで，逆にこのような抵抗土圧を引き起こす外力条件は，一般に存在しえず，外力は，常に y 軸に関して非対称に作用しなければならないという解釈も成立つ。しかしながら，トンネルの構造上これに隣接するセグメント リングは，形式Ⅰの構造をもち，既述のように**図—7** の外力にたいして安定であるから，その拘束によって式 (12) も設計計算の対象として存在しうる解と考えてよいであろう。

セグメント リングの変形計算は，主としてその安定性を判別する手段として行なわれるものであれば，上記の考察に付随して形式Ⅱのセグメント リングに関する資料は，設計に直接利用されるべきものではないと考えられる。しかも，**図—7** の外力にたいし形式Ⅱのセグメント リングの変形は，一般に形式Ⅰのそれに比して小さい。したがって設計計算においては，この点からも変形計算の必要性が認められないから，細部の説明はすべて省略する。

付録には 4～10 個の等大セグメントからなる形式Ⅰおよび形式Ⅱのセグメント リングに関する式 (11) あるいは (12) と同様なつりあい方程式の解が掲載されている。設計計算における外力は，用いられた荷重の全部または一部によって通常表わされると考えられるから，これらの資料は，設計計算の基礎として役立つものと思われる。

図—8



（2） 主動土圧的外力の合力がリングの中心 0 を通らない場合

図—8 に示すごとく，形式Ⅰのセグメント リングに主働土圧的外力として頂部および底部に各鉛直方向等分布荷重 P, $\lambda_3 P$ が，右側部に平均値が $\lambda_1 P$, 変化量が $\lambda_2 P$ なる水平方向等変分布荷重が作用するものとする。これら外力の合力は，一般にリングの中心 0 を通らないから，式 (5) により $\mu \neq 0$ で，抵抗土圧には接線方向の成分も存在することになる。

非拘束ヒンジは，与えられた外力条件からヒンジ 1～4 に発生すると推察できるが，あらかじめその位置を規制することは困難である。このような場合には，まず全ヒンジに抵抗土圧の発生を仮定してつりあい方程式を導入し，しかるのちに所要のヒンジに非拘束ヒンジの条件を置き，試算によって解を探すのがよい。

式 (2)～(4) を **図—8** の各セグメントに適用し，H_1, V_1, q_1, q_2, q_6 および μ に関するつりあい方程式を誘導すれば

$$
\left.
\begin{aligned}
&\frac{1}{2}H_1-\frac{\sqrt{3}}{2}V_1-\frac{3}{8}Pr-\frac{1}{8}\lambda_1 Pr+\frac{5}{48}\lambda_2 Pr-\left(\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}-\frac{1}{2}\right)q_1 r-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_2 r\\
&\quad-\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2\pi}\right)\mu q_1 r-\left(\frac{\pi}{6}-\frac{3}{2\pi}\right)\mu q_2 r=0\\
&H_1+\frac{1}{2}\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 Pr-\lambda_1 Pr+\frac{11}{24}\lambda_2 Pr-\frac{1}{2}\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\lambda_3 Pr-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_1 r\\
&\quad-\left(\frac{3\sqrt{3}}{\pi}-1\right)q_2 r-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_3 r-\frac{3}{2\pi}\mu q_1 r-\frac{\pi}{6}\mu q_2 r-\left(\frac{\pi}{6}-\frac{3}{2\pi}\right)\mu q_3 r=0\\
&\frac{1}{2}H_1+\frac{\sqrt{3}}{2}V_1+\frac{\sqrt{3}}{2}Pr-\frac{7}{8}\lambda_1 Pr+\frac{5}{48}\lambda_2 Pr-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{8}\right)\lambda_3 Pr-\left(\frac{1}{2}-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_1 r\\
&\quad-\left(\frac{3\sqrt{3}}{\pi}-1\right)q_3 r-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_4 r-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2\pi}\right)\mu q_1 r\\
&\quad-\frac{3}{\pi}\mu q_2 r-\frac{\pi}{6}\mu q_3 r-\left(\frac{\pi}{6}-\frac{3}{2\pi}\right)\mu q_4 r=0\\
&-\frac{1}{2}H_1+\frac{\sqrt{3}}{2}V_1+\frac{\sqrt{3}}{2}Pr+\lambda_1 Pr-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{8}\right)\lambda_3 Pr+\frac{1}{2}q_1 r+\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}q_2 r-\left(\frac{3\sqrt{3}}{\pi}-1\right)q_4 r\\
&\quad-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_5 r+\left(\frac{3}{\pi}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\mu q_1 r-\frac{3}{2\pi}\mu q_2 r-\frac{3}{\pi}\mu q_3 r-\frac{\pi}{6}\mu q_4 r-\left(\frac{\pi}{6}-\frac{3}{2\pi}\right)\mu q_5 r=0\\
&-H_1-\frac{1}{2}\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 Pr+2\lambda_1 Pr+\frac{1}{2}\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\lambda_3 Pr+\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_1 r
\end{aligned}
\right\}\cdots\cdots(\mathrm{m})
$$

$$
\left.\begin{aligned}
&+\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}q_2r+\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}q_3r-\left(\frac{3\sqrt{3}}{\pi}-1\right)q_5r-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_6r\\
&+\frac{3}{2\pi}\mu q_1r+\frac{3}{2\pi}\mu q_2r-\frac{3}{2\pi}\mu q_3r-\frac{3}{\pi}\mu q_4r-\frac{\pi}{6}\mu q_5r-\left(\frac{\pi}{6}-\frac{3}{2\pi}\right)\mu q_6r=0\\
&-2\lambda_1Pr-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}q_2r-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}q_3r+\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}q_5r+\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}q_6r-\frac{3}{\pi}\mu q_1r\\
&-\frac{3}{2\pi}\mu q_2r+\frac{3}{2\pi}\mu q_3r+\frac{3}{\pi}\mu q_4r+\frac{3}{2\pi}\mu q_5r-\frac{3}{2\pi}\mu q_6r=0\\
&2Pr-2\lambda_3Pr+\frac{3}{\pi}q_1r+\frac{3}{2\pi}q_2r-\frac{3}{2\pi}q_3r-\frac{3}{\pi}q_4r-\frac{3}{2\pi}q_5r+\frac{3}{2\pi}q_6r\\
&-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\mu q_2r-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\mu q_3r+\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\mu q_5r+\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\mu q_6r=0\\
&\frac{1}{2}H_1+\frac{\sqrt{3}}{2}V_1+\left(\sqrt{3}-\frac{3}{8}\right)Pr-\lambda_1Pr-\sqrt{3}\lambda_3Pr+\frac{1}{2}q_1r-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}q_3r-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}q_4r\\
&+\left(\frac{3\sqrt{3}}{\pi}-1\right)q_6r-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{6}\right)\mu q_1r-\frac{3}{\pi}\mu q_2r-\frac{3}{2\pi}\mu q_3r+\frac{3}{2\pi}\mu q_4r+\frac{3}{\pi}\mu q_5r+\frac{\pi}{6}\mu q_6r=0
\end{aligned}\right\}
$$

