

走行荷重に対する吊橋の動的応答と衝撃*

RESPONSE OF SUSPENSION BRIDGES TO MOVING VEHICLES

伊藤 学**
By Manabu Ito

1. まえがき

本研究は走行荷重によって吊橋に生ずる動的効果を検討し、特に長径間鉄道吊橋の設計に用いる衝撃係数に関する資料を得ることを目的としている。

この問題に関する理論的研究の要旨はすでに他の場所で発表したことがある^{1), 2)}が、その結論を裏付けるべき実験的研究の成果はまだ公にしていないので、ここにこれらをとりまとめて報告する。

吊橋は他の橋梁形式にくらべて剛性が低く活荷重による変形が大きいうえに、その振動性状も特異な様相を含んでいる。一方、鉄道橋の活荷重は道路橋のそれに比して単位長さ当りの荷重強度が大きく、かつわざわざ集中的であるにもかかわらず、変形などに対する制限は鉄道橋の方が道路橋よりもきびしく、また車両走行にともなう動的作用も大である。これらが從来吊橋の鉄道橋としての安全性に疑問がもたれていた一つの原因と考えられる。もちろん自動車が高速走行することによっても吊橋に動的効果はおよぼされるが、吊橋のようなスパンの長い橋梁では多数の車両がのることを想定して設計されるので、動的効果は相殺しあってそれほど顕著とはならず、現に長径間の道路吊橋においては衝撃係数を考えないことが多い。このような事情から本研究で扱う走行荷重は鉄道車両を対象とする。

橋梁上を走行する機関車および列車が橋梁におよぼす動的作用はすでによく知られているようにつぎのように分類される。

- (a) 平滑高速走行荷重による動的効果（荷重の質量の影響も含む）
- (b) 車輪の不平衡重錘または偏心などに起因する鎌打作用
- (c) 車両バネの作用
- (d) 軌条締目、線路の不整による衝撃
- (e) 車両の横揺れ、蛇行による動的効果
- (f) 車両進入時の振動

本論文では吊橋の鉛直たわみ

振動に問題をしづり、(a)から(d)までの素因によって長径間吊橋に有害な振動が生じる

おそれがないかを検討し、それが解明されたならば、設計に用いる衝撃係数としてどのような値を採用すべきかについて参考となる資料を導くことをめざした。

中小スパンの橋梁に用いられる構造形式に関しては、走行荷重による振動およびその結果としての衝撃係数に対する検討が理論的あるいは実験的な観点からこれまで数多くなされているが、吊橋構造についてはわずかに二つの論文しか見当らない。このうち K. Klöppel および K.H. Lie³⁾ の研究については Modal Analysis の扱いのうえで疑問があり、J.W. Vellozzi⁴⁾ の論文は具体的な数値についてまったくふれていない。さらにこの問題に関する実験的検証はこれまでに報告されたことがなく、これが著者が模型実験による裏付けに主眼をおいて本研究を行なった理由である。

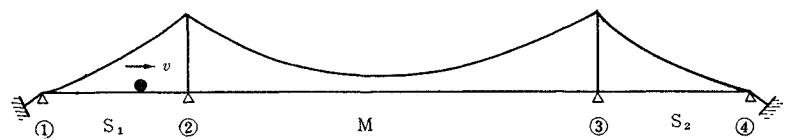
本研究は終始東京大学教授 平井 敦博士の指導のもとに実施されたもので、ここに厚く感謝申し上げるとともに、実験に協力された故 松原駿士、計算に際して援助された西岡 隆の両君の労に謝意を表する次第である。また鉄道車両の問題などについて種々ご教示頂いた東京大学教授 八十島義之助博士、実験の遂行に援助を頂いた日本国有鉄道および日本鉄道建設公団の関係者各位に対してもここに厚くお礼申し上げる。

2. 吊橋の鉛直たわみ振動特性

外力に対する構造物の動的応答を調べる場合に、まずその構造物の固有振動特性、すなわち固有振動数とそれに対応する規準振動形、ならびに振動減衰性を把握しなければならない。長径間吊橋の鉛直たわみ固有振動の解析は線形とう度理論によって扱うことができ、その詳細はすでに数々の文献⁵⁾に紹介されているので、ここでは後の記述に必要な結果のみを、筆者の考え方方にしたがって整理するにとどめる。

もっとも一般に広く用いられている側径間を有する 2

図-1 3 径間 吊 橋



* 東京大学工学部紀要(B), 第29巻第1号(昭42)に英文報告を掲載

** 正会員 工博 東京大学助教授 工学部土木工学科

ヒンジ吊橋(図-1)の振動形 $\phi(x)$ はつぎのように仮定して実用上十分正確である。

主径間 :

対称1次振動

$$\phi_1(x) = a_1 \left(\sin \frac{\pi x}{l} - c \sin \frac{3\pi x}{l} \right)$$

対称2次振動

$$\phi_3(x) = a_3 \left(\sin \frac{3\pi x}{l} + c \sin \frac{\pi x}{l} \right)$$

他の振動形

$$\phi_r(x) = a_r \sin \frac{r\pi x}{l}, (r=1,3)$$

側径間 :

$$\phi_{r1}(x_1) = \bar{a}_r \sin \frac{\pi x_1}{l_1}$$

ここに l はスパン長, x は各スパン左端より補剛げたに沿って測った長さ, r は正整数, c は正の数, a_r , \bar{a}_r は振幅に対応するパラメーターで, 添字 1 を付した量は側径間にに対するもの示す。

吊橋の逆対称振動形(すなわち偶数次)はケーブルの弾性伸縮を伴わないと考えてさしつかえないから, 主径間と側径間は独立な振動形をもつ。結局式(1)のように振動形を仮定することにより, 吊橋の固有振動数 N_r はつぎの式で表現される。

逆対称振動形に対して

$$N_r = \frac{F_1(\nu)}{\sqrt{f}} \quad (r=\text{偶数})$$

対称振動形に対して

$$N_r = \frac{F_2(\nu, \lambda, \alpha, \beta, r)}{\sqrt{f}} \quad (r=\text{奇数})$$

ただし, f はケーブルの垂距, α, β, r はそれぞれ主径間と側径間のスパン長, 補剛げたの曲げ剛性, 単位橋長当たりの死荷重の比, そして ν, λ は次式で定義されるよう

図-3 単径間吊橋の鉛直たわみ固有振動数

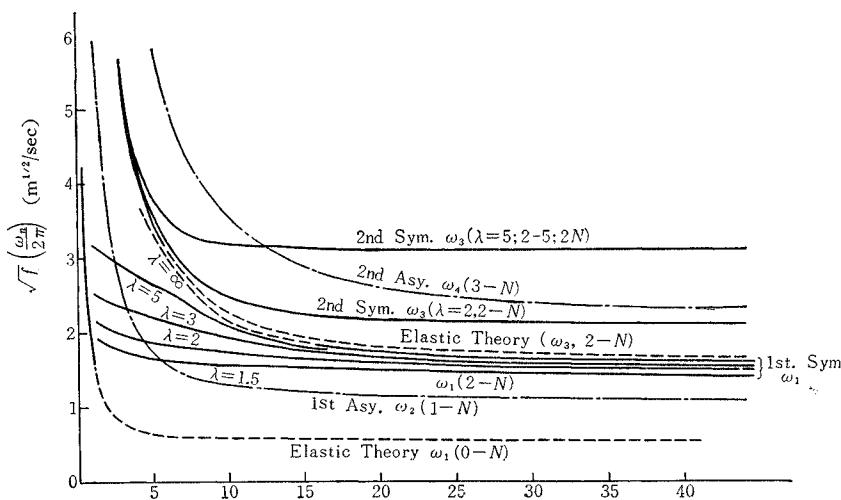
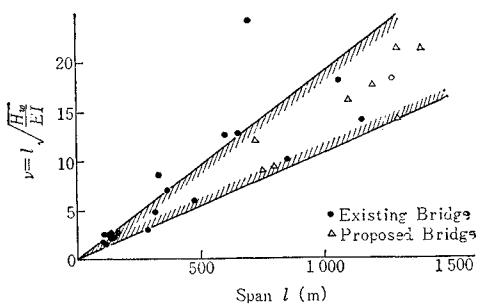


図-2 無次元パラメーター: ν



な吊橋のたわみ変形に特有な無次元パラメーターである。

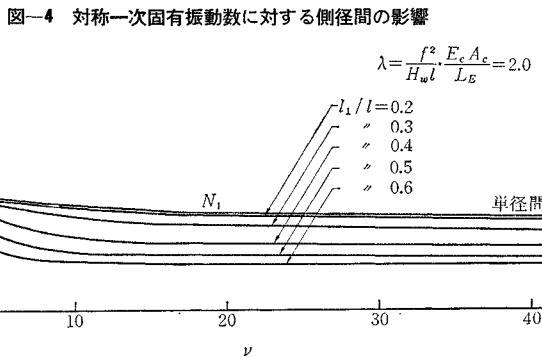
$$\nu = l \sqrt{\frac{H_w}{EI}}, \quad \lambda = \frac{f^2}{H_w l} \frac{E_c A_c}{L_E} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

ここに, H_w は死荷重によるケーブル水平張力, EI は補剛げたの曲げ剛性, $E_c A_c$ はケーブルの伸び剛性, L_E は ϕ をケーブルの傾斜角として, $\int_L \sec^3 \phi dx$ で定義される長さである。

パラメーター ν は図-2 に示すように重橋床式無補剛吊橋など特殊なものを除いては, スパン長にはほぼ比例して増大するという経験的傾向が認められ, 一方パラメーター λ は側径間のある場合あるいは長径間の場合には比較的小さいという傾向はあるが, ほぼ 1.5ないし 4.5というせまい範囲内の値をとる。式(1)の中の正数 c の値は ν および λ の値が増せば大きくなる性質を有する。

さて, 式(2)における関数 F_1 および F_2 について若干考察する。側径間のない単径間吊橋を対象として, これらの関数を横軸に ν をとって描けば図-3 のようになる。先に述べたように, 側径間があることによって影響をうけるのは対称型の振動形で, 2ヒンジ吊橋におけるスパン長比 $\alpha=l_1/l$ の影響はたとえば図-4 のよ

なる。もし補剛げたを側径間を通じて連続構造とすれば逆対称型の振動形も主径間, 側径間独立ではありえなくなるが, 固有振動数は2ヒンジ吊橋におけるよりわずかに増大し, また対称型振動形に対応する固有振動数は同じスパンの単径間吊橋と2ヒンジ吊橋の振動数の中間の値をとることが定性的にいえる。図-3 および図-4 から認められるのは, 無次元パラメーター ν の値が 10 を越



えるような長径間吊橋では固有振動数はケーブル垂距 f の平方根に逆比例するとみなしうることであって、つぎのような近似が成立つ。

$$N_r \sqrt{f} = \text{一定} \quad (v > 10) \quad (4)$$

複雑な構造物の振動減衰性は理論的に評価することはまず不可能であって、類似の構造物に対する過去の実測結果を参考にして推定するほかはない。しかしながら長径間吊橋に関する実測資料は残念ながらほとんど見当たらない現状である。筆者らは以前に橋梁上部構造の減衰率実測結果の資料を行なったことがあるが⁶⁾、それによれば特殊な減衰装置を施さないかぎり、スパン 100 m を越える長径間橋梁の対数減衰率 δ は構造形式、スパンなどにあまり関係なくほとんどが 0.02 と 0.08 の間にあった。長径間吊橋の対数減衰率は、したがって 0.02 ないし 0.05 程度と考えてよからう。

