

Kani 拡張法による骨組構造物の解法*

ANALYSIS OF FRAMED STRUCTURE BY EXTENDED KANI METHOD

山崎 徳也**・太田 俊昭***
By Tokuya Yamasaki and Toshiaki Ohta

1. 緒 言

構造物の実用解析手法としてあげられる逐次近以解法の1つであるいわゆる“分配法”を大別すれば、モーメントを分配の対象とするものと、回転角を対象とするものとに分けられる。前者に関しては1930年 H. Cross が“Analysis of Continuous Frames by Distributing Fixed-end Moment”なる論文¹⁾を発表して以来、各種の改良が加えられ Cross 法として長足の進歩をとげた結果、今日に至っては各種平面ラーメンは²⁾もとより直線材立体ラーメン³⁾に対しても適用が可能となった。一方後者に関しては鷹部屋教授の“撓角分配法”⁴⁾と、L. E. Grinter の“Method of Balancing Angle Changes”⁵⁾が代表的なものとして有名である。その特徴を述べれば前者の Cross 法が節点に集まる部材の材端に働くモーメントをすべて未知数として取り扱うのにくらべ、後者では節点に生ずる回転角の数に対応して平面ではわずかに1個、立体の場合でも多くて3個の未知数を節点ごとに考慮すれば十分であるゆえ、明らかに未知数の数は減少し、それだけ簡易性を増す利点を有するが、反面前者が解析の基盤としては直接手法を取り、その算定単位としてモーメント量を取り扱っているのに対して、後者は変形成分を媒分とした間接手法であり、いわゆる変形法を採用しているゆえ、必然的に換算計算を行なわなければならない演算操作も前者の単純性にくらべて必ずしも優れているとは断言できず、さらにその適用範囲ははまだ平面ラーメンの領域をえず、前者の発展にくらべてかなり未熟な形態に止っている現状である。1949年 G. Kani は前者のモーメントを解析の基礎単位とする方法と後者の変形成分に立脚する解析法とを併用し、しかも両法の長所を巧みに包含する Kani 法⁶⁾を提案した。すなわち、回転角 θ に対応するモーメント量 $2EK\theta$ を単位とする試索算法であり、すでに K.H. Herber⁷⁾が指摘したごとく第1に Cross 法と比較して取り扱う未知数が撓角分配法の場合と同様に少なく済むこと、第2は収斂性に優れ、第3として誤差の自動的除去機構をもち、さらに第4として影響線解法^{8),9)}に最適であることがあ

げられ、特に曲線部材をもつ立体ラーメンにおいて材端モーメントを単位とする方法よりも $EK\theta$ を単位とする方法の方が簡便さにおいて卓越することが著者らによって確認⁹⁾されている。

また第5に撓角分配法との比較においても表現方法に数段優れ、単位換算の手間が不要であり、特に演算操作において後述するごとく積と加減の計算がそれぞれ別個に行なわれ、しかも積算は被乗数が定数になっている点でより簡明であるなど種々の利点が数えられる。

Kani 法に関する既往の研究を見るに、適用範囲は、P. Sahmel¹⁰⁾による折線部材の特殊ラーメンに関するものを除けば、直線材ラーメンに限られ、Cross 法と比較して、今日のところきわめて一般性に乏しいといえる。

そこで著者らは、直線部材以外の部材を含むラーメンの解法へ適用しうるとく新単位のモーメント量 $m = EK\theta$ (回転成分)、 M_R (部材角成分) および M_L (伸縮成分) を導入し、これらに基づく新しい演算法の誘導を試み、図上表示法などにも在来の Kani 法の利点を取り入れたうえで、さらに一般的に統一してこれを“Kani 拡張法” (Extended Kani Method)¹¹⁾と名付け、各種形状部材を含むラーメンの一般解法としてここに提示するものである。

本解法の適用範囲はきわめて広く、任意形状部材を有する平面ラーメンを始めとして曲線材立体ラーメンに至るまでの種々の構造物が包含されるが、それらについて逐次検討した結果、本解法がきわめて一般性のある実用解法であることを確認しえた。

本論文では任意形状部材を有する平面ならびに立体ラーメンを対象として理論的考察を進めることとし、その内容を任意形式のラーメンに適用可能な一般解法と、別に特殊なラーメン形式に便利な特殊解法とに区分し、さらに回転成分 m および部材角成分 M_R の概算値に基づく迅速収斂計算法を提案して本法の収斂性を一層高めよう工夫した。

2. 平面ラーメンの解法

(1) 定義および規約

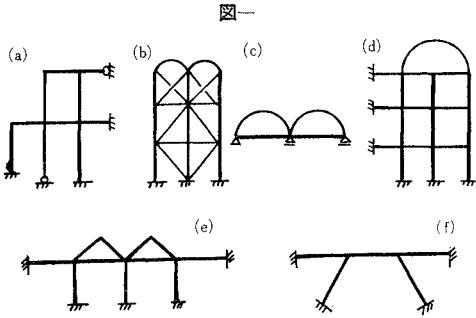
構成部材がすべて1平面内にあるようなラーメンを平面ラーメンという(図-1参照)。

いま3次元直交座標 (x, y, z) の xy 面内に平面ラ

* 昭和38年5月第18回土木学会年次学術講演にて一部発表済

** 正会員 工博 九州大学教授 工学部 土木工学教室

*** 正会員 工修 九州大学講師 工学部 土木工学教室



メンがあると仮定すれば、力は x, y の2方向に、モーメントは z 軸の回りに作用する場合に限定して解析を進めうることとなる。したがってこれらの一般力によって生ずる変形成分も同様な関係にあり、換言すれば力に対応して変位は x, y の2方向に、一方の回転角は、モーメントに対応して、 z 軸の回りに生ずることとなる。

一般にラーメンを構成する任意形状部材 AB を取り出せば、 A, B 端に生ずる材端モーメントと変形成分との関係は、既往の平面たわみ角式¹²⁾ より次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= (\alpha m)_{AB} + (\beta m)_{BA} + (M_R)_{AB} \\ &\quad + (M_L)_{AB} + C_{AB} \\ M_{BA} &= (\alpha m)_{BA} + (\beta m)_{AB} + (M_R)_{BA} \\ &\quad + (M_L)_{BA} + C_{BA} \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} m_{AB} &= EK \theta_A, m_{BA} = EK \theta_B : \\ &\text{材端 } A, B \text{ の回転成分と名付ける。} \\ (M_R)_{AB} &= EK \gamma_A R, (M_R)_{BA} = EK \gamma_B R : \\ &\text{材端 } A, B \text{ の部材角成分と名付ける。} \\ (M_L)_{AB} &= EK \delta_A \Delta l, (M_L)_{BA} = EK \delta_B \Delta l : \\ &\text{材端 } A, B \text{ の伸縮成分と名付ける。} \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

また、 $\alpha_A, \alpha_B, \beta_A, \beta_B, \gamma_A, \gamma_B, \delta_A, \delta_B$: 部材形状によって定まる定数で、種々の形状に対する諸値を表-1 に列挙した。

E : ヤング率, K : 曲げ剛度, C_{AB}, C_{BA} : 材端 A, B の固定端モーメント, $\theta, R, \Delta l$: 回転角, 部材角および部材伸縮。

表-1

非対称部材	対称部材	円弧部材	放物線部材	対称山形部材	直線部材
$-\frac{\alpha_A}{\alpha_B}$	α_A	$\frac{1}{\sigma} + 1 + \gamma$	9	7	4
$\beta_A = \beta_B$	β_A	$\frac{1}{\sigma} - 1 - \gamma$	-3	-1	2
$\gamma_A = \gamma_B$	$-(\alpha_A + \beta_A)$	$-2/\sigma$	-6	-6	-6
$-\frac{\delta_A}{\delta_B}$	$\delta_B = -\delta_A$	$-\gamma/\lambda$	$-15/2f$	$-6/f$	
δ_C	δ_C	$-\gamma/\lambda^2$	$-45/4f^2$	$-12/f^2$	

ただし $\sigma = (\alpha - \sin \alpha \cos \alpha) / 2\alpha \sin^2 \alpha, \lambda = r(\sin \alpha - \alpha \cos \alpha) / \alpha,$
 $\gamma = \lambda^2 / \mu, \mu = r^2(3\sigma - 1) - \lambda^2, \alpha$: 円弧部材の半開角,
 r : 半径, f : ライズ

なおモーメントおよび回転角の符号は、時計回りを正とする慣用法にしたがうものとする。

(2) 節点変位のない平面構造物

a) 基本式の誘導 節点変位がない場合は、 $M_R = M_L = 0$ となり、したがって式(1)より、端モーメントを求めるにはその構成要素である回転成分を決定すればよく、しかもそれは後述のごとくただ1つの簡単なくり返し計算によって定められるゆえ、問題はきわめて容易に解決されることになる。すなわち、構造物の任意節点 A において節点方程式を立てれば、

$$\sum_B M_{AB} - \bar{M}_A = 0 \dots (3)$$

ただし、 \bar{M}_A は節点 A に働く外力モーメントを示す。またサフィックス B は節点 A に集まる部材の他端の節点を総称するものである。

式(3)に $M_R = M_L = 0$ とおいた式(1)の第1式を代入して整理すれば、

$$-\sum_B (\alpha m)_{AB} = \left[\sum_B C_{AB} - \bar{M}_A + \sum_B (\beta m)_{BA} \right] \dots (4)$$

ここで、 m_{AB} と $-\sum_B (\alpha m)_{AB}$ との比を考え、これを回転係数 μ_{AB} と名付ければ、つぎのごとく剛比 k によって定められる。

$$\mu_{AB} = -m_{AB} / \sum_B (\alpha m)_{AB} = -k_{AB} / \sum_B (\alpha k)_{AB} \dots (5)$$

式(4),(5)よりただちに回転成分を決定する公式がえられ次式となる。

$$\left. \begin{aligned} m_{AB} &= T_A \times \mu_{AB}, (\alpha m)_{AB} = T_A \times (\alpha \mu)_{AB} \\ (\beta m)_{AB} &= T_A \times (\beta \mu)_{AB} \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

ただし、 $T_A = M_A + \sum_B (\beta m)_{BA}, M_A = \sum_B C_{AB} - \bar{M}_A$: 節点 A の拘束成分と名付ける。

なお、式(5)の回転係数の検算式には、次式が用いられる。

$$\sum_B (\alpha \mu)_{AB} = -1 \dots (7)$$

b) ヒンジをもつ構造物 図-1(a)のごとくヒンジのある構造物を対象とする場合、下記のごとき処置を施せばこれを一貫して剛結構造物とみなして計算を進めることができる。すなわち、 B 端がヒンジであれば、一端ヒンジのたわみ角式を用いて A 端のモーメント \bar{M}_{AB} がつぎのごとく書き表わされる。ただし $M_R = M_L = 0$ である。

$$\bar{M}_{AB} = (\alpha \bar{m})_{AB} + (\beta \bar{m})_{BA} + \bar{C}_{AB} \dots (8)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \bar{m}_{AB} &= EK \theta_A, \bar{m}_{BA} = 0, \\ \bar{C}_{AB} &= C_{AB} - \beta_{BA} C_{BA} / \alpha_{BA}, \bar{K} = \tau K, \\ \tau &= 1 - \beta_{AB} \beta_{BA} / \alpha_{AB} \alpha_{BA} \end{aligned}$$

したがって他端がヒンジの部材を取り扱うとき、その部材の剛度を τK に置き換え、同時にヒンジ端の

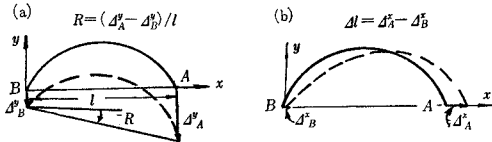
回転成分を零として計算を進めればよい。

(3) 節点変位のある平面構造物

構造物の節点の変位すれば、それに対応して部材には図-2のごとく部材角および部材伸縮が生ずるゆえ、このときの回転成分の決定式である式(6)の T_A は、 M_R と M_L の影響を考慮して次式で与えられる。

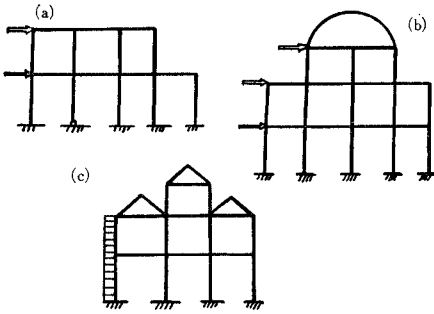
$$T_A = M_A + \sum_B (M_R)_{AB} + \sum_B (M_L)_{AB} + \sum_B (\beta m)_{BA} \quad \dots\dots\dots(9)$$

図-2



a) 部材角を有する構造物 図-3(a), (b), (c)のごとき水平荷重を受けて部材角を生ずる多層多スパンラーメンに対する考察を行ない、部材角成分 M_R の取り扱い手法を略述する。

