

【討 議】

摩擦杭周囲の地盤の応力の一計算式

西田 義親・射場 正和・中川 誠志 共著

(土木学会論文集 第 137 号 昭和 42 年 1 月所載)

【討 議】: 小野一良(金沢大学工学部)

西田君はこれに似た論文をこれまでに多数発表しており、つぎに提出する討議の多くはこれらの論文にも共通に適用されるものである。

(1) 第 8 節によればこの論文は長さ有限の杭の側面摩擦によって杭の周囲の地盤中に生ずる応力を求めるのが目的らしい。しかしそれまでの計算過程においては杭の長さが全然考慮されておらず、式(36)および式(47)に示すとく長さ無限の杭の全長にわたって杭の側面から周囲の地盤に摩擦力が伝達されている場合が解かれている。第 1 節および第 10 節の終りに述べられているように長さ有限の杭の先端付近およびこれより深い所での論文の解式が適用されることは当然である。しかしながら z が l より十分小さい所ではどうであろうか。杭の長さを無限として $z > l$ の部分で杭の側面から地盤に伝達された摩擦力は $z < l$ の部分の地盤中にも応力および変形を生ずるからこの論文の解を長さ有限の杭に適用することに無理がある。

(2) 式(15)は $z=0$ において $\frac{\partial w}{\partial r} \neq 0$ という条件によって導いたと述べている。このような境界条件を考慮に入れること自体おかしいが、もしこれを許すとしてもこの条件から β と δ がともに 0 になると結論することはできない。

(3) 式(16)は $\frac{\partial w}{\partial r}$ が z の偶関数であることより導いたと述べているが、このような条件が何故に必要であるか不明である。このようにして任意関数の数を明確な根拠なく減らしてしまったのでは後になって必要な境界条件を満足させることができなくなる。

(4) この論文では $z \rightarrow \infty$ における境界条件が全然考慮されていない。 $z \rightarrow \infty$ における境界条件は z が有限の点における応力に無関係であるということはできない。常識的にいえば $z \rightarrow \infty$ において u, w がともに 0 となる解が要求されるが、この論文の解はこの条件を満足していない。

(5) 式(20)によれば式(18)中の $y(z)$ には $r z^2$

なる項が含まれているので $z \rightarrow \infty$ において $w \rightarrow \infty$ となる。これは誤りといふほどのことでもないが、常識的にはおかしいので式(2)中の r を除いて地盤中の応力の計算を行ない、最後に σ_z には $r z$ を加え、 σ_r, σ_t には $N_0 r z$ を加えたらよかろうと考えられる。

(6) 式(2)において r の前に付いた符号より判断すれば σ_z は引張応力を正とし、式(27)では圧縮応力を正としているらしい。どちらかに統一した方がよい。もしミスプリントであればこの前の論文にも同じミスプリントがある。

(7) 式(21)は $z=0$ において $\tau=0$ になるという境界条件より導いたと述べている。式(13)中における $B \cos \beta, D \cos \delta$ は一般に k の関数であり、これを $B_c(k), D_c(k)$ と書きあらわせば $z=0$ において $\tau=0$ になるという境界条件より次式が導かれる。

$$\int_0^\infty \{B_c(k) + B'_c(k)\} K_1(kr) dk + \int_0^\infty \{D_c(k) + D'_c(k)\} r K_0(kr) dr = 0$$

上式が $a \leq r$ の範囲内で成立するためには $B_c(k) + B'_c(k)$ と $D_c(k) + D'_c(k)$ との間にある関係が要求されるが、この両方がともに 0 になると結論を出すのは早計である。

同様にして $z=0$ において $\sigma_z=0$ になるという境界条件より $B \sin \beta, D \sin \delta, G \cos \theta$ の間に一つの関係式が導かれるはずであるが、さきにも述べたごとく明確な理由もなく著者はこれらすべての関数を 0 としている。

(8) 以上を要するに $B \cos \beta, B \sin \beta, D \cos \delta, D \sin \delta, G \cos \theta, G \sin \theta$ なる 6 個の任意関数は $z=0$ において $\tau=0, \sigma_z=0$ となり、 $z \rightarrow \infty$ において $u=0, w=0$ となり、 $r=a$ において σ_r および τ が与えられた数値を探るように定めるべきであるが、著者はこの中の 3 個の条件しか考慮していないようである。