3. 動的応答の理論的解析

走行荷重による吊橋の強制振動を解く一般的な手法として、いわゆる Modal Analysis によることとする。吊橋のたわみ振動変形 $\eta(x, t)$ を各振動モードに分解して表示すればつぎのように与えられる。

$$\eta(x, t) = \sum_r q_r(t) \cdot \phi_r(x) \quad (5)$$

減衰は小さいものとし、また各モード間の減衰による連成項を無視すれば時間関数 $q_r(t)$ に関するつぎの運動方程式が導かれる。

$$\left\{ \ddot{q}_r + \omega_r^2 \left(1 + i \frac{\delta}{\pi} \right) \dot{q}_r \right\} \int_L \{\phi_r(x)\}^2 dx = \frac{\bar{Q}_r(x, t)}{m} \quad (6)$$

$$(r=1, 2, 3, \dots; i = \sqrt{-1})$$

ただし・は時間に関する微分、一は各関数の複素表示を示し、 m は構造物の単位長さ当たり質量、 ω_r は固有振動数であって、 \int_L は構造全長にわたっての積分を意味する。実運動は式 (6) の解の実数部で表わされるが、以上の式はすべての弾性構造物に共通したものであって、ただ吊橋では固有振動性状を示す ω_r と $\phi_r(x)$ に前章で述べたような特有の性質がある。

振動減衰をまったく無視した場合には式 (6) は、

$$\begin{aligned} \{\ddot{q}_r + \omega_r^2 q_r\} \int_L \{\phi_r(x)\}^2 dx \\ = \frac{\bar{Q}_r(x, t)}{m} \end{aligned} \quad (7)$$

となる。ここで外力項 $\bar{Q}_r(x, t)$ は一般には仮想変位 $\delta\eta = \sum \delta q_r \cdot \phi_r(x)$ について外力のなした仮想仕事と Q_r のなした仕事とを等しいとおいて求められ、たとえば集中荷重 P が一定速度 v で走行する場合はつぎのように与えられる。

$$Q_r(t) = P \cdot \phi_r(vt) \quad (8)$$

外力 $Q_r(t)$ が与えられれば式 (7) の

解は Duhamel の積分を用い、

$$\begin{aligned} q_r(t) = A_r \cos \omega_r t + B_r \sin \omega_r t \\ + \frac{\int_0^t Q_r(\tau) \cdot \sin \omega_r(t-\tau) d\tau}{\omega_r m \int_L \{\phi_r(x)\}^2 dx} \\ (r=1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \quad (9)$$

として計算される。ここに A_r, B_r は初期条件によって定められる積分定数である。以上の記述では走行荷重の質量や補剛げたに沿って伝播する過渡的な波動の影響などは考えていないが、これらについては後にふれることにする。

(1) 単一集中荷重が定速走行する場合

式 (1) に示した振動形は各スパン 3 次までを考慮することとし、それより高次のものの影響は無視する。荷重進入時に吊橋は振動していないと仮定すれば、まず荷重が図 1 の側径間 S_1 にあるとき、 S_1 の初期条件から式 (9) における A_r および B_r は 0 である。したがって、 S_1 上に荷重 P があるときの側径間 S_1 のたわみは、

$$\begin{aligned} \eta_1(x_1, t) &= \sum_{r=1}^3 q_{r1}(t) \cdot \phi_{r1}(x_1) \\ &= \frac{2P}{ml_1} \left[\sum_{r=1, 3} \frac{\sin \pi x_1 / l_1}{\omega_r^2 \{2 + C_r^2 (1 + c^2) / \alpha\}} \frac{1}{1 - (\varphi_1 / \omega_r)^2} \right. \\ &\quad \times \left(\sin \varphi_1 t - \frac{\varphi_1}{\omega_r} \sin \omega_r t \right) + \frac{1}{2 \omega_s^2} \\ &\quad \times \left. \frac{\sin \pi x_1 / l_1}{1 - (\varphi_1 / \omega_2)^2} \left(\sin \varphi_1 t - \frac{\varphi_1}{\omega_2} \sin \omega_2 t \right) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

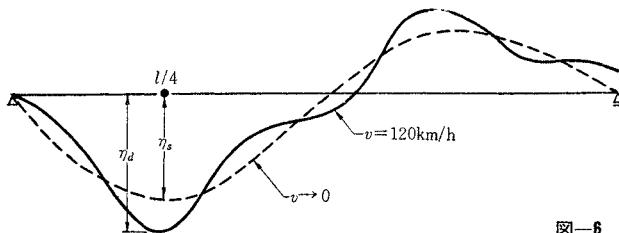
ここに、 $C_r = \bar{a}_r / a_r$, $\varphi_1 = \pi v / l_1$ であって、 a_r, c などの記号はすでに定義されたものである。

一方、このときの主径間 M のたわみは

$$\eta(x, t) = \sum_{r=1}^3 q_{r1}(t) \cdot \phi_r(x) \quad (11)$$

で表わされる。ゆえに荷重が支点 2 の上にきたときの主径間の初期条件は $t = l_1 / v$ で $q_r = q_{r1}$, $\dot{q}_r = \dot{q}_{r1}$ となる。このさい主径間では $P = 0$ なることを考えて式 (9) の積分定数 A_r, B_r が決定され、さらに荷重が M になるときの主径間のたわみが式 (10) と同様にして計算され

図-5 走行集中荷重による $l/4$ 点のたわみ
($l=750$ m, $\nu=8.9$ の単径間吊橋)



る。側径間 S_2 についても同様の計算がなされる。このようにして求められた動的なたわみは静的たわみに振動成分が重なり合わさしたものであり、図-5 は単径間吊橋を対象としたものであるが、その一例で、 $x=l/4$ におけるたわみの変化を示す。この場合荷重走行に伴う動的効果を示す指標となるのは、

動的增幅率：

$$(AF) = \frac{\eta_d}{\eta_s} \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

あるいは

衝擊係數：

$$i_\eta = \frac{\eta_d - \eta_s}{\eta_s} = (AF) - 1 \quad \dots (13)$$

であって、 η_c はその点における静的最大たわみ、 η_d は動的たわみである。たわみの解より補剛げたの曲げモーメントなども求めることができ、上式と類似の表現で曲げモーメントその他の衝撃係数が定義される。

以上 の方法により表-1に示すようなスパンの異なる3種の吊橋(設計例)の主径間 $1/4$ 点($L/4$)および側径間中央($L/2$)における衝撃係数の数値計算結果を図-6(a)～(c)および図-7(a)～(c)に示す。この計算は電子計算機によったので、4次までの規準関数を考慮している。これらの図の曲線で衝撃係数が負になることがあるのは、着目点の動的たわみ η_d が静的たわみより小さい、すなわち振動成分の谷の部分が η_d に相当する場合である。

吊橋の最大たわみは主径間の $1/4$ 点付近に生じることが多い。また衝撃係数自体も図-6, 7 あるいは後掲の諸図からも $1/4$ 点における値で全般的な傾向をつかめそうである。そこで $i(l/4)$ についていま少し定性的な検討を行なう。この点におけるたわみに対しては逆対称 1 次振

動形 $\phi_2(x)$ がもっとも支配的と考えられるので、近似的扱いとして他の項をすべて無視する。

速度パラメーター：

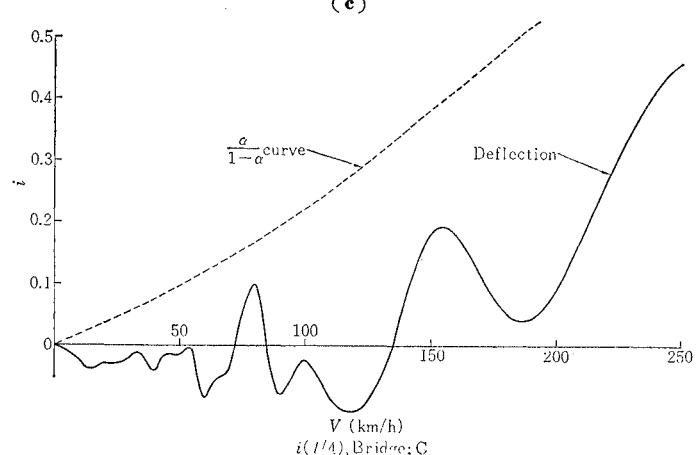
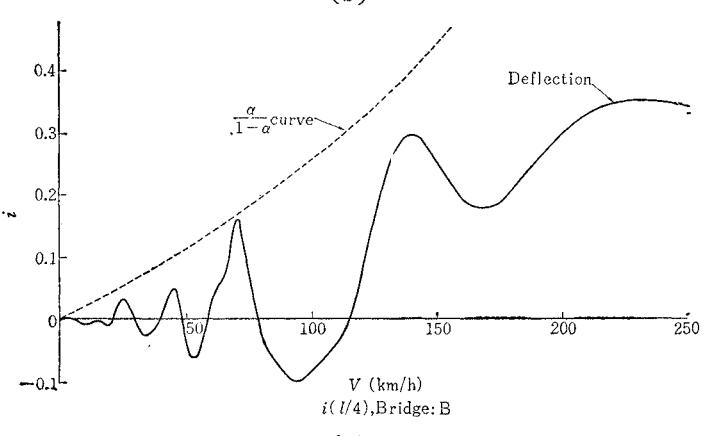
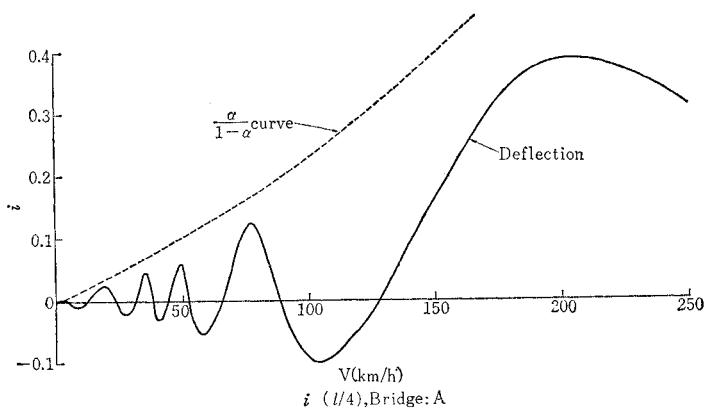
$$d = \frac{r\varphi}{\omega_r} = \frac{r\pi v}{\omega_r l} = \frac{v}{lN_2} \quad \dots\dots\dots(14)$$

を導入し、かつ式(9)の A_r, B_r を0とおけば

$$i(l/4) = \frac{\alpha}{1-\alpha^2} \left(\alpha - \frac{\sin \omega_2 t}{\sin 2\phi t} \right)$$