これらの方程式にはいまだ非拘束ヒンジの存在条件が含まれていない。そこで $q_i=0$ を代入してこれを解けば，ヒンジ i が非拘束ヒンジとして残留すると仮定した場合の解がえられる。かくして，すべての抵抗土圧に正号をとる解がえられるならば，それは求める解として採用される。このとき，他の H_i, V_i は次式で計算される。

$$
\left.\begin{aligned}
&H_2=H_1-\frac{1}{2}\lambda_1Pr+\frac{3}{8}\lambda_2Pr-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_1r-\left(\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}-\frac{1}{2}\right)q_2r-\frac{3}{2\pi}\mu q_1r-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2\pi}\right)\mu q_2r\\
&V_2=V_1+\frac{\sqrt{3}}{2}Pr+\frac{3}{2\pi}q_1r+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2\pi}\right)q_2r-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)\mu q_1r-\left(\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}-\frac{1}{2}\right)\mu q_2r\\
&H_3=H_1-\frac{3}{2}\lambda_1Pr+\frac{3}{8}\lambda_2Pr-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_1r\\
&\quad-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}q_2r-\frac{1}{2}q_3r-\frac{3}{2\pi}\mu q_1r-\frac{3}{2\pi}\mu q_2r+\left(\frac{3}{\pi}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\mu q_3r\\
&V_3=V_1+Pr-\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\lambda_3Pr+\frac{3}{2\pi}q_1r+\frac{3}{2\pi}q_2r\\
&\quad-\left(\frac{3}{\pi}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)q_3r-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)\mu q_1r-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\mu q_2r-\frac{1}{2}\mu q_3r\\
&H_4=H_1-2\lambda_1Pr-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_1r-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}q_2r-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}q_3r\\
&\quad-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_4r-\frac{3}{2\pi}\mu q_1r-\frac{3}{2\pi}\mu q_2r+\frac{3}{2\pi}\mu q_3r+\frac{3}{2\pi}\mu q_4r\\
&V_4=V_1+Pr-\lambda_3Pr+\frac{3}{2\pi}q_1r+\frac{3}{2\pi}q_2r-\frac{3}{2\pi}q_3r-\frac{3}{2\pi}q_4r\\
&\quad-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)\mu q_1r-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\mu q_2r-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\mu q_3r-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)\mu q_4r\\
&H_5=H_1-2\lambda_1Pr-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_1r-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}q_2r-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}q_3r+\left(\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}-\frac{1}{2}\right)q_5r\\
&\quad-\frac{3}{2\pi}\mu q_1r-\frac{3}{2\pi}\mu q_2r+\frac{3}{2\pi}\mu q_3r+\frac{3}{\pi}\mu q_4r+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2\pi}\right)\mu q_5r\\
&V_5=V_1+Pr-\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\lambda_3Pr+\frac{3}{2\pi}q_1r+\frac{3}{2\pi}q_2r-\frac{3}{2\pi}q_3r-\frac{3}{\pi}q_4r\\
&\quad-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2\pi}\right)q_5r-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)\mu q_1r-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\mu q_2r-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\mu q_3r+\left(\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}-\frac{1}{2}\right)\mu q_5r\\
&H_6=H_1-2\lambda_1Pr-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)q_1r-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}q_2r-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}q_3r+\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}q_5r+\frac{1}{2}q_6r\\
&\quad-\frac{3}{2\pi}\mu q_1r-\frac{3}{2\pi}\mu q_2r+\frac{3}{2\pi}\mu q_3r+\frac{3}{\pi}\mu q_4r+\frac{3}{2\pi}\mu q_5r-\left(\frac{3}{\pi}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\mu q_6r\\
&V_6=V_1+\left(2-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)Pr-2\lambda_3Pr+\frac{3}{2\pi}q_1r+\frac{3}{2\pi}q_2r-\frac{3}{2\pi}q_3r-\frac{3}{\pi}q_4r-\frac{3}{2\pi}q_5r\\
&\quad+\left(\frac{3}{\pi}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)q_6r-\left(1-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)\mu q_1r-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\mu q_2r-\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\mu q_3r+\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\mu q_5r+\frac{1}{2}\mu q_6r
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(\mathrm{n})
$$

既述のごとく，式（m）を一般的に解くことはできない。そこで数値計算例として

表—1

近似解＼未知数	μ	$H_1(Pr)$	$V_1(Pr)$	$q_2(P)$	$q_3(P)$	$q_4(P)$	$q_5(P)$	$q_6(P)$
第 1 近似解	0	1.166 497	0.012 506	0.840 048	0.967 812	0.893 446	1.638 706	1.458 967
第 2 近似解	0.010 978	1.200 434	0.023 742	0.879 310	0.983 466	0.901 652	1.635 067	1.423 620
第 3 近似解	0.010 933	1.200 097	0.023 615	0.878 980	0.982 910	0.900 952	1.634 461	1.423 254
第 4 近似解	0.010 937	1.200 127	0.023 624	0.879 022	0.982 910	0.900 997	1.634 466	1.423 298
第 5 近似解	0.010 937	1.200 126	0.023 624	0.879 021	0.982 910	0.900 996	1.634 466	1.423 297

$$\lambda_1=\lambda_3=0.5,\quad \lambda_2=0.1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (\mathrm{o})$$

と置き，かつヒンジ1が非拘束ヒンジとして残留すると仮定すれば，$\mu=0$ の場合から出発して式 (m) の解に式 (5) を重ねて使用し，**表—1** の逐次近似解をうることができる。表から明らかなように，第3近似解以下は，事実上同一であると考えることができるし，とくに実用計算への適用だけを目的とする場合には，第2近似解でも支障はないことがわかる。これは，μ が小さいほどその解に与える影響もまた漸減するから，μ が小さいかぎり，他の解においても第2ないし第3近似解で打切ることができることを示唆するようにみえる。表の抵抗土圧は，すべて正号をとるから，表の結果は，採用できる解にあたる。かくして所期の解がえられるならば，また式 (n) によって他のヒンジに作用する内力も計算できる。

同様にしてヒンジ1以外が非拘束ヒンジとして残留する場合の解も求められるが，計算結果によれば，これらの場合には地山の抵抗土圧に負号が現われる。したがって，これらの解は存在しえず，ヒンジ1が非拘束ヒンジとしてとどまる上記の解のみが唯一の安定なつりあい状態を与える解として設計計算の対象となる。