図-3



直線部材の柱のみで構成される階層 i においてせん断力のつりあい式を立てると、

$$Q_i - \sum_{ij} X_{ij} = 0 \quad \dots\dots\dots(10)$$

ここに、 X_{ij} , Q_i : それぞれ柱 ij の i 端に働く端せん力および階層 i の上側に働く外力による階層せん断力。

いま、階層 i のうち標準として選んだ柱の長さを h_i とする。

式(10)に h_i を乗じた後、換算係数 $C_h = h_i/h_{ij}$ を用いて変形し、さらに式(1)を代入して整理すれば結局次式をうる。

$$-\sum_{ij} C_h \cdot (M_R)_{ij} = 3[(M)_i + \sum_{ij} \{(C_h \cdot m)_{ij} + (C_h \cdot m)_{ji}\}] \quad \dots\dots(11)$$

いま、 M_R の分配率ともいふべき部材角係数 ν_{ij} をつぎのごとく定義する。

$$\nu_{ij} = -3(M_R)_{ij} / \sum_{ij} C_h \cdot (M_R)_{ij} = -3(C_h \cdot k)_{ij} / \sum_{ij} (C_h^2 \cdot k)_{ij} \quad \dots\dots\dots(12)$$

式(11), (12) よりただちに M_R に関する基本式が求まり、次式でえられる。

$$(M_R)_{ij} = \nu_{ij} [(M)_i + \sum_{ij} \{(C_h \cdot m)_{ij} + (C_h \cdot m)_{ji}\}] \quad \dots\dots\dots(13)$$

ただし、 $(M)_i = \{Q_i h_i + \sum_{ij} C_h \cdot (C_{ij} + C_{ji})\} / 6$: 階層 i の拘束成分と名付ける。

ここに、 $(C_h \cdot m)_{ij}$ は、式(6)の第1式を C_h 倍すればよく、添字の A を i とおきつぎのごとくなる。

$$\left. \begin{aligned} (C_h \cdot m)_{ij} &= T_i \times (C_h \cdot \mu)_{ij} \\ T_i &= M_i + \sum_B (M_R)_{iB} + \sum_B (\beta m)_{Bi} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(14)$$

また、 ν_{ij} の検算式としては次式があげられる。

$$\sum_{ij} (C_h \cdot \nu)_{ij} = -3 \quad \dots\dots\dots(15)$$

なお、柱 ij の支点 j がヒンジ支承の場合は、2. (2) b) に準ずれば、単に柱の長さを $\bar{h} = 3/2 \cdot h$ に置き換えるだけで剛結と見なして計算を進めることができる。

b) M_R 補正法 一般に階層 i の柱の剛比がはりのそれにくらべて大きいと、その階層の M_R はなかなか収斂せず、演算全体としての収斂性がいちじるしく低下する感みがある。したがってかかる例に対しては、在来の Kani 法はもちろんのこと本法も実用価値を失う可能性があるので、著者らはつぎのごとく M_R 補正法を考案して収斂性を改良した。すなわち、いま M_R' および M_R'' をそれぞれ M_R の第 n および第 $n+1$ 次近似値とすれば、そのときの M_R の変化量は次式となる。

$$\Delta M_R'' = M_R'' - M_R' \quad \text{図-4}$$

さて、この $\Delta M_R''$ が項比 r_i の無限等比級数で変化するものと一応仮定すれば、 M_R の補正値は次式で求められる。

$$M_R = M_R' + t_i \cdot \Delta M_R'' \quad \dots\dots\dots(16)$$

ただし、 $t_i = 1/(1-r_i)$ で、特に r_i が 1 にくらべて小さいとき ($r_i < 0.1$) には、 $t_i \doteq 1+r_i$ となる。

r_i は階層 i のすべての柱に共通であり、 M_R の第 $n-1$ 次の変化量 $\Delta M_R'$ と第 n 次の変化量 $\Delta M_R''$ との比で求められ、近似的に次式で与えられる(図-4 参照)。

$$r_i = r_i + r_{ih} \cdot \phi_{ih} + r_{jk} \cdot \phi_{jk} \quad \dots\dots\dots(17)$$

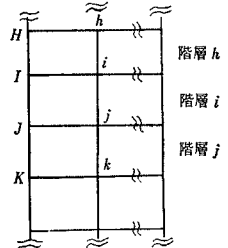
ここに、

$$\begin{aligned} r_i &= \sum_{ij} (C_h \cdot \mu_{ij} + C_h \cdot \mu_{ji}) \nu_{ij}, \quad r_{ih} = \frac{\nu_{IJ}}{\nu_{HI}} \sum_i C_h \cdot \mu_{ij} \cdot \nu_{ih} \\ r_{jk} &= \frac{\nu_{JK}}{\nu_{JK}} \sum_i C_h \cdot \mu_{ji} \cdot \nu_{jk}, \quad \phi_{ih} = (\Delta M_R)_{HI} / (\Delta M_R)_{IJ} \\ \phi_{jk} &= (\Delta M_R)_{JK} / (\Delta M_R)_{IJ} \end{aligned}$$

ただし、サフィックス H, I, J および K は、それぞれ各階層の最左端の節点番号を表わす。

なお、実用的には式(17)の代りに、その第2項以下を省略した $r_i \doteq r_i$ を代用しても差し支えない。

c) 計算例-1 上記誘導の基本諸式を用いて、図-1



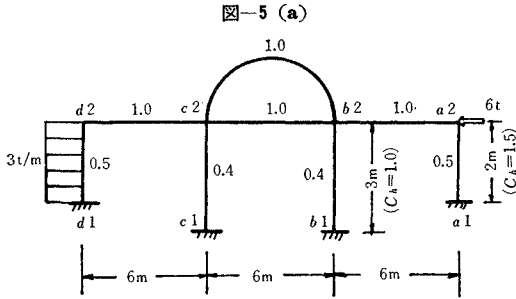
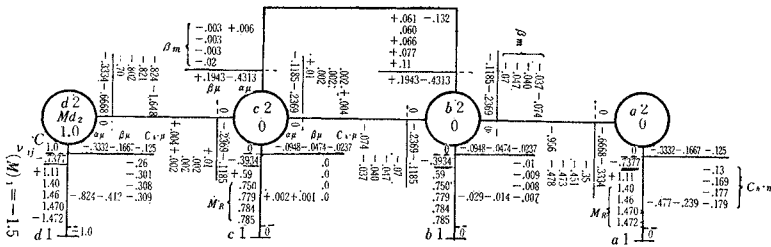


図-5(b)



5(a) に示す例題の演算を行なえば、以下のごとくである。まず準備計算として回転成分、部材角係数および節点ならびに階層の拘束成分を定めなければならない。すなわち、一例として節点 c2 の μ 値を求めるには、表-1 より半開角 $\alpha=90^\circ$ の円弧および直線部材に対してそれぞれ $\alpha_A=7.28, \beta_A=-3.28$ および $\alpha_A=4, \beta_A=2$ がえられるゆえ、式(5)に代入すれば、所要の μ 値がつぎのごとく算出される。

$$\begin{aligned} \mu_{c2, b2} &= \mu_{c2, d2} = \mu_{c2, a2} \\ &= -1/(7.28 \times 1 + 2 \times 4 \times 1 + 4 \times 0.4) \\ &= -0.05924 \\ \mu_{c2, c1} &= -0.4/(7.28 \times 1 + 2 \times 4 \times 1 + 4 \times 0.4) \\ &= -0.02370 \end{aligned}$$

注) 2 節点 A_i, B_j に円弧 および 直線部材がともに連なる場合は、特に前者を $\widehat{A_i}, \widehat{B_j}$ で後者を $\overline{A_i}, \overline{B_j}$ で区別する。

よって $\alpha\mu, \beta\mu$ および $C_h \cdot \mu$ は単にこれらの値を α, β および C_h 倍すればよく、図-5(b) に示すごとくなる。つぎに ν 値は式(12)を用いて、

$$\begin{aligned} \nu_{a2, a1} &= \nu_{d2, d1} \\ &= -3 \times 1.5 \times 0.5 / 2(1.5^2 \times 0.5 + 1^2 \times 0.4) \\ &= -0.7377 \\ \nu_{b2, b1} &= \nu_{c2, c1} \\ &= -3 \times 1.0 \times 0.4 / 2(1.5^2 \times 0.5 + 1^2 \times 0.4) \\ &= -0.3934 \end{aligned}$$

さらに節点および階層の拘束成分がそれぞれつぎのごとく求められる。

$$\begin{aligned} M_{d2} &= C_{d2, d1} + C_{d2, c2} = 3 \times 2^2 / 12 + 0 = 1 \\ (M)_1 &= \{Q_1 \times h_1 + C_h(C_{d2, d1} + C_{d1, d2})\} \\ &= \{(2 \times 3/2 - 6) \times 3 + 1.5(1-1)\} / 6 = -1.5 \end{aligned}$$

かくのごとくして計算に必要なすべての数値を算定した後、図上計算に移るが、図上表示法として 図-5(b)のごとき方法を採用した。すなわち、 $\alpha\mu, \beta\mu$ および $C_h \cdot \mu$ に対応する $\alpha\mu, \beta\mu$ および $C_h \cdot \mu$ をそれぞれ材端において作製された欄上の空白部に書き入れるものとし、バランス計算の結果算出される $\alpha\mu, \beta\mu$ および $C_h \cdot \mu$ をこれらの $\alpha\mu-, \beta\mu-,$ および $C_h \cdot \mu-$ 欄にそれぞれ記入する。また固定端モーメント C は材端の横の点線の上に、 ν 値はその下の実線上にそれぞれ書き入れ、かつ柱に沿って左側の空欄を M_R -欄とする。さらに節点および階層の拘束モーメントをそれぞれ該当する円の内側および階層の左余白部に適宜記入する。

かかる準備が終れば、実際にバランス計算に移る。まず回転成分を零と仮定し、式(13)より M_R の第1次近似値を求めれば、

$$\begin{aligned} (M_R)_{a1, a2} &= (M_R)_{d1, d2} = -1.5 \times \nu_{a1, a2} \doteq 1.11 \\ (M_R)_{b1, b2} &= (M_R)_{c1, c2} = -1.5 \times \nu_{b1, b2} \doteq 0.59 \end{aligned}$$

つぎに節点 $d2, c2, b2$ および節点 $a2$ で式(6), (9) および式(14)より $\beta m, C_h \cdot m$ の第1次近似値を順次算出する。すなわち節点 $c2$ を例として取れば $\Sigma(M_R)_{AB} = 0.59, \Sigma(\beta m)_{BA} = -0.70 + 0 + 0 = -0.70$ より、式(9)の T_A が $T_A = 0.59 - 0.70 = -0.11$ と求められ、式(6)を用いて被乗数一定の積算、すなわち $-0.11 \times \mu$ の計算を行なえば、結局 βm および $C_h \cdot m$ が下記のごとく決定できる。

$$\begin{aligned} (\beta m)_{c2, b2} &= (\beta m)_{c2, d2} = -0.11 \times (-0.1185) = 0.01 \\ (\beta m)_{c2, d2} &= -0.11 \times (0.1943) = -0.02 \\ (C_h \cdot m)_{c2, c1} &= -0.11 \times (-0.0237) = 0.00 \end{aligned}$$

さらに上記算出の $C_h \cdot m$ を用いて再び M_R の第2次近似値を計算する。すなわち $(M)_1 = -1.5, \Sigma_{ij} \{C_h \cdot m\}_{ij} + (C_h \cdot m)_{ji} = -0.40$ より、式(13)の右辺の大カッコの値は -1.90 となる。ゆえに各柱の M_R はそれぞれつぎの値となる。

$$\begin{aligned} (M_R)_{a1, a2} &= (M_R)_{d1, d2} \doteq 1.40 \\ (M_R)_{b1, b2} &= (M_R)_{c1, c2} \doteq 0.75 \end{aligned}$$

以上のごとき演算操作をくり返して行ない、 $\beta m, C_h \cdot m$ および M_R の各値が収束するまで続ける(図-5(b)参照)。

d) 伸縮部材を有する構造物

① 一般解法：伸縮部材を有する任意形式のラーメンでは、直線材ラーメンと異なり、伸縮部材の水平反力が加わるため、せん断力のつりあい式が伸縮部材のある階層では直線部材で構成される階層と同一規則による同一表現で統一できなくなり、部材角成分および伸縮成分を1過程で算出することが困難となる。したがってこれら

図-6

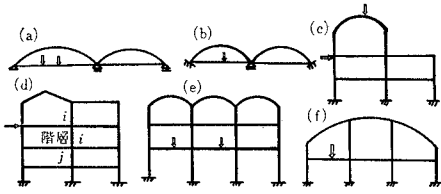
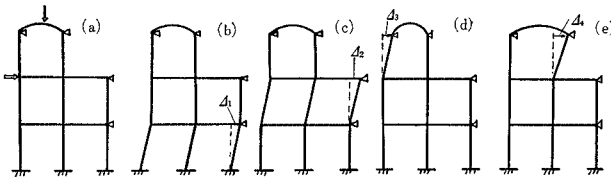


