

活荷重に対する道路橋の動的応答 —衝撃係数—に関する考察

DYNAMIC RESPONSE OF HIGHWAY BRIDGES DUE TO
LIVE LOAD BY SPECTRAL ANALYSIS

山田 善一*・小堀 為雄**
By Yoshikazu Yamada and Tameo Kobori

1. まえがき

移動荷重による橋梁の動的性状に関しては、古くから研究が行なわれ、主としてけた上を通過する荷重による振動問題として理論的実験的研究がなされてきた。特に最近では、電子計算機による各種の数値解析が可能になり、けたの振動問題から進んで橋と荷重との連成振動の問題にまで発展した研究が行なわれている。その代表的な研究はイリノイ大学における一連の研究であろう。またこれらの理論は連続けた、ゲルバーけた、さらには板構造や格子けたにまで発展させこの方面の研究に画期的進歩をもたらしている^{1)~12)}。

また実験的研究としては古くは、アメリカおよびイギリスにおける鉄道橋の研究(1907~1920)¹³⁾など、衝撃が大きいとされている鉄道橋についておもに行なわれ、わが国においても国鉄技術研究所を中心に多くの研究¹⁴⁾が行なわれた。さらに近年測定技術の進歩により道路橋においても新しく完成された橋梁などについて走行振動試験が行なわれている。またアメリカにおいて AASHO Road Test¹⁵⁾として実物大の大規模な実験的研究がなされている。

以上これらの理論的実験的研究のほとんどは1台の自動車による振動問題を取り扱っているものであり、振動問題として有意義な研究成果を提出しているのであるが、橋梁の設計に用いる設計衝撃係数は荷重が担当密に載荷している場合に対する値であって、ごく短スパンの橋や橋床などをのぞき1台の自動車による振動がただちに設計衝撃係数とむすびつかない。

このことから、この論文は道路橋と自動車の振動に不規則振動論を応用して、同時に載荷する自動車の数が増えると荷重が橋けたに与える動的効果が小さくなるということを明らかにし、実際の設計活荷重に近い状態の橋けたの振動性状を説明したものであ

る。

この場合設計活荷重は自動車はかなり密に載荷されていることを考慮し、動的影響を与える各種の要素、たとえば路面の不整、走行速度の影響(走行速度と自動車の振動の関係)などは荷重のパワースペクトル密度に含めて考えて、簡単のために荷重は固定した位置で、走行中の不規則な振動を橋けたにおよぼすものとしている。しかし、実際の荷重は走行しているから速度の影響(走行速度と橋けたの動的応答の関係)も考慮し、移動荷重とすることも考えられるが、その場合は荷重間隔と速度との関係などについての考察も必要となり、本論文では、特にスパン長に対する動的影響の遞減に注目しているので計算の仮定として荷重の作用位置を固定して考えた。

さらに、同様の計算はシミュレーションの手法を用いて電子計算機で求めた結果をまえに発表している¹⁶⁾本論文の最後でこれらの結果および2,3の実験結果をもとに設計衝撃係数についての考察を行なった。

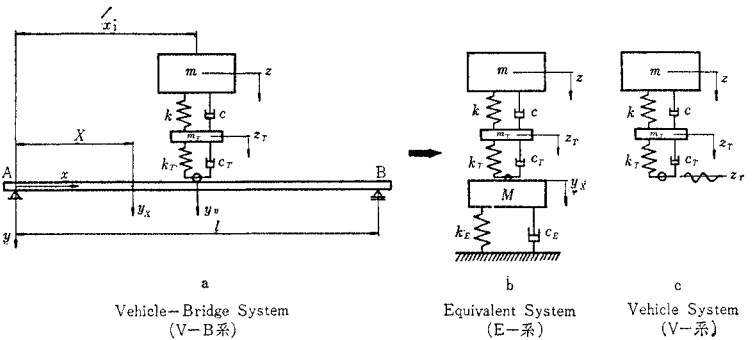
2. 運動方程式と等価振動系

自動車の振動系については図-1に示す2自由度系として解析を進めるが、橋けたは多自由度系であるので解析を単純化し、明確にするために、ここでは以下に示すような等価振動系を考える。

(1) 運動方程式

さて、自動車と橋けたの振動模型を図-1に示す。この系の運動方程式は従来多くの研究者によって提案されているが、ここでは、Timoshenko⁶⁾や Biggs¹²⁾などに

図-1 振動系模型



* 正会員 工博 京都大学助教授
工学部土木工学科
** 正会員 工修 金沢大学助教授
工学部土木工学科

よって導かれた最も単純な方法を用いる。すなわち単純ばりの2次以上の高次振動の影響を無視すると、その動たわみ曲線 y は次式で与えられる。

$$y = \frac{q(t)}{K} \sin \frac{\pi x}{l} \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 l は橋けたのスパン長、 K は橋けたの剛比に關係するパラメーターであり、ここでは $(\pi/l)^4 EI l/2$ を用いている、 $q(t)$ は時間のみに關係する関数であり一般座標とよばれている、 x は橋けたの一方の支点上を基準にして測った橋けたの水平方向の座標である。ここで問題を簡単にするために単純ばりの1次振動のみをとりあげたが式(1)の形を適当にえらぶことにより、他の支承条件の場合や高次振動が問題となる長スパンの連続形式の橋梁に理論を拡張することも可能である。

さて、橋けたの動たわみ曲線を式(1)のように仮定して、エネルギー法から図-1のVehicle-Bridge System(以下V-B系という)の運動方程式を求めると、

$$\frac{wl}{2Kg} \ddot{q} + \frac{\beta w p_0 l}{Kg} \dot{q} + \frac{EIl}{2K} \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 q - \{k_T(z_T - y_v) + c_T(\dot{z}_T - \dot{y}_v)\} \sin \frac{\pi x_1}{l} = 0 \dots\dots\dots(2)$$

$$m\ddot{z} + k(z - z_T) + c(\dot{z} - \dot{z}_T) = 0 \dots\dots\dots(3)$$

$$m_T \ddot{z}_T + k(z_T - z) + c(\dot{z}_T - \dot{z}) + k_T(z_T - y_v) + c_T(\dot{z}_T - \dot{y}_v) = 0 \dots\dots\dots(4)$$

となる。ここで、自動車のタイヤは必ず路面に接触しているとすれば式(2)~(4)で、

$$y_v = y(t, vt) + z_0(t) \dots\dots\dots(5)$$

が成立する。ここに y_v は橋けたおよび橋面の凹凸を含めたタイヤ接地面の鉛直変位を表わす、 $y(t, vt)$ は荷重作用点のけたの鉛直変位で、 z_0 はその点における橋面の凹凸を表わす。以下に式(2),(3)および(4)の記号について述べる。

w および β はそれぞれ橋けたの単位長さ当り重量および減衰定数(≡対数減衰率/2π)を、 p_0 は橋けたの固有振動数を表わす。 m および m_T は自動車のばね上およびばね下質量を、 k および c は懸架部のばね定数および減衰係数を、 k_T および c_T はタイヤ部のばね定数および減衰係数を示す。 z および z_T は自動車のばね上質量およびばね下質量のそれぞれの変位を示す。

(2) 等価振動系

式(2)において支点から X なる距離にある点を考えよう、この場合点 X のけたの動たわみは式(1)より、

$$y_X = \frac{q(t)}{K} \sin \frac{\pi X}{l}$$

と表わされる。点 X に関する運動方程式は式(2)の両辺に $\sin(\pi X/l)$ を乗ずることによって導かれる。

$$\frac{wl}{2g} \ddot{y}_X + \beta \frac{w}{g} l p_0 \dot{y}_X + \frac{EIl}{2} \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 y_X$$

$$- \{k_T(z_T - y_v) + c_T(\dot{z}_T - \dot{y}_v)\} \times \sin \frac{\pi x_1}{l} \sin \frac{\pi X}{l} = 0 \dots\dots\dots(6)$$

上式の y_X, \dot{y}_X および \ddot{y}_X に関する係数をそれぞれ、 $M = wl/2g$, $c_E = \beta w l p_0/g$, $k_E = (EIl/2)(\pi/l)^4 \dots\dots\dots(7)$