K を与えれば，各拘束ヒンジにおける半径方向の変位成分は，表の抵抗土圧からただちに算定される。しかし，ここにおいては接線方向の変位成分が一意的に定まる拘束ヒンジは存在しないから，変位計算の出発点をヒンジ4に選び，各ヒンジの相対的変位状態を定めるだけで満足することにする。前例と同様に $r=300$ cm，$P=3$ kg/cm^2，$K=2$ kg/cm^3 として式 (6)～(9) と表により各ヒンジの変位後の座標を求めれば

$$\left.\begin{aligned}
x_1'&=-1.01\ \mathrm{cm}\\
x_2'&=262.56\ \mathrm{cm}\\
x_3'&=260.27\ \mathrm{cm}\\
x_4'&=0\\
x_5'&=-260.82\ \mathrm{cm}\\
x_6'&=-264.04\ \mathrm{cm}\\
y_1'&=291.13\ \mathrm{cm}\\
y_2'&=147.84\ \mathrm{cm}\\
y_3'&=-152.15\ \mathrm{cm}\\
y_4'&=-301.35\ \mathrm{cm}\\
y_5'&=-153.13\ \mathrm{cm}\\
y_6'&=146.86\ \mathrm{cm}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (\mathrm{p})$$

また x, y 軸方向における直径変化を求めれば

$$\left.\begin{aligned}
&x\text{方向に}\\
&\quad \frac{1}{2}(x_2'+x_3'-x_5'-x_6')-\sqrt{3}\,r\\
&\quad =4.23\ \mathrm{cm}\ (0.70\%)\\
&y\text{方向に}\\
&\quad y_1'-y_4'-2r=-7.52\ \mathrm{cm}\ (-1.25\%)
\end{aligned}\right\}\cdots (\mathrm{q})$$

式 (q) を式 (f) に比べて明らかなように，直径の変化は減少している。これは，偏荷重といえども側部および底部に荷重の存在を認めたため，半径方向の変位が一部で減少し，総体的にも直径の変化が減少する結果になったことによると考えられる。この事実は，設計荷重の選定はもとより，トンネル現象の究明にあたっても注目に値する。

5. 許容限界荷重と安全率

前述の説明から類推するに，頂部の鉛直等分布荷重に加えて側部あるいは底部に外力を考えるならば，セグメント リングの変形は総体的に減少し，その崩壊は，一般に発生しにくくなると考えることができよう。そこで，頂部に鉛直等分布荷重だけが作用するセグメント リングを対象として安全性や安定性を論じても，セグメント リング全般に関するこの種の問題の目安として役立つものと思われる。しかも，この結果は，安全側の資料を推定させるから，直接設計条件の判断にも利用できよう。

外力として頂部に鉛直等分布荷重だけが作用する形式 I のセグメント リングにおいては，崩壊はリングの頂点に位置する非拘束ヒンジの飛躍によって発生するから，その崩壊荷重は，K を一定として付録に与えた地山の抵抗土圧から **4.(1) a)** の例にならって容易に求めることができる。かくして定められた崩壊荷重は，一括して **表—2** に示されているが，ここに崩壊荷重が Kr と比例関係にあることには注意を要する。

崩壊時におけるセグメント リングの変形はきわめて大きい。したがって，既述のごとく，崩壊荷重からセグメント リングの安定性が推察できたにしても，これによって設計の妥否を直接判断するのは適当でないと考えられる。ここにおいては，セグメント リングの直径変化に許容限界を定め，それに対応する許容限界荷重とその崩壊荷重にたいする安全率を算定し，これらの値を基準として設計の妥否を判定するのがよいだろう。

セグメント リングの直径の $\nu\%$ に当る直径変化をその許容限界とすれば，頂部に鉛直等分布荷重を受ける形

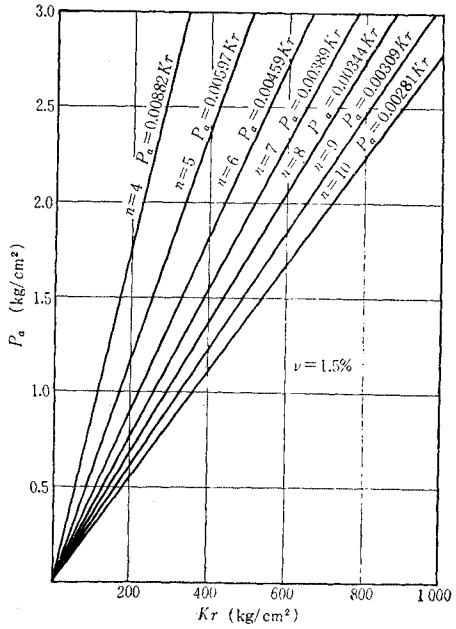
表—2

リング当りヒンジ数 n	崩壊荷重 P_c	許容限界荷重 P_a	安全率 $S=P_c/P_a$	備考 (y 軸上の直径縮み量)
4	—	$0.00588\nu Kr$	—	$3.4007\dfrac{P}{K}$
5	$0.0785Kr$	$0.00398\nu Kr$	$19.7\times\dfrac{1}{\nu}$	$5.0274\dfrac{P}{K}$
6	$0.0403Kr$	$0.00306\nu Kr$	$13.2\times\dfrac{1}{\nu}$	$6.5300\dfrac{P}{K}$
7	$0.0247Kr$	$0.00259\nu Kr$	$9.54\times\dfrac{1}{\nu}$	$7.7217\dfrac{P}{K}$
8	$0.0167Kr$	$0.00229\nu Kr$	$7.29\times\dfrac{1}{\nu}$	$8.7306\dfrac{P}{K}$
9	$0.0119Kr$	$0.00206\nu Kr$	$5.78\times\dfrac{1}{\nu}$	$9.7207\dfrac{P}{K}$
10	$0.00878Kr$	$0.00187\nu Kr$	$4.70\times\dfrac{1}{\nu}$	$10.7026\dfrac{P}{K}$

式Ⅰのセグメント リングでは，直径変化の最大値が y 軸上で生ずるから，許容限界荷重は，また K を一定とし，崩壊荷重と同様な手続によって計算される。これらの結果は，荷重 P にたいする y 軸上の直径縮み量とともに **表—2** に与えられている。また，その崩壊荷重にたいする安全率も同表に示されている。

一例として $\nu=1.5\%$ とし許容限界荷重を定めれば，**図—9** のとおりである。図は，与えられた設計条件にたいし多ヒンジ系セグメント リングの設計可能な領域を見いだすのに便利に利用できる。たとえば，$r=150$ cm，$P=1.2$ kg/cm²，$K=2$ kg/cm³ とすれば，表から1リング当り6分割以下のセグメント数で設計が可能であり，そのセグメント リングの崩壊荷重にたいする安全率は8.8以上である。また，同じ P, K にたいし $r=200$ cm とすれば，セグメント数は9以下で設計可能になるが，安全率は3.9以上という値まで低下する。かくのごとく，崩壊荷重にたいする安全率は，セグメント数によって変化するとはいえ，一般にかなり大きい値をもつと考えてよいようにみえる。この事実は，トンネルの崩壊にたいする安全性が高いことを裏付けるもので，地山に囲まれた円形構造物の特長を示唆している。