図-7



の成分を決定するためには、Kani 法でも Cross 法と同様にすべての節点変位の影響を個々に求めたうえで、重ね合せの法則にしたがって合成するという周知の慣用法によらなければならない。たとえば 図-6 (c) に示すラーメンでは、図-7 のごとく 5 段階の計算に分けなければならない、同種演算の回数が 5 回、さらに補正係数を求める連立方程式が 4 元となるなど周知のごとくかなりわずらわしく、何らかの改良を工夫してみたくなる。かかる見地より著者らはつぎのごとく節点の拘束条件を新しく考案し、上記 5 段階の分割計算を 3 段階に縮小し、補正係数を求める連立方程式の元数を 2 元に短縮することを可能ならしめた。すなわち、伸縮部材のある階層の柱の部材角だけを拘束し、直線部材で構成される階層の水平移動は自由ならしめるごとくすれば、後者の階層における柱の部材角成分は式 (13) にて算出可能となる。ゆえに 図-8 (a), (b), (c) に示すごとく“伸縮部材の両端の節点とそれらの対角線方向にある節点との間に、各場合に依じて長さを加減した 2 本の両端ヒンジの剛棒を挿入する”という拘束手法を用うれば、伸縮部材のある階層の柱の部材角を直線部材で構成される階層の水平移動に関係なく常に一定量に保つことができ、しかも両端がヒンジであるため剛棒はモーメントのバランス計算にはなんら関与せず、演算をいままでの方法とまったく変わることなく行なうことが可能となる。すなわち、問題の伸縮部材のある階層では、伸縮成分 M_L も部材角成分 M_R もともに Δ_a, Δ_b を定数と見做して与えるゆえ、当然一定値として取り扱ってよく、式 (9) の $M_A + \sum_B (M_R)_{AB}$

$+ \sum_B (M_L)_{AB} = M_A'$ も定数となる。したがって未知量である回転成分 m が式 (6) より直ちに算定可能となる。また一方の直線部材で構成される階層の取り扱い方は、それらの階層自身なんの拘束も受けないので、式 (9), (6), (14) および式 (13) より $\beta m, C_b \cdot m$ および M_R をそれぞれ算出でき、結局図-8 (a), (b), (c) の各段階におけるバランス計算は、これまでの手馴れた算出法を

そのまま準用できることとなる。もちろんこの方法でも重ね合せの法則を用いており、まず 図-8 (b), (c) の補正係数 ω_1, ω_2 を 2 本の剛棒の軸力が共に零でなければならないという条件よりつぎのごとく決定する。すなわち、図-8 (a), (b) および (c) における剛棒の軸力をそれぞれ $N_0, N_0'; N_1, N_1'$ および N_2, N_2' とすれば、補正係数 ω に関してつぎの連立方程式がえられる。

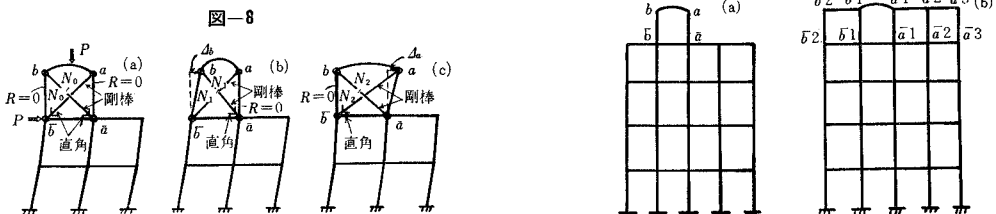
$$\left. \begin{aligned} N_0 + \omega_1 N_1 + \omega_2 N_2 &= 0 \\ N_0' + \omega_1 N_1' + \omega_2 N_2' &= 0 \end{aligned} \right\}$$

上式を連立に解けば補正係数 ω が求まり、したがって所要の端モーメント M は、同図 (a), (b) および (c) における端モーメントをそれぞれ M_0, M_1 および M_2 とするとき、重ね合せの法則より $M = M_0 + \omega_1 M_1 + \omega_2 M_2$ で算定される。

② 特殊解法：伸縮部材の両端の節点の相対水平変位だけを一貫して定数とみなす一般解法の代りに、これをそのまま未知数として取り扱う方法、すなわち伸縮部材のある階層の部材角成分および伸縮成分を算出する基本式をあらたに導入し、ただ 1 段階の計算にて一挙にバランス計算を行なわんとする解法を以下に提案する。後述の考察にしたがえば、本解法に必要な伸縮部材のある階層の M_R ならびに M_L を決定する式はいずれも力のつりあい式および幾何学的条件より導かれるが、これらの条件は必然的に構造形式に支配されるゆえ、伸縮部材の多い構造ではそれだけ式形が複雑となり、したがって実用性も減少することになる。それゆえここでは計算量が節減できて、しかも簡易性を失わないで済むごときタイプとして 図-9 (a), (b) に示すごとき特殊な多層多スパンラーメンを選び、これらおのおの場合について順次考察を行なうことにする。

(i) 第 1 形式：対称伸縮部材をはりにもつ門型ラーメンをただ 1 つ最上層に有する多層多スパンの矩形ラ

図-9



一メンを対象とするもので、図-9(a)がその一例である。いまアーチの伸縮を Δl とすれば、幾何学的条件より $\Delta l = (Rh)_{a\bar{a}} - (Rh)_{b\bar{b}}$ と表わされるゆえ、式(2)より伸縮成分 M_L はつぎのごとく簡単な M_R の1次式で与えられる。

$$\begin{aligned} (M_L)_{ba} &= -(M_L)_{ab} \\ &= \xi_{ab}(M_R)_{a\bar{a}} \\ &\quad - \xi_{ba}(M_R)_{b\bar{b}} \dots\dots\dots(18) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} \xi_{ab} &= (r^* C_\lambda \cdot k)_{ab} / 6(C_h \cdot k)_{a\bar{a}} \\ \xi_{ba} &= (r^* C_\lambda \cdot k)_{ab} / 6(C_h \cdot k)_{b\bar{b}} \\ C_\lambda &= h_0 / \lambda^*, \quad C_h = h_0 / h, \quad r^* = \delta A / \zeta A, \quad \lambda^* = 1 / \zeta A, \\ \zeta A &= \delta c / \delta A, \quad h_0: \text{標準長} \end{aligned}$$

一方、図-10に示す2節点 a, b の力のつりあい式に式(1)および $H = -(\delta_A m_{ab} + \delta_B m_{ba}) + \zeta_A (M_L)_{ab} + H_a$ なる式を代入したうえで、これを $(M_R)_{a\bar{a}}, (M_R)_{b\bar{b}}$ について連立に解けば結局 $(M_R)_{a\bar{a}}, (M_R)_{b\bar{b}}$ の決定公式としてつぎなる式をうる。

$$\begin{aligned} (M_R)_{a\bar{a}} &= \bar{C}_a - (Bm_{b\bar{b}} + Bm_{b\bar{b}}) \\ &\quad - (Am_{a\bar{a}} + Am_{a\bar{a}}) + (Dm_{ab} - Dm_{ba}) \\ &\quad \dots\dots\dots(19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (M_R)_{b\bar{b}} &= \bar{C}_b - (B'm_{b\bar{b}} + B'm_{b\bar{b}}) \\ &\quad + (D'm_{ba} - D'm_{ab}) + F'(M_R)_{a\bar{a}} \\ &\quad \dots\dots\dots(20) \end{aligned}$$

ただし式(19)、(20)の係数 A, B, \dots, F' および荷重に関する項 \bar{C} は、それぞれ表-2に示す内容をもつ。

表-2

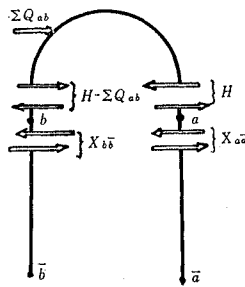
	内 容		内 容 (乗数: $1/D_a$)		内 容 (乗数: $1/D_b$)
D_a	$2(C_h)_{a\bar{a}} + 2F'(C_h)_{b\bar{b}}$	B	$B' \xi_{ba}$	B'	$6(C_h)_{b\bar{b}}$
D_b	$2(C_h)_{b\bar{b}} + \xi_{ba}$	A	$6(C_h)_{a\bar{a}}$	D'	$\bar{\tau}_{ba}$
C_a	$h_0(X_{a\bar{a}} - H_a) - C_h(C_{a\bar{a}} + C_{a\bar{a}})$	D	$2D'(C_h)_{b\bar{b}}$	F'	ξ_{ab}
C_b	$h_0(X_{b\bar{b}} + H_a - \Sigma Q_{ab}) - C_h(C_{b\bar{b}} + C_{b\bar{b}})$	\bar{C}_a	$C_a + F' C_b$	\bar{C}_b	C_b

ただし $\xi = \xi C_\lambda, \bar{\tau} = \tau^* C_\lambda, X$: 荷重による柱の端せん力
 ΣQ_{ab} : アーチ部材 ab に働く水平荷重
 H_a : 材端 a に働く固定水平反力

ここに、 $Am, Bm, B'm, Dm$ および $D'm$ は、いず

れも式(6)の第1式をそれぞれ A, B, B', D および D' 倍したものであり、したがってそれぞれに対応して、 $A\mu, \dots, D'\mu$ をあらかじめ求めておき、各節点で βm を決定する際に被乗数一定の積算でこれらを同時に定めることができわざわざ別途に

図-10



算出する必要はない。一般に伸縮部材を有する階層の柱の M_R は非常に収斂が悪く、したがって 2.(3)b) と同じ等比級数による補正を行なって収斂性を改良する必要がある。すなわち、問題の M_R の変化率が r で変化すると仮定すれば、 M_R の補正値は式(16)を用いて求めればよく、その際の項比はバランス計算の操作手順の規則性より近似的に求めるが、紙面の都合上誘導過程を省略し、結果のみをつぎに示す。

$$\left. \begin{aligned} (M_R)_{a\bar{a}} \text{ に関して: } r_a &= r_a + r_{ab} \phi_b \\ (M_R)_{b\bar{b}} \text{ に関して: } r_b &= r_b + r_{ba} \phi_a \end{aligned} \right\} \dots\dots(21)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \phi_b &= 1/\phi_a = (\Delta M_R)_{b\bar{b}} / (\Delta M_R)_{a\bar{a}} \\ p_0 &= D(\mu_{ba} + \mu_{ab}), \quad q_0 = D'(\mu_{ab} + \mu_{ba}) - B'\mu_{b\bar{b}} \\ r_a &= -A(\mu_{a\bar{a}} + \mu_{a\bar{a}}) - p_0 \xi_{ab} \\ r_b &= r_{ab} F' - B'(\mu_{b\bar{b}} + \mu_{b\bar{b}}) - q_0 \xi_{ba} \\ r_{ab} &= -B(\mu_{b\bar{b}} + \mu_{b\bar{b}}) + p_0 \xi_{ba}, \quad r_{ba} = r_a F' + q_0 \xi_{ab} \end{aligned}$$

(ii) 第2形式: 本形式では図-9(b)のごとく最上層に1つの対称伸縮部材を含む多層多スパンラーメンを対象とする。本形式の M_R および M_L も第1形式と同様に導かれ、それぞれ次式となる。 M_L については、

$$\begin{aligned} (M_L)_{b_1, a_1} &= -(M_L)_{a_1, b_1} = \xi_{a_1, b_1} (M_R)_{a_1, \bar{a}_1} \\ &\quad - \xi_{b_1, a_1} (M_R)_{b_1, \bar{b}_1} \dots\dots\dots(22) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} \xi_{a_1, b_1} &= (r^* C_\lambda \cdot k)_{a_1, b_1} / 6(C_h \cdot k)_{a_1, \bar{a}_1} \\ \xi_{b_1, a_1} &= (r^* C_\lambda \cdot k)_{a_1, b_1} / 6(C_h \cdot k)_{b_1, \bar{b}_1} \end{aligned}$$

つぎに最上層の柱の $(M_R)_{a_i, \bar{a}_i}$ および $(M_R)_{b_i, \bar{b}_i}$ は $(M_R)_{a_1, \bar{a}_1}$ および $(M_R)_{b_1, \bar{b}_1}$ を用いてそれぞれつぎのごとく一般表示できる。

$$\left. \begin{aligned} (M_R)_{a_i, \bar{a}_i} &= \eta_{ai} (M_R)_{a_1, \bar{a}_1} \\ (M_R)_{b_i, \bar{b}_i} &= \eta_{bi} (M_R)_{b_1, \bar{b}_1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(23)$$

$$\begin{aligned} \eta_{ai} &= (C_h \cdot k)_{a_i, \bar{a}_i} / (C_h \cdot k)_{a_1, \bar{a}_1} \\ \eta_{bi} &= (C_h \cdot k)_{b_i, \bar{b}_i} / (C_h \cdot k)_{b_1, \bar{b}_1} \end{aligned}$$

また所要の $(M_R)_{a_1, \bar{a}_1}, (M_R)_{b_1, \bar{b}_1}$ の決定式は次式となる(表-3参照)。

$$\begin{aligned} (M_R)_{a_1, \bar{a}_1} &= \bar{C}_a - \sum_i (B_i m_{b_i, \bar{b}_i} + B_i m_{b_i, \bar{b}_i}) \\ &\quad - \sum_i (A_i m_{a_i, \bar{a}_i} + A_i m_{a_i, \bar{a}_i}) \\ &\quad + (D m_{a_1, b_1} - D m_{b_1, a_1}) \dots\dots\dots(24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (M_R)_{b_1, \bar{b}_1} &= \bar{C}_b - \sum_i (B_i' m_{b_i, \bar{b}_i} + B_i' m_{b_i, \bar{b}_i}) \\ &\quad + (D' m_{b_1, a_1} - D' m_{a_1, b_1}) + F' (M_R)_{a_1, \bar{a}_1} \dots\dots\dots(25) \end{aligned}$$