とすれば、式(6)は図-1(b)で表わされる振動系の運動方程式を示している(M にかかる外力に $\sin(\pi x_1/l) \cdot \sin(\pi X/l)$ がかかっている)。そこでこの系をV-B系の等価振動系(以下E-系とよぶ)とみなすことができる。

以上から以後の解析は等価振動系について行なう。

3. 不規則外力に対する応答の計算

説明の便宜上等価振動系の運動方程式(6)の測点 X および荷重の載荷点 x_1 をともにスパン中点にえらぶことにする。この時の等価振動系の運動方程式は、

$$M\ddot{y}_c + c_E \dot{y}_c + k_E y_c - \{k_T(z_T - y_v) + c_T(\dot{z}_T - \dot{y}_v)\} = 0 \dots\dots(8)$$

$$m\ddot{z} + k(z - z_T) + c(z - \dot{z}_T) = 0 \dots\dots\dots(9)$$

$$m_T \ddot{z}_T + k(z_T - z) + c(\dot{z}_T - \dot{z}) + k_T(z_T - y_v) + c_T(\dot{z}_T - \dot{y}_v) = 0 \dots\dots(10)$$

として表わされる。

いま、この振動系の y_c, z または z_T のいずれか1つの変位に振動を与えるとすれば、この振動によって他の2つの変位は振動を誘起される。しかし、橋上を走行する自動車によるこの種の振動はいずれの振動変位も独立ではなく互いの連成振動である。そこでまず等価振動系の M を完全な剛体支持された図-1のV-系について、(i)まず入力関数として路面の凹凸の波形 z_0 をえらぶ、この z_0 によって z_T および z は振動する。(ii)これらの振動に自動車のエンジンによる振動や走行中の不つり合いによる振動などが加算された不規則な振動がE-系の入力関数となり、これらの振動による y_c の振動をE-系の応答関数として求めることができる。(iii)この y_c の振動に z_0 が加算された値が再びV-系の入力関数となるのである。このようなくり返し計算によって y_c の値を計算することができる。しかし実際の計算では自動車のエンジンによる振動や走行中の不つり合いによる振動などはこれまでの研究では走行中の自動車の振動に与える影響は小さいので、本論文では、走行中の自動車の振動は主として、橋面の凹凸からの不規則振動である*とする。このことから入力関数として z_0 のみをえらび式(8),(9)および(10)を連立方程式として解くことにする。

ところで、橋面の凹凸の波形 z_0 を知ることは困難で

* 自動車の振動の代表として橋面の凹凸による振動をえらんだが他の振動もこの振動中に含めて考えてもよい。具体的には凹凸のパワー スペクトル密度に他の振動のパワースペクトル密度を含めればよい

あり、またこの波形は不規則な波形である。幸い川合・森崎氏¹⁷⁾ や兼重氏¹⁸⁾ によっていくつかの路面の凹凸のパワー スペクトル密度が求められている。そこでこの振動系に不規則振動論の手法を用いることを試みる。

(1) 各振動系の伝達関数とパワースペクトル密度

まず各振動系の伝達関数を求める。

a) V-系の伝達関数

この振動系の運動方程式は式(9)および(10)であり、 y_v を z_0 、 \dot{y}_v を \dot{z}_0 とすればよい。いま、 $z(t)$ 、 $z_T(t)$ および $z_0(t)$ のフーリエ変換をそれぞれ $Z(i\omega)$ 、 $Z_T(i\omega)$ および $Z_0(i\omega)$ とし、

$$Z(i\omega) = \frac{1}{mm_T} \frac{\{(i\omega)^2 cc_T + i\omega(kc_T + k_Tc) + kk_T\}}{\left\{(i\omega)^4 + (i\omega)^3 \left(\frac{c+c_T}{m_T} + \frac{c}{m}\right) + (i\omega)^2 \left(\frac{k+k_T}{m_T} + \frac{k}{m} + \frac{cc_T}{mm_T}\right) + \frac{i\omega}{mm_T} (kc_T + ck_T) + \frac{kk_T}{mm_T}\right\}} Z_0(i\omega)$$

さらに両辺をパワースペクトル密度 $S_z(\omega)$ および $S_{z_0}(\omega)$ で表わせば、

$$S_z(\omega) = \overline{H_V(i\omega)} \cdot H_V(i\omega) S_{z_0}(\omega) = |H_V(i\omega)|^2 S_{z_0}(\omega) \dots\dots\dots(11)$$

となる。ここに $H_V(i\omega)$ は伝達関数とよばれ、

$$H_V(i\omega) = \frac{1}{mm_T} \frac{\{kk_T - cc_T \omega^2 + i(kc_T + k_Tc)\omega\}}{\left\{\omega^4 - \left(\frac{k+k_T}{m_T} + \frac{k}{m} + \frac{cc_T}{mm_T}\right)\omega^2 + \frac{kk_T}{mm_T}\right\} + i \left\{\left(\frac{kc_T + ck_T}{mm_T}\right) - \left(\frac{c+c_T}{m_T} + \frac{c}{m}\right)\omega\right\}} \omega$$

であり、 $\overline{H_V(i\omega)}$ は $H_V(i\omega)$ の共役複素数である。

b) E-系の伝達関数

つぎに E-系の各関数間の伝達関数は V-系の場合と同様に式(8)、(9)および(10)のフーリエ変換から求めることができる。ここでは $y_e(t)$ は、

$$y_e(t) = y_c(t) + z_0(t)$$

として表わされていることに注意しながらフーリエ変換しそれらの式を連立方程式として各関数間の伝達関数を求めればよい。この場合の伝達関数はつぎの記号を用いて表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} J_1(i\omega) &= (-M\omega^2 + k_E + k_T) + i\omega(c_E + c_T) \\ J_2(i\omega) &= k_T + i\omega c_T, \quad J_3(i\omega) = k + i\omega c \\ J_4(i\omega) &= (-m\omega^2 + k) + i\omega c \\ J_5(i\omega) &= (-m_T\omega^2 + k + k_T) + i\omega(c + c_T) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

$y_c(t)$ と $z_0(t)$ との間の伝達関数は、

$$H_{y_z_0}(i\omega) = \frac{-J_2(i\omega)\{J_3(i\omega)^2 - J_4(i\omega)J_5(i\omega) + J_2(i\omega)J_4(i\omega)\}}{J_1(i\omega)\{J_3(i\omega)^2 - J_4(i\omega)J_5(i\omega)\} + J_2(i\omega)^2 J_4(i\omega)} \dots\dots\dots(15)$$

$z(t)$ と $z_0(t)$ との伝達関数は、

$$H_{z_z_0}(i\omega) = \frac{J_2(i\omega) \cdot J_3(i\omega) \{-J_1(i\omega) + J_2(i\omega)\}}{J_1(i\omega)\{J_3(i\omega)^2 - J_4(i\omega)J_5(i\omega)\} + J_2(i\omega)^2 J_4(i\omega)} \dots\dots\dots(16)$$

として表わされ、 $y_c(t)$ と $z(t)$ との間の伝達関数は、

$$H_{y_z}(i\omega) = \frac{J_3(i\omega)^2 - J_4(i\omega)J_5(i\omega) + J_2(i\omega)J_4(i\omega)}{J_3(i\omega)\{J_1(i\omega) - J_2(i\omega)\}} \dots\dots\dots(17)$$

$z(0) = z_T(0) = z_0(0) = \dot{z}(0) = \dot{z}_T(0) = \dot{z}_0(0) = 0$ とする。この時定常状態における式(9)および(10)は、

$$\begin{aligned} (i\omega)^2 mZ(i\omega) + k(Z(i\omega) - Z_T(i\omega)) \\ + i\omega c(Z(i\omega) - Z_T(i\omega)) = 0 \\ (i\omega)^2 m_T Z_T(i\omega) + k(Z_T(i\omega) - Z(i\omega)) \\ + i\omega c(Z_T(i\omega) - Z(i\omega)) \\ + k_T(Z_T(i\omega) - Z_0(i\omega)) \\ + i\omega c_T(Z_T(i\omega) - Z_0(i\omega)) = 0 \end{aligned}$$