図-6 平滑走行集中荷重による主径間 1/4 点のたわみ衝撃係数

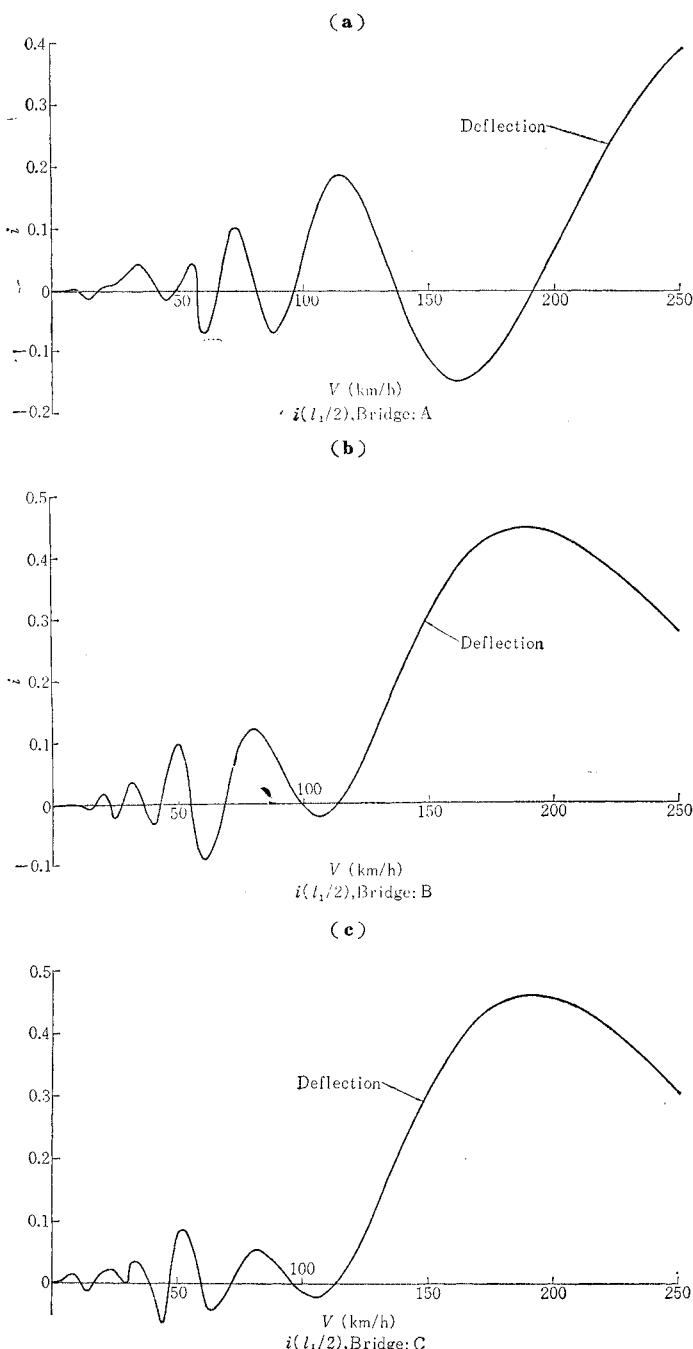
(a)



表一 数値計算に用いた3種の吊橋

記号	A		B		C	
	主径間	側径間	主径間	側径間	中径間	側径間
径間長(m)	500	147	1 000	300	1 500	540
固有振動数(c/s)	1 次	0.264	0.264	0.152	0.101	0.101
	2 次	0.297	0.755	0.134	0.252	0.101
	3 次	0.560	0.560	0.224	0.224	0.154
	4 次	1.021	2.840	0.323	0.710	0.215
						0.312

図一 平滑走行集中荷重による側径間中央のたわみ衝撃係数



となり、 i は時間の関数となるが、 i が最大となるもっと不利な場合を考えれば、

$$i_{\max}(l/4) = \frac{\alpha}{1-\alpha} \quad \dots\dots(15)$$

この表現は単純ばかりなどにおいても同様であるが、長径間吊橋では速度パラメーターの性格が特異である。すなわち式(4)を想起し、かつケーブルの垂距比 f/l もせまい範囲(1/10~1/12)にあることより式(15)は

$$i(l/4) = \frac{1}{(K\sqrt{l/v}) - 1} \quad \dots\dots(16)$$

ここに、 K は定数で、通常 $4 m^{1/2}/sec$ 程度の値をとる。したがって、 $l=1400 m$, $v=120 km/h$ とすれば $i(l/4) \approx 0.3$ となり、スパンが短いほど、走行速度が大きいほど衝撃係数は増すのは当然である。しかし ν の値が小さく、式(4)の関係が成立しない短径間吊橋では事情は異なる。一言でいえば、平滑走行荷重による動的効果はスパンが短いわりに ν の値の大きい吊橋では大きいといいうことができる。先の図-6, 7 には式(15)で示される曲線も添えておいた。式(15)による i は衝撃係数の上限包絡線の性格をもつものである。また図-8は図-6, 7 をまとめ、速度パラメーター α について書直したもので、衝撃係数の上限はスパンにほとんど関係なく速度パラメーターによることがわかる。

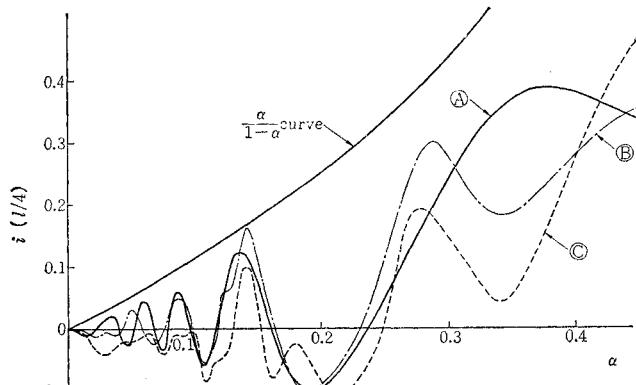
これまでの計算では振動減衰性は考慮していないが、式(6)を解くことはむずかしくない。しかし、対数減衰率 $\delta=0.05$ として主径間 $1/4$ 点における一つの数値計算を行なったところ、減衰を無視した場合に $i=0.432$ であったものが 0.419 になったにすぎず、長径間吊橋で一般に期待される程度の減衰作用は衝撃係数を数パーセント低下させるにとどまるであろう。したがって、ここでは安全側であるし、一応その影響を考えない。

(2) 分布荷重が定速走行する場合

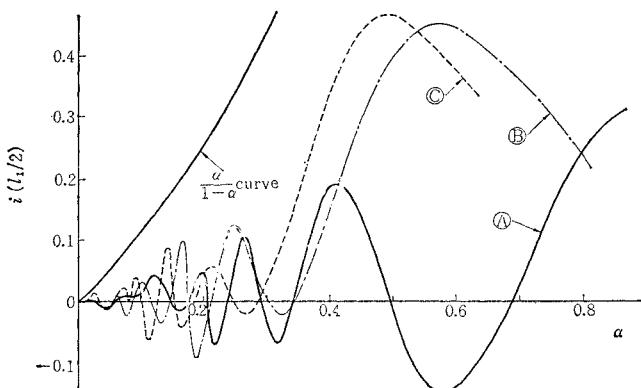
式(8)の外力に対するたわみ応答の解において、 P の代わりに $p v dt$, t の代わりに t_1 とおいて $t_1=0$ から $t_1=\tau$ まで積分すれば、 $t_1=0$ において半無限等分布平滑荷重が一定速度 v で橋に進入したさいの $t_1=\tau$ におけるたわみの応答結果が求められる。式(15)に対応する近似結果は、

$$i_{\max}(l/4) = \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2} \quad \dots\dots(17)$$

図-8 速度パラメーター (α) と衝撃係数 (i)
(a)



(b)

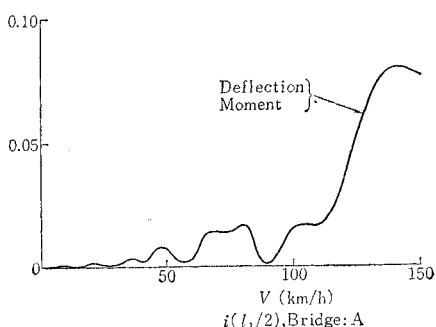


であって、主径間 600 ないし 1 500 m の吊橋上を荷重が 120 km/h 程度で走行する場合の速度パラメーター α は 0.3 以下であるから、分布荷重に対する衝撃係数は集中荷重に対する値の 1/4 以下に減少する。

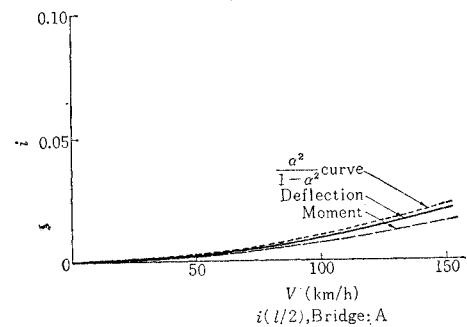
この事実は前述の 3 種の吊橋を例にとって計算した図-9 を図-6, 7 と比較しても明らかである。図-9 の計算に用いた等分布荷重は荷重強度 $p = 3.5 \text{ t/m}$ 、荷重長 400 m の換算列車荷重である。なお主径間 1 500 m の吊橋の $l/4$ 点については複線軌道上をもつとも不利な状態で列車がすれちがう場合の衝撃係数も計算したが、図-9 (j) に見られるように数値的には単線の場合とさして変わりない。式 (17) はやはり $i(l/4)$ の上限包絡線の性格をもつてゐるが、分布荷重の場合には 1 項のみとすれば十分というわけにはいかないので、図に示すようこの線を越える点も出てくる。

実際の設計に以上の考察を反映させるためには補剛げたの曲げモーメントなどに関する衝撃係数も検討しなければならない。単純支持持たてたについてはたわみの衝撃係数 i_η と曲げモーメントおよびせん断力の衝撃係数 i_M , i_V との間には比例関係があり、 $i_\eta > i_M > i_V$ なることが立証されているが⁷⁾、吊橋では曲げモーメントなどの

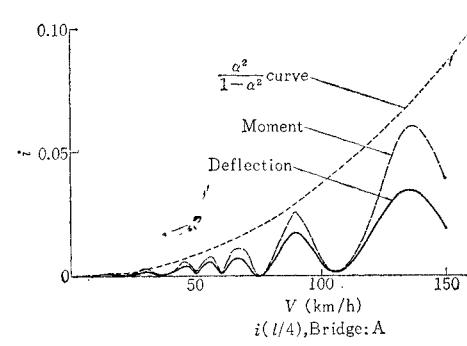
図-9 平滑走行列車荷重による衝撃係数計算値
(a)



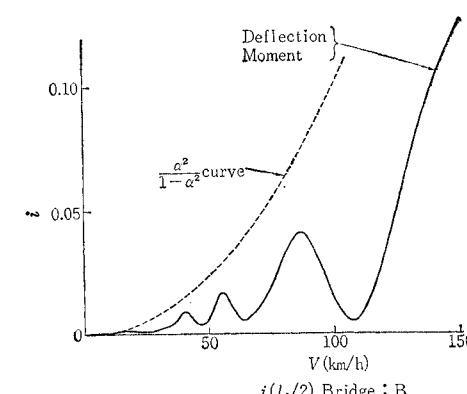
(b)