表-3

	内 容		内 容 (乗数: $1/D_a$)		内 容 (乗数: $1/D_b$)
D_a	$2 \sum_i \eta_{ai, \bar{a}_i} + 2 F' \sum_i \eta_{bi, \bar{b}_i}$	B_i	$B_i' \xi_{b_1 a_1}$	B_i'	$6(C_h)_{b_i, \bar{b}_i}$
D_b	$2 \sum_i \eta_{bi, \bar{b}_i} + \xi_{b_1 a_1}$	A_i	$6(C_h)_{b_i, a_i}$	D'	$\bar{\tau}_{b_1 a_1}$
C_a	$h_0(\sum_i X_{a_i, \bar{a}_i} - H_{a_1}) - \sum_i \{C_h \cdot (C_{a_i, \bar{a}_i} + C_{a_i, \bar{a}_i})\}$	D	$2D' \sum_i \eta_{bi, \bar{b}_i}$	F'	ξ_{a_1, b_1}
C_b	$h_0(\sum_i X_{b_i, \bar{b}_i} + H_{a_1} - \Sigma Q_{a_1, b_1}) - \sum_i \{C_h \cdot (C_{b_i, \bar{b}_i} + C_{b_i, \bar{b}_i})\}$	\bar{C}_a	$C_a + F' C_b$	\bar{C}_b	C_b

ただし $\bar{\tau} = \tau C_\lambda$

さらに $(M_R)_{a_1, \bar{a}_1}, (M_R)_{b_1, \bar{b}_1}$ の項比は下記の式で与えられる。

$$r_{a_1} = r_{a_1} + r_{a_1, b_1} \phi_{b_1}, \quad r_{b_1} = r_{b_1} + r_{b_1, a_1} \phi_{a_1} \dots (26)$$

ただし,

$$\begin{aligned} \phi_{b_1} &= 1/\phi_{a_1} = (\Delta M_R)_{b_1, \bar{b}_1} / (\Delta M_R)_{a_1, \bar{a}_1} \\ r_{a_1} &= -\sum_i A_i (\mu_{a_1, \bar{a}_1} + \mu_{a_1, \bar{a}_1}) \eta_{a_1} - p_0 \xi_{a_1, b_1} \\ r_{a_1, b_1} &= -\sum_i B_i (\mu_{b_1, \bar{b}_1} + \mu_{b_1, \bar{b}_1}) \eta_{b_1} + p_0 \xi_{b_1, a_1} \\ r_{b_1} &= r_{a_1, b_1} F' - \sum_i B_i' (\mu_{b_1, \bar{b}_1} + \mu_{b_1, \bar{b}_1}) \eta_{b_1} - q_0 \xi_{b_1, a_1} \\ r_{a_1, b_1} &= r_{a_1} F' + q_0 \xi_{a_1, b_1}, \quad p_0 = D(\mu_{b_1, a_1} + \mu_{a_1, b_1}) \\ q_0 &= D'(\mu_{b_1, a_1} + \mu_{a_1, b_1}) - B_1' \mu_{b_1, \bar{b}_1} \end{aligned}$$

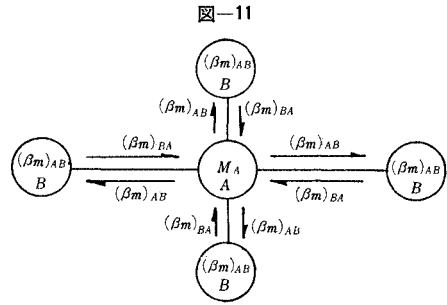
(4) 概算値に基づく迅速収斂計算法

以上述べたバランス計算法では、演算を回転成分 m の算出より始めるとき、最初に選んだ節点 A においてまず他端 B の m_{BA} をすべて零に仮定して、ただ M_A のみを単純に式 (6) に代入して m_{AB} の第 1 次近似値を算定してきた。また演算を M_R の算出より始めるときでもすべての m を零として、その階層の拘束成分のみを式 (13) に代入して、 M_R の第 1 次近似値を求めるといごとくきわめて素朴に公式的な取り扱い方しか行っていない。一般に逐次近似法の収斂度の良し悪しは最初に用いる近似値がいかに最終収斂値に近いかによって定まるといってよく、近ければ近いほど収斂は短時間のうちに終了し、それだけ演算の手間が省けるのでかかる点を改良発展させることはきわめて重要な意義をもつ。K.H. Herber⁷⁾ や P. Sahmel¹³⁾ らは、節点荷重を受ける部材のモーメント分布が近似的に反対称の直線分布をなすという観点に基づいて各成分の概算値を求めている。しかしこの方法は直線材対称ラーメンや平行弦フィーレンディール桁などの特殊なラーメンにしか有効でなく、したがってイテラチオン法の根本原理に基づいたもっと普遍的な概算値推定法が工夫されるべきである。著者らはかかる見地より等比級数を用いて第 1 次近似値に対する概算値の理論的推定を行ない。本法の威力を倍加せんことを企図し、つぎのごとき概算値推定法を提案する。

a) 節点変位のない構造物に対する概算値推定法 構造物の節点 A における拘束成分を M_A とすれば、バランス計算によって部材 AB の A 端には m_{AB} が配分され、同時に他端 B にはこの m_{AB} を β_A 倍したモーメント量が伝達される。すなわち $(\beta m)_{AB}$ が節点 B の拘束成分として新しく受け入れられる。しかるにこの量は節点 B で同じく $(\beta \mu)_{BA}$ 倍されて再び節点 A に M_A の補正量として戻ってくる。以上のごとき演算回路を一巡した結果求められる補正量 ΔM_A は他端 B が複数個ある一般的な場合を想定すれば、式 (6) の第 3 式より次式で与えられる (図-11 参照)。

$$\Delta M_A = \left\{ \sum_B (\beta \mu)_{AB} (\beta \mu)_{BA} \right\} M_A \dots (27)$$

ここで、 ΔM_A と M_A との比を r_A とすれば、つぎ



のごとき定数となる。

$$r_A = \sum_B (\beta \mu)_{AB} (\beta \mu)_{BA} \dots (28 a)$$

特に図-6 (a), (b) のごとく 2 節点間に直線部材と伸縮部材の 2 部材がある場合は、前者の $\beta \mu$ を $(\beta \mu)_{AB}$ 後者のそれを $(\beta \mu)_{\bar{A}\bar{B}}$ とすれば、

$$r_A = \sum_B \{ (\beta \mu)_{\bar{A}\bar{B}} + (\beta \mu)_{AB} \} \{ (\beta \mu)_{BA} + (\beta \mu)_{\bar{B}\bar{A}} \} \dots (28 b)$$

収斂に至るバランス計算は理論的には上記演算回路を無限回くり返すことに他ならず、したがって ΔM_A の変化率 r_A は近似的に無限等比級数の項比と考えることができる。すなわち、所要の推定値 \dot{M}_A はかかる無限級数の級数和として求められ次式で与えられる。

$$\dot{M}_A = S_A = t_A M_A, \quad t_A = 1/(1-r_A) \dots (29)$$

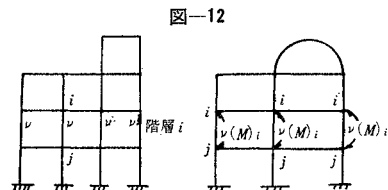
実態に即応した他端 B に拘束成分 M_B が存在するとき一般載荷状態を考慮するときは、式 (29) はつぎのごとくなる。

$$\dot{M}_A = S_A' = t_A [M_A + \sum_B (\beta \mu)_{BA} M_B] \dots (30)$$

よってかかる \dot{M}_A に対する回転成分の概算値 $[m]$ および $[\beta m]$ は、それぞれ式 (6) より次式で算出される。

$$[m]_{AB} = \dot{M}_A \cdot (\mu)_{AB}, \quad [\beta m]_{AB} = \dot{M}_A \cdot (\beta \mu)_{AB} \dots (31 a)$$

b) 節点変位のある構造物に対する概算値推定法 図-12 のごとくラーメンの直線部材で構成される階層 i の拘束成分を $(M)_i$ とすれば、これは各柱に部材角係数 ν_{ij} の割合でそれぞれ部材角成分 $(M_R)_{ij}$ として分配され、式 (13) より $\nu_{ij}(M)_i$ で与えられる。しかるにこの部材角成分は節点 i, j にそのまま提供され、ひいては階層 i の上下すべての節点に回転成分 m_{ij} および m_{ji} を、したがって $(C_h \cdot m)_{ij}$ および $(C_h \cdot m)_{ji}$ を生ずる原因となり、再びこれらの $C_h \cdot m$ があらためて階層 i の拘束成分の補正量 $\Delta(M)_i$ を誘発させる。すなわち、 $\Delta(M)_i$ は $\Delta(M)_i = (M)_i \sum_{ij} \{ (C_h \cdot \mu)_{ij} + (C_h \cdot \mu)_{ji} \} \nu_{ij}$ と



なる。よって $d(M)_i$ と $(M)_i$ との比を 2. (4) a) と同様に項比 r_i で定義すればつぎのごとく求められる。

$$r_i = d(M)_i / (M)_i = \sum_{ij} \{ (C_h \cdot \mu)_{ij} + (C_h \cdot \mu)_{ji} \nu_{ij} \dots (32)$$

したがって所要の $(M)_i$ の推定値 $(\hat{M})_i$ は、同じく級数和 (S_i) で与えられ次式となる。

$$\left. \begin{aligned} (\hat{M})_i &= (S)_i = t_i (M)_i, \\ t_i &= 1 / (1 - r_i) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (33)$$

ゆえにこの推定値に基づく部材角成分の概算値は、回転成分ならびに伸縮成分を零として式(13)より次式で与えられる。

$$[M_R]_{ij} = \nu_{ij} (\hat{M})_i \dots (34)$$

一方、節点 A の拘束成分の推定値 \hat{M}_A は、 $[M_R]$ の影響を加味すればつぎの式で求められる。

$$\hat{M}_A = S_A + \sum_B [M_R]_{AB} + \sum_B [\beta m]_{BA} \dots (35)$$

ゆえにこの推定値 \hat{M}_A に基づく $m, \beta m$ および $C_h \cdot m$ の概算値 $[m], [\beta m]$ および $[C_h \cdot m]$ は、それぞれ式(6), (14)より次式で決定される。

$$[m]_{AB} = \hat{M}_A \times \mu_{AB},$$

$$[\beta m]_{AB} = \hat{M}_A \times (\beta \mu)_{AB},$$

$$[C_h \cdot m]_{AB} = \hat{M}_A \times (C_h \cdot \mu)_{AB} \dots \dots \dots (31 b)$$

ここに、式(35)の右辺の第3項 $\sum [\beta m]_{BA}$ は、すでに算出された他節点 B における βm の概算値の和であり、いまだ算出されていない節点での $[\beta m]_{BA}$ は拘束成分 \hat{M}_A がある場合は $t_A M_B (\beta \mu)_{BA}$ とし、ない場合は零と仮定する。

c) 計算例-2 図-13(a)に示す2層3スパンのラーメンは鷹部屋教授の論文⁷⁾より引用した例題である。

(i) 準備計算: 計算に必要な諸係数 $\mu, \alpha \mu, \beta \mu, C_h \cdot \mu$

図-13(a)

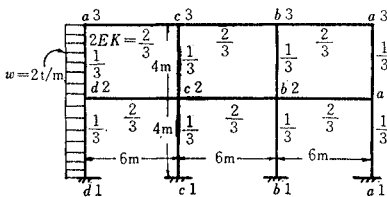


図-13(b) Kani 拡張法

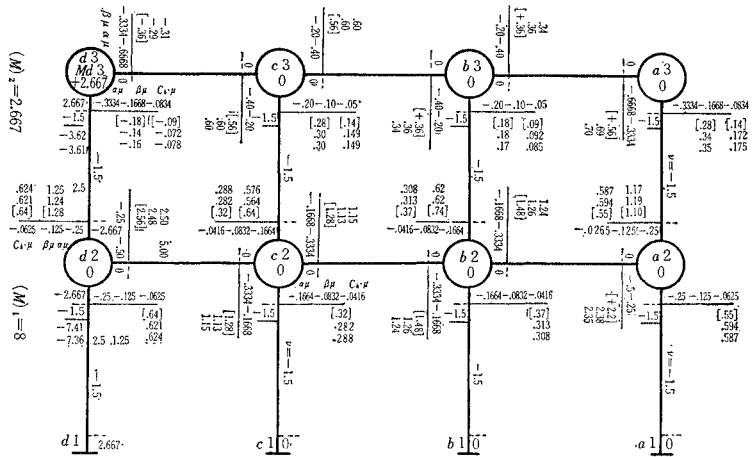
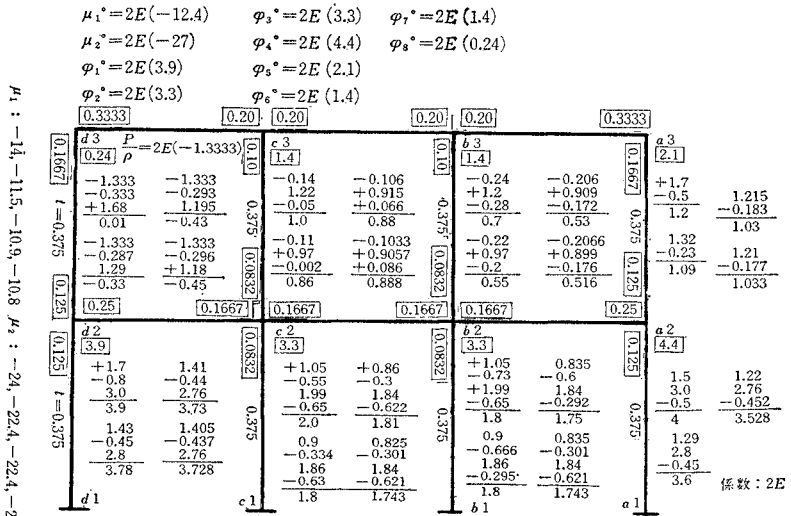