上式から $Z_T(i\omega)$ を消去して、 $Z(i\omega)$ について解けば、

として表わされる。

さらに各パワースペクトル密度は、

$$S_y(\omega) = \overline{H_{y_z_0}(i\omega)} \cdot H_{y_z_0}(i\omega) S_{z_0}(\omega) \dots\dots\dots(18)$$

$$S_z(\omega) = \overline{H_{z_z_0}(i\omega)} \cdot H_{z_z_0}(i\omega) S_{z_0}(\omega) \dots\dots\dots(19)$$

$$S_y(\omega) = \overline{H_{y_z}(i\omega)} \cdot H_{y_z}(i\omega) S_z(\omega) \dots\dots\dots(20)$$

と表わされる。

c) 速度パワースペクトル、加速度パワースペクトル および変位パワースペクトルとその二乗平均

変位パワースペクトル密度 S_D と速度パワースペクトル密度 S_V および加速度パワースペクトル密度 S_A との関係は次式で与えられる。

$$S_V(\omega) = |\omega|^2 S_D(\omega) \dots\dots\dots(21)$$

$$S_A(\omega) = |\omega|^4 S_D(\omega) \dots\dots\dots(22)$$

つぎに、パワー スペクトル密度と二乗平均値について述べると、パワー スペクトル密度 $S_y(\omega)$ と相関関数 $R(\tau)$ とは互いにフーリエ変換で表わされ、その相関関数 $R(\tau)$ のパラメーター τ が 0 の時の相関関数が二乗平均 \bar{y}^2 を表わす。すなわち、

$$\bar{y}^2 = R(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega) d\omega \dots\dots\dots(23)$$

ここに、 \bar{y}^2 は関数 y の二乗平均であり、もしこの過程が正規分布であり、平均値が零であるとすれば、この \bar{y}^2 がこの関数の標準偏差 (s. v.) の 2 乗、すなわち、分散を意味することから、

$$(s. v.) = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega) d\omega} \dots\dots\dots(24)$$

となる。このことは関数 y の振幅が少なくとも 68.27% がこの (s. v.) 値の範囲に含まれ、さらに 2(s. v.) を考

えるとすれば 95.45% がこのうちに含まれることを意味する。

(2) 数値計算

前節では走行中の自動車の振動は主として路面の凹凸による振動であるとして、この凹凸のパワー スペクトル密度から橋けたの変位および自動車のばね上質量の変位のパワー スペクトル密度を求める関係式を導いた。

計算にあたって、路面のパワー スペクトル密度として川合・森崎氏が名神高速道路における走行試験から求めた値¹⁷⁾を単純化し、図-2 の直線のような指数関数*として表わす。すなわち、

$$S_{z_r}(\Omega) = a \Omega^{-n} \dots\dots\dots(25)$$

ここに、 n は両対数方眼紙上の直線の勾配を表わし、路面によって大差はなく、 a は係数で路面の良否によって多少異なる値であることからここでは路面の良否をあらわすパラメーターと考える。

図-2 橋面凹凸のパワー スペクトル (文献 17) より引用)

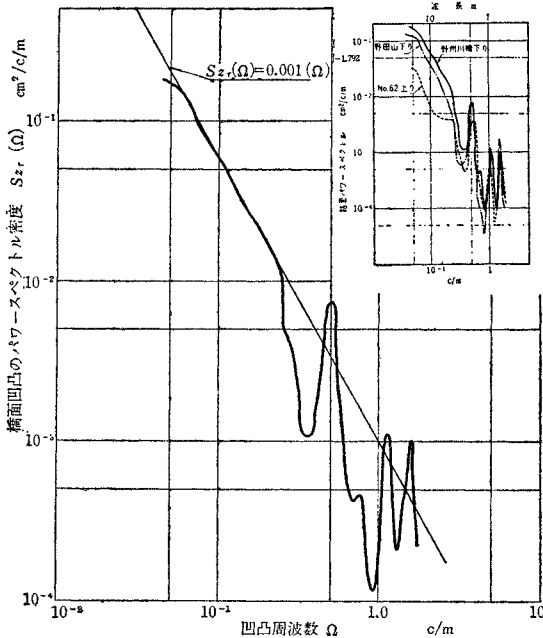


図-2 の横軸の Ω は路面凹凸の波長 λ と $\Omega = 1 \pi / \lambda$ の関係にあり、路面周波数とよばれるもので、縦軸はこの Ω を変数とする路面のパワー スペクトル密度 $S_{z_r}(\Omega)$ である。このパワー スペクトル密度を E-系または V-系の入力関数 $z_0(t)$ のパワー スペクトル密度 $S_{z_0}(\omega)$ に換算するときは、走行速度 V を一定として、 $\omega = \Omega V$ の関係からつぎの変換式を用いればよい。

$$S_{z_0}(\omega) = \frac{1}{V} S_{z_r}(\Omega) \dots\dots\dots(26)$$

さて、われわれは橋けたの減衰定数がこの種の不規則

* これは橋けたの振動は低周波のパワー スペクトルに対して敏感であることによる。また、走行中の自動車の振動に影響を与える周波数範囲では近似的に指数表示できることが報告されている^{18)~20)}。

図-3 (a) 伝達関数 $|H(i\omega)|^2$

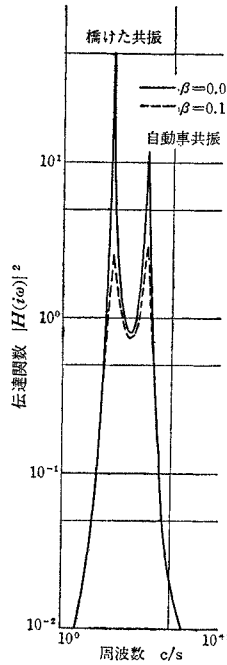
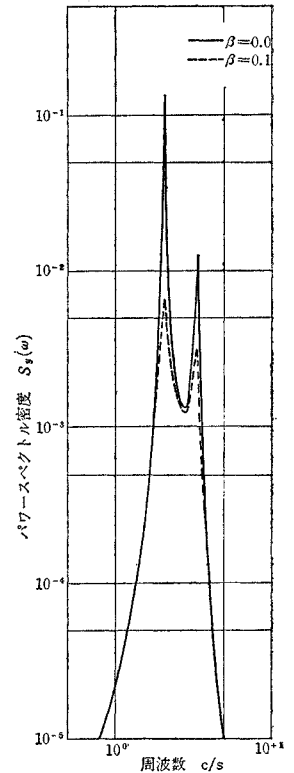


図-3 (b) けたの動たわみのパワー スペクトル密度



外力による橋けたの動的応答にいかなる影響をおよぼすかについて考察するために、橋けたのスパン長 l と減衰定数 β をパラメーターとして応答関数 y_c のパワー スペクトル密度および標準偏差 (s. v.) を求める。一例としてスパン長 50 m の場合の各パワー スペクトル密度および伝達関数を図-3 に示す。また減衰定数 β と橋けたの動的応答との関係を示したのが図-4 である。図-4 は $\beta=0.0$ における動的応答の (s. v.) を 100 として、他の β に対する (s. v.) を示した。図-5 は横軸にスパン長 l を縦軸に (s. v.) (整理の関係から静たわみで割っている) をとって β をパラメーターとしてプロットしたものである。

以上の計算に用いられた自動車および橋けたの諸元を表-1 および表-2 に示す。なお自動車の諸元は特に周

図-4 減衰定数と動的応答の (s.v.) との関係 $l=50 \text{ m}, V=10.0 \text{ m/sec}$

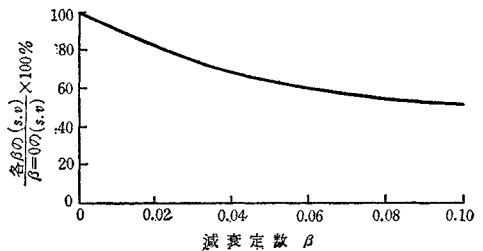


図-5 1台載荷の場合のスパン長と動的係数
(破線は図-9の(a)曲線)