(9) 第 4 節の後半には $r=a$ において $\tau=0$ と置けば必然的に式(30)が導かれ、したがって杭の側面から地盤に作用する“水平の垂直応力(内圧)”が決まって

しまうように述べられている。しかし内圧は τ とは無関係に境界条件として任意に与えられるべきものであり、このように τ を決めれば必然的に内圧が決められてしまうという結果になった理由は当初任意関数のいくつかをいたした根拠もなく捨ててしまったことによる。

(10) 著者は第5節において“表面の鉛直変位が一様な場合の応力計算”を行なうに当って地盤表面に作用する鉛直圧力を分離しようと試みている。これは不可能なことである。一般的にいって $z=0$ において $\frac{\partial w}{\partial r}=0$ とすれば σ_z は0とならないし、また $z=0$ において $\sigma_z=0$ とすれば $\frac{\partial w}{\partial r}$ を0とすることはできない。また著者は床版から作用する鉛直圧力による影響は別に重ね合せて計算することができると述べているが、この鉛直圧力の分布をいかにして求めるのか説明がなく、たとえこの鉛直圧力が求められたとしてもこの鉛直圧力を加えれば、 $z=0$ における $\frac{\partial w}{\partial r}$ の値が変化するであろう。

(11) 第5節において著者は $z=0$ で $\frac{\partial w}{\partial r}=0$ であるためには $\beta=\delta=\frac{\pi}{2}$ となると述べているが、これも早計である。 $B \cos \beta$ と $D \cos \delta$ をともに k の関数と考えるときに $z=0$ で $\frac{\partial w}{\partial r}=0$ になるという境界条件より一つの関係式は導かれるが、ともに0とする必要はない。また式(31), (34)を導く過程において $\theta=0$ と置いたらしいが、何故にこのように置かなければならぬのか。なお式(33)～(34)にはミスプリントがあるらしい。式(1)を満足していない。

(12) 第5節式(31)～(34)は著者が土木学会論文集64号に発表した論文中の式(16)～(19)より $I_0(kr)$, $I_1(kr)$ を含む項を捨てた場合にはほぼ一致している。著者もこの論文を参照するように注をついている。このときには u を z の偶関数とし、 w を z の奇関数と仮定している。いかなる根拠によってこのように仮定したのか、あるときには $\frac{\partial w}{\partial r}$ を z の偶関数と仮定し、またあるときには w を z の奇関数と仮定している。このような仮定によって計算式は簡単になるが、解の一般性は失われる。

(13) 第6節によれば“あたえられた問題の条件”を満足するように G, G_1 を k の関数として決定することは“複雑さを増すだけであるから”との理由のもとに避けている。著者がこれまでに発表した二つの論文では k にある特定の値を与え、今回の論文では $G(k)$ を定数とし、また $G_1(k)$ を k の1次関数と仮定している。このような仮定をすれば“境界条件や土の力学的性質上の条件に適合する”ということらしいが、著者のいう境界条件とは杭の側面における摩擦力の分布と地表面における条件だけであって杭の側面における圧力 σ_r ならびに $z \rightarrow \infty$ における境界条件に関しては何等の指定がない。したがって杭の側面の摩擦力が“三角分布”をする場合に対しても“長方形に近い分布”をする場合に対しても解の数は無限にあり、著者が第7節に導いた解もその一例に過ぎない。言葉を変えていえばこれらの解にはなんらの必然性がない。

(14) 式(44)は式(43)を解いた結果であるとされているが、式(44)は式(43)を満足していないようである。 $\operatorname{arcsinh} \frac{\pi}{r}$ は $\operatorname{arcsinh} \frac{\pi}{r}$ のミスプリントであろう。このほかにもミスプリントがあるのではないか。

(15) 式(49)において杭の長さを十分長く仮定し、 z を大きくすれば $\Delta \sigma_z$ は0に近づく。しかるに式(52), (53)によれば $\Delta \sigma_r$ および $\Delta \sigma_t$ は z とともに増加する。これは常識的な結果ではない。