図-13(c) 撓角分配法



および ν をそれぞれ式(5)および式(12)より算出すれば図-13(b)に示すごとくなる。また荷重に関する拘束成分は、第1, 第2階層で式(13)よりそれぞれ、

$$(M)_1 = \{3wh^2/2 + 1.0(wh^2/12 - wh^2/12)\}/6 = 8$$

$$(M)_2 = \{wh^2/2 + 1.0(wh^2/12 - wh^2/12)\}/6 = 2.667$$

となり、さらに節点の拘束成分は式(6)より、

$$M_{d2} = wh^2/12 - wh^2/12 = 0, M_{d3} = wh^2/12 = 2.667$$

上記算出の $(M)_1, (M)_2$ および M_{d3} を用いて各成分の推定値ならびに概算値を算定すればそれぞれ以下のごとく求められる。

第1, 第2階層の r, t を式(32), (33)によって求めれば、

$$r_1 = 0.156, r_2 = 0.356, t_1 = 1.185, t_2 = 1.553$$

また節点 d3 の r, t については、式(28 a), (29)よりつぎの値をうる。

$$r_{d3} = 0.088, t_{d3} = 1.095$$

以上から階層の拘束成分を推定するには式 (33) を、節点 $d3$ の S_{d3} を求めるには式 (29) を用いればよくそれぞれつぎの値となる。

$$\begin{aligned} (\dot{M})_1 &= 1.185 \times 8 \approx 9.48 \\ (\dot{M})_2 &= 1.553 \times 2.667 \approx 4.14 \\ S_{d3} &= 1.095 \times 2.667 \approx 2.92 \end{aligned}$$

つぎにこれらの推定値を用いて M_R および m の概算値を逐次算定する。まず M_R の概算値を求めれば式 (34) より、

$$\begin{aligned} [M_R]_{a2, a1} &= [M_R]_{b2, b1} = [M_R]_{c2, c1} \\ &= [M_R]_{d2, d1} = -0.75 \times 9.48 = -7.11 \\ [M_R]_{a3, a2} &= [M_R]_{b3, b2} = [M_R]_{c3, c2} \\ &= [M_R]_{d3, d2} = -0.75 \times 4.14 = -3.11 \end{aligned}$$

$\beta m, C_h \cdot m$ の概算値はまず式 (35) を用いて各節点の \dot{M}_A を求めたうえで、図上にて式 (31 b) より算出すればよく、本例では節点 $d2, c2, \dots, d3, \dots, a3$ の順に、図-13 (b) 上において計算を進めた。すなわち、式 (35) を用いて節点 $c2$ の \dot{M}_{c2} を求めれば、 $S_{c2} = 0, \Sigma[M_R]_{AB} = -10.22, \Sigma[\beta m]_{BA} = 2.56$ より $\dot{M}_{c2} = -7.66$ をうる。つぎに、この値を用いて式 (31 b) より $[\beta m], [C_h \cdot m]$ を被乗数一定の積算にて算出すれば、

$$\begin{aligned} [\beta m]_{c2, b2} &= [\beta m]_{c2, d2} = 1.28, [\beta m]_{c2, c3} = 0.64 \\ [C_h \cdot m]_{c2, c1} &= [C_h \cdot m]_{c2, c3} = 0.32 \end{aligned}$$

これらの値をそれぞれ所定の $\beta \mu$ -欄および $C_h \cdot \mu$ -欄に記入したのち、つぎの節点 $b2$ に移る。節点 $b2$ では $S_{b2} = 0, \Sigma[M_R]_{AB} = -10.22, \Sigma[\beta m]_{BA} = 1.28$ であるゆえ、 \dot{M}_{b2} は同じく式 (35) より求められつぎの値となる。

$$\dot{M}_{b2} = 0 - 10.22 + 1.28 = -8.94$$

よって、この値を用いて図上で $[\beta m], [C_h \cdot m]$ を前節点の場合と同様に式 (31 b) より算出する。以下演算操作はまったく同様である。ただし図-13 (b) 中でカッコのついている各値は、それぞれ各節点で算出された上記 βm および $C_h \cdot m$ の概算値である。

(ii) バランス計算および端モーメントの算出：上記準備計算で求めた概算値をまず式 (13) に代入して M_R の第1次近似値を求め、ついで回転成分 m の第1次近似値を式 (6), (9) より算出する。

以下式 (13) および式 (6), (9) に基づく通常のパランス計算に移行する (図-13 (b) 参照)。所要の精度に各値がおさまれば式 (1) より $M_L = 0$ として各端モーメントを算定する。すなわち、節点 $d2$ においては、

$$\begin{aligned} M_{d2, d1} &= 2.50 - 7.36 + 2.67 = -2.19 \\ M_{d2, d3} &= 2.50 - 0.16 - 3.61 - 2.67 = -3.94 \\ M_{d2, c2} &= 5.00 + 1.15 = 6.15 \quad (\text{単位: t}\cdot\text{m}) \end{aligned}$$

本法と撓角分配法との比較のため、まず概算値ならびにこれに基づく第1, 第2次近似値を列挙すれば表-4のごとくである。すなわち、 M_R の概算値ならびに第1, 第2次近似値のいずれにおいても本法が撓角分配法

表-4

M_R	概算値		第1次近似値		第2次近似値		収束値
	本法 ($\times 6$)	撓角 分配法	本法 ($\times 6$)	撓角 分配法	本法 ($\times 6$)	撓角 分配法	
$a2, a1$	-18.66	-24.8	-21.72	-28.0	-21.66	-23.0	-21.60
$a3, a2$	-42.66	-54.0	-44.46	-48.0	-44.16	-44.8	-44.14

より収束値 (撓角分配法) にはるかに近く、ために本例ではバランス計算回数が撓角分配法の4回に対して2回で済むことになる。その理由は撓角分配法における撓角、撓度の概算値推定法が本法に比して単純粗雑であり、推定度が低いことが主因かと思われる。

図-14

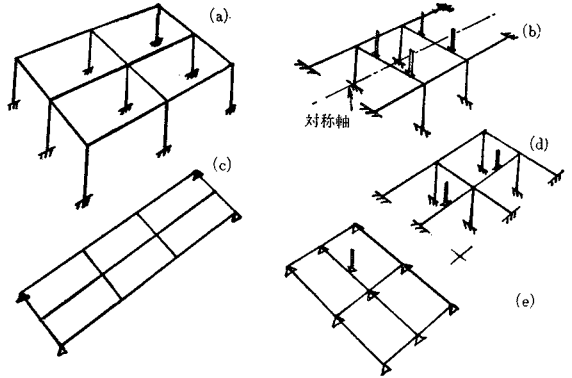


図-13(b) と図-13

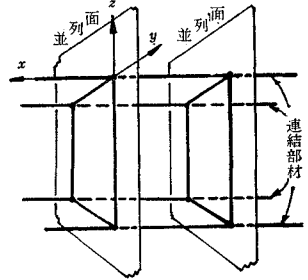
(c) との比較によって考察するとき、両者間には、一見差異は認められぬかのようなのであるが、内容に立ち至れば本法では演算が加減と積算に完全に分離されており、しかも積算は被乗数が一定になって

いるので演算面における単純性と一貫性が認められて実際演算を行なっているかに便利であることを実感するのみならず、さらに端モーメントが算出値をそのまま加算して求められるのに対し、撓角分配法ではたわみ角式にもどしてモーメント量への換算計算が必要であり、その手間が余分である。

3. 直線部材で構成される立体ラーメンの解法

(1) 定義および規約

本章で取扱う構造物は図-14のごとく互いに直交する直線部材で構成される立体ラーメンや格子桁などであり一般にこれらの構造物は図-15のごとく同一平面的部材群によって形成される並列面と、この平面に直交する部材群、換言すればこれらの並列面を相互に連結する部材群とによって構成されると見做すことができ、並列面の部材を面部材、後者のそれを連結部材と名付ける。



いま立体構造物を規制するため直交座標 (x, y, z) を導入すれば、一般に前記立体構造物はつぎの3種の形式に分類される。すなわち、

- 形式(x) : yz 面部材と x 方向の連結部材との組合せ。
- 形式(y) : zx 面部材と y 方向の連結部材との組合せ。
- 形式(z) : xy 面部材と z 方向の連結部材との組合せ。

さて、力およびモーメントなどの諸力と、変位および回転角などの諸変形は、いずれも x, y, z 方向の3成分に分解されるゆえ、たとえば形式(x)について考察すれば、面部材には x 軸に関する曲げモーメント M^x と y, z 軸方向の力 F^y, F^z とが作用し、さらにこれに対応して x 軸回りの回転角すなわち yz 面部材のたわみ角 θ^x と y, z 軸方向の変位 A^y, A^z とがそれぞれ与えられ、連結部材には x 軸に関するねじりモーメント M^x が働き、したがって x 軸回りにねじり角 θ^x が生ずる。形式(y), (z) についても同様な考察が行なわれ、これらの関係を整理すれば表-5のごとくである。ただし、モーメントおよび回転角(たわみ角, ねじり角)の符号は負軸に向かって右回りをいずれも正とする。

表-5

	面 部 材	連 結 部 材
形式(x)	曲げモーメント M^x , たわみ角 θ^x 力 F^y, F^z , 変位 A^y, A^z	ねじりモーメント M^x ねじり角 θ^x
形式(y)	曲げモーメント M^y , たわみ角 θ^y 力 F^z, F^x , 変位 A^z, A^x	ねじりモーメント M^y ねじり角 θ^y
形式(z)	曲げモーメント M^z , たわみ角 θ^z 力 F^x, F^y , 変位 A^x, A^y	ねじりモーメント M^z ねじり角 θ^z

部材 AB の材端に働く諸力と変形成分との関係は既往のたわみ角式およびねじり角式より容易に求められ、形式 $(i) (i=x, y, z)$ に対して下記のごとくなる。

形式 (i) : (a) 面部材に対して、

$$\left. \begin{aligned} M^i_{AB} &= (\alpha^i m^i)_{AB} + (\beta^i m^i)_{BA} + (M^i_R)_{AB} + C^i_{AB} \\ M^i_{BA} &= (\alpha^i m^i)_{BA} + (\beta^i m^i)_{AB} + (M^i_R)_{BA} + C^i_{BA} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(36)$$

ただし、

$$\alpha^i = 4, \beta^i = 2, (M^i_R)_{AB} = (M^i_R)_{BA} = -6EK_i R^i$$

$$m^i_{AB} = EK_i \theta^i_A, m^i_{BA} = EK_i \theta^i_B$$

(b) 連結部材に対して、

$$\left. \begin{aligned} M^i_{AB} &= (\alpha^i m^i)_{AB} + (\beta^i m^i)_{BA} + C^i_{AB} \\ M^i_{BA} &= (\alpha^i m^i)_{BA} + (\beta^i m^i)_{AB} + C^i_{BA} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(37)$$

ただし、 $\alpha^i = -\beta^i = GJ_i/hEK_0$,

$$m^i_{AB} = EK_0 \theta^i_A, m^i_{BA} = EK_0 \theta^i_B$$

K_i, GJ_i : i 軸に関する曲げ剛度およびねじり剛性,
 K_0 : 標準曲げ剛度, h : 部材長, θ^i, R^i : i 軸回りの回転角および部材角

(2) 節点変位のない直線材立体構造物

本節では図-14(b)に示すごとく対称荷重をもつ対称構造物や、図-14(d), (e)のごとき節点変位のない立

体構造物を対象として考察を進める。

a) 基本式の誘導 節点変位がない場合には $M^i_R = 0$ となるゆえ、未知数は回転成分 m^i のみとなり、後述の式(39)を用いて容易に算出することができる。すなわち、構造物の任意節点 A において節点方程式を立てれば次式をうる。

$$\sum_B^{(\text{面部材})} M^i_{AB} + \sum_B^{(\text{連結部材})} \bar{M}^i_{AB} - \bar{M}^i_A = 0 \dots\dots\dots(38)$$

ただし、 \bar{M}^i_A : i 軸 ($i=x, y, z$) に関する節点 A の外力モーメントを示す。

式(38)に式(36), (37)を代入したうえで整理し、2.(2) a) の場合と同様に式(41)で定義される回転係数 μ^i_{AB} を導入すれば、ただちに回転成分の算定式がえられ次式となる。

$$\left. \begin{aligned} m^i_{AB} &= T^i_A \cdot \mu^i_{AB}, (\alpha^i m^i)_{AB} = T^i_A \cdot (\alpha^i \mu^i)_{AB} \\ (\beta^i m^i)_{AB} &= T^i_A \cdot (\beta^i \mu^i)_{AB} \\ (C_h \cdot m^i)_{AB} &= T^i_A \cdot (C_h \cdot \mu^i)_{AB} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(39)$$