図—9



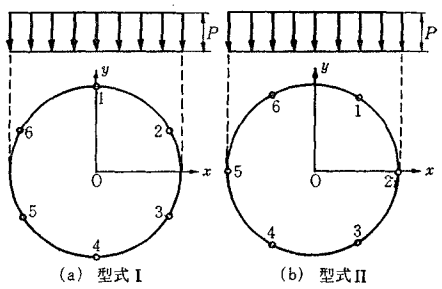
上述の計算と考察は，問題の簡単化を計るため，外力として頂部の鉛直等分布荷重を選んで行なわれたが，側部あるいは底部に荷重が存在する場合もこれらが小さければ，資料の信頼性は高いと考えられる。このような場合は，一般に K が大きく多ヒンジ系セグメント リングの採用に問題がないだろう。これにたいし，K が小さくなると側部あるいは底部にある荷重の影響がしだいに顕著になると考えられるから，資料の信頼性は低下する。しかも，このような場合に多ヒンジ系セグメント リングの採否が問題になることが多いと思われる。したがって，ここでは単に設計諸条件の概略を判断する手段として資料を利用するに止め，詳細にわたっては設計条件を与えて個々に検討し直すほうがよい。

なお，形式Ⅱのセグメント リングについては，ここにはまったく触れなかったが，これは，既述の説明にしたがい，検討の要なしと考えて省略したものである。

6. ソ連邦における設計計算法[2]との比較

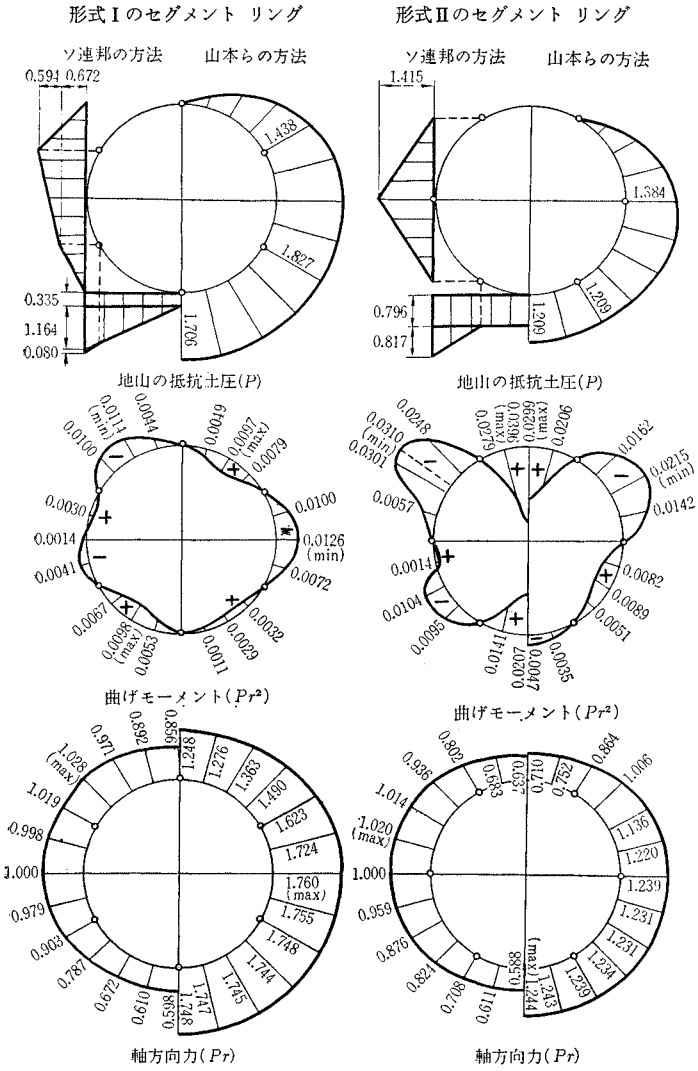
4.(1) には6個の等大セグメントからなる形式ⅠおよびⅡのセグメント リングにおいて計算法を例示したが，そのうち **図—10** のごとく鉛直等分布荷重 P だけが作用する場合は，またソ連邦における計算法の例題として文献に紹介されている。そこで，ここには **図—10** の場合を例として両計算資料を比較し，計算法の異同が計算値におよぼす影響について考察することにする。

図—10



図—11 は，地山の抵抗土圧と断面力のうち曲げモーメントならびに軸方向力において両計算値を示したものである。両計算法の最も大きな相違は，ソ連邦の方法が地山とセグメント リングの間に相対的ずれが生じないとして抵抗土圧の水平，鉛直両成分を考慮しているのにたいし，山本らの方法ではこのずれが全く自由であるとして抵抗土圧の接線方向成分を無視した点にあると思われる。しかも，これらの条件は，仮定として互いに両極端の位置を占めるから，特に抵抗土圧には両者の相違が

図—11



端的に現われるものと推察される。しかし，例題においては，形式Ⅰのセグメント リングにおいてその傾向が認められはするが，形式Ⅱのセグメント リングにおいては，むしろ近似性が存在するようにさえみえる。これは，形式Ⅱのセグメント リングにおいてはセグメント1に抵抗土圧が生じないため，地山の抵抗土圧分布がその制限を受け，形式Ⅰのセグメント リングの場合に比して抵抗土圧に類似性が現われる結果になったためと判断される。

地山の抵抗土圧におけると同様な傾向は，また断面力においても認められるが，ここにおいては両計算法の相違は，抵抗土圧に比してやや漠となり，設計計算の対象となる断面力の最大または最小値においては，極端に大きな食い違いがないといってよかろう。これは，断面力が図—10 の荷重とこれにつりあう抵抗土圧とのつりあい条件から定まるため，抵抗土圧分布の断面力に与える影響が多少とも軽減されることによるものと思われる。しかし，断面力の分布状態に関しては，軸方向力においては問題はないが，曲げモーメントにおいてはその符号が逆になるがごとき極端な相違が存在する。これは，上述のごとく，主として抵抗土圧の相違に基づく影響の現われと考えられるが，図—10 の荷重状態から判断して，曲げモーメントの分布状態は，経験的に山本らの方法に近いように思われるが早計であろうか。このような観点より計算法に問題があるとすれば，むしろソ連邦の方法に多いと考えられる。

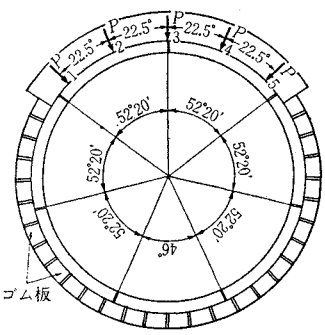
7. 実験値[3] と計算値

トンネル覆工は，設計計算上それを取り囲んでいる地山から荷重を受けると同時に，またそれによって支持される構造物として処理できると考えられている。この立場からすれば，地山は，覆工に作用する外力にたいしてその反力を受持つ支承であるといえよう。したがって，いま地山が弾性体から成るとすれば，トンネル覆工は，その外周に連続的に配置された弾性支承をもつリングと考えることができる。

L. Rózsa 博士は，トンネル覆工の経済的設計においてはこの点に着目すべきであるとし，地山の支持効果を実証するためにモデル実験を行なった。供試体は，ブタペストの地下鉄における駅間部トンネルを 1/3.5 に縮尺した7個の無筋コンクリートセグメントからなる円形リングである。