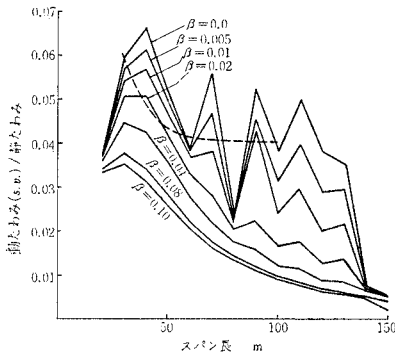


表-1 自動車諸元表 (トラック車の1例)

		前輪	後輪	全
空車時重量 (kg)	ばね上	2 285	1 470	5 715
	ばね下	700	1 260	
積載時重量 (kg) (試験時)	ばね上	3 515	8 405	13 880
	ばね下	700	1 260	
懸架部	共振周波数 (cps)	—	—	3.5
	減衰係数 (kg/cm/s)	10	26	—
タイヤ部	共振周波数 (cps)	—	—	13.0
	減衰係数 (kg/cm/s)	14	28	—

車両重量 5 715 kg, 乗車定員 3 人, 最大積載量 8 000 kg, 軸距 4.8 m

表-2 道路橋のスパン長と諸元表 (1車線=3.0m)

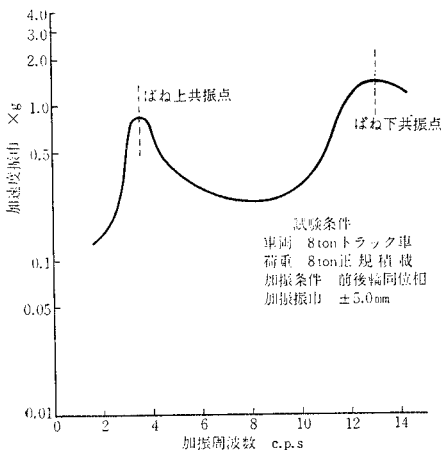
スパン長 l (m)	総重量 W (×10 ⁴ kg)	曲げ剛性 EI (×10 ¹² kg·cm ²)	スパン長 l (m)	総重量 W (×10 ⁴ kg)	曲げ剛性 EI (×10 ¹² kg·cm ²)
20	4.84	6.21	70	19.44	80.15
30	7.76	12.42	80	22.36	130.31
40	10.68	24.41	90	25.28	171.26
50	13.60	42.20	100	28.20	218.01
60	16.52	65.78			

建設省土木研究所設計合成橋標準設計書より概算

波数特性 (図-6) が調べられているトラック車の値を採用した。走行速度は 10.0 m/sec (40 km/h 相当) を標準とした。

つきに一般路面を走行中の自動車の加速度を求める。

図-6 大型トラック車の周波数特性の一例



この場合も前記のように (s. v.) の形で整理する。また計算の便宜上つぎのパラメーターおよび記号を用いて、式 (2) および (3) を書きかえる

$$p_s = \sqrt{k/m} \quad \text{ばね上振動数 (rad/sec)}$$

$$p_T = \sqrt{k_T/m_T} \quad \text{ばね下振動数 (rad/sec)}$$

$$\beta_s = c/2mp_s \quad \text{懸架ばね部の減衰定数}$$

$$\beta_T = c_T/2m_Tp_T \quad \text{タイヤ部の減衰定数}$$

$$R_v = m/m_T \quad \text{ばね上質量とばね下質量の比}$$

式 (4) の $y_v(t)$ を $z_0(t)$ として、

$$\ddot{z} + p_s^2(z - z_T) + 2\beta_s p_s(\dot{z} - \dot{z}_T) = 0 \quad \dots\dots\dots(27)$$

$$\ddot{z}_T + R_v p_s^2(z_T - z) + 2R_v \beta_s p_s(\dot{z}_T - \dot{z}) + p_T^2(z_T - z_0) + 2\beta_T p_T(\dot{z}_T - \dot{z}_0) = 0 \quad \dots\dots\dots(28)$$

式 (27), (28) および (22) からばね上質量およびばね下質量の加速度のパワー スペクトル密度はそれぞれ、 $S_{zA}(\omega)$

$$= \omega^4 \left| \frac{J_2(i\omega) \cdot J_3(i\omega)}{(J_3(i\omega) + J_5(i\omega))J_1(i\omega) - J_4(i\omega) \cdot J_2(i\omega)} \right|^2 \times S_{z_0}(\omega) \quad \dots\dots\dots(29)$$

$$S_{zTA}(\omega) = \left| \frac{J_1(i\omega)}{J_2(i\omega)} \right|^2 S_{zA}(\omega) \quad \dots\dots\dots(30)$$

$$\text{ここに、} J_1(i\omega) = -\omega^2 + p_s^2 + i2\beta_s p_s \omega$$

$$J_2(i\omega) = p_s^2 + i2\beta_s p_s \omega$$

$$J_3(i\omega) = -\omega^2 + R_v p_s^2 + i2\beta_s p_s R_v \omega$$

$$J_4(i\omega) = R_v p_s^2 + i2\beta_s p_s R_v \omega$$

$$J_5(i\omega) = p_T^2 + i2\beta_T p_T \omega \quad \text{である。}$$

式 (29) および (30) を $R_v, p_s, \beta_s, \beta_T$ および V をパラメーターとして数値計算を行なった。この場合接地力の動的係数を (s. v.) の形で整理した。すなわち、ばね上およびばね下質量の加速度を求めて互いの位相差が 0 となった最大点において、接地力 F は、

$$F = m\ddot{z} + m_T\ddot{z}_T = (R_v\ddot{z} + \ddot{z}_T)m_T$$

として表わされ、その動的係数 i_v は、

$$i_v = \frac{F}{W} = \frac{(R_v\ddot{z} + \ddot{z}_T)m_T}{(m + m_T)g} = \frac{R_v\ddot{z} + \ddot{z}_T}{(R_v + 1)g}$$

となる。ここで、 \ddot{z} および \ddot{z}_T は (s. v.) で表わされて

図-7 (a) 自動車のばね上減衰と接地力の動的係数との関係

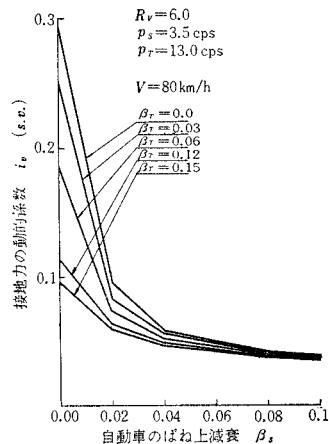


図-7 (b) 自動車のばね上固有振動数と接地力の動的係数の関係

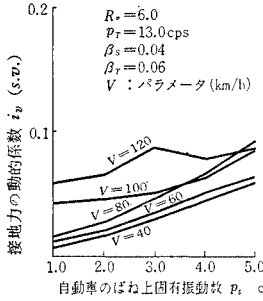
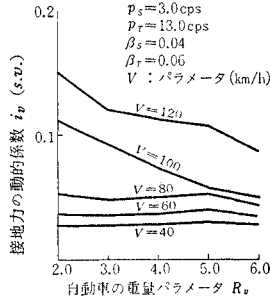


図-7 (c) 自動車の重量パラメーターの接地力の動的係数の関係



いるから i_b もまた (s.v.) で表わされる。

なお、パラメーターの範囲は、

$$R_v = 0.0 \sim 6.0, p_s = 1.0 \sim 5.0 \text{ cps}$$

$$\beta_s = 0.00, 0.02, 0.04, 0.08, 0.10$$

$$\beta_T = 0.00, 0.03, 0.06, 0.12, 0.15$$

$$V = 40 \sim 120 \text{ km/h}$$

標準値として $R_v = 6.0, p_s = 3.5 \text{ cps}, p_T = 13.0 \text{ cps}, \beta_s = 0.04, \beta_T = 0.06$ を用いる。