ここに、

$$T^i_A = M^i_A + \sum_B (\beta^i m^i)_{BA}, M^i_A = \sum_B C^i_{AB} - \bar{M}^i_A \dots\dots\dots(40)$$

また式(39)の回転係数 μ^i_{AB} はつぎのごとくなる。

$$\mu^i_{AB} = - (k_i)_{AB} / \sum_B (\alpha^i k_i)_{AB} \dots\dots\dots(41)$$

b) 概算値推定法 回転成分 m^i の推定法は、2.(4) a) の場合とまったく同様で、必要公式のみ示しにくい説明は省略する。いま、節点 A の拘束成分を M^i_A とすれば、 M^i_A の推定値 \hat{M}^i_A はつぎの式で求められる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{M}^i_A &= t^i_A (M^i_A + \sum_B (\beta^i \mu^i)_{BA} M^i_B) \\ t^i_A &= 1 / (1 - r^i_A), r^i_A = \sum_B (\beta^i \mu^i)_{AB} (\beta^i \mu^i)_{BA} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(42)$$

よって、節点 A の $[\beta^i m^i]_{AB}$ および $[C_h \cdot m^i]_{AB}$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} [\beta^i m^i]_{AB} &= \hat{M}^i_A \cdot (\beta^i \mu^i)_{AB} \\ [C_h \cdot m^i]_{AB} &= \hat{M}^i_A \cdot (C_h \cdot \mu^i)_{AB} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(43)$$

特に拘束成分がない節点 A の推定値 \hat{M}^i_A は、式(40)よりすでに算出された他端 B の回転成分の概算値を β^i 倍した $[\beta^i m^i]_{BA}$ の和で与えられる。

$$\hat{M}^i_A = \sum_B [\beta^i m^i]_{BA} \dots\dots\dots(44)$$

(3) 節点変位のある直線材立体構造物

節点の変位すれば、これに対応して部材には M^i_R が生ずるゆえ、式(39)の回転成分の算定には式(40)の代りに M^i_R の影響を考慮したつぎの式(45)を併用しなければならない。すなわち、

$$T^i_A = M^i_A + \sum_B (M^i_R)_{AB} + \sum_B (\beta^i m^i)_{BA} \dots\dots\dots(45)$$

a) 多主桁1層多スパンラーメンに対する特殊解法

ここでは橋梁に多用される図-16のごとき多主桁1層多スパンラーメンを対象として M_R の算定公式の誘

導を行なう。

① 基本式の誘導
(形式 (x), (z) の組合せの場合): 任意の yz 並列面 a を取り出し, 隣接並列面をそれぞれ並列面 o および u (図-17 参照) とすれば, y 方向の水平荷重 P^y によってこれらの並列

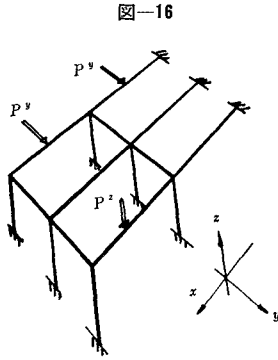


図-16

図-17

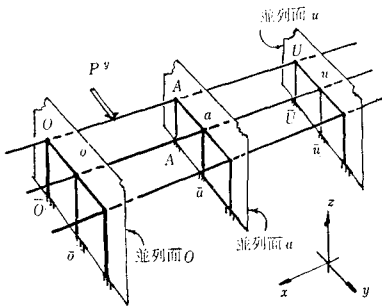
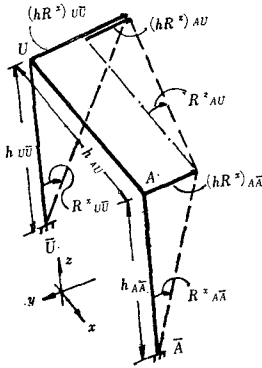


図-18



面の柱 AĀ (および aā), OŌ (および oo) および柱 UŪ (および uu) には x 軸回りの部材角 R^x が, はり AO (および ao) およびはり AU (および au) には, いずれも z 軸回りの部材角 R^z が生ずる。

注: 大文字 A, O および U は各並列面の最左端の上側節点記号を表わし, 小文字 a, o および u は, 各並列面に含まれるその他の上側任意節点に対する総称である。

一般にはり AU と柱 AĀ および柱 UŪ の部材角の間には図-18 よりつぎの関係式が成立する。

$$(hR^z)_{AU} + (hR^z)_{AA} = (hR^z)_{UU}$$

式 (36) より $R^i = -(M^i_R)/6EK_o k_i$, ($i=x, z$) となり, 上式に代入すれば,

$$(M^z_R)_{AU} = (C_h \cdot k_z)_{AU} \times \{ (M^z_R / C_h \cdot k_x)_{U\bar{U}} - (M^z_R / C_h \cdot k_x)_{A\bar{A}} \}$$

一方, $(M^z_R)_{au}$ と $(M^z_R)_{AU}$ とは,

$$(M^z_R)_{au} = (M^z_R)_{AU} \cdot (C_h \cdot k_z)_{au} / (C_h \cdot k_z)_{AU}$$

なる関係があり, これを用いて上式より $(M^z_R)_{AU}$ を消去すれば, 結局はり au の部材角成分 $(M^z_R)_{au}$ が柱 AĀ および柱 UŪ の両部材角成分によってつぎのごと

く一般表示される。

$$(M^z_R)_{au} = \nu^z_{au} [\psi_{U\bar{U}} (M^z_R)_{U\bar{U}} - \psi_{A\bar{A}} (M^z_R)_{A\bar{A}}] \dots \dots \dots (46a)$$

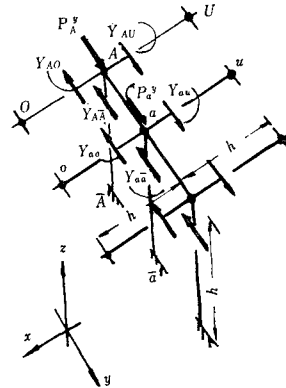
$$\begin{aligned} \nu^z_{au} &= (C_h \cdot k_z)_{au}, \quad \psi_{U\bar{U}} = 1 / (C_h \cdot k_x)_{U\bar{U}}, \\ \psi_{A\bar{A}} &= 1 / (C_h \cdot k_x)_{A\bar{A}} \end{aligned}$$

同じく $(M^z_R)_{ao}$ も柱 AĀ および柱 OŌ の部材角成分によって表わされ次式となる。

$$(M^z_R)_{ao} = \nu^z_{ao} [\psi_{A\bar{A}} (M^z_R)_{A\bar{A}} - \psi_{O\bar{O}} (M^z_R)_{O\bar{O}}] \dots \dots \dots (47)$$

$$\text{ここに, } \nu^z_{ao} = (C_h \cdot k_z)_{ao}, \quad \psi_{O\bar{O}} = 1 / (C_h \cdot k_x)_{O\bar{O}}$$

図-19



さて, 柱 AĀ および柱 aā の部材角成分 $(M^z_R)_{AA}$ および $(M^z_R)_{a\bar{a}}$ の算定式は, y 軸方向の力の釣合式より下記のごとく誘導される。すなわち, 節点 A と節点 a を通る y 軸方向の力の釣合式より (図-19 参照)。

$$\sum_a P^y_a - \sum_a Y_{a\bar{a}} - \sum_a Y_{ao} + \sum_a Y_{au} = 0 \quad (\sum_a \text{には節点 } a \text{ も含む}) \dots \dots (48)$$

ここに, $Y_{a\bar{a}}, Y_{ao}$ および Y_{au} はそれぞれ柱 aā, はり ao およびはり au の材端 a に働く y 軸方向の端せん力で次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} Y_{a\bar{a}} &= \frac{-1}{h} (M^z_{a\bar{a}} + M^z_{\bar{a}a}) + Y_{a\bar{a}} \\ Y_{ao} &= \frac{-1}{h} (M^z_{ao} + M^z_{oa}) + Y_{ao} \\ Y_{au} &= \frac{-1}{h} (M^z_{au} + M^z_{ua}) + Y_{au} \end{aligned} \right\} \dots \dots (49)$$

ただし, Y: 荷重による y 方向の端せん力, P^y_a: 節点 a に働く y 方向の外力を表わす。

式 (48) に標準部材長 h_o を乗じたのち, 式 (49), (36) および式 (46 a), (47) を代入して整理し, かつ $(M^z_R)_{a\bar{a}} = (M^z_R)_{A\bar{A}} \cdot (C_h \cdot k_x)_{a\bar{a}} / (C_h \cdot k_x)_{A\bar{A}}$ なる関係式を導入すれば, 結局 $(M^z_R)_{a\bar{a}}$ がつぎの式で求められる。

$$\begin{aligned} (M^z_R)_{a\bar{a}} &= \nu^z_{a\bar{a}} [Q^z_a - A_1 (M^z_R)_{O\bar{O}} - A_2 (M^z_R)_{U\bar{U}} \\ &+ \sum_a (C_h \cdot m^z)_{a\bar{a}} + \sum_a \{ (C_h \cdot m^z)_{ao} + (C_h \cdot m^z)_{oa} \} \\ &- \sum_a \{ (C_h \cdot m^z)_{au} + (C_h \cdot m^z)_{ua} \}] \dots \dots (50a) \end{aligned}$$

ただし,

$$\begin{aligned}
 Q^x_a &= \frac{1}{6} \{ Q^y_a \cdot h_0 + \sum_a C_h \cdot (C^x_{a\bar{a}} + C^x_{\bar{a}a}) \\
 &\quad + \sum_a C_h \cdot (C^z_{ao} + C^z_{oa}) - \sum_a C_h \cdot (C^z_{au} + C^z_{ua}) \} : \\
 &\quad \text{並列面 } a \text{ の拘束成分と名付ける。} \\
 Q^y_a &= \sum_a P^y_a - \sum_a Y_{a\bar{a}} - \sum_a Y_{ao} + \sum_a Y_{au} \\
 A_1 &= \sum_a (C_h^2 \cdot k_z)_{ao} / 3(C_h \cdot k_x)_{o\bar{o}} \\
 A_2 &= \sum_a (C_h^2 \cdot k_z)_{au} / 3(C_h \cdot k_x)_{u\bar{u}}
 \end{aligned}$$

また、 $\nu^x_{a\bar{a}}$ は柱 $a\bar{a}$ の部材角係数で次式で示される。

$$\nu^x_{a\bar{a}} = -3(C_h \cdot k_x)_{a\bar{a}} / \{ \sum_a (C_h^2 \cdot k_x)_{a\bar{a}} + \sum_a (C_h^2 \cdot k_x)_{ao} + \sum_a (C_h^2 \cdot k_x)_{au} \} \dots\dots(51)$$

② 概算値推定法：並列面 a の任意の柱 $a\bar{a}$ に生ずる x 軸回りの部材角成分 (M^x_R) $_{a\bar{a}}$ の概算値は、2.(4) b) と同様な方法によって簡単に推定することができる。すなわち、図-17 のごとき立体ラーメンの並列面 a の拘束成分を Q^x_a とすれば、推定値 \hat{Q}^x_a は式 (33) より次式でえられる。

$$\hat{Q}^x_a = t^x_a \cdot Q^x_a, \quad t^x_a = 1 / (1 - r^x_a) \dots\dots(52)$$

また、部材角成分の概算値は式 (34) より、

$$[M^x_R]_{a\bar{a}} = \nu^x_{a\bar{a}} \cdot \hat{Q}^x_a \dots\dots(53)$$

さらに任意節点 A の拘束成分 M^i_A の推定値 \hat{M}^i_A は、式 (42) の代りに $[M^i_R]$ の影響を加味した次式で算出される。

$$\left. \begin{aligned}
 \hat{M}^i_A &= S^i_A + \sum_B [M^i_R]_{AB} + \sum_B [\beta^i m^i]_{BA} \dots\dots(54) \\
 S^i_A &= t^i_A \cdot M^i_A
 \end{aligned} \right\}$$

ここに、式 (52) の項比 r^x_a はつぎのごとき内容となる。

$$r^x_a = p_{a\bar{a}} + \nu^x_{a\bar{a}} (A_1 f_1 + A_2 f_2 + q_1 + q_2) \dots\dots(55)$$

ただし、

$$\begin{aligned}
 p_{a\bar{a}} &= \sum_a (C_h \cdot \mu^x \cdot \nu^x)_{a\bar{a}} \\
 f_1 &= \nu^x_{o\bar{o}} \sum_a (C_h^2 \cdot k_z)_{oa} / 3(C_h \cdot k_x)_{A\bar{A}} \\
 f_2 &= \nu^x_{u\bar{u}} \sum_a (C_h^2 \cdot k_z)_{ua} / 3(C_h \cdot k_x)_{A\bar{A}} \\
 q_1 &= \psi_{AA} \sum_a \{ (C_h \cdot \mu^z)_{ao} + (C_h \cdot \mu^z)_{oa} \} \nu^z_{ao} \\
 q_2 &= \psi_{A\bar{A}} \sum_a \{ (C_h \cdot \mu^z)_{au} + (C_h \cdot \mu^z)_{ua} \} \nu^z_{au}
 \end{aligned}$$