セグメントのうち6個は，中心角 52°20′ の等大セグメント，残りの1個は，中心角 46° のキーセグメントで，これらのセグメントは，図—12 のごとく，水平位置で組立てられ実験に供された。荷重は，上部2個のセグメントに5個のジャッキによって等分に加えられるとともに，その反力は，残りのセグメント外周に敷並べたゴム板による弾性支承で受けられた。そして，ゴム板の積層枚数を全体にわたって一様にまたは部分的に変えて5種の支承条件が作られ，各種の場合について載荷

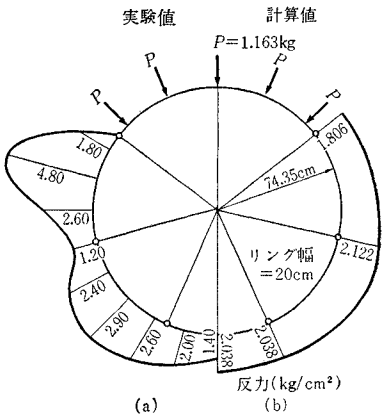
図—12



実験が行なわれた。

文献には，実験資料として，a, b, c 3種の場合が掲載されているが，ここには計算値との比較が容易な実験cだけを取り上げるに止める。実験cは，同種のゴム板を一様に2層敷並べて作られた弾性支承の場合に当り，5個の荷重合計 $\Sigma P=5\,815$ kg に対応する半径方向の反力分布は，**図—13** (a) に示すとおりである。一方，同図 (b) は実験条件に合わせる意から，**図—12** の弾性支承部分に当るセグメントだけに反力が生ずるとして解かれた多ヒンジ系セグメント リングの計算結果である。

図—13



図—13 (a) を (b) と比較して明らかなように，山本らの計算法がソ連邦の方法に比して実験資料を比較的よく説明できるようにみえる。しかし，この事実は，実験における反力の接線方向成分がたまたま減少した場合に当ることを示すにすぎない。したがって，実験条件いかんによっては，ソ連邦の方法による方が実験値をよりよく説明できる場合もありうるはずであるから，単にこの比較のみで計算法の良否を論ずることはできない。しかしながら，L. Rózsa 博士の実験もトンネルに作用する土圧の実状を念頭に置いて計画されたものであるから，ここにおいて計算値が実測値を比較的によく説明できることは，山本らの計算法が実用計算法の1つとして使用に耐えうることを示す証左であると考えてもよかろう。

8. 結　　言

外力の作用とともに発生する地山の抵抗土圧によって不安定から安定へと移行していく過程の多ヒンジ系セグメント リングを1つのヒンジがいまだ非拘束ヒンジとして残留している静定構造物の段階で把握し，その解を直接応用してセグメント リングを設計する方法が提案された。したがって，解析はすべて設計への応用を目的として進められたから，実状の説明にあたっては安全側の結果を推定するもやむをえない。

この設計計算法によれば，セグメント リングの解と変形計算とが別個に行なわれるので，従来の計算法に見られるごとく，地山の変位とそれによって生ずる抵抗土圧との間にことさら線形関係を置く必要がなく，トンネル内における地山の支持力試験結果に基づいて実状に即した変形計算を行なうことができる。一方，また変形計算に際してはセグメント リングと地山の間に相対的ずれを認めたほか，地山の抵抗土圧は，変形前におけるセグメントリングの外周を基準として計った変位に基づくと仮定し，セグメント リングの安定性を確認するに当って不明確な要素の介入を除去した。このような処理は，静定構造物において初めて可能なわけで，崩壊荷重の推定法および安定性の検討法など提案された設計計算法に特色を与える要因にもなった。しかも，多ヒンジ系セグメント リングの安定問題は，その設計上の要諦である。したがって計算結果の信頼性を高めるためにはまた設計資料の収集も重要で，この意味から地山の支持力試験にたいする再認識が望まれる。

計算過程から明らかなように，非拘束ヒンジは，主体となる外力の作用する側に生ずると同時に，そのヒンジに働く土圧は外力それ自体にすぎない。したがって，設計荷重の選定に際しては，この関係を心得，誤りのないようにしなければならぬ。たとえば，外力の主体がセグメント リングの頂部に働く地山のゆるみ土圧であるとすれば，非拘束ヒンジはその頂部に含まれるヒンジに現われると考えられるから，設計荷重としてはまず第一に頂部の鉛直荷重をゆるみ土圧を参考にして最大規模に定め，しかるのち側部あるいは底部の荷重を，設計計算の立場から安全性を考慮して，頂部の荷重と土質条件から選定すればよい。筆者らは，これに主働土圧を与えるのも一案であると考えている。

ヒンジにだけ集中的に地山の抵抗土圧を考える計算法については，容易に類推できるとはいえ，ここにまったく触れていない。しかし，この方法によると計算労力が非常に軽減されるから，単に多ヒンジ系セグメント リングの力学的挙動の概略を知る目的には十分役立つように思われる。

トンネル覆工の施工においては，セグメントは，従来ボルト継手によってリングに組立てられるのが普通である。しかし，ボルト継手の実際は，剛継手とみなしがたいから，曲げモーメントの伝達には問題があるようにみえる。とくに経済的理由から，現今コンクリート セグメントが普及しているが，ここにおけるボルト継手は，強度に信頼性がないばかりか材料の特長をいかした構造とはいいがたい。ボルト継手によるセグメント リングは，一般にこのような欠陥をもつにもかかわらず，これをトンネル覆工として利用する場合には，地山の土圧から生ずるリングの軸方向圧縮力が助けとなって継手の欠陥が隠蔽されるために，ボルト継手が慣用され，かつ完全リングとしての設計計算法が普及したと解することができ

る。しかし，セグメント リングにおけるボルト継手は，本質的にヒンジに近いと考えられるし，また積極的にヒンジと考えることによってこの種継手の弱点は除去されるから，ボルト継手を有する従来のセグメント リングにも多ヒンジ系セグメント リングの設計計算法を適用することができるようにみえる。しかも，この設計法によれば，ボルト継手は，単にセグメント リングの自立に役立つにすぎないとして処理できるから，その構造は簡略化することができる。そのうえさらに，多ヒンジ系セグメント リングの断面力は，完全リングのそれに比して軸方向力は増大するが，曲げモーメントはかなり減少するので，コンクリート セグメントでは一般的に経済的な設計になる。このような観点から，筆者らは，ボルト継手を有する従来のコンクリート製セグメント リングではむしろ多ヒンジ系セグメント リングとして設計するのが妥当と考え，その設計計算法への採用を希望してやまない。

しかしながら，多ヒンジ系セグメント リングの真の利点は，その機能に適合したセグメントにおいて初めて具現されるものと思われる。筆者らは，この点でスラブ型のコンクリート セグメントが最も有利であるとし，その実現を試みているが，関係方面にも同様なセグメントの開発をお願いしたい。