計算の結果を 図-7 にあげる。

(3) 計算結果の考察

図-3 (a), (b) においてピークが2つあるのは自動車の固有振動との共振と、橋げたの固有振動との共振のためであり、橋げたの減衰定数 β は橋げたの共振点付近で大きく影響することがわかる。図-4 は橋げたの減衰定数 β が動的係数に与える影響について調べたもので、 β が 0.0 から 0.02 の間で急激に動的係数は小さくなることわかる。図-5 は橋げたの減衰定数 β をパラメーターとして、スパン長と動的係数の関係を調べたもので、スパン長 30~40 m の範囲で橋げたの減衰定数が橋梁の動的係数に与える影響が大きいことがわかる。

試みにこの種の不規則外力による橋げたの動的応答の動的係数を求めてみる。いま、橋げたの減衰定数は一般に 0.02 程度であることが報告²¹⁾ されていることからこの値を基準にすると (s.v.) 値で最大が 0.051 であり、2(s.v.) をとれば 0.102 となり、さらに入力としての路面の凹凸のパワー スペクトル密度としてえらんだ値が名神高速道路のように非常に路面の平滑度の良好な道路での値であることから、式 (25) の a 値 (平滑度パラメーター) を 図-2 で示される値の 10 倍をとるものとすれば、一般の道路橋を走行中の自動車の振動を不規則外力として橋げたの midpoint に作用させた時の橋げたの動的応答の動的係数として 0.32* を考えればよいであろう。しかしこの場合の橋面の凹凸のパワー スペクトル密度から自動車の振動の入力関数としての $z_0(t)$ のパワー スペクトル密度を求める際の式 (25) 中の自動車の速度 V は

40 km/h を考えており、自動車が橋げた上を移動することによる橋げたの動的影響は考慮されていない。

つぎに、走行中の自動車のタイヤ部における接地力の動的係数を計算した 図-7 について (a) 図は自動車の懸架部およびタイヤ部の減衰定数が接地力の動的係数 i_b におよぼす影響について調べたのがこの図である。この図から減衰定数は接地力の動的係数に与える影響が大きいことがわかり、その影響度は $\beta_s = 0.04, \beta_T = 0.06$ までは大きく、それぞれその値以上では影響は小さい。(b) 図は速度 V をパラメーターとしてばね上の固有振動数の影響を調べたもので、 V が小さい間は固有振動数が大きくなると動的係数も大きくなる。 V が 120 km/h となるとその差は小さくなる。(c) 図は自動車の重量パラメーター R_v の影響を調べたもので、 $V = 80 \text{ km/h}$ 以下では動的係数は R_v には関係なく一定値をとるようであるが、この速度を越えると R_v が小さいところで急激に大きくなっている。そして R_v の大きい場合より R_v が小さい場合、すなわち、積載車より空車の方が動的係数が大きいことがわかる。このことはわれわれが日常で経験する事実とも一致している。いずれも速度が大きくなると動的係数も大きくなる。

さて、われわれが道路橋など道路構造物を設計する際に考慮しなければならない自動車の接地力の動的係数は標準車で速度を 80 km/h として、(i) 自動車のばね上およびばね下減衰をともに期待しないとすれば、その動的係数は 図-7(a) のように (s.v.) 値で 0.294 となり、2 (s.v.) 値で 0.588 となる。(ii) 自動車の減衰を期待しその標準値と考えられる $\beta_s = 0.04$ および $\beta_T = 0.06$ を考えると (s.v.) 値で 0.053, 2(s.v.) 値で 0.106 である。この場合、路面の凹凸の平滑度パラメーター a を前述のように 図-2 の値の 10 倍をとるものとすれば、走行中の自動車の接地力の動的係数の標準値は 0.334 とすればよいことがわかる。

(i) および (ii) からわれわれが設計に考慮しなければならない接地力の動的係数としては最大 0.6 で平均値としては 0.4 が妥当と思われる。

4. 同時に多くの荷重が載荷した場合の動的応答

この節は、同時に載荷する自動車の数が増えると自動車が橋げたに与える動的効果が小さくなることを説明し、ひいては設計活荷重に対する橋げたの振動性状について考察しようとするものである。この場合設計活荷重は自動車がかなり密に載荷されていることを考慮し、動的影響を与える各種の要素、たとえば路面の不整、走行速度の影響などは前節と同様に荷重のスペクトル密度に含めて考えて、簡単のために荷重は固定した位置で作用するものとしている。しかし、実際の荷重は走行してい

* 式 (24) でわかるように (s.v.) は $\sqrt{S_{z_0}(\omega)}$ に比例するので $0.102 \times \sqrt{10} \approx 0.32$ となる。

るから各種の速度を考え、移動荷重とすることも考えられるが、その場合は荷重間隔と速度との関係などについての考察も必要となり、この論文では特に、スパン長に対する通減に注目しているので計算の仮定として荷重の作用位置を固定して考えることにする。

なお、自動車荷重の形式とその重量は等しいとして論ずる。また、各自動車荷重のばね上質量の変位と各測点の変位との間の伝達関数を図-8のように表わす。図-8中のHで第1の添字は測点の位置を第2の添字は荷重の位置を意味する。

(1) 2個の荷重が同時に載荷した場合

2個の自動車荷重が同時に載荷した場合を考える。いま、1個の自動車荷重がスパン中点に載荷している場合のスパン中点の動たわみを y_{cc} とし、左支点から x_1 の距離にある測点1の動たわみを y_{1c} とするとこの2つの動たわみの間には、

$$y_{1c} = y_{cc} \sin \frac{\pi x_1}{l} \equiv y_{cc} \Omega_1$$

の関係がある。これはまた載荷点と測点の相反作用の原理により荷重の位置と測点を入れかえて、

$$y_{1c} = y_{c1} = y_{cc} \Omega_1$$

として表わすことができる。ここに y_{c1} は荷重が点1に載荷した場合のスパン中点の動たわみを表わす。荷重2についても同様に、

$$y_{2c} = y_{c2} = y_{cc} \Omega_2$$

として表わされる。このことから図-8に示す伝達関数はそれぞれ、荷重の位置の項 Ω_i を乗じて、

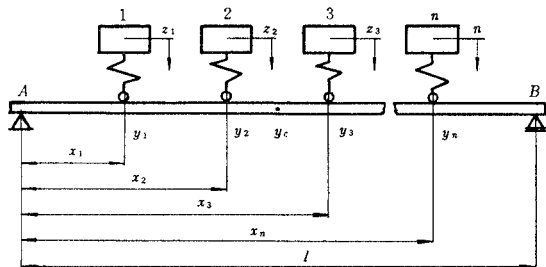
$$H_{c1}(i\omega) = \Omega_1 H_{c1}(i\omega), H_{c2}(i\omega) = \Omega_2 H_{c2}(i\omega)$$

として表わされる。

この場合荷重1および2によるスパン中点の合成パワースペクトル密度は、

$$S_{y_{c2}}(\omega) = |H_{c1}(i\omega)|^2 S_{z_1}(\omega) + |H_{c2}(i\omega)|^2 S_{z_2}(\omega) + |\overline{H_{c1}(i\omega)} \cdot H_{c2}(i\omega)| S_{z_1, z_2}(\omega) + |H_{c1}(i\omega) \cdot \overline{H_{c2}(i\omega)}| S_{z_2, z_1}(\omega) \dots (31)$$

図-8 伝達関数の表示例



伝達関数						
z_1	H_{11}	H_{21}	H_{31}	\dots	H_{n1}	H_{c1}
z_2	H_{12}	H_{22}	H_{32}	\dots	H_{n2}	H_{c2}
z_3	H_{13}	H_{23}	H_{33}	\dots	H_{n3}	H_{c3}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
z_n	H_{1n}	H_{2n}	H_{3n}	\dots	H_{nn}	H_{cn}
	y_1	y_2	y_3	\dots	y_n	y_c