特に節点 a と u の変形が対称な場合には対称条件よりえられる $f_2 = -1, q_2 = 0$ の諸値を式 (55) に代入して、

$$r^x_a = p_{a\bar{a}} + \nu^x_{a\bar{a}} (A_1 f_1 - A_2 + q_1) \dots\dots(56)$$

また節点 A と節点 a を結ぶ軸がこれら節点 u と o の変形に関する対称軸に該当する場合は、 $A_2 f_2 = A_1 f_1, q_2 = q_1 = \psi_{A\bar{A}} \sum_a (C_h \cdot \mu^z \cdot \nu^z)_{oa}$ においてつぎの値となる。

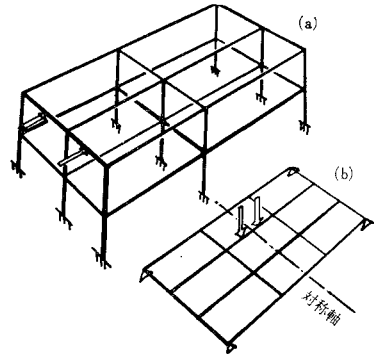
$$r^x_a = p_{a\bar{a}} + 2 \nu^x_{a\bar{a}} (A_1 f_1 + q_1) \dots\dots(57)$$

注：形式 (y), (z) の組み合わせに対する基本式は単に上記誘導諸式の肩字 x を y に代えたものとなる。

③ 柱の M_R 補正法：柱 $a\bar{a}$ の M_R の収斂が m のそれにくらべて悪い場合は、式 (55)~(57) で与えられる項比をそのまま使用することによって、 M_R を 2.(3) b) とまったく同じ方法で容易に補正することができる。

b) 一般解法 図-20(a) の多層多スパン立体ラ-

図-20



メンや図-20(b) の多主桁多スパン格子桁を前述の方法で解こうとすれば M_R 算定式が繁雑となり実用性が損われる。したがってかかる構造物の解法には 2.(3) d)

①のごとく重ね合せの方法を本法に適用するのが有利である。この場合すべて変位は定数として扱うゆえ、式 (45) の $M^i_A + \sum_B (M^i_R)_{AB}$ も同じく定数となる。よって回転成分 m^i の算定法が節点変位のない場合と同一となり、式 (39) をそのまま算定式とみなして演算操作が簡単となる。また 3.(2) b) の概算値推定法を適用すれば、上記分割計算はいずれも 2 回あるいは 3 回のバランス計算で収束するゆえ、演算量が軽減される反面、節点変位数と同じ元数をもつ補正係数に関する連立方程式を解かねばならないので、究極のところ回転変形は多くとも、節点変位の少ない一般構造物に対して本法が実用的価値を有するといえ、節点変位数を 12 以下に限定しても 図-20(a) は一般に水平変位 12、構造および荷重が対称のときは 4、図-20(b) は垂直変位 12、同じく対称で 6 となり、この程度のかかなり複雑な構造物でも割合楽に解けることがわかる。

c) 計算例-3 図-21 に示す 2 主桁 1 層 3 スパンのラーメンを例として 3.(3) a) による演算を解説する。

(i) 準備計算：構造形式と荷重の対称性より、節点 $c_i, d_i (i=1, 2)$ 側の半分を計算すればよく、さらに載荷条件より形式 (x) および形式 (z) を採用する。さて、

図-21

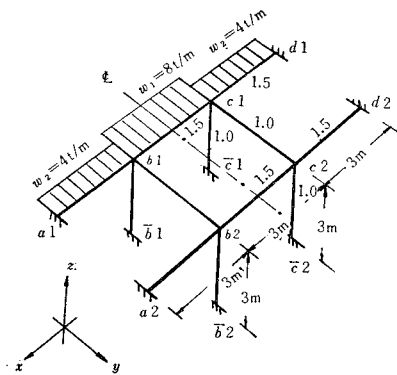
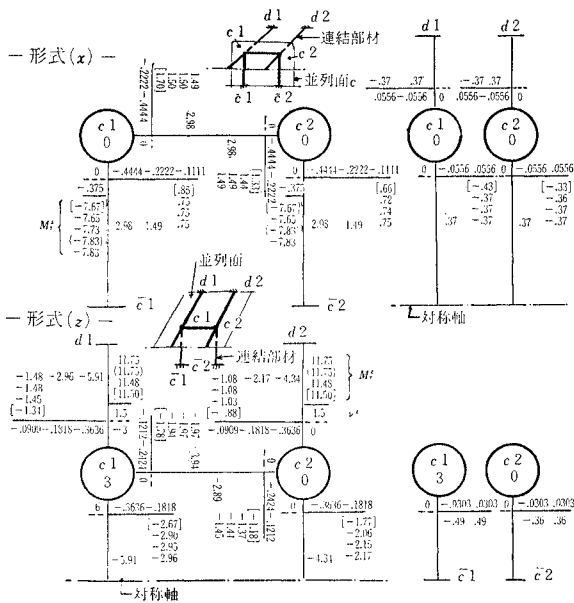


図-22



節点の回転係数 μ および $\alpha\mu, \beta\mu, C_h \cdot \mu$ はそれぞれ 図-22 のごとくえられる。また 部材長はすべて等しく $C_h = h_{ij}/h_i = 1$ より、式 (50 a) の諸係数は、

$$A_1 = (1^2 \times 1.5 + 1^2 \times 1.5) / 3 \times (1 \times 1) = 1$$

$$\psi_{c_1, \bar{c}_1} = 1 / (1 \times 1) = 1, \nu^z_{c_1, d_1} = \nu^z_{c_2, d_2} = 1 \times 1.5 = 1.5$$

$$\nu^x_{c_1, \bar{c}_1} = \nu^x_{c_2, \bar{c}_2} = -3(1 \times 1) / \{2 \times (1^2 \times 1) + 2 \times (1^2 \times 1.5) + 2 \times (1^2 \times 1.5)\} = -0.375$$

さらに並列面 c の拘束成分 Q^x_c は $Q^y_c = 8 \times 3/2 + 4 \times 3/2 = 18.0$ を式 (50 a) に代入すればただちに算定でき、 $Q^x_c = \{18.0 \times 3 + 1 \times 0\} / 6 = 9.0$ となる。

したがって式 (50 a), (46 a) は本例の場合つぎのごとく表わされる。

$$(M^x_R)_{c_i, \bar{c}_i} = \nu^x_{c_i, \bar{c}_i} [9.0 - (M^x_R)_{b_1, \bar{b}_1} + \sum_j (C_h \cdot m^x)_{c_i, \bar{c}_i} - \sum_j (C_h \cdot m^x)_{c_i, d_i}] \dots \dots \dots (50 b)$$

$$(M^x_R)_{c_i, d_i} = \nu^z_{c_i, d_i} [-(M^x_R)_{c_1, \bar{c}_1}] \dots \dots (46 b)$$

一方、項比 r^x_c は、式 (55) より節点 b_i と c_i の変形が対称で節点 d_i が固定ゆえ $f_1 = -1, q_1 = 0$ および $f_2 = 0$ とおいて、

$$r^x_c = p_{c\bar{c}} + \nu^x_{c_1, \bar{c}_1} (-A_1 + q_2)$$

ここで、

$$p_{c\bar{c}} = 2(-0.1111) \times (-0.375) \approx 0.083$$

$$q_2 = 1 \times 2 \times (-0.0909) \times 1.5 \approx -0.2727$$

$$\nu^x_{c_1, \bar{c}_1} = -0.375, A_1 = 1$$

よって、

$$r^x_c = 0.083 + (-0.375)(-1 - 0.2727) \approx 0.56$$

$$t^x_c \approx 2.27$$

すなわち、並列面 c の拘束成分 Q^x_c の推定値 \hat{Q}^x_c は式 (52) より、

$$\hat{Q}^x_c = t^x_c \cdot Q^x_c = 2.27 \times 9.0 \approx 20.4$$

また節点 c_1 の拘束成分は $M^z_{c_1} = C^z_{c_1, b_1} + C^z_{c_1, d_1} = 8 \times 3^2/12 - 4 \times 3^2/12 = 3.0$ となり、項比 $r^z_{c_1} = (-0.1818)^2 + (-0.1212)^2 \approx 0.05, t^z_{c_1} = 1.05$ を式 (54) に代入すれば、同節点の $S^z_{c_1}$ として次値をうる。

$$S^z_{c_1} = t^z_{c_1} \cdot M^z_{c_1} = 1.05 \times 3.0 \approx 3.2$$

(ii) バランス計算: x 軸に関する回転成分 m^x と部材角成分 M^x_R に対して yz 面部材と x 方向の連結部材を、 z 軸に関する m^z と M^z_R に対して xy 面部材と x 方向の連結部材をそれぞれ 図-22 のごとく並記する。つぎに μ^j および $\alpha^j \mu^j, \beta^j \mu^j, C_h \cdot \mu^j (j=x, z)$ などを平面ラーメンの記入法に準じて書き入れたのちまず部材角成分の概算値を算出する。

柱 $c_i, \bar{c}_i (i=1, 2)$ では式 (53) より、

$$[M^x_R]_{c_i, \bar{c}_i} = -0.375 \hat{Q}^x_c \approx -7.67$$

よって対称条件より、 $[M^x_R]_{b_i, \bar{b}_i} = -7.67$

さらには c_i, d_i では式 (46 b) より、

$$[M^z_R]_{c_i, d_i} \approx 11.50$$

また $[m]$ を各節点ごとに式 (54), (53) より順次算定すればそれぞれ以下のごとくなる。すなわち、形式 (x) について示せば、

節点 c_1 では:

$$S^x_{c_1} = 0, \sum_B [M^x_R]_{AB} = -7.67$$

$$\sum_B [\beta^x m^x]_{BA} = 0 \text{ より } \hat{M}^x_{c_1} = -7.67$$

よって式 (43) より、

$$[\beta^x m^x]_{c_1, c_2} = -7.67 \times (-0.2222) \approx 1.70$$

$$[\beta^x m^x]_{c_1, b_1} = -7.67 \times (0.0556) \approx -0.43$$

$$[C_h \cdot m^x]_{c_1, \bar{c}_1} = -7.67 \times (-0.1111) \approx 0.85$$

節点 c_2 では:

$$S^x_{c_2} = 0, \sum_B [M^x_R]_{AB} = -7.67$$

$$\sum_B [\beta^x m^x]_{BA} = 1.70 \text{ より } \hat{M}^x_{c_2} = -5.97$$

よって式 (43) より、

$$[\beta^x m^x]_{c_2, c_1} = -5.97 \times (-0.2222) \approx 1.33$$

$$[\beta^x m^x]_{c_2, b_2} = -5.97 \times (0.0556) \approx -0.33$$

$$[C_h \cdot m^x]_{c_2, \bar{c}_2} = -5.97 \times (-0.1111) \approx 0.66$$

形式 (z) についても同様な計算を行なったのち (図-22 参照)、 M^i_R の第 1 次近似値を求める。すなわち、

$$[M^x_R]_{b_1, \bar{b}_1} = -7.67, \sum_j [C_h \cdot m^x]_{c_i, \bar{c}_i} = 1.51$$

$$\sum_j [C_h \cdot m^z]_{c_i, d_i} = -2.22 \text{ より、}$$

$$(M^x_R)_{c_i, \bar{c}_i} = -0.375(9.0 + 7.67 + 1.51 + 2.22) = -7.65$$

$$(M^z_R)_{c_i, d_i} = 1.5 \times (7.65) = 11.48$$

ついで、各節点の回転成分の第 1 次近似値を式 (39), (45) を用いて順次算出したのち、再び M^i_R の第 2 次近似値を求めれば式 (50 b) より、

$$(M^x_R)_{c_i, \bar{c}_i} = -0.375(9.0 + 7.67 + 1.47 + 2.48) = -7.73$$

一般に多主桁の立体ラーメンでは、回転成分に比較して部材角成分の収斂が悪く、本例でも 3.(3) a) ③ の M_R 補正法を用いて M_R の補正を行なう必要がある。さて、 M^x_R の変化量 ΔM^x_R は第2次近似値より第1次近似値を差し引いた値 -0.08 となり、所要の補正値は式 (16) より $(M^x_R)_{ci, \bar{c}i} = -7.65 + 2.27 \times (-0.08) = -7.83$ よって $(M^z_R)_{ci, di}$ は式 (46b) よりつぎの値となる。

$$(M^z_R)_{ci, di} = 1.5 \times 7.83 = 11.75$$

これらの値よりあらためて回転成分 m の第2次近似値を前回と同じく節点ごとに逐次算出する。かくのごとく式 (39), (45) および式 (50b), (46b) を用いて m および M_R の近似値をくり返し求め、各値が所要の精度に達するまで反復を続ける。本例では精度を小数位2位に取れば、 M_R の補正計算を含め3回のバランス計算で収束することが認められたが(図-22 参照)、 M_R の補正を行なわなければ6回のバランス計算を必要とし、さらに概算値推定法によらないで拘束成分をそのまま用いて計算を行なう場合は12回にも達する。以上より概算値推定法と M_R 補正法とを併用する本法がかかる M_R の収斂が悪い立体ラーメンに対してもきわめて有効なる実用解となりうる事が了解される。