(16) 第9節の始の方に“杭が地盤を横方向に押圧する締固め作用のともなわない場合には式(28), (29), (30)および式(33), (34)にふくまれる係数 C_2 は0となる”と述べている。これでは杭の締固め作用は C_2 によって代表されるのであろうか。これらの式において C_2 を含む項は z を含んでいない。したがって著者は杭の締固め作用は杭の全長にわたって一定の圧力が杭から地盤に伝達される場合だけを考えているのであろうか。また式(28)および式(33)において $C_2=0, r=a$ とおいても σ_r は0とはならない。この σ_r はやはり杭の側面より地盤に伝達される圧力であるが、締固め作用と呼ぶことはできないのであろうか。

【回 答】：西田義親・射場正和・中川誠志（金沢大学工学部）

小野氏の討議があったのでその順序にしたがって説明する。

(1) 本文から容易にわかるように、これは半無限長の杭の周りで比較的表面に近い部分に対する一つの計算例を示したのであって、この結果をもし実際の比較的

細長い杭の場合に応用するときは第8節にあるような方法で係数を決めれば近似的につかえるかもしれないという程度の意味で、有限長の杭に対する完全厳密解だと主張しているわけでないことは明らかである。

(2) と (3) 説明が不十分であったと思われるが、 $\partial w/\partial r \neq 0$ というのは条件というよりもこれを考えに入れてという意味である。いま座標の原点 ($z=0$) を地表面より少し下の方にとったとき、原点の上下でわずかはなれた $\pm z$ の所の $\partial w/\partial r$ の符号と大きさを考えるとほとんどかわらないと推定されるから $\partial w/\partial r$ を $\cos kz$ 等の形にとった方が自然で、そのうちの最も簡単な場合の計算をまず行なうため、 $\beta=\delta=0$ 等と試みたのであって、このように扱って悪い理由はない。もちろん小野氏の望む境界条件に全部合致させるためには、別の計算が必要なことはいうまでもない。

(4) 杭長を無限と考えているからそうなってわるい理由はあるまい。

(5) 応力が大になれば変形が大きくなるのは別に不思議ではない。ただ小野氏のいうように説明した方がわかりやすい。

(6) 符号を統一した方がよいにこしたことはない。

(7) この段階では k は連続的に無限につづく定数と考えているわけではないから、小野氏のいうような関係は少し無理でないかと思う。 k は任意の定数であり、ただ1個だけでもあり得るから r の変化を考えたとき、果たして小野氏のいう結論になるであろうか。むしろ筆者らのように扱った方が自然で簡単である。 β, δ, θ を決めた理由はさきに説明した。

(8) と (9) 指適されるまでもなく、本文に明らかのように、3個の境界条件で計算した結果である。実際に杭の側面で容易に測定し得るのは τ のみである。 σ_r は地盤や杭の種々の条件でその値を考え難いので別に工夫することにし、今回はまず計算の一端として比較的簡単な場合からとり扱ったのである。したがってこのように扱って、小野氏の望む条件を全部満たしたならかえっておかしいのである。

(10) 地表面上の鉛直圧力分布をもとめるのは今回の目的ではない。

$z=0$ で式 (32) から $\sigma_z=0$ になり、仮りに $\beta=\delta=\frac{\pi}{2}, \theta=0$ とおけば $z=0$ で $\partial w/\partial r=0$ となるから別に不可能というほどのこともないと思う。

(11) と (12) $z=0$ で $\partial w/\partial r=0$ というのは説明が十分でなかったと思われるが、地表面水平のもう一つの半無限の地盤を逆に $-z$ の範囲に重ねておき、 $z=0$ の所で接して密着させたとき、 $z=0$ の上下のわずかの所

で $\partial w/\partial r$ の符号を考えると互に逆になるから、 $\sin kz$ 等の形においてた方がよく、その最も簡単な場合をとりあげ、 $\beta=\delta=\frac{\pi}{2}, \theta=0$ 等としたので、そのように扱ってわるい理由はない。解の一般性については見解がわかれよう。式 (33), (34) は最後の項の符号がミスプリントである。

(13) これは、土の性質や条件を考えて特別の値を選択して係数を決定するのも一つの方法であるという原則をのべたわけで、 G や G_1 を無理に k の複雑な形にしなければならないこともなく、簡単な場合であってわるい理由はあるまい。今回はそのうちの一、二の場合を計算した結果を示したのである。 $r=0$ の所で σ_r の指定がないから、本文の z の分布の場合であっても解が無数にあるというが、 σ_r をどういう形に考えているのであろうか。実際問題として $r=a$ で σ_r が明らかでなく、その分布形が無数に考えられる以上、解が無数にあり得るのはあたりまえの話で何もおどろくにあたらない。筆者らは今回の計算で σ_z, τ は一応得られるからこれをもとにして同時に得た σ_r, σ_t をあわせて $r=a$ の所で σ_r の条件が満たされるよう考えると式 (1) の計算のみで σ_r や σ_t が比較的容易に求められるのではないかと思って工夫をしつつある。