として表わされる。ここに式(31)中の $S_{z_1, z_2}(\omega)$ および $S_{z_2, z_1}(\omega)$ は荷重相互の相互パワースペクトル密度であって、ここでは各自動車の振動はまったく独立であるとするれば、

$$S_{z_1, z_2}(\omega) = S_{z_2, z_1}(\omega) = 0$$

である。また自動車の形式および重量は等しいとしていることから、

$$S_{z_1}(\omega) = S_{z_2}(\omega) = S_z(\omega)$$

が成立する。このことから式(31)は簡単になって、

$$S_{y_{c2}}(\omega) = [|H_{c1}(i\omega)|^2 + |H_{c2}(i\omega)|^2] S_z(\omega) = [\Omega_1^2 + \Omega_2^2] |H_{cc}(i\omega)|^2 S_z(\omega) = [\Omega_1^2 + \Omega_2^2] S_{y_c}(\omega) \dots (32)$$

として表わされる。式(32)は2台の自動車と同時に載荷した場合の橋げたスパン中点の動たわみのパワースペクトル密度 $S_{y_{c2}}(\omega)$ を与える。

(2) 数個の荷重が同時に載荷した場合

この場合は式(32)を拡張して、

$$S_{y_{cn}}(\omega) = [\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \dots + \Omega_n^2] S_{y_c}(\omega) = [\sum_{i=1}^n \Omega_i^2] S_{y_c}(\omega) \dots (33)$$

と表わされる。

(3) パワースペクトル密度と動的係数(衝撃係数)

スパン中点に1個載荷した場合のスパン中点の静たわみを δ_c とする。n個の荷重が同時に載荷した場合のスパン中央点の静たわみ y_{sn} は荷重の位置に関する係数 $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_n$ を考慮して、

$$y_{sn} = \delta_c (\Omega_1 + \Omega_2 + \dots + \Omega_n) = \delta_c \sum_{i=1}^n \Omega_i \dots (34)$$

として表わされる。

一方、スパン中点の動たわみのパワースペクトル密度は式(33)で表わされ、その二乗平均は式(23)の $S^1 y(\omega)$ に式(33)の $S_{y_{cn}}(\omega)$ を代入すればよい。すなわち、

$$\overline{y_{cn}^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (\sum_{i=1}^n \Omega_i^2) S_{y_c}(\omega) d\omega = (\sum_{i=1}^n \Omega_i^2) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{y_c}(\omega) d\omega \dots (35)$$

と表わされる。

このことから y_{cn} の標準偏差 $(s.v.)_n$ は次式のように表わされる。

$$(s.v.)_n = \sqrt{(\sum_{i=1}^n \Omega_i^2) \cdot \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{y_c}(\omega) d\omega}} = \sqrt{(\sum_{i=1}^n \Omega_i^2) \cdot \sqrt{y_c^2}} = \sqrt{(\sum_{i=1}^n \Omega_i^2) \cdot (s.v.)_1} \dots (36)$$

ここに、 $(s.v.)_1$ は1個の荷重による動的応答波の標準偏差である。

さて、この場合の標準偏差に対する動的係数 \bar{i}_n は、式(34)および式(36)から、

$$\bar{i}_n = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n Q_i^2}}{\sum_{i=1}^n Q_i} \cdot \frac{(s.v.)_1}{\delta_c} = \psi_n \bar{i}_1, \dots\dots\dots(37)$$

$$\psi_n = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n Q_i^2}}{\sum_{i=1}^n Q_i} \quad \text{通減率} \dots\dots\dots(38)$$

$$\bar{i}_1 = \frac{(s.v.)_1}{\delta_c} \quad \text{1台載荷の場合の標準偏差に対する動的係数} \dots\dots\dots(39)$$

と表わされる。

式 (37) または式 (38) の ψ_n はパワー スペクトル密度や周波数 ω 等には関係なく、荷重の載荷台数とその位置によって決まる。式 (39) の \bar{i}_1 は1台の荷重による代表的動的係数で、もしスパン中点の動たわみが時間関数として表わされているとすれば、その振幅の少なくとも 68.27% はこの範囲内にあり、さらに $2(s.v.)$ を考えれば 95.45% がこの振幅内にあることになり、このことから1台の自動車による衝撃係数とみなしてもよいであろう。そこで \bar{i}_1 を i_1 と書く、この場合は式 (37) の \bar{i}_n も一般に n 台同時に載荷した場合の衝撃係数 i_n と書きかえることができる。すなわち、式 (37) は、

$$i_n = \psi_n i_1 \dots\dots\dots(40)$$

となる。

式 (40) が n 個の自動車荷重が同時に載荷した場合の衝撃係数を表わす。

5. 道路橋のスパン長と衝撃係数

(1) スパン長と通減率

上のことから、あるスパン長 l を有する橋げたに2台・3台と荷重の数が多くなると衝撃係数は ψ_n によって通減されることがわかる。このことから ψ_n を載荷台数による通減率とよぶ。

さて、本研究では自動車列を等重量、等間隔連行荷重列と仮定し、車頭間隔を 10 m と仮定すると、スパン長 20 m の橋梁には2台、30 m の橋梁には3台、……と橋梁のスパン長 l と載荷台数 n は比例し、

$$n = \frac{l}{10} \quad (l : m) \dots\dots\dots(41)$$

となる。このことから載荷台数による通減率 ψ_n を計算

図-9 載荷台数・スパン長と通減率

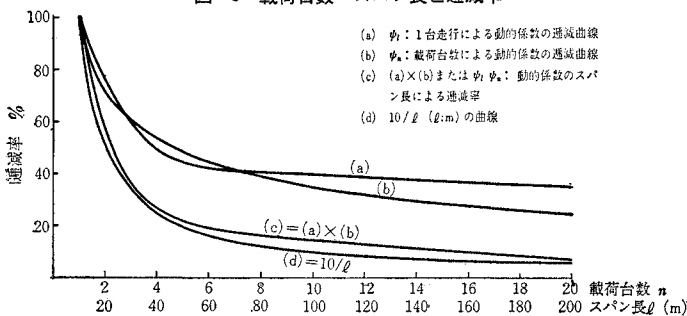
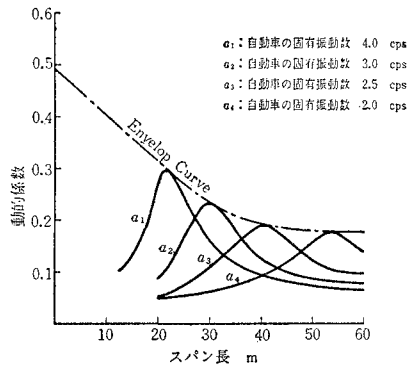


図-10 走行荷重1台による動的係数 (文献6)より引用)



すると図-9 の (b) 曲線を得る。

さらに自動車1台走行した場合の衝撃係数はスパン長が大きくなると小さくなる傾向がある。この値については、われわれはすでに計算したことがあるのでその結果¹⁶⁾を図-10にあげる。この曲線の包絡線からスパン長による通減率を計算すると図-9の(a)の曲線となる。衝撃係数は式(41)で表わされることから、たとえばスパン長 10 m の動的係数を基準に考えた場合のスパン長による通減率 ψ は図-9の(a)曲線と(b)曲線との積として表わされることからこの値を求めると図-9の(c)曲線となる。

そこで、いま仮りに、

$$\psi = \frac{10}{l} = \frac{1}{n} \quad (l : m) \dots\dots\dots(42)$$

の曲線を (d) 曲線で示す。この曲線と (c) 曲線と比較すると 4% までの誤差となる、このことからわれわれはスパン長による通減曲線として図-9の(d)曲線、すなわち式(42)で与えられる通減率を用いることにする。

(2) 道路橋の衝撃係数

前節においてスパン長に対する通減率を求めた。この通減率は自動車1台によるスパン長 10 m の橋げたの動的係数を基準にしていることからわれわれはこの基準値(これはあくまでも基準値でスパン長 10 m の橋梁の設計衝撃係数値ではない)を求める必要がある。