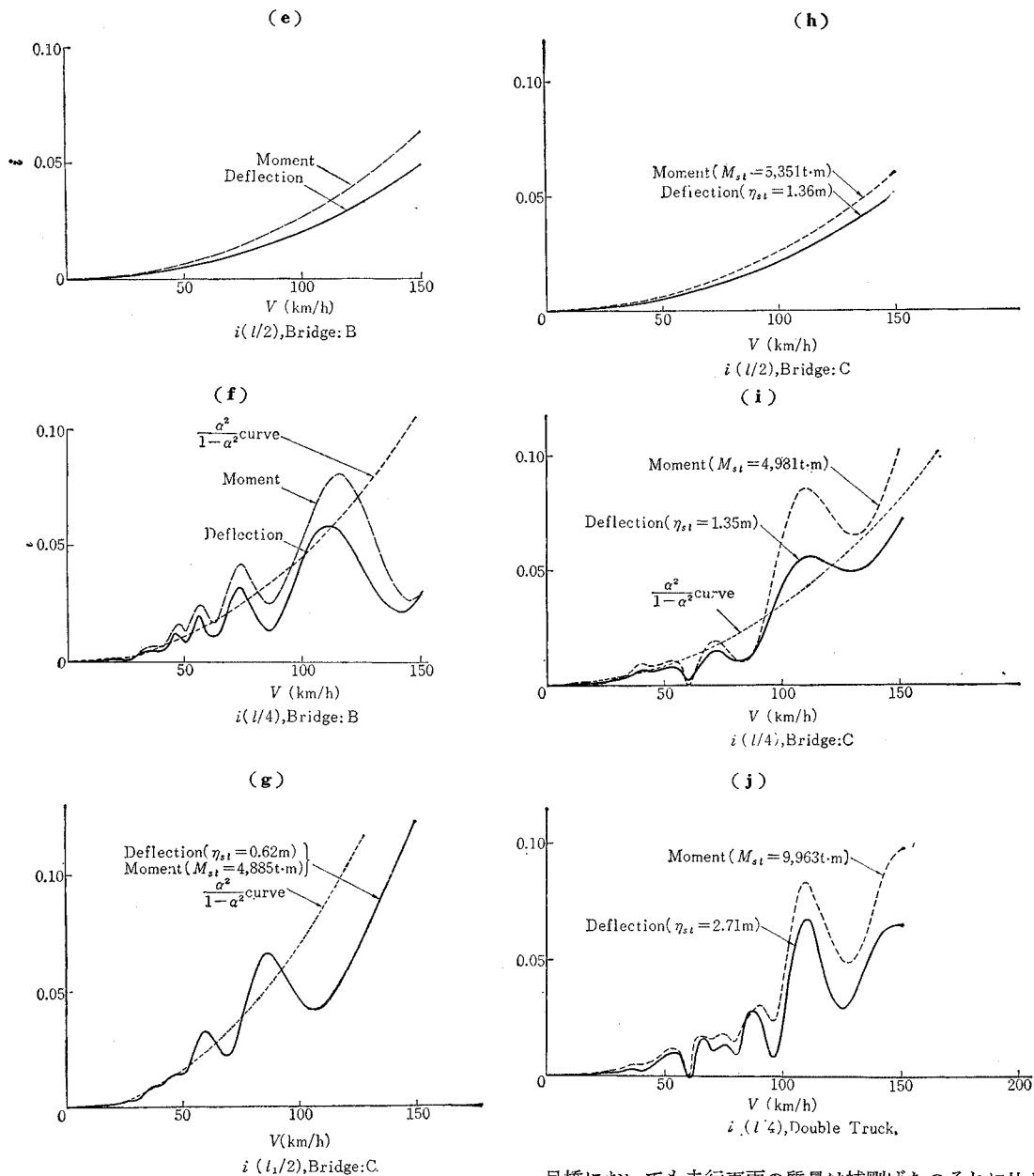


(c)



(d)





応答には高次の規準関数の寄与が大きくなるのでこの結果をそのまま準用することはできない。そこで列車荷重走行に伴う i_M を計算した結果を図-9 の破線で示す。たわみの衝撃係数と比較してみれば、吊橋の場合はスパン割り、剛度などによって若干異なるが、 i_M は i_g より 2割程度大きめと考えてよからう。

(3) 走行質量の影響

振動するけたの上を走行する荷重の質量は、その慣性力によってさらにはけたの動的たわみを増大させことがある。従来の単純支持けたを対象とした研究ではスパンが大きくなればその影響は小さいとされており、長径間

吊橋においても走行車両の質量は補剛げたのそれに比して小さく、影響はわずかと思われるが、剛度の低いことも考えて検討をしておく必要がある。

曲げ剛性 EJ , スパン長 l なる単純支持げたの上を速度 v で走行する集中荷重 P の質量の影響による動的増幅率を示す一つの公式としてのつぎのものがある⁸⁾。

この式における EJ に平井⁹⁾の導いた吊橋の換算たわみ剛性

を用い、たとえば $l=850$ m, $EI=2.74 \times 10^8$ t·m², $\nu=$

9.41なる吊橋上を $P=150\text{t}$ の車両が $v=40\text{m/sec}$ (144 km/h)で走行した場合を想定すると式(18)の右辺第2項は0.0078となり、質量の影響は1%に達しない。式(19)は逆対称1次たわみ変形 $\phi_1(x)$ に対応して求められたものであるが、対称変形でもこれより著しく低い換算たわみ剛性になることはなく、いずれにせよ600 m以上の長スパンを有する吊橋では荷重がよほど高速で走行しないかぎり、質量の影響は集中荷重の場合でも1%程度以下と考えてよからう。分布荷重の場合は影響の度合はさらに小さい。

(4) 波動伝播の影響

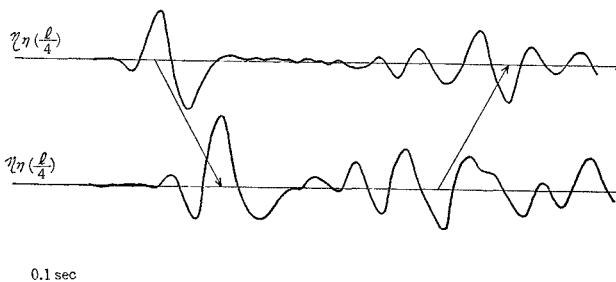
剛度の小さい吊橋の模型実験では補剛げたに沿って波動の伝播が認められる。図-10はけたの一端に衝撃を与えたときのオシロ記録の一例で、途中から定常的な固有振動に移っていくが、明らかに伝播する波動が見られる。吊橋の変形による付加ケーブル張力を無視し、長径間吊橋においては補剛げたの曲げ剛性の全体の剛度に対する寄与は小さいとして一応これを無視すると、吊橋に沿っての進行波の伝播速度 s は弦におけるそれに類似して次式で与えられる¹⁰⁾。

$$s = \sqrt{\frac{H_w}{m}} = \sqrt{\frac{g/l^2}{8f}} \approx \sqrt{10l}; \quad (l: \text{m}, s: \text{m/sec}) \quad \dots\dots\dots(20)$$

すなわち1000 mもの長スパンでは s は 100 m/sec(360 km/h)に達する。しかも実際には補剛げたの曲げ剛性の存在するため吊橋の波動伝播速度は上式による値より20~40%は大きいことが模型実験によって認められた。吊橋補剛げたにおける進行波の問題は紙面の都合で別に論ずることにするが、実際に問題となるのは伝播速度の比較的遅い波なので、せん断波については考えなくてよい。

さて、荷重走行に伴って生ずるこのような波動が前述の定常振動に加算されることも考えられるが、進行波の速度が車両進行速度にくらべてはるかに大きいこと、減衰も定常振動におけるよりかなり大きいことも考えあわせて、同程度の励起のもとでは過渡的なこの現象による振動振幅は定常波によるものにくらべて無視しうると思われる。

図-10 吊橋模型における波動伝播のオシロ記録例



吊橋の補剛げたは吊材で弹性支持されたはりと考えることができるが、参考までに、バネ定数 k なる弹性床上の無限長はり(曲げ剛性 EJ)の上を集中荷重 P が速度 v で走行する場合の動的増幅率を与えるつぎの式⁹⁾を用いて検討してみる。

$$(AF) = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{mv^2}{2\sqrt{k \cdot EJ}}}} \quad \dots\dots\dots(21)$$

EJ として前記の吊橋の換算たわみ剛性を用い、補剛げたのバネ定数として逆対称1節点変形に対応する

$$k = EJ \left(\frac{2\pi}{l} \right)^4 \quad \dots\dots\dots(22)$$

を用いると、先の $l=850\text{m}$ の吊橋に対して用いた諸数値を代入して $(AF)=1.004$ なる結果が得られ、やはり1%以下の影響しかない。

(5) 車輪の錐打作用

わが国の鉄道では蒸気機関車は将来姿を消すことになっており、従来短中径間の鉄道橋における衝撃作用のうちでもっとも大きい因子の一つであった動輪の不平衡重錘による錐打作用はもはや考慮の対象にしなくてよくなる。しかし鉄道車両の走行に伴って多少は周期的な外力が軌道におよぼされるものであり、ここではたとえ蒸気機関車の錐打作用が存在しても長径間吊橋に対するその影響はきわめて小さいことを示しておく。

走行周期力に対する動的応答を調べるためにあたり、蒸気機関車の最大錐打力は車体重量 W の15%に抑えられていることを考慮して、 R を動輪の半径としてつぎのような一般力を考えればよい。

$$\begin{aligned} Q_r(t) &= Q \cdot \cos \psi t \cdot \phi_r(vt) \\ &= 0.15 W \left(\frac{v}{v_{\max}} \right)^2 \cdot \cos \psi t \cdot \phi_r(vt) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(23)$$

$$(r=1, 2, 3, \dots; \psi=v/R)$$

$$r=1, 3 \text{ のときは } \varphi=\pi v/l \text{ とおいて}$$

$$Q_r(t) = \frac{Q}{2} \{ \sin(r\varphi + \psi)t + \sin(r\varphi - \psi)t \}$$

となるが、 $\varphi/\psi=\pi R/l$ であるからスパンが大きければ φ は ψ に比して非常に小さい。ゆえに ψ が吊橋の固有円振動数 ω_r にはほぼ等しくなったとき錐打力は共振を起こさせる。これは $r=1, 3$ のときも同じである。しかし

$R=0.7\text{m}$ とすると機関車が高速走行して錐打力が大きいときは ψ が大であって非常に高次の吊橋の振動としか共振し得ず、吊橋の比較的低次の振動と共振するためには走行速度が低く、したがって錐打力自体が非常に小さい。

いま錐打力の周期が吊橋の高次振動(r 次)の固有周期に一致するときを想定すれば、 $\omega_r = \psi$ とし他の次数の振動形の寄与を省略するとともに、 $\psi \gg r\varphi$ 、対数減衰率 $\delta \ll 1$ なる仮定のもとに、荷重直下におけるたわみは式(6)を

解いてつぎのようになる。

$$\eta(x,t) = \frac{Q}{\omega_r^2 ml} \left(\frac{2\pi}{\delta} \right) \times \left(\sin \frac{2r\pi x}{l} \cos \psi t - e^{-\psi \left(\frac{2\pi}{\delta} \right) t} \cos \omega_r t \right)$$

もっとも不利な場合を想定し、かつ式(23)を用いると

$$\eta_{\max} = \frac{0.6\pi}{\delta} \left(\frac{R}{v_{\max}} \right)^2 \frac{W}{ml} \quad \dots \dots \dots (24)$$

となり、実際の数値を想定して計算してみると、スパン数百メートル以上の長径間吊橋ではこの η_{\max} は W による静的最大たわみの 2% を越えることはない。

つぎに $\psi \gg \varphi$ なる条件が存在する場合、機関車動輪の鎌打作用が長径間吊橋の低次振動をどの程度増幅させるかを検討する。減衰はこのさいは考慮せず、もっとも不利な条件の組合せのもとで、 $l/4$ 点または $l/2$ 点における鎌打力 Q による動的たわみ成分の最大値は近似的に次式で与えられる。

$$\eta_{\max} = \frac{4Q}{ml} \cdot \frac{1}{\psi^2} = 0.6 \left(\frac{R}{v_{\max}} \right)^2 \frac{W}{ml} \quad \dots \dots \dots (25)$$

この数値は式(24)による値よりもさらに小さい。また実際の機関車の動輪は 1 軸ではなく、それらの間には位相差のあること、機関車 1 台の重量 W による静的たわみ自体が設計列車荷重によるたわみにくらべてはるかに小さいことなどから、長径間吊橋の設計に際して鎌打力による衝撃効果の影響は無視できる程度のものである。