終りに数値計算や資料の整理に助力下された東京都交通局 平出 亨，岩田一昭，前田建設工業KK 山川忠雄，佐藤工業KK 石田義昭の諸君に心からお礼申し上げます。

参 考 文 献

1) V.D.I Zeitschr. (1961) I. Febr. Dipl.-Ing. D.V. Scheibner : Schildvortrieb in einem Streckenabschnitt des Berliner U-Bahnbaues, Baumaschine und Bantechnik-13. Jahrgang, Heft 1, Januar 1966
2) В.И. Безпалый, И.Я. Бялер, Н.Г. Карсницкий, Л.Д. Сапрыкин : Сборный Железобетон в подземном строительстве. Гостударственное издательсьо литературы по строительству И архитектуре УССР. Киеь-1961. 外尾善次郎訳.ソ連のシールド工法. 産業図書
3) L. Rózsa : Tests for examination of elastic bedding of circular tunnel linings. Hungarian Academy of Sciences Proceedings of the International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering Budapest. September p. 24-27, 1963

付 録

地山の抵抗土圧ならびにヒンジに作用する水平および鉛直内力

形式Iのセグメント リング

ヒンジ数 $n=4$

$$q_2=q_4=(1.700346-1.829896\,\lambda_1+0.129549\,\lambda_3)P$$
$$q_3=(1.570796-1.570796\,\lambda_3)P$$
$$H_1=(1.117871-0.164948\,\lambda_1-0.333334\,\lambda_2+0.047075\,\lambda_3)Pr$$
$$H_2=H_4=(0.035398+0.166667\,\lambda_2-0.035398\,\lambda_3)\,Pr$$
$$H_3=(-1.617871+0.164946\,\lambda_1-0.333334\,\lambda_2+0.452940\,\lambda_3)Pr$$
$$V_2=-V_4=(1.617871-0.664946\,\lambda_1+0.047076\,\lambda_3)Pr$$

$n=5$

$$q_2=q_5=(1.638755-2.013856\,\lambda_1+0.335643\,\lambda_2+0.375100\,\lambda_3)P$$
$$q_3=q_4=(1.749919-0.769224\,\lambda_1+0.128204\,\lambda_2-0.980695\,\lambda_3)P$$
$$H_1=(1.231227-0.363231\,\lambda_1-0.147798\,\lambda_2+0.131975\,\lambda_3)Pr$$
$$H_2=H_5=(0.497373-0.152391\,\lambda_1+0.154155\,\lambda_2-0.035967\,\lambda_3)Pr$$
$$H_3=H_4=(-1.392607+0.334006\,\lambda_1-0.392758\,\lambda_2+0.249582\,\lambda_3)Pr$$
$$V_2=-V_5=(1.608506-0.807937\,\lambda_1+0.134556\,\lambda_2+0.150486\,\lambda_3)Pr$$
$$V_3=-V_4=(1.028574-0.452137\,\lambda_1+0.075356\,\lambda_2+0.011347\,\lambda_3)Pr$$

$n=6$

$$q_2=q_6=(1.438154-1.559307\,\lambda_1+0.811752\,\lambda_2+0.121156\,\lambda_3)P$$
$$q_3=q_5=(1.826856-1.559313\,\lambda_1-0.267543\,\lambda_3)P$$
$$q_4=(1.705694+0.811758\,\lambda_2-1.705694\,\lambda_3)P$$
$$H_1=(1.247620-0.289540\,\lambda_1+0.072543\,\lambda_2+0.041922\,\lambda_3)Pr$$
$$H_2=H_6=(0.777351-0.279655\,\lambda_1+0.182105\,\lambda_2+0.002304\,\lambda_3)Pr$$
$$H_3=H_5=(-0.855151+0.279657\,\lambda_1-0.223773\,\lambda_2+0.075494\,\lambda_3)Pr$$
$$H_4=(-1.747617+0.289543\,\lambda_1-0.739212\,\lambda_2+0.458074\,\lambda_3)Pr$$
$$V_2=-V_6=(1.424837-0.605886\,\lambda_1+0.315415\,\lambda_2+0.047076\,\lambda_3)Pr$$
$$V_3=-V_5=(1.524254-0.605888\,\lambda_1+0.387586\,\lambda_2-0.052340\,\lambda_3)Pr$$

$n=7$

$$q_2=q_7=(1.194910-1.181550\,\lambda_1+0.916807\,\lambda_2-0.013362\,\lambda_3)P$$
$$q_3=q_6=(1.815125-1.837261\,\lambda_1+0.186845\,\lambda_2+0.022132\,\lambda_3)P$$
$$q_4=q_5=(1.701622-0.363894\,\lambda_1+0.588304\,\lambda_2-1.337729\,\lambda_3)P$$
$$H_1=(1.221063-0.216485\,\lambda_1+0.149424\,\lambda_2-0.004577\,\lambda_3)Pr$$
$$H_2=H_7=(0.925277-0.300520\,\lambda_1$$

$+0.228112\,\lambda_2-0.001270\,\lambda_3)Pr$

$H_3=H_6=(-0.357065+0.140044\,\lambda_1$
$-0.058440\,\lambda_2-0.005499\,\lambda_3)Pr$

$H_4=H_5=(-1.554686+0.268723\,\lambda_1$
$+0.138410\,\lambda_2+0.384996\,\lambda_3)Pr$

$V_2=-V_7=(1.214827-0.428155\,\lambda_1$
$+0.332221\,\lambda_2-0.004842\,\lambda_3)Pr$

$V_3=-V_6=(1.683824-0.677553\,\lambda_1$
$+0.485602\,\lambda_2-0.031344\,\lambda_3)Pr$

$V_4=-V_5=(0.738305-0.157887\,\lambda_1$
$+0.255255\,\lambda_2-0.146535\,\lambda_3)Pr$

$n=8$

$q_2=q_8=(0.952149-0.914944\,\lambda_1$
$+0.819671\,\lambda_2-0.037204\,\lambda_3)P$

$q_3=q_7=(1.760086-1.829897\,\lambda_1$
$+0.480154\,\lambda_2+0.069812\,\lambda_3)P$

$q_4=q_6=(1.653065-0.914944\,\lambda_1$
$+0.140632\,\lambda_2-0.738120\,\lambda_3)P$

$q_5=(1.690273+0.960307\,\lambda_2-1.690273\,\lambda_3)P$

$H_1=(1.177608-0.164947\,\lambda_1$
$+0.146821\,\lambda_2-0.012662\,\lambda_3)Pr$

$H_2=H_8=(0.993645-0.281063\,\lambda_1$
$+0.238450\,\lambda_2-0.005474\,\lambda_3)Pr$

$H_3=H_7=(0.019076+0.035470\,\lambda_2-0.019076\,\lambda_3)\,Pr$

$H_4=H_6=(-1.189728+0.281065\,\lambda_1$
$-0.440588\,\lambda_2+0.201558\,\lambda_3)Pr$

$H_5=(-1.677610+0.164947\,\lambda_1$
$-0.813485\,\lambda_2+0.512663\,\lambda_3)Pr$