(i) スパン長 10 m 以下の橋梁の固有周期は約 0.2 sec 以下であり、自動車の固有周期は約 0.3 sec 以上である点から自動車と橋げたの動的応答との間の伝達関数は他のスパン長の大きい橋のそれに比較して小さく、あたかも剛体であるかのように考えてもよかる。また自動車が橋上にある時間がきわめて短いことから自動車の振動加速度を直接橋梁の動的係数として用いても不合理ではない。このことは構造物の耐震設計で外力の加速度を直接用いている震度法に相当する考え方である。この

点からわれわれがさきに名神高速道路²¹⁾で行なった自動車の走行試験の記録を参考にする。この場合自動車のばね上質量の加速度は振動が大きく現われる道路と橋梁との expansion joint における振動の統計をとってその平均値を求めると 0.63 であった。3.(3) 節で求めた値も 0.6 (最悪値) であった。

(ii) われわれがさきにシミュレーションによって道路橋の衝撃係数を計算した場合⁶⁾のスパン長 20 m の衝撃係数は 0.3 であった。これより前節で求めた減速率より逆算すると基準値は 0.6 となる。

(iii) わが国を初め、アメリカ (AASHO) およびドイツ (DIN 1073) における現行示方書はいずれもスパン 10 m で 0.3 前後をとっている。

以上 3 点を総合して基準値として 0.6 をえらぶ。つぎに短スパン橋梁の設計衝撃係数についてのべる。

(iv) 一方、スパン長が小さい橋梁については現行示方書の活荷重はスパン長が大きい橋梁に対して非常に大きい値をとっている²³⁾ ことから設計衝撃係数としては自動車荷重の動的係数を直接用いなくてもよい。

(v) といってあまり小さくはできない。それはスパン長 10 m 以下の衝撃係数は床版や床組等に用いられる場合が多く、この場合の衝撃係数を測定することは困難である。しかし床版や床組は死荷重応力が小さく活荷重による疲労強度が問題となる。この点から荷重の増加が疲労強度に対して敏感であることから多少大きい値を用いた方がよい。

(vi) 3.(2) 節で計算し、3.(3) 節で考察を加えたように、走行中の自動車の接地力の動的係数は設計荷重に近い状態に対する値として、最大 0.6 (図-7(a), $\beta_s = \beta_T = 0.0$) であり、標準状態に対する値としては 0.334 (図-7(a), $\beta_s = 0.04$, $\beta_T = 0.06$) であった。

(vii) 一方、現行示方書の最大値は、わが国においては 0.4、アメリカ (AASHO) では 0.3、イギリス (B.S.) では 0.25 をとっている。

以上 (iv)~(vii) までの 4 点から設計衝撃係数の最大値を 0.4 とする。

6. 本論文で求めた設計衝撃係数

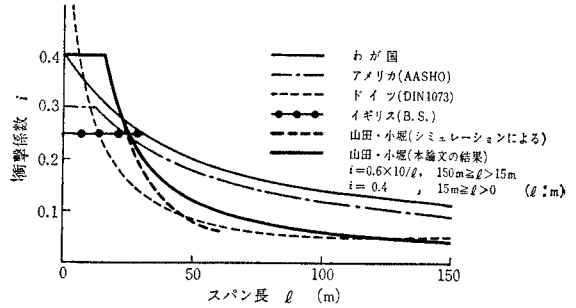
(1) 設計衝撃係数

以上の解析結果からつぎの設計衝撃係数を提案する。

$$\left. \begin{aligned} i &= 0.6 \times 10/l & l > 15 \text{ m} \\ i &= 0.4 & l \leq 15 \text{ m} \end{aligned} \right\} (l : \text{m}) \quad \dots\dots\dots(43)$$

式 (42) を 図-11 の太い実線で示す。なお、

図-11 スパン長と衝撃係数



比較のために、わが国、アメリカ (AASHO)、ドイツ (DIN 1073) およびイギリス (B.S.) の現行規定を示した。またわれわれがシミュレーションによって求めた曲線¹⁶⁾ も併記した。

(2) 考 察

以上、不規則振動論を応用して設計衝撃係数として式 (43) に示すような非常に単純な形で、しかも合理的な

図-12 実験結果 No. 1

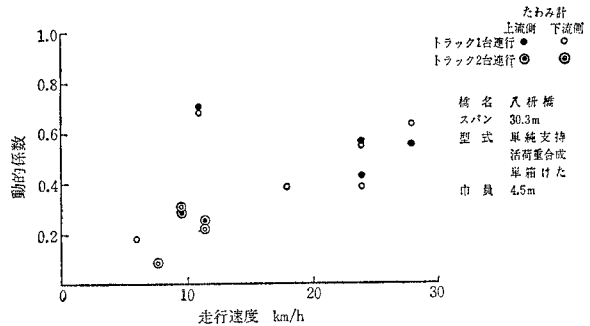


図-13 実験結果 No. 2

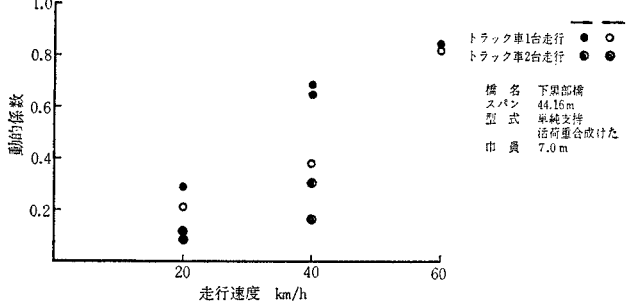
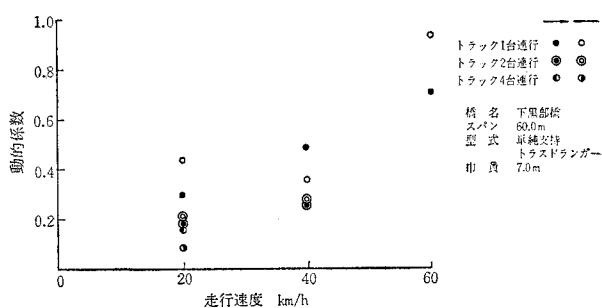
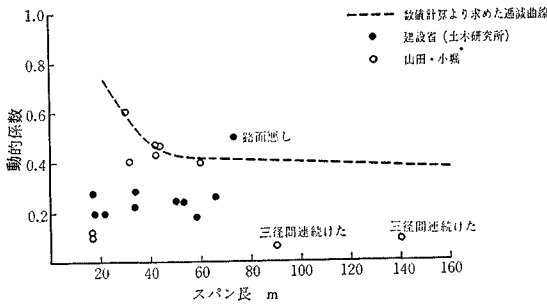


図-14 実験結果 No. 3



図一15 1台走行による動的係数とスパン長(実験値)
走行速度 30km/h



値を導くことができた。この衝撃係数と各国の示方書でとられている値と比較すると、わが国およびアメリカととられている値はやや大きいようであり、スパン長 60 m 以上の橋梁では約 8% の差となる。またドイツでとられている曲線とはよく一致している。さらにわれわれがさきにシミュレーションによって求めた曲線ともその減衰の傾向がよく一致している。イギリスにおいては衝撃が敏感に強度に作用すると思われるスパン長 30.48 m(100 ft) までは 0.25 をとり、それ以上は無視して零としていることはわれわれが本論文で求めた式をさらに単純化したものと考えられる点興味がある。

スパン長 150 m の設計衝撃係数は 0.04 となり、それ以上のスパン長ではこの式にしたがえばさらに小さくなる。このことから、もはや 150 m 以上の橋梁では衝撃係数を考慮する必要はないと思われる。

ちなみに、われわれが行なった 2, 3 の実橋の走行試験の結果と比較する。その結果を図一12, 13 および 14 に示す。この結果から自動車の台数が多くなると衝撃係数は小さくなるのがわかる。いずれの結果も各走行速度について、1台走行と2台走行とを比較すると2台の場合はいずれも1台走行の場合の1/2となっている。さらに4台走行した図一14(20 km/h)の場合には1台の場合の1/4となっている。