(6) 車両バネの影響

従来、単純支持けた橋に関しては走行車両のバネ作用を考慮した解析がかなり多く見うけられ、その考え方を吊橋に拡張することは容易であるが、長径間吊橋の基本固有振動数は車両バネの振動数（鉄道車両では 0.8~3.0 cps）にくらべてはるかに低いので、一般の橋梁におけるよりはその影響は小さい。短径間道路橋に関する W.H. Walker および A.S. Veletsos¹⁷⁾ の研究によれば、橋の振動に対する車両バネ作用の影響は、 W_v 、 W_b をそれぞれ車両と橋の重量、 f_v 、 f_b をそれぞれ車両と橋の固有振動数として、重量比 W_v/W_b が小さく、振動数比 f_v/f_b が大きいほど小さくなると結論しているが、長径間吊橋ではこれらいずれの比も車両バネの影響を小さくする方にはたらく。

一方、車両のバネが橋へ進入の際平衡状態にあれば、橋の振動加速度がある値以上になったときはじめて車両バネが作動する。C.E. Inglis¹⁸⁾ の与えた式によれば、 r をバネの摩擦力をバネ上重量との比で表わした係数として、バネ上重量の加速度 $a(\text{m/sec}^2)$ がつぎの条件を満足するときバネが作動する。

$$a \geq 9.9r \quad \dots \dots \dots (26)$$

最近の車両では異なる数値のものもあるが $r=0.10 \sim 0.15$ とされており、式(26)を満たす加速度 a は

表-2 単機走行に伴う吊橋の最大上下加速度計算例

速度 (km/h)	主径間 (m)	500	1 000	1 500
		65	0.032 g	0.022 g
110		0.065 g	0.030 g	0.017 g
250		0.177 g	0.162 g	0.086 g

(0.10~0.15)g となる。ところで先に述べたたわみの式をもとにして、K-18 機関車荷重が単機走行する場合の吊橋の最大鉛直加速度を求めるとき表-2 のような数値例が得られ、車両がかなり高速で走行しないかぎり長径間吊橋自体の振動加速度は車両バネの作用を発現させるに至らないことが予測される。

以上の考察は吊橋全体としての振動対象を限定したものであり、軌条面の不整あるいは軌条の継目などの偶発的な原因および橋梁部材の局部的振動によって車両バネは作動するであろう。いまバネ上重量が定常振動しながら速度 v で走行する場合に一般力は、

$$Q_r(t) = (W + Q \cos pt) \cdot \Phi_r(vt) \quad \dots \dots \dots (27)$$

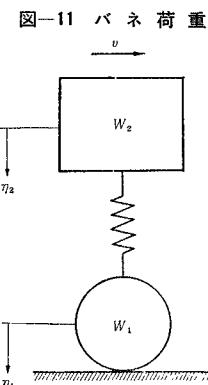
で表わされる。ただし、 $W = W_1 + W_2$ 、 W_1 はバネ下重量、 W_2 はバネ上重量（図-11）で、 p はその円振動数、 $Q = (W_2/g) \cdot a_{\max}$ である。

実際には走行車両の振動数は橋の振動加速度の変動により変化するが、橋の基本固有振動数が車両の振動数と大きく隔っておれば式(27)の仮定は妥当であることが確かめられた。そこで代表的な車両の数値として $Q/W = 0.55$ 、 $\psi = 8.6 \text{ rad/sec}$ を用い、二、三の数値計算を行なった結果、スパン 200 m 以下の比較的短い側径間では低速の際に車両の振動に起因する細かいたわみ変動が現われるが、スパン長の大きい径間では車両のバネ作用の影響は小さく、車両を一体の荷重とみなしてさしつかえないことが認められた。

実際の列車はバネ荷重の多数連続したものであるから、その振動の位相が一致することは考えられず、その効果はかなり相殺されるであろう。また吊橋の高次振動数が車両の振動数に接近したとしても、減衰作用も存在するので大きな振幅は生ぜず、現存の一般の鉄道橋と事情は似かよってくる。

(7) 軌条継目における衝撃

長径間吊橋上の鉄道にはロングレールの採用が考えられるが、たとえ長さ 25 m 程度の普通レールを連続して用いるとしても、高速走行時には吊橋の固有周期と共振して悪影響をおよぼすことは考えられず、低速走行の場合には作用衝撃力が小さいので問題にならない。車両は短い間隔の複数の車軸を有するので継目における衝撃力に



も位相差が存在すること、吊橋補剛げたの質量が大きいことも条件を有利にしていると考えられる。

4. 模型実験による検証

(1) 模型の相似則

前節に述べた事柄を検証するためにかなり規模の大きい模型実験を行なった。模型実験においては実物と完全に相似した模型を用いることが望ましいのはもちろんであるが、規模は大きいといっても全長 2 km にもおよぶ吊橋の模型は数十分の一あるいは百分の一程度に縮尺せざるを得ず、形状、剛性、力（重量）などすべての量を相似に保つことは技術上困難である。したがって本研究では鉛直たわみ剛度、力（重量）および振動特性の諸点にのみ相似を成立させることに努めた。

まず式（3）で定義した 2 個の無次元パラメーター ν, λ を模型と原型とでなるべく等しくなるようにし、かつ長さの縮尺率 n のほかに力の縮尺に関する slicing factor m を用いて、荷重、剛性、振動数などの原型と模型の諸元を対応させた。

減衰力の大小はこの種の動的実験の結果に大きな影響をおよぼすことが多いので、無次元量である対数減衰率を原型と模型とで一致させたい。しかしもともと原型たる長径間吊橋の減衰率も確定的なものでなく、模型においても種々の要因が複雑に組み合わさった減衰量を所定の値になるようにつくるのは不可能といってよい。そこ

表-3 研究対象とした実橋の諸元

記号	I	II	III	IV
主径間長: $l(m)$	540	800	1 100	1 400
補剛げた曲げ剛性: $EI(t \cdot m^2)$	3.23×10^8	3.09×10^8	3.31×10^8	3.53×10^8
ケーブル伸び剛性: $E_c A_c(t)$	1.90×10^7	2.38×10^7	2.88×10^7	3.44×10^7
補剛げた死荷重: $w_f(t/m)$	27.12	27.14	28.66	28.61
ケーブル死荷重: $w_c(t/m)$	9.96	10.26	15.34	18.22
全死荷重: $w(t/m)$	37.08	37.40	44.00	46.83
死荷重によるケーブル水平張力: $H_w(t)$	25 030	37 400	60 500	81 950
無次元パラメーター: ν	4.8	10.2	16.1	23.1
無次元パラメーター: λ	4.32	3.41	2.54	2.25

注) 刚性、死荷重は橋全幅についての値である。

で一般的には模型の構造減衰性はなるべく低くするよう努めた。

(2) 吊橋模型の諸元

吊橋の原型として表-3 に示すような主径間 540, 800, 1 100 および 1 400 m の 4 種の道路・鉄道併用橋を選んだ。これらの諸元を前項の相似則にしたがって縮尺したものを基準型とし、研究の必要上、模型の補剛げた死荷重を変え、あるいは連続補剛げた、各種のステイを採用するなどの変化を与えるようにした。

吊橋模型の主径間は 8 または 14 m で、縮尺率 n は 67.5 と 100 の間にある。ケーブルはワイヤ製作上の都合から $E_c A_c = 6 \times 10^4 \text{ kg}$ の芯入りより線ワイヤを用いることになったため、前項の slicing factor m の値はこの方から決定されることとなった。模型の種類と諸元は表-4 に示すとおりで、ここに模型記号の最初のギリシャ数字はその模型の表-3 における原型への対応、つぎのアルファベット文字はその中の模型の種類（たと

表-4 吊橋模型の諸元

模型記号	スパン $l_1 + l + l_1$ (m)	L_E (m)	補剛げた曲げ剛性 EI (kg·m ²)	ケーブル死荷重 w_c (kg/m)	補剛げた死荷重 w_f (kg/m)	全死荷重 w (kg/m)	ケーブル剛性 $E_c A_c$ (kg/m)	ケーブル水平張力 H_w (kg)	パラメーター ν (—)	パラメーター λ (—)	備考
I A-X	8.0	9.06	231	4.76	10.81	15.57	1.136×10^5	155.6	6.6	6.4	—
I B-X	8.0	9.06	563	4.76	15.06	19.82	1.136×10^5	198.2	4.8	5.0	—
I B-Y	$2.75 + 8.0 + 2.75$	15.61	563	4.76	15.06	19.82	1.136×10^5	198.2	4.8	2.9	フレキシブル塔
I C-Y	$2.75 + 8.0 + 2.75$	15.61	主 231 側 563	4.76	14.71	19.47	1.136×10^5	194.6	7.4	3.0	—
II A-X	8.0	9.06	170	4.76	10.58	15.34	1.136×10^5	153.4	7.6	6.5	—
II A-Y	$27.5 + 8.0 + 2.75$	16.8	170	4.76	10.58	15.34	1.136×10^5	153.4	7.6	3.5	—
II B-Y	$27.5 + 8.0 + 2.75$	16.8	170	4.76	14.13	18.89	1.136×10^5	189.0	8.4	2.8	—
II C-X	8.0	9.06	170	4.76	17.67	22.43	1.136×10^5	224.4	9.2	4.5	—
II D-X-(C)	8.0	9.06	152	4.76	18.01	22.77	1.136×10^5	227.2	9.8	4.4	鋼 げた
III A-X	14.0	16.1	204	5.06	8.84	13.90	1.136×10^5	244.0	15.3	4.1	—
III A-Y	$5.0 + 14.0 + 5.0$	29.0	204	5.06	8.84	13.90	1.136×10^5	244.0	15.3	2.3	—
III B-X	14.0	16.1	231	5.94	10.69	16.63	1.340×10^5	291.0	15.7	4.0	—
III B-X-T	14.0	16.1	231	5.94	10.69	16.63	1.340×10^5	291.0	15.7	4.0	—
III B-Y	$5.5 + 14.0 + 5.5$	29.0	231	5.94	10.69	16.63	1.340×10^5	291.0	15.7	2.2	フレキシブル塔
III B-Y-T	$5.5 + 14.0 + 5.5$	29.0	231	5.94	10.69	16.63	1.340×10^5	291.0	15.7	2.2	—
III B-Y-R	$5.5 + 14.0 + 5.5$	29.0	231	5.94	10.69	16.63	1.340×10^5	291.0	15.7	2.2	—
III B-Z	$5.5 + 14.0 + 5.5$	29.0	231	5.94	10.69	16.63	1.340×10^5	291.0	15.7	2.2	連続補剛げた
III B-Z-T	$5.5 + 14.0 + 5.5$	29.0	231	5.94	10.69	16.63	1.340×10^5	291.0	15.7	2.2	—
III C-X	14.0	16.1	231	5.94	17.78	23.72	1.340×10^5	415.0	18.8	2.2	—
IV A-X	14.0	16.1	123	6.62	9.76	16.38	1.136×10^5	286.0	20.9	3.5	—
IV A-Y	$5.0 + 14.0 + 5.0$	29.0	123	6.62	9.76	16.38	1.136×10^5	286.0	20.9	1.9	—

注) 1) ケーブル死荷重、水平張力、剛性などすべて橋全幅についての値である。

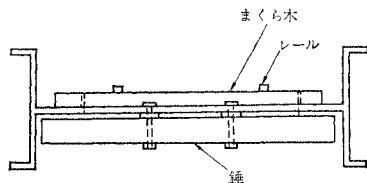
2) 主径間のケーブルのサグ・スパン比 (f/l) はすべて 1/10 とした。

3) 中央の吊材長は I, II で一部 1.2 cm としたほかはすべて 4 cm である。

えば死荷重を変えたもの), 3番目の X, Y, Z の各記号はそれぞれ単径間, 側径間を有する単純支持補剛げた, 同じく連続補剛げたの別を示す。そして最後に C の記号のあるのは center diagonal stay 付き, T は tower stay 付き, R は cable stay 付きであることを意味する。