(14) 指適のようにミスプリントがあつて

$$\frac{m-2}{m} \frac{z}{r^2} \sqrt{r^2+z^2}$$

は

$$\frac{1}{2m} \frac{z}{r^2} \{(m+2)\sqrt{r^2-z^2} - 2m\sqrt{r^2+z^2}\}$$

のあやまりである。

(15) 別にこの結果になってわるい理由はあるまい。もしあえてそうして欲しいのなら、

$$C_0(z) = \frac{(3m-1)E}{m+1} \frac{\pi}{2} G_0 z$$

とおけばよかろう。

(16) 杭の締固め作用は、杭体積に相当する土の横移動押圧による割合が大きいからその一つの場合として C_2 (z に無関係な圧力) によるものを以前に計算したことがあるが、それ以外の場合がないというわけではない。たしかに本文の説明は十分でなく、また明らかに σ_r も関係するが、その影響は C_2 に比べて小さいと想像している。しかし小野氏のいう σ_r のみで締固めを考えることはできないのであって、以前に行なったように少なくとも $(\sigma_r + \sigma_t + \sigma_z)$ の結果で考察すべきである。このような形を考えて筆者らはこの方面的類似の問題にも計算を種々行ないつつあり、いずれ参考に資したいと思

う。

以上を要するに本文は非常に長い杭の周囲の地盤内ですりあいの条件に合う応力の状態を、あまり他に見あたらないように思われる式(26)～(29)または式(31)～(34)の形で表現するのも一つの方法であって、その中の係数 G, G_1 をある特別の場合にとって計算した結果を示したのであり、この方面的計算に何かの参考になると思って提供したのである。この式以外に、他の条件に完全に厳密に合うやり方が存在しないと誰もいっているわけ

ではない。

筆者らは地盤の性質を考えて、なるべく簡単な形になるように単に数式のみでなく、新しく創意工夫しながらこの方面的計算を進めその間に得られた結果を発表したのであるが、いうまでもなく、最後の目的は有限の杭の場合であって、そのためには誰の意見も貴重であり、筆者らの計算に誤りがあれば正し、本文に扱わなかった場合も検討中で、小野氏の指摘した点も参考にしてさらに一步進めたものを発表したいと思っている。

■■■■■ 土木学会論文集編集委員 ■■■■■

委員長	○西村俊夫	副委員長	○嶋祐之	委員	須田熙淳	委員	沼田彦太郎
委員員	青木夫夫	委員員	柏谷徳郎	員	田中淳七郎	員	元昌暎
赤塚三敬	神政興俊	神山一男	田中仁	保野慧	太郎士雄	福幸義	士雄満
秋成	秋成	工藤尚	高博	山隆	義真	前松	一英
阿部博	阿部博	国広哲	塚山嘉明	田英夫	武	浦田由	彦樹
岩橋洋	岩橋洋	神月隆	戸田嘉	昭伸	三宮	田口	尚柏
井島武	井島武	是枝忍	中村英	利税	宮	○山	
宇井一士	宇井一士	合田良健	中野啓				
宇都純馬	宇都純馬	沢田実吉	西山和				
岡田明	岡田明	桜井彰雄	中村利				
奥村樹郎	奥村樹郎	清水佐	二重作主				
川崎浩司	川崎浩司						
委員兼幹事	西脇威夫	○印部会長					

昭和43年1月15日印刷
昭和43年1月20日発行

土木学会論文集 第149号

定価 200 円 (手 20 円)