$V_2=-V_8=(1.025299-0.305759\,\lambda_1$
$+0.273920\,\lambda_2-0.012433\,\lambda_3)Pr$

$V_3=-V_7=(1.677609-0.664946\,\lambda_1$
$+0.480152\,\lambda_2-0.012662\,\lambda_3)Pr$

$V_4=-V_6=(1.162091-0.128981\,\lambda_1$
$+0.339519\,\lambda_2-0.326002\,\lambda_3)Pr$

$n=9$

$q_2=q_9=(0.750062-0.726507\,\lambda_1$
$+0.687762\,\lambda_2-0.023555\,\lambda_3)P$

$q_3=q_8=(1.660551-1.705366\,\lambda_1$
$+0.687787\,\lambda_2+0.044815\,\lambda_3)P$

$q_4=q_7=(1.630454-1.318784\,\lambda_1-0.311670\,\lambda_3)P$

$q_5=q_6=(1.638539-0.205683\,\lambda_1$
$+0.687770\,\lambda_2-1.432856\,\lambda_3)P$

$H_1=(1.137171-0.129182\,\lambda_1$
$+0.125173\,\lambda_2-0.007980\,\lambda_3)Pr$

$H_2=H_9=(1.021149-0.250760\,\lambda_1$
$+0.225376\,\lambda_2-0.004336\,\lambda_3)Pr$

$H_3=H_8=(0.288864-0.103202\,\lambda_1$
$+0.096276\,\lambda_2-0.012005\,\lambda_3)Pr$

$H_4=H_7=(-0.819835+0.244451\,\lambda_1$
$-0.375099\,\lambda_2+0.075394\,\lambda_3)Pr$

$H_5=H_6=(-1.538263+0.174116\,\lambda_1$
$-1.087589\,\lambda_2+0.424462\,\lambda_3)Pr$

$V_2=-V_9=(0.873560-0.223525\,\lambda_1$
$+0.211604\,\lambda_2-0.007247\,\lambda_3)Pr$

$V_3=-V_8=(1.596183-0.605387\,\lambda_1$
$+0.446836\,\lambda_2-0.005987\,\lambda_3)Pr$

$V_4=-V_7=(1.739623-0.701919\,\lambda_1$
$+0.433162\,\lambda_2-0.171678\,\lambda_3)Pr$

$V_5=-V_6=(0.560413-0.070348\,\lambda_1$
$+0.235231\,\lambda_2-0.148045\,\lambda_3)Pr$

$n=10$

$q_2=q_{10}=(0.596810-0.589966\,\lambda_1$
$+0.572405\,\lambda_2-0.006858\,\lambda_3)P$

$q_3=q_9=(1.531337-1.544499\,\lambda_1$
$+0.791003\,\lambda_2+0.013174\,\lambda_3)P$

$q_4=q_8=(1.621591-1.544529\,\lambda_1$
$+0.083537\,\lambda_2-0.077083\,\lambda_3)P$

$q_5=q_7=(1.601547-0.589927\,\lambda_1$
$+0.302122\,\lambda_2-1.011604\,\lambda_3)P$

$q_6=(1.608450+0.874514\,\lambda_2-1.608450\,\lambda_3)P$

$H_1=(1.106103-0.103791\,\lambda_1$
$+0.103938\,\lambda_2-0.002317\,\lambda_3)Pr$

$H_2=H_{10}=(1.030623-0.220160\,\lambda_1$
$+0.204291\,\lambda_2-0.001449\,\lambda_3)Pr$

$H_3=H_9=(0.480692-0.168263\,\lambda_1$
$+0.138758\,\lambda_2-0.003412\,\lambda_3)Pr$

$H_4=H_8=(-0.493616+0.168262\,\lambda_1$
$-0.131487\,\lambda_2+0.016337\,\lambda_3)Pr$

$H_5=H_7=(-1.299784+0.220155\,\lambda_1$
$-0.503226\,\lambda_2+0.270624\,\lambda_3)Pr$

$H_6=(-1.606098+0.103787\,\lambda_1$
$-0.770602\,\lambda_2+0.502316\,\lambda_3)Pr$

$V_2=-V_{10}=(0.757175-0.167448\,\lambda_1$
$+0.162464\,\lambda_2-0.001946\,\lambda_3)Pr$

$V_3=-V_9=(1.482367-0.529988\,\lambda_1$
$+0.404347\,\lambda_2-0.001327\,\lambda_3)Pr$

$V_4=-V_8=(1.528370-0.529987\,\lambda_1$
$+0.427393\,\lambda_2-0.047330\,\lambda_3)Pr$

$V_5=-V_7=(0.943460-0.167450\,\lambda_1$
$+0.351583\,\lambda_2-0.188228\,\lambda_3)Pr$

形式Ⅱのセグメント リング

ヒンジ数 $n=4$

$q_2=q_3=(5.175729-5.175729\,\lambda_3)P$

$H_1=H_4=(1.299566+0.707107\,\lambda_1$
$-0.166667\,\lambda_2-1.299566\,\lambda_3)Pr$

$H_2=H_3=(-2.360227-0.707107\,\lambda_1$

$-0.166666\,\lambda_2+2.360227\,\lambda_3)Pr$

$V_1=-V_4=(0.707107)Pr$

$V_2=-V_3=(+0.707107\,\lambda_3)Pr$

$n=5$

$q_2=q_4=(0.890744-0.817710\,\lambda_1$
$-0.136286\,\lambda_2-0.073033\,\lambda_3)P$

$q_3=(0.433429+1.271619\,\lambda_1$
$+0.211940\,\lambda_2-1.705048\,\lambda_3)P$

$H_1=H_5=(0.442666+0.381164\,\lambda_1$
$-0.273563\,\lambda_2-0.014813\,\lambda_3)Pr$

$H_2=H_4=(-0.090087-0.247798\,\lambda_1$
$+0.087458\,\lambda_2+0.028868\,\lambda_3)Pr$

$H_3=(-0.594369-0.881825\,\lambda_1$
$-0.355304\,\lambda_2+0.476195\,\lambda_3)Pr$

$V_1=-V_5=(0.587785)Pr$

$V_2=-V_4=(0.595686+0.371164\,\lambda_1$
$+0.061861\,\lambda_2-0.015793\,\lambda_3)Pr$

$n=6$

$q_2=q_5=(1.384258-1.559316\,\lambda_1$
$+0.175058\,\lambda_2+0.175056\,\lambda_3)P$

$q_3=q_4=(1.209200-1.209200\,\lambda_3)P$

$H_1=H_6=(0.709547+0.121506\,\lambda_1$
$-0.250000\,\lambda_2+0.034972\,\lambda_3)Pr$

$H_2=H_5=(0.048613+0.125000\,\lambda_2-0.048613\,\lambda_3)\,Pr$

$H_3=H_4=(-1.082169-0.121507\,\lambda_1$
$-0.250000\,\lambda_2+0.337650\,\lambda_3)Pr$