補剛げたは真ちゅう製の H 形断面で, 床に模型車両走行用のレールを設け, 相似性を保たせるため付加重錘を剛性に影響を与えないように取付けた。補剛げた断面の一例を図-12 に示す。また吊橋上を荷重を一定速度で走行させるため模型の前後に補助走路を設けた。

図-12 模型補剛げた断面



(3) 車両模型

a) 列車荷重

試験用の模型車両は平滑走行させることを意図して車輪の周間に硬質ゴムタイヤを付け, 車輪と車軸の間にはペアリングをそう入するとともに, 動力は車両自体には負荷せず, 吊橋模型と隔離したけん引装置で走行させた。列車模型は図-13 に示す 2 軸車両を I, II 型吊橋模型では 8 両 (全長 1.6 m), III, IV 型では 20 両 (4.0 m)

図-13 模型車両側面図

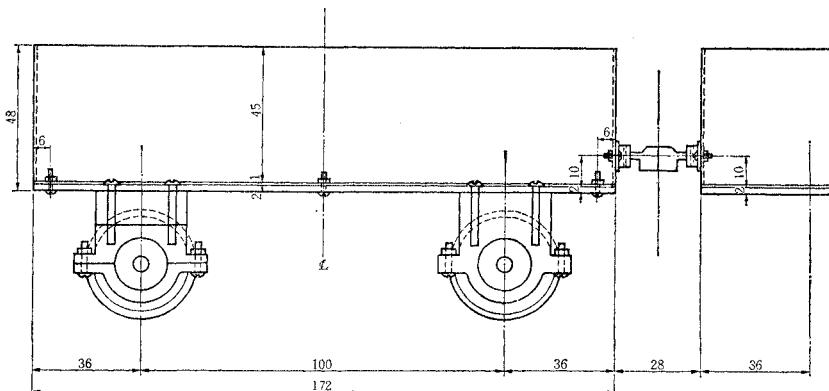
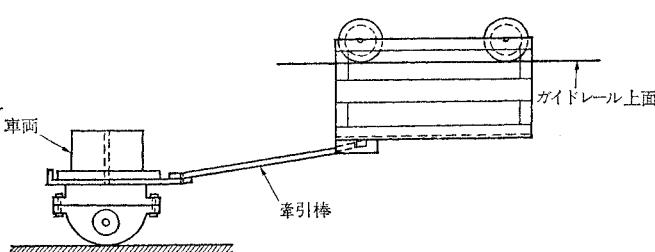


図-14 1 軸車両



連結したもので, 1 両の重量は 1 kg (実物で約 250 t), 軸距は 10 cm である。

b) 集中走行荷重

単機走行の実験では 2 軸車両の 4 輪を常にレール面に密着させることができずだったので, 図-14 に示すようなガイド車輪で引かれる 1 軸車両を採用した。車軸, 車輪の構造は前記 2 軸車両と同様である。

c) バネ支持荷重

1 軸車両の上部車体と台車の間に板バネをそう入したバネ荷重の走行実験は吊橋模型 IB および III B についてのみ行なった。バネ上荷重 $W_2 = 0.50 \text{ kg}$, バネ下荷重 $W_1 = 0.34 \text{ kg}$ で, $W_2/W_1 = 1.5$ は実物におけるよりかなり低い値にせざるを得なかったが, 用いた数種の板バネに対する動的特性は表-5 に示すとおりで, 大部分は実物とかなりよく対応したものである。

表-5 模型車両バネの動的特性

吊橋模型	バネ番号	固有振動数 (cps)	実物に換算した 振動数 (cps)	対数減衰率
III B	1	16	1.8	0.24
	2	18	2.0	0.08
	3	23	2.6	0.44
	4	28	3.1	0.26
	5	48	5.2	0.18
IB	6	18	2.0	—
	7	32	3.5	—

d) 鎧打走行荷重

同じく 1 軸車両にのみ車輪に重量 $\bar{w} = 12 \text{ gr}$, 偏心距離

$e = 1.05 \text{ cm}$ の不平衡重錘を付し, 鎧打荷重とした。

したがって鎧打力は走行速度 $v (\text{cm/sec})$ のさい $Q (\text{gr})$

$$= \left(\frac{\bar{w}}{g} \right) e (2\pi)^2 \left(\frac{v}{2\pi R} \right)^2 \\ = 1.26 \times 10^{-3} v^2$$

となり, $v_{\max} \approx 5 \text{ m/sec}$ 程度まで実験したので最大鎧打力は車両重量の 30 %以上に達している。しかし実車の走行速度を 120 km/hr と想定すれ

ば, Q は車両重量の約 15 % に相当する。

(4) 吊橋模型の動的特性

予備実験として各模型について静的載荷試験と自由振動実験を行なった。集中荷重載荷によって補剛げた主要点に生じるたわみと曲げ応力を測定する静的試験は模型の機能を較正する目的で実施したもので, 線形度理論による計算値といずれも実用上十分な精度で一致することが確かめられ

たが、その結果はここでは省略する。

自由振動実験は吊橋模型の動的特性としての固有振動数および対数減衰率を測定することを目的としたもので、主要な模型については10次以上の非常に高次の振動まで実験を行なった。

a) 固有振動数

若干の模型では低次の固有振動数が理論計算値とよい一致を示さなかったものがある。これは測定上の誤差、模型諸元の数値上の誤差のほかに、理論上の仮定の当否が問題となる。すなわち対称型振動形では式(1)の仮定、逆対称型振動形では吊材傾斜の影響、補剛げたの橋軸方向移動の影響が、また3径間吊橋の対称型振動形では主径間と側径間の連成が正しく具現されているかどうかが誤差の原因となりうる。一方、高次振動については式(1)のように振動形を正弦関数1項で近似しても固有振動数の計算における誤差は数パーセントを越えないことが確認された。

その他一般的な性質について簡単に述べれば、補剛げたを連続構造にすると固有振動数はわずかに増すがそれほど変化はない。連続補剛げたを用いることの利点は、吊橋全体としての剛度を高めるよりも支点付近の補剛げたの折れ角などを抑制することにあると考えられる。center diagonal stay は長径間吊橋におけるように補剛げたの両支点が橋軸方向に移動自由であれば、たわみ变形にはほとんど影響を与えないはずである。しかし模型実験では支点にある程度の摩擦抵抗のあるためか、あるいは補剛げたの慣性抵抗のためか、逆対称1次振動にはかなりの影響を与えている。また tower stay または cable stay はその取付け位置によって影響をうける振動形およびその影響の度合は若干異なる。どちらかといえば低次の逆対称振動形が大きな影響をうける。

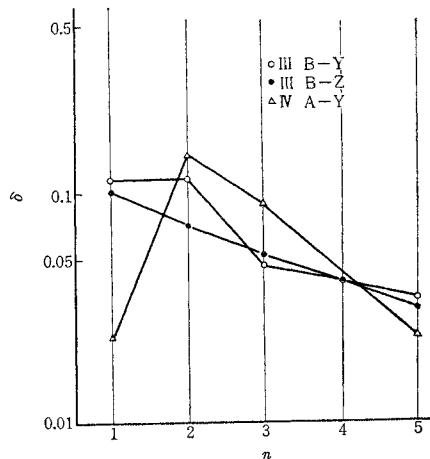
b) 対数減衰率

対数減衰率は振幅にかかわらずほぼ一定とみなしうる場合がほとんどであったが、振幅が減少するにつれて減衰率が増す例があるかと思えばその逆の傾向を示すものもあり、対数減衰率と振動振幅の関係はいちがいに結論づけられない。

いくつかの例外を除けば慣用形式の吊橋模型では対数減衰率の値は0.01から0.08の間にあり、2.で述べた実橋における推定値とほぼ同等であるといえる。また高次振動になども必ずしも減衰率は高くならず、図-15の若干の例に見られるように、かえって振動次数が高くなるとともに対数減衰率は減少し、6次以上の非常に高次では一定の値に漸近する傾向を示すものがほとんどである。

連続補剛げたを採用しても対数減衰率は若干増す傾向があるだけでほとんど変化しないと考えられる。一方、center diagonal stay または tower stay を併用すると

図-15 振動次数(n)と対数減衰率(δ)



特定の次数の振動減衰性はかなり増大する。しかしながら、cable stay はかえって減衰性を低める傾向のあることは注目される。模型実験によれば、stay と塔で囲まれる部分が一体となって振動し、その慣性のために振動が持続するような現象が認められた。

(5) 平滑走行荷重による動的効果

3.に述べた理論的推論の裏付けを得るために、また特に理論上厳密な定量的評価のしにくい走行質量および波動伝播の影響の程度を知るため、荷重走行に伴う吊橋模型の振動を測定、記録した。その一例を図-16に示す。ここに $\eta(x)$, $M(x)$ はそれぞれ x 点における補剛げたのたわみ、曲げモーメントを指す。この例は荷重が非常に早い速度で走行した場合のオシロ記録であるが、他の場合も通観してつぎの事実が認められた。

1) $l/4$ 点の振動で支配的なものはやはり逆対称最低次($r=2$)の振動であって、他種の振動はごくわずかな寄与をするにすぎない。

2) $l/2$ 点においては対称1次または3次の振動が主体であり、荷重退出時に近くなつて高次の振動がいくらく含まれるようになる。

3) 側径間における振動も側径間に關しての最低次振動形が主体で、高次振動の寄与はきわめて小さい。

4) 集中荷重の場合にくらべて、列車(連行)荷重が走行した場合の振動的現象はおだやかである。これは本実験においては、模型車両が8両であっても20両編成であってもさして変わりない。

5) 曲げモーメント記録にはたわみ記録におけるとは異なつて高い振動数の不規則な波が顕著に混入する。これらは吊橋模型の高次振動を見るならばきわめて高次のものであり、模型の構造上の特殊性によるものであるかもしれない。これらの不規則波形の振幅は連行荷重が走行する場合には大きくならない。

以上の結果より、支配的な振動は低次の規準関数に限

図-16 平滑走行荷重による吊橋模型振動記録の例
(Model : I B-Y, $v=8.6 \text{ m/sec}$)