編集兼発行者 東京都新宿区四谷一丁目

社団法人 土木学会 羽田巖

印刷者 東京都港区赤坂1-3-6

株式会社 技報堂 大沼正吉

発行所

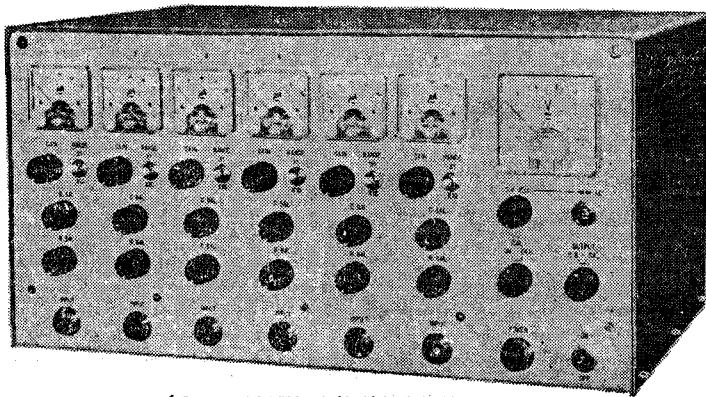
社団
法人

土木学会

振替東京 16828番

東京都新宿郵便局区内 新宿区四谷一丁目 電話(351)代表 5138番

水理実験波高解析にどうぞ!!



(CA-101型 水位計増幅器)

☆波高計(抵抗式)と記録器をつなげばOK

☆簡単な取扱いで直線性良好

☆価格低廉

☆豊富な納入実績を持っています

カタログ請求先

計測技研株式会社

東京都武藏野市中町3丁目29番地19号

TEL (0422) (51) 8958

MARUI

短時間 厚さ及び構造物の弾性係数が判定 できる

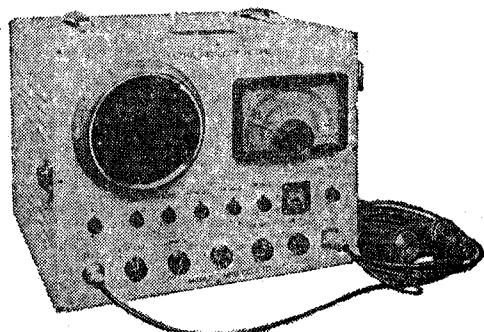
- ① 時間の節約になります (時代に即応)
- ② 正確な判断の参考資料となります
- ③ 無破壊で常に測定出来ます

用 途

- 型枠取除き判定 (経済助力となる)
- ダム・コンクリート等の品質管理
- 道路隧道の厚さ及ボイドの判定
- コンクリートの経年変化・強度の推定等

営業品目

セメント・コンクリート・土質・アスファルト
水理各試験機・無破壊試験器・計量器・各種材料試験機



超音波反射測定器



株式会社 圆井製作所

本 社 大阪市城東区蒲生町4-10番地
電話 大阪 931-3541 (代表)
東京出張所 東京都港区西新橋3-9-5(吉田ビル)
電話 東京 431-7563 番

PARTNER

K12

パートナー
エンジンカッター
切る

■誰でも切れる

スターを引張るだけで誰にでも簡単にエンジンがかけられます。切断作業は一人で行い、特別の熟練を要しません。

■どこでも切れる

小型で軽量ですから持ち運びに至便です。その割に馬力は強く、どの様な姿勢でも操作出来、どこでも切れます。

■何でも切れる

鉄、コンクリート、その他何でも切れます。ヒューム管、土管、鉄骨、鉄筋など土木建設、その他種々の業務の切断作業に威力を發揮します。

■はやすく切れる

例えばコンクリート道路で3cmの深さ、15mの長さに要する切断時間はわずか約15分です。

■きれいに切れる

切口はきれいに切れます。切断作業の後バリトリとか仕上とかの必要はほとんどありません。

■安全に切れる

特にパートナーカッター用に製作したディスクを用いておりますので切断作業は極めて安全且、迅速に行えます。

日本アレン機械部

東京都豊島区巣鴨7丁目1875番地 TEL(044)7111(代)
本社 東京都千代田区内神田2丁目4-4 TEL(06)6551(代)
大阪支店 大阪市北区牛丸町55東洋ビル内 TEL(012)4571(代)
福岡営業所 福岡市露町1-4-9 TEL(03)1515
広島営業所 広島市三川町10-13 TEL(082)6351
北海道出張所 北海道苫小牧市音羽町13の11 TEL(015)5016



昭和三十七年五月二十八日
昭和四十三年一月二十五日
行 刷 (毎月一回)
(二十九日発行)

土木学会論集 第一四九号

価二〇〇円