つぎに走行速度を 30 km/h を基準にして、各地で実測された 20 橋の実験結果から動的係数を求め、スパン長との関係で整理したのが 図一15 である。破線は 図一9 の(a)曲線に相当し、スパン長による動的係数が減衰することがわかる。これらの結果はいずれも本論文で導いた減衰率が正しいことを裏づけている。この減衰率を用いることによって1台のみの走行試験から設計衝撃係数を推定することが可能となる。この点今後の実験資料の整理を容易にすることができる。

8. む す び

本論文においては道路橋を通過する自動車の振動は橋面の凹凸や自動車のエンジンによる振動などによる不規則振動であることに注目し、この振動のパワー スペク

トル密度は各自動車によって相違はないが、しかし互いに相関性はなくまったく独立であることから、ある1つの橋梁に同時に数台の自動車が載荷した場合その合成振動は小さくなることを不規則振動論を応用して解析し、さらに走行荷重1台による橋梁の振動はスパン長が大きくなると小さくなるなどを考慮して、スパン長による減衰率を導いた。一方過去の計算結果から上記の減衰率の基準となる値を定め、この基準値と減衰率の積として式(43)に示すような非常に単純でしかも合理的な設計衝撃係数を導くことができた。

もちろん本論文で用いた仮定、たとえば走行中の自動車の振動をある固定した位置で作用するものと仮定し、荷重が移動することによる影響やその時の速度の影響を考慮しなかったことなどについては、さらに検討が加えられねばならないものが多いが、ここに示された値は、従来用いられたものよりかなり合理的根拠に立っていることを信ずるし、この値を用いることにより長いスパンの橋梁の安全性が低下するとは考えられない。われわれとしては本論文が長大スパン橋梁の経済性を高める一助となれば幸いである。

また、本論文で導いた減衰率を用いることによって、実橋の走行振動試験において、1台のみの走行試験の結果から求めた動的係数からスパン長に応じた設計衝撃係数を推定することが可能となり、今後の実験資料の整理を容易にすることができるものと思われる。

さらに、連続けた形式の橋梁の走行荷重による振動性状については現在解析中である。

なお、計算は京都大学電子計算機および東京大学大型計算機(いずれも HITAC 5020)によった。

本研究にあたって、終始ご指導下さった京都大学小西一郎教授、東京工業大学近藤政市教授ならびに資料を借用させていただいた建設省土木研究所構造研究室、橋梁研究室に対し心から感謝の意を表する次第である。

主 も な 記 号

橋けたに関する記号

l : スパン長 (m)

w : 単位長さ当りの重量 (kg/cm)

EI : 曲げ剛性 (kg-cm²)

β : 減衰定数 (≡ 対数減衰率/2 π)

$y(t, x)$: 任意点の動たわみ (cm)

$y_c(t)$: スパン中点の動たわみと橋面凹凸の和 (cm)

$z_0(t)$: 橋面の凹凸 (cm)

自動車荷重に関する記号

m : ばね上質量 (kg·sec²/cm)

m_T : ばね下質量 (kg·sec²/cm)

k : 懸架ばねのばね定数 (kg/cm)

k_T : タイヤ部のばね定数 (kg/cm)

c : 懸架部の減衰係数 (kg/cm/sec)

c_T : タイヤ部の減衰係数 (kg/cm/sec)

z : ばね上質量の鉛直変位 (cm)

z_T : ばね下質量の鉛直変位 (cm)

v, V : 走行速度 (cm/sec, m/h)

i : 自動車荷重の番号

x_i : i 番目の荷重の位置

$Q_i = \sin(\pi x_i/l)$

その他の記号

$Z(i\omega)$: 添字で表わされている関数のフーリエ変換

$S(\omega)$: 添字で表わされている関数のパワースペクトル密度

$H(i\omega)$: 添字で表わされている関数間の伝達関数

\bar{y}^2 : 関数 y の二乗平均値

($s. v.$) : 関数の標準偏差

参考および引用文献

- 1) 山田善一: “橋梁の衝撃”, 土木構造物の振動と安全性, 土木学会関西支部, 昭 41
- 2) 喜内 敏: “梁及び版の撓み振動について”, 金沢工業専門学校学術報告, 第 4 集, 昭 25
- 3) 橋本香一: “鉄道橋の衝撃”, 鋼橋設計示方書とプレストレスコンクリート指針, 土木学会, 昭 30
- 4) Inglis, C.E., : “A Mathematical Treatise on vibration in railway Bridges”, Cambridge Univ. Press 1934
- 5) Hillerborg, A. : “Dynamic Influences of Smoothly Running Loads on Simply Supported Girders”, Institution of Structural Eng. and Bridge Building of the Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 1951
- 6) Temoshenko, S. : “Vibration problems in engineering”, Van Nostrand, 1955
- 7) 三瀬・国井: “走行荷重による橋桁の強制振動論”, 九州大学弾性工学研究所報告, 1-1, 昭 18
- 8) Tung, T.P., Goodman, L.E., Chen, T.Y. and Newmark, N.M. : “Highway Bridge Impact Problems”, Highway Research Board Bulletin 124, 1956
- 9) Newmark, N.M. : “Computation of Dynamic Structural Response in the Range Approaching Failure”, Proc. of the Symposium on Earthquake and Blast Effects on Structures, 1952
- 10) Newmark, N.M. : “A Method of Computation for Structural Dynamics”, Proc. of ASCE, EM Vol. 85, No. 3, p. 199, July, 1959
- 11) Thesis, A. and Wen, R.K.L. : “Dynamic Behavior of Simple Span Highway Bridges Traversed by Two-Axle Vehicles”, Univ. of Illinois, Civil Eng. Studies, S.R.S. No. 142, 1957
イリノイ大学におけるその他一連の研究のリストは文献 1) に紹介されている。
- 12) Biggs, J.M. and Suer, H.S. : “Vibration of Simple-span Highway Bridges”, Proc. of ASCE, Vol. 83, ST 2, 1957
- 13) Bleich, F. : “Theorie und Berechnung der eisernen Brücken”, Julius Springer, 1924
- 14) 大地羊三: “鉄道橋の衝撃係数”, 鉄道技術研究所報告, No. 370, 昭 38
- 15) “The AASHO Road Test”, Highway Research Board, Special Report 73, National Academy of Sciences-National Research Council, 昭 40
- 16) 山田・小堀: “ランダム自動車荷重列による道路橋の衝撃に関する研究”, 土木学会論文集, No. 119, 昭 40
- 17) 川合・森崎: “自動車走行路面の性質と振動乗心地への関連性”, 三菱重工技報, Vol. 2, No. 2, 昭 40
- 18) 兼重一郎: “パワー スペクトル解析の自動車への応用”, いすゞ技報, No. 33, 昭 35
- 19) Kaneshige, I. : Measurement of Power Spectra of Vehicle Vibration and Vehicle Road Roughness”, Proceedings of the 10th N.C.T.A.M. 1960
- 20) 得丸・芝川: “不規則な道路凹凸による自動車振動の多入力系としての解析”, 日本機械学会第 44 期全国大会, No. 158, 昭 41
- 21) 伊藤・片山: “橋梁構造の振動減衰”, 土木学会論文集・No. 117, 昭 40
- 22) 山田・小堀: “自動車走行中の振動特性が橋梁の衝撃係数に与える影響について”, 第 20 回土木学会年次学術講演会 (I-29), 昭 40
- 23) 川崎偉志夫: “道路橋の荷重について”, 鋼橋設計示方書とプレストレスコンクリート指針, 土木学会, 昭 30
スペクトル解析のための文献
- 24) Crandall, S.H. : “Random Vibration”, Vol. 1 & 2 M.I.T. Press, 1959
- 25) Robson, J.D. : “An Introduction to Random Vibration” Elsevier, 1964
- 26) Rice, S.D. (宮脇, 三根訳): “雑音理論”, 電気書院, 昭 30
- 27) 宮脇一男: “雑音解析”, 朝倉書店, 昭 36
- 28) 伯野元彦: “不規則振動論入門”, 土木構造物の振動と安定性, 土木学会関西支部, 昭 41

(1967.1.24・受付)