(iii) 端モーメントの算出：所要の端モーメントは式 (36) より下記のごとき簡単な加減算によって求められる。すなわち、

$$\begin{aligned} M^x_{c1, c2} &= 2.98 + 1.49 = 4.47 \\ M^x_{c2, c1} &= 2.98 + 1.49 = 4.47 \\ M^x_{\bar{c}1, \bar{c}1} &= -7.83 + 1.49 = -6.34 \\ M^x_{c1, \bar{c}1} &= 2.98 - 7.83 = -4.85 \\ M^x_{c2, \bar{c}2} &= -7.83 + 2.98 = -4.85 \\ M^x_{d1, c1} &= -0.37, \quad M^x_{c1, d1} = 0.37, \quad M^x_{c2, d2} = 0.37 \\ M^x_{\bar{c}2, c2} &= -7.83 + 1.49 = -6.34 \\ M^x_{c1, b1} &= 0.37 - 0.37 = 0 \\ M^x_{c2, b2} &= 0.37 - 0.37 = 0, \quad M^x_{d2, c2} = -0.37 \\ M^z_{c1, d1} &= 11.75 - 5.91 - 3.00 = 2.84 \\ M^z_{c2, d2} &= 11.75 - 4.34 = 7.41 \\ M^z_{d1, c1} &= 11.75 - 2.96 + 3.00 = 11.79 \\ M^z_{c1, c2} &= -3.94 - 1.45 = -5.39 \\ M^z_{c2, c1} &= -2.89 - 1.97 = -4.86 \\ M^z_{d2, c2} &= 11.75 - 2.17 = 9.58 \\ M^z_{c1, b1} &= -5.91 + 2.96 + 6.00 = 3.05 \\ M^z_{c2, b2} &= -4.34 + 2.17 = -2.17 \\ M^z_{\bar{c}1, c1} &= 0.49, \quad M^z_{c1, \bar{c}1} = -0.49 \\ M^z_{c2, \bar{c}2} &= -0.36, \quad M^z_{\bar{c}2, c2} = 0.36 \quad (\text{単位: t}\cdot\text{m}) \end{aligned}$$

4. 曲線部材をもつ立体ラーメンの解法

(1) 定義および規約

一般に曲線部材をもつ立体ラーメンは、部材の結合形

式によって下記のごとく大別される。

形式 (I) (図-23 (a) 参照)：曲線部材が材端の接線方向 (t 軸方向) に沿って連続して結合されている形式。

形式 (II)：(図-23

図-23

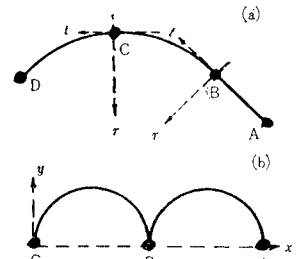


図-24

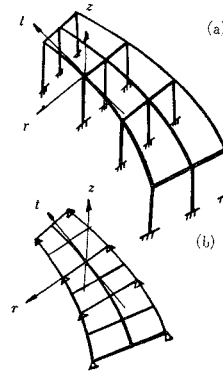
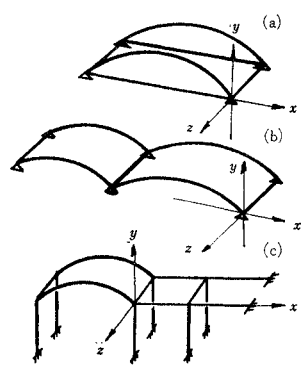


図-25



(b) 参照)：曲線部材が両材端を通る軸 (x 軸) に沿って直線上に結合されている形式。

形式 (I) には高速道路高架橋などに多用される図-24 (a), (b) のごとく多主桁1層多スパンの曲線材立体ラーメンや曲線格子桁などがあり、形式 (II) は図-25 (a) の変型ローゼ桁や (b) の連続アーチおよび (c) の建築構造ラーメンなどにその例を見る。以下上記2形式に分けて考察を進めることとする。

形式 (I)：座標系として部材の接線、法線および陪法線を3軸とする流動座標 (t, r, z) を採用する。また構成部材を 3.(1) の場合と同じく、並列面内にある面部材とこれに直交する連結部材とに分ければ、構造物はつぎの3形式に分類される(図-24 参照)。

形式 (r)： tz 面部材と r 方向の連結部材との組合せ。

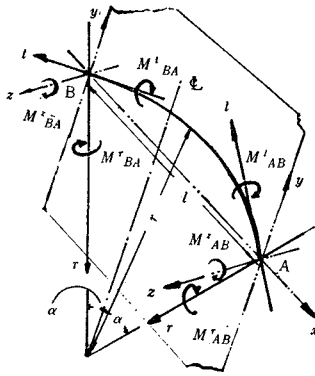
形式 (t)： zr 面部材と t 方向の連結部材との組合せ。

形式 (z)： rt 面部材と z 方向の連結部材との組合せ。

つぎに部材 AB の材端に働く端モーメントと変形成分との関係は、平面¹²⁾ならびに立体たわみ角式¹⁴⁾より容易に求められ、いま曲線として円弧を採用すれば、形式 (i) ($i=r, t, z$) に対して式 (2) よりそれぞれ下記のごとく表わされる(図-26 参照)。

$$\left. \begin{aligned} M^i_{AB} &= (\alpha^i m^i)_{AB} + (\beta^i m^i)_{BA} + (r^i m^j)_{AB} \\ &\quad + (\bar{\delta}^i m^j)_{BA} + (M^i_R)_{AB} + C^i_{AB} \\ M^i_{BA} &= (\alpha^i m^i)_{BA} + (\beta^i m^i)_{AB} + (r^i m^j)_{BA} \\ &\quad + \bar{\delta}^i m^j_{AB} + (M^i_R)_{BA} + C^i_{BA} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (58a)$$

図-26



$$\left. \begin{aligned} M^z_{AB} &= (\alpha^z m^z)_{AB} + (\beta^z m^z)_{BA} \\ &\quad + (M^z_R)_{AB} + (M^z_L)_{AB} + C^z_{AB} \\ M^z_{BA} &= (\alpha^z m^z)_{BA} + (\beta^z m^z)_{AB} \\ &\quad + (M^z_R)_{BA} + (M^z_L)_{BA} + C^z_{BA} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(58b)$$

ここに肩字 i, j は $i=r, t$ に対して $j=t, r$ をとる。また回転成分, 部材角成分および伸縮成分はそれぞれ表-6 のごとき内容をもつ。

ただし, $K_i (i=r, t, z)$: i 軸に関する曲げ剛度, $K_c = I_r/2\alpha r$: 半開角 α , 半径 r の円弧部材の r 軸に関する曲げ剛度, $R = (d^z_A - d^z_B)/r$, $R^z = (d^y_B - d^y_A)/l$: 円弧部材の部材角, l : 円弧部材の弦長, $\alpha^i, \beta^i, \gamma^i, \delta^i, \epsilon^i (i=r, t)$: 円弧部材の立体たわみ角式の形状項¹⁴⁾, $\alpha^z, \beta^z, \gamma^z, \delta^z$: 円弧部材の平面たわみ角式の形状項¹²⁾, $C^i (i=r, t, z)$: i 軸に関する固定端モーメント, $\bar{\delta}_A = \delta_B, \bar{\delta}_B = \delta_A$

なおモーメントおよび回転角の符号は, r, t 軸回りのものは正軸に向かって右回りを正とし, z 軸回りのものは負軸に向かって右回りを正とする。

表-6

	直線部材		円弧部材
	面部材	連結部材	
回転成分	$m^r = EK_r \theta^r$ $m^t = EK_t \theta^t$ $m^z = EK_z \theta^z$	$m^r = EK_c \theta^r$ $m^t = EK_c \theta^t$ $m^z = EK_c \theta^z$	$m^r = EK_c \theta^r$ $m^t = EK_c \theta^t$ $m^z = EK_z \theta^z$
部材角成分	$(M^r_R)_{AB} = (M^r_R)_{BA} = -6EK_x R^r$ $(M^t_R)_{AB} = (M^t_R)_{BA} = -6EK_y R^t$ $(M^z_R)_{AB} = (M^z_R)_{BA} = -6EK_z R^z$	$(M^r_R)_{AB} = (M^r_R)_{BA} = \epsilon^r AEK_c R$ $(M^t_R)_{AB} = (M^t_R)_{BA} = \epsilon^t AEK_c R$ $(M^z_R)_{AB} = (M^z_R)_{BA} = \epsilon^z AEK_z R^z$	
伸縮成分	—		$(M^z_L)_{AB} = -(M^z_L)_{BA} = \delta^z AEK_z d_l$

表-7

	直線部材		円弧部材
	面部材	連結部材	
回転成分	$m^x = EK_x \theta^x$ $m^y = EK_y \theta^y$ $m^z = EK_z \theta^z$	$m^x = EK_c \theta^x$ $m^y = EK_c \theta^y$ $m^z = EK_c \theta^z$	$m^x = EK_c \theta^x$ $m^y = EK_c \theta^y$ $m^z = EK_z \theta^z$
部材角成分	$(M^x_R)_{AB} = (M^x_R)_{BA} = -6EK_x R^x$ $(M^y_R)_{AB} = (M^y_R)_{BA} = -6EK_y R^y$ $(M^z_R)_{AB} = (M^z_R)_{BA} = -6EK_z R^z$	$(M^x_R)_{AB} = (M^x_R)_{BA} = \epsilon^x AEK_c R$ $(M^y_R)_{AB} = (M^y_R)_{BA} = \epsilon^y AEK_c R$ $(M^z_R)_{AB} = (M^z_R)_{BA} = \epsilon^z AEK_z R^z$	
伸縮成分	—		$(M^z_L)_{AB} = -(M^z_L)_{BA} = \delta^z AEK_z d_l$

は負軸に向かって右回りを正とする。

形式(II): 座標系として直交固定座標 (x, y, z) を採用すれば, 形式(I)と同様に構成部材の組み合わせはつぎの3形式に分類される(図-25参照)。

すなわち,

形式(x): yz 面部材と x 方向の連結部材との組合せ。

形式(y): zx 面部材と y 方向の連結部材との組合せ。

形式(z): xy 面部材と z 方向の連結部材との組合せ。

また, 直交固定座標を規準とする円弧部材の端モーメント式には $i=x, j=y$ または $i=y, j=x$ とおいた式(58a) および式(58b) がそのまま適用できる。ただし回転成分, 部材角成分および伸縮成分の式内容は表-7に示すごとくである。

(2) 形式(I)の立体構造物

a) 基本式の誘導 構造物の任意節点 A を取り出し, i 軸 ($i=r, t, z$) に関する節点方程式を立てれば次式をえる。

$$\sum_B M^i_{AB} - \bar{M}^i_A = 0 \dots\dots\dots(59)$$

ただし, \bar{M}^i_A : 節点 A に働く i 軸回りの外力モーメントである。

式(59)に式(58a), (58b)を代入し, 3.(2)a)の直線材立体構造物の場合と同様に, 式(62)で定義される回転係数 μ^i_{AB} を導入したうえで整理すれば, 結局回転成分の決定式が次式で求められる。

$$m^i_{AB} = \mu^i_{AB} [M^i_A + \sum_B (\beta^i m^i)_{BA} + \sum_B (\gamma^i m^j)_{AB} + \sum_B (\delta^i m^j)_{BA}] \dots\dots(60)$$

ただし, $(\gamma^z m^j)_{AB} = 0, (\delta^z m^j)_{BA} = 0$

さらに式(60)より $\alpha^i, \beta^i, \gamma^j, \delta^j$ を乗じて,

$$\left. \begin{aligned} (\alpha^i m^i)_{AB} &= T^i_A \cdot (\alpha^i \mu^i)_{AB} \\ (\beta^i m^i)_{AB} &= T^i_A \cdot (\beta^i \mu^i)_{AB} \\ (\gamma^j m^j)_{AB} &= T^i_A \cdot (\gamma^j \mu^j)_{AB} \\ (\delta^j m^j)_{AB} &= T^i_A \cdot (\delta^j \mu^j)_{AB} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(61)$$

ここに,

$$\begin{aligned} T^i_A &= M^i_A + \sum_B (\beta^i m^i)_{BA} \\ &\quad + \sum_B (\gamma^i m^j)_{AB} + \sum_B (\delta^i m^j)_{BA} \\ \bar{M}^i_A &= \sum_B C^i_{AB} - \bar{M}^i_A \\ &\quad + \sum_B (M^i_R)_{AB} + \sum_B (M^i_L)_{AB} \end{aligned}$$

節点 A の i 軸に関する拘束成分

ただし, $(\gamma^j m^z)_{AB} = (\delta^j m^z)_{AB} = 0$

$$(M^r_L)_{AB} = (M^t_L)_{AB} = 0$$

とする。

また, 式(60), (61)の回転係数は次式となる。

$$\begin{aligned} \mu^i_{AB} &= -m^i_{AB} / \sum_B (\alpha^i m^i)_{AB} \\ &= -(k_i)_{AB} / \sum_B (\alpha^i k_i)_{AB} \end{aligned} \dots\