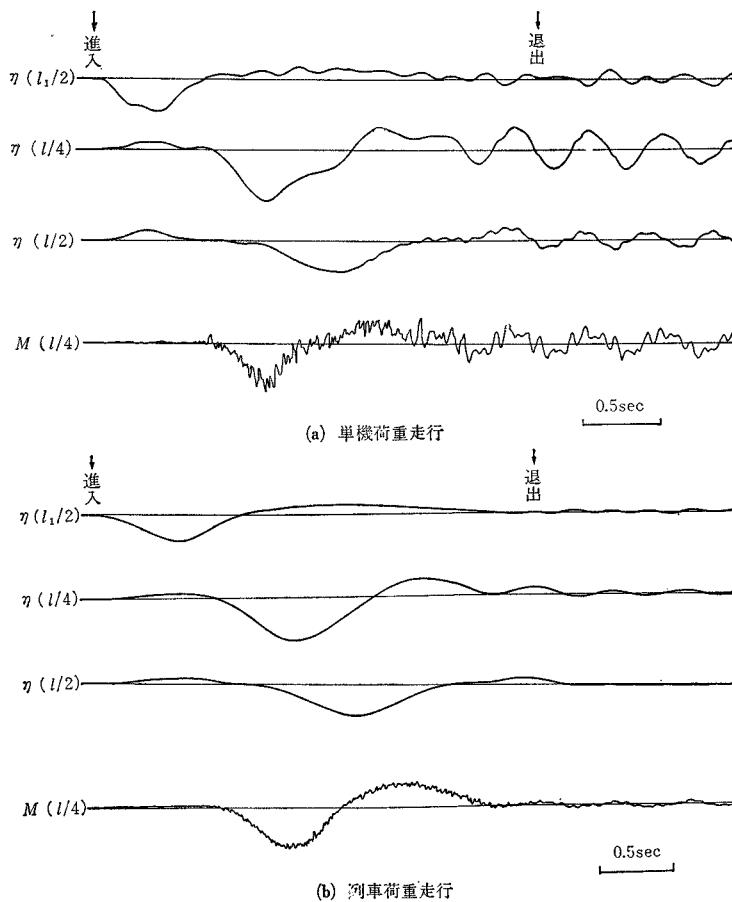
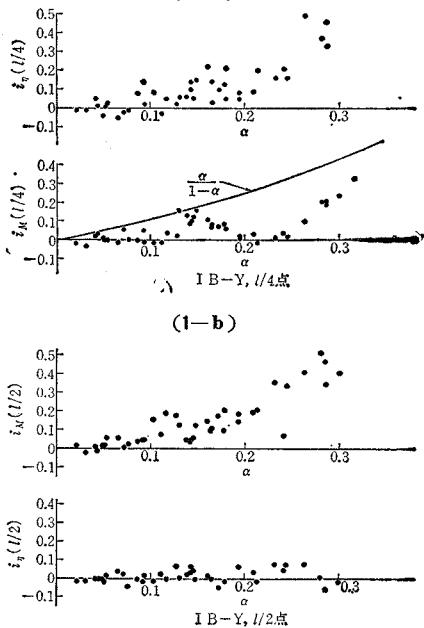


図-17 集中荷重走行に伴う衝撃係数実験結果
(1-a)

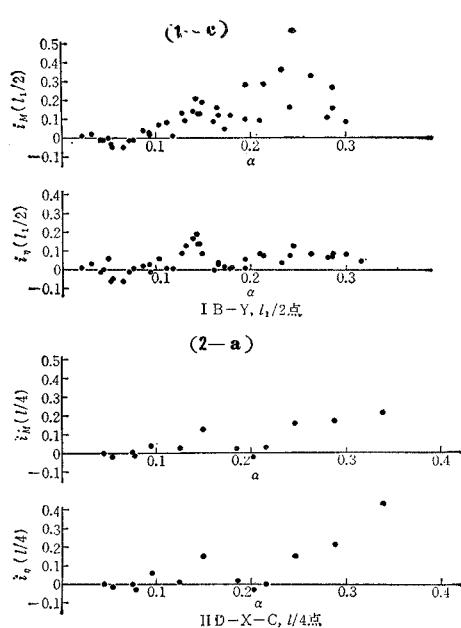


つきは避けられなかった。ばらつきが $l/4$ 点では少な

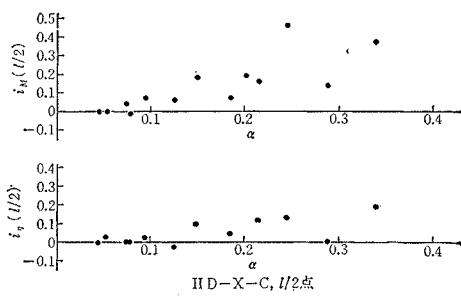
られること、波動伝播は対象とした範囲内では影響が小さいことなど理論的取扱いの妥当性が確認された。

実験から得られた結果はそれぞれ式 (14), (13) で定義した速度パラメーター α と衝撃係数 i の関係で整理した。結果のすべては紙面の都合で示せないが、集中荷重走行の場合の代表的なものを図-17 に掲げる。横軸で α と記したのは式 (14) の前半で $r=1$ とおいたものである。一方、縦軸において $i_\eta(x)$, $i_M(x)$ はそれぞれ x 点における補剛げたのたわみ、曲げモーメントの衝撃係数を示す。先に理論計算の例としてあげた図-6, 7 と少し異なり、図-17 の i は式 (13) の η_d として動的最大幅わみをとっているので、 $\alpha - i$ 曲線の谷の部分の値はやや高くなっている。しかし、たとえば 3 径間吊橋の $i_\eta(l/4)$ を示す図-6 (a) と図-17 の (1-a) を比較すれば当然ながらよく合致していることが認められる。

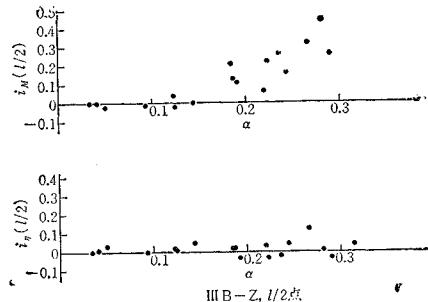
模型実験ではレール構造と車両けん引の両面に多少無理があるため、場合により滑らかな荷重の走行がむずかしく、どうしても測定値のばら



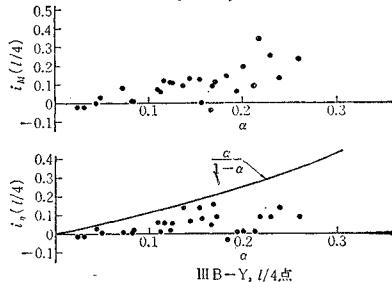
(2-b)



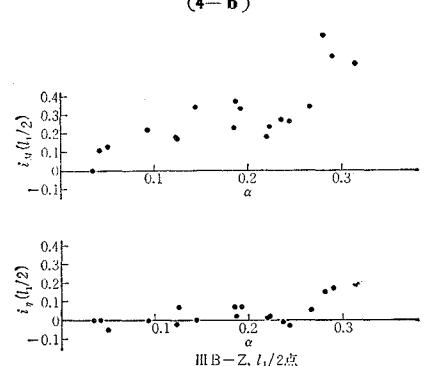
(4-a)



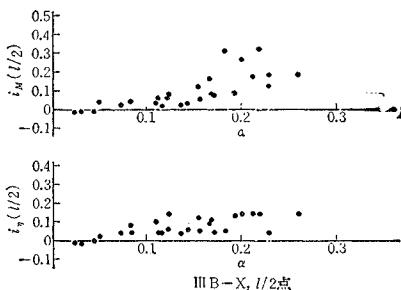
(3-a)



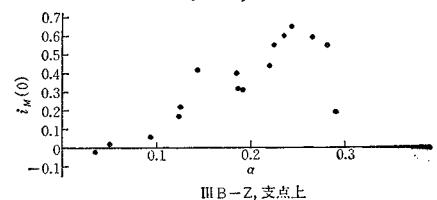
(4-b)



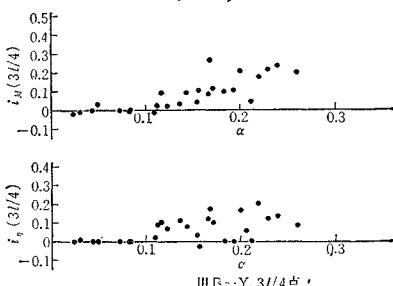
(3-b)



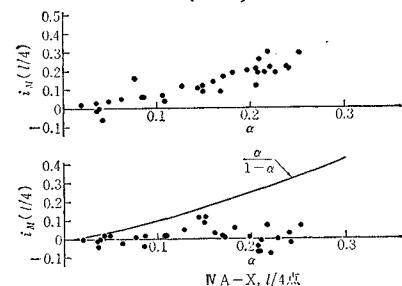
(4-c)



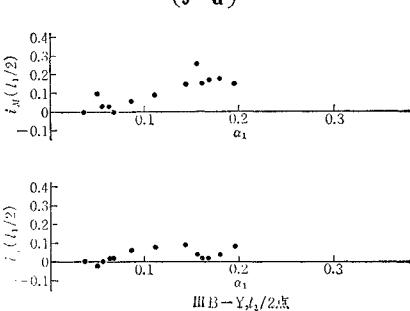
(3-c)



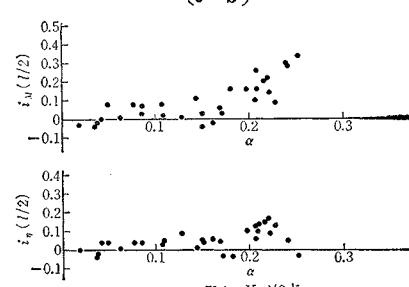
(5-a)

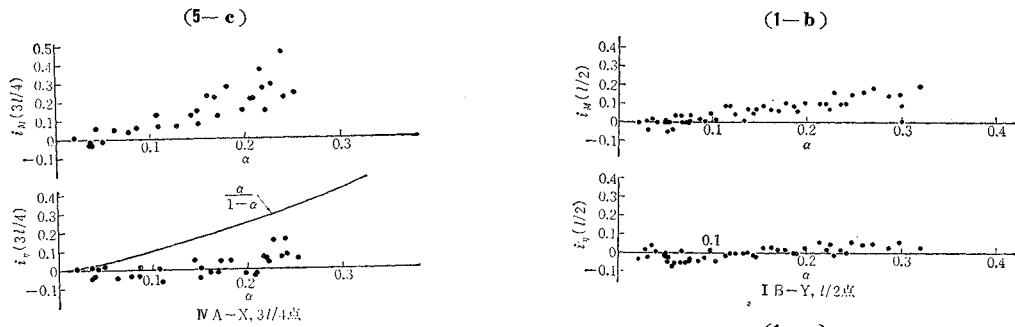


(3-d)



(5-b)





く、荷重が進行するにつれて $l/2$ 点、 $3l/4$ 点で顕著となるのはこの間の事情を示すものである。他方、補剛げたの曲げモーメントに対する衝撃係数 i_M においては測定値のばらつきが非常にめだつのは、図-16 のオシロ記録例に見られるように、動的曲げモーメント記録には不規則な波が混入しているためである。

模型実験の結果からも、吊橋の衝撃係数の値は先に 3. で考察した事項がほぼ裏付けられたものと考えられる。

集中荷重走行の場合、図-17 のいくつかのグラフに示したように、 $\alpha/(1-\alpha)$ 曲線は $i(l/4)$ の上限を与える。 $l/2$ 点、 $l_1/2$ 点などにおける衝撃係数は $l/4$ 点におけると同等かやや低めの値をとる。曲げモーメントの衝撃係数はばらつきは著しいが、たわみの衝撃係数よりやや大きめと見ておけばよい。連続補剛げたにおける曲げモーメントの衝撃係数が大きかったのは注目されるが、理論的な説明は現在のところ見当たらない。

列車（連行）荷重が走行する場合の模型実験の結果はこれもすべては再録できないので、代表例を図-18 に示す。これらより考察される事項としては、

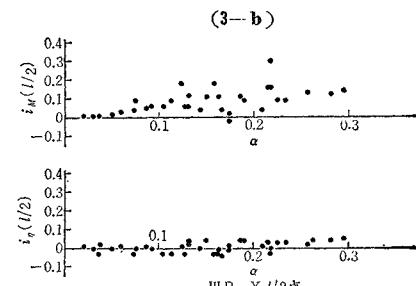
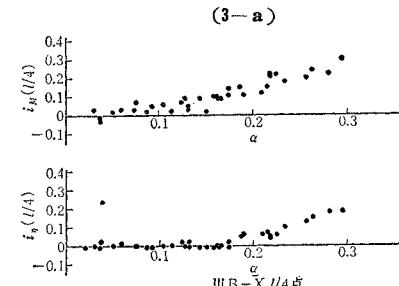
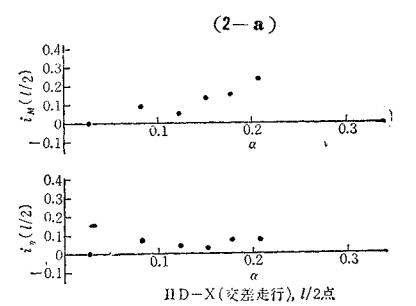
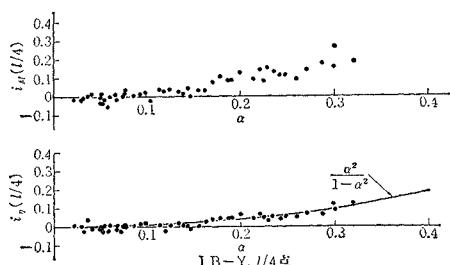
1) 衝撃係数曲線の形は理論計算例として示した図-9 と比較して振幅が小さく、どちらかといえば単調に増していく傾向にある。これは集中荷重の場合と同じく動的最大たわみを用いて衝撃係数を計算したためである。