$V_1=-V_6=(0.500000)Pr$

$V_2=-V_5=(1.239486-0.269772\,\lambda_1$
$+0.030286\,\lambda_3)Pr$

$V_3=-V_4=(0.604600-0.104600\,\lambda_3)Pr$

$n=7$

$q_2=q_6=(1.359849-1.473354\,\lambda_1$
$+0.409154\,\lambda_2+0.113506\,\lambda_3)P$

$q_3=q_5=(1.324373-0.817660\,\lambda_1$
$-0.328126\,\lambda_2-0.506711\,\lambda_3)P$

$q_4=(1.337726+0.363892\,\lambda_1$
$+0.591260\,\lambda_2-1.701620\,\lambda_3)P$

$H_1=H_7=(0.820250+0.059143\,\lambda_1$
$-0.151137\,\lambda_2+0.021578\,\lambda_3)Pr$

$H_2=H_6=(0.303170-0.059066\,\lambda_1$
$+0.074396\,\lambda_2-0.021582\,\lambda_3)Pr$

$H_3=H_5=(-0.832790+0.073634\,\lambda_1$
$-0.140286\,\lambda_2+0.135664\,\lambda_3)Pr$

$H_4=(-1.333152-0.147407\,\lambda_1$
$-0.440951\,\lambda_2+0.480557\,\lambda_3)Pr$

$V_1=-V_7=(0.433884)Pr$

$V_2=-V_6=(1.272847-0.322786\,\lambda_1$
$+0.089638\,\lambda_2+0.024868\,\lambda_3)Pr$

$V_3=-V_5=(1.041037-0.143653\,\lambda_1$
$+0.129109\,\lambda_2-0.115552\,\lambda_3)Pr$

$n=8$

$q_2=q_7=(0.826260-1.293925\,\lambda_1$
$+0.512151\,\lambda_2+0.467667\,\lambda_3)P$

$q_3=q_6=(2.668228-1.293923\,\lambda_1$
$+0.071467\,\lambda_2-1.374304\,\lambda_3)P$

$q_4=q_5=(0.688263+0.182538\,\lambda_2-0.688263\,\lambda_3)P$

$H_1=H_8=(0.805470+0.032271\,\lambda_1$
$-0.106853\,\lambda_2+0.086139\,\lambda_3)Pr$

$H_2=H_7=(0.552311-0.112480\,\lambda_1$
$+0.089782\,\lambda_2-0.057150\,\lambda_3)Pr$

$H_3=H_6=(-0.784970+0.112479\,\lambda_1$
$-0.133559\,\lambda_2+0.289805\,\lambda_3)Pr$

$H_4=H_5=(-1.763605-0.032255\,\lambda_1$
$-0.551761\,\lambda_2+0.871997\,\lambda_3)Pr$

$V_1=-V_8=(0.382683)Pr$

$V_2=-V_7=(1.117891-0.303822\,\lambda_1$
$+0.120256\,\lambda_2+0.109811\,\lambda_3)Pr$

$V_3=-V_6=(1.100780-0.303822\,\lambda_1$
$+0.142562\,\lambda_2+0.126922\,\lambda_3)Pr$

$V_4=-V_5=(0.263387+0.074446\,\lambda_2$
$+0.119296\,\lambda_3)Pr$

$n=9$

$q_2=q_8=(1.121193-1.113006\,\lambda_1$
$+0.687722\,\lambda_2-0.008081\,\lambda_3)P$

$q_3=q_7=(1.477681-1.499741\,\lambda_1+0.022004\,\lambda_3)P$

$q_4=q_6=(1.409296-0.520764\,\lambda_1$
$-0.000044\,\lambda_2-0.888473\,\lambda_3)P$

$q_5=(1.432863+0.205709\,\lambda_1$
$+0.687777\,\lambda_2-1.638538\,\lambda_3)P$

$H_1=H_9=(0.921989+0.019178\,\lambda_1$
$-0.018154\,\lambda_2-0.001457\,\lambda_3)Pr$

$H_2=H_8=(0.641039-0.141615\,\lambda_1$
$+0.093807\,\lambda_2+0.000568\,\lambda_3)Pr$

$H_3=H_7=(-0.236812+0.067471\,\lambda_1$
$-0.023133\,\lambda_2-0.004331\,\lambda_3)Pr$

$H_4=H_6=(-1.093300+0.093185\,\lambda_1$
$-0.301469\,\lambda_2+0.234049\,\lambda_3)Pr$

$H_5=(-1.424882-0.076615\,\lambda_1$
$-0.562483\,\lambda_2+0.501373\,\lambda_3)Pr$

$V_1=-V_9=(0.342020)Pr$

$V_2=-V_8=(1.130863-0.262904\,\lambda_1$
$+0.162448\,\lambda_2-0.001909\,\lambda_3)Pr$

$V_3=-V_7=(1.405103-0.402778\,\lambda_1$
$+0.230488\,\lambda_2-0.017463\,\lambda_3)Pr$

$V_4=-V_6=(0.913777-0.091287\,\lambda_1$
$+0.230471\,\lambda_2-0\ 179671\,\lambda_3)Pr$

$n=10$

$q_2=q_9=(0.694033-0.954579\,\lambda_1+0.459105\,\lambda_2+0.260532\,\lambda_3)P$

$q_3=q_8=(2.305498-1.544496\,\lambda_1+0.899508\,\lambda_2-0.761002\,\lambda_3)P$

$q_4=q_7=(0.695348-0.954577\,\lambda_1-0.724899\,\lambda_2+0.259217\,\lambda_3)P$

$q_5=q_6=(1.728794+0.731694\,\lambda_2-1.728794\,\lambda_3)P$

$H_1=H_{10}=(0.892670+0.012117\,\lambda_1-0.069221\,\lambda_2+0.046266\,\lambda_3)Pr$

$H_2=H_9=(0.748318-0.152612\,\lambda_1+0.114800\,\lambda_2-0.007922\,\lambda_3)Pr$

$H_3=H_8=(0.118561+0.002742\,\lambda_2-0.118561\,\lambda_3)Pr$

$H_4=H_7=(-0.779574+0.152613\,\lambda_1-0.232199\,\lambda_2+0.039179\,\lambda_3)Pr$

$H_5=H_6=(-1.192650-0.012117\,\lambda_1-0.474565\,\lambda_2+0.253715\,\lambda_3)Pr$

$V_1=-V_{10}=(0.309017)Pr$

$V_2=-V_9=(0.969235-0.220365\,\lambda_1+0.105985\,\lambda_2+0.060144\,\lambda_3)Pr$

$V_3=-V_8=(1.396637-0.440729\,\lambda_1+0.220881\,\lambda_2+0.044089\,\lambda_3)Pr$

$V_4=-V_7=(1.159565-0.220365\,\lambda_1+0.255693\,\lambda_2-0.130585\,\lambda_3)Pr$

$V_5=-V_6=(0.534227+0.226122\,\lambda_2-0.225210\,\lambda_3)Pr$

(1967.5.22・受付)