2) 測定値のばらつきは図-16 のオシロ記録からも推察されるように、集中荷重におけるよりは顕著でない。

3) 3.(2) に述べたように、衝撃係数は確かに集中荷重の場合よりかなり低い値となっているが、特に曲げモ

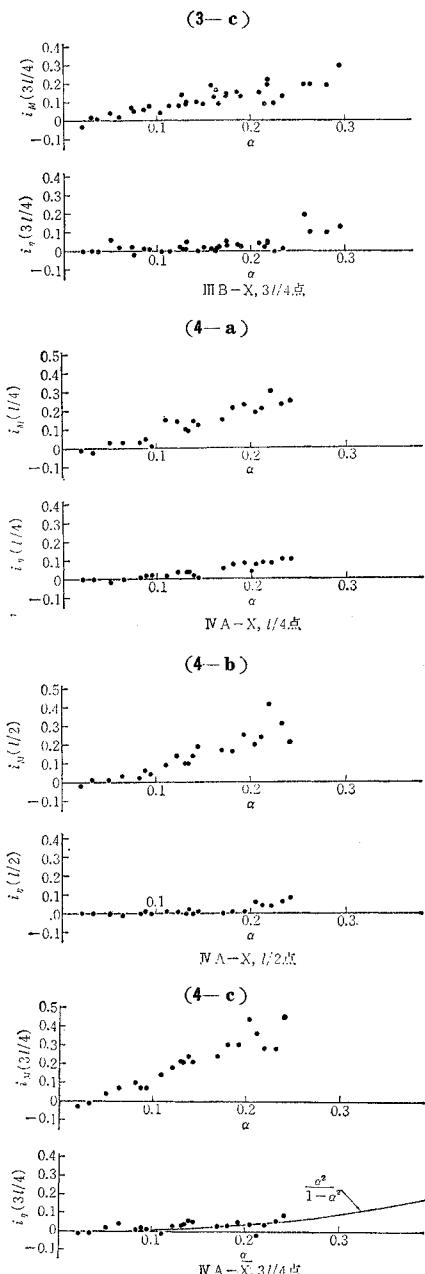
図-18 列車荷重走行に伴う衝撃係数実験結果

(1-a)



メントにおいては理論的に推算したよりは若干大きめである。

4) 複線軌道上を列車がすれ違う（交差）走行する場



合も、一、二実験したが、単線走行の場合と衝撃係数のうえで差があるとは認められなかった。

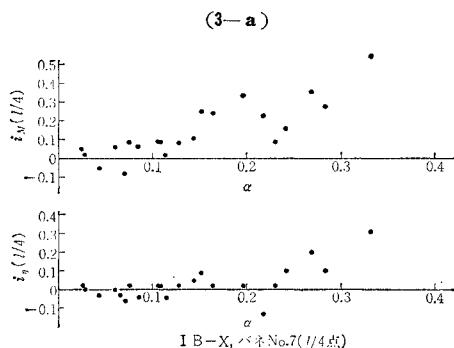
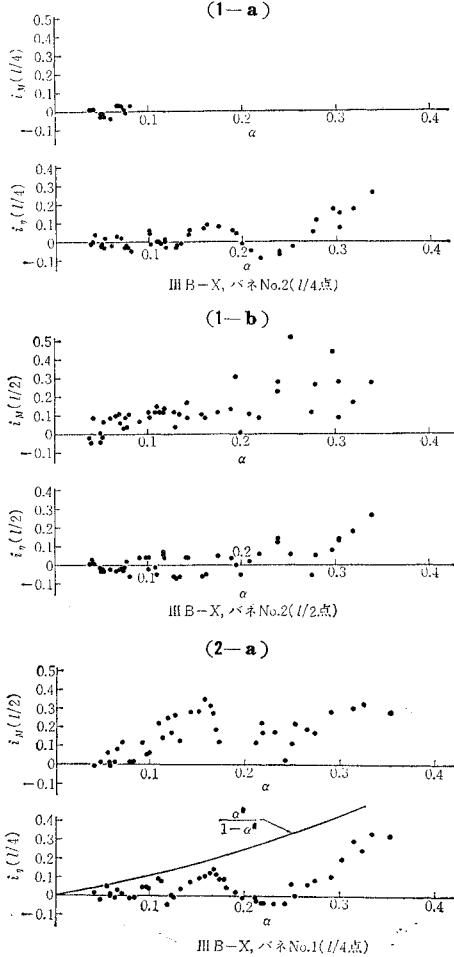
(6) バネ荷重の走行実験

4.(3) c) に説明したバネ上重量付きの 1 軸車両を吊橋模型 I B-X および III B-X 上に走行させた場合の衝撃係数測定値を図-19 に示す。バネのない車両の走行実験結果と対比して、車両バネの有無、この程度(表-5)のバネ定数の変化は長径間吊橋の動的応答にほとんど影響を与えないことが確認された。

(7) 鎧打荷重の走行実験

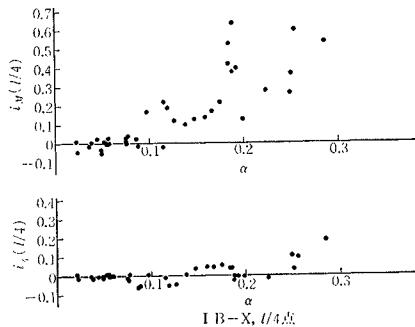
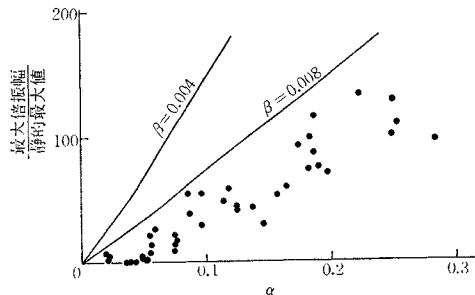
4.(3) d) に述べた模型鎧打荷重の走行実験もやはり吊

図-19 バネ荷重走行に伴う衝撃係数実験結果
(1-a)



橋模型 IB-X, III-B-X について実施した。結果の一例は図-20 に示すとおりで、たわみの衝撃係数は錐打力のない場合とそれほど差異はないが、曲げモーメントの衝撃係数はかなり大きく、測定値のばらつきも顕著である。しかしながらこの曲げモーメントの測定結果を図-21 のように再整理して、図中に実線で示した式(24)よりの計算値と比較してみると、この模型の実際の減衰率($\delta=0.02$)から考えて理論値の方がかなり安全側(すなわち大きめ)の結果を与えていることが推察される。

図-20 錐打荷重走行に伴う衝撃係数実験結果の一例

図-21 錐打走行荷重による動的効果
(IB-X, $M(l/4)$)

5. 結論

(1) 走行荷重に対する吊橋の動的応答

本論文では車両、特に鉄道車両が走行する場合の長径間吊橋の動的挙動を扱った。動的効果をもたらす要因はいくつかあるが、その中でも平滑高速走行荷重による速度効果が支配的であり、車両バネ、車輪の錐打力などの影響は長径間吊橋ではほとんど無視できる程度のものである。

走行荷重による動的効果は長径間吊橋でももちろんスパンの長いほど、荷重の走行速度の小さいほど減少する。この研究からは主径間 600 ないし 1500 m の吊橋上を荷重が 150 km/h 以下の速度で走行するかぎり、吊橋には有害な振動を生じないことが確認された。連続補剛げたを用いるとか、各種の斜張索を併用するとかして吊橋の性質を改善しようとすることは有益ではあるが、走行荷重による動的効果という面では本質的な変化はないようと思われる。

もし車両が 200 km/h 以上というような、非常に高速で走行する場合には、補剛げたに沿っての波動伝播あるいは走行質量の影響も無視できなくなろうし、衝撃係数そのものも急激に増大するおそれがある。

(2) 衝撃係数

設計に用いる衝撃係数は本来設計活荷重と関連して定められるべきものである。長径間道路吊橋の設計活荷重は理想化された体系と荷重強度を用いるのが普通で、実際の載荷状態とは異なるので衝撃係数は考慮しないことが多いが、鉄道吊橋の設計には本研究の結果より判断して衝撃係数を考慮するのが妥当であろう。分布荷重による衝撃係数は集中荷重によるそれよりもかなり小さい。ここに示した理論的および実験的研究の結果から、前述のスパンおよび走行速度の範囲内で長径間鉄道吊橋の補剛げたの設計には 0.15 程度の衝撃係数を考えておけば安全と思われる。もし道路と併用の吊橋として設計するときは衝撃係数は設計活荷重を勘案して若干減少させるべきであろうし、複線鉄道橋の場合も列車のすれ違い走行がもっとも不利になる場合の確率が低いことから衝撃係数の低減が許されよう。

吊橋の主ケーブル、塔およびアンカレージにはすでに大きな死荷重応力が作用しており、振動による応力増分は非常に小さいので、衝撃係数は考慮しなくとも実用上さしつかえないと考えられる。

参考文献

- Hirai, A. and Ito, M. : "Impact on Long-span Suspension Bridges." Proc. Symp. on High-rise and Long-span Structures, Japan Soc. Promotion of Science (1964)
- Hirai, A. and Ito, M. : "Dynamic Effects produced by Trains upon Suspension Bridges." Proc. Int. Symp. on Susp. Bridges, Lisbon (1966)
- Klöppel, K. and Lie, K.H. : "Lotrechte Schwingungen von Hängebrücken." Ing. Archiv, 13 (1942)
- Vellozzi, J.W. : "Transverse Vibrations of a Single-span Suspension Bridge under a Moving Constant Force or a Moving Pulsating Force." Ph.D. Dissert., Rensselaer Polytech. Inst. (1961)
- たとえば Bleich, Fr. et al. : "The Mathematical Theory of Vibrations in Suspension Bridges." Dept. of Commerce, Bureau of Public Roads, U.S. Gov. (1950)
- 伊藤 学・片山恒雄：橋梁構造の振動減衰、土木学会論文集、第 115 号(昭.40.5)
- Walker, W.H. and Veletos, A.S. "Response of Simple-span Highway Bridges to Moving Vehicles." Str. Res. Ser. No. 272, Univ. of Illinois (1963)
- Panovko, Y.G. and Guvanova, I.I. : "Stability and Oscillations of Elastic Systems." Chap. VII, Consultants Bureau, N.Y. (1965)
- Hirai, A. : "Aerodynamic Stability of Suspension Bridges under Wind Action." Proc. Japan Academy, 31-9 (1955)
- Chadenson, L. : "Essais sur les theories aerodynamiques relatifs aux ponts suspendus." Annales ponts et chaussees (1957)
- Inglis, C.E. : "A Mathematical Treatise on Vibrations in Railway Bridges." Cambridge Univ. Press (1934)

(1967.4.6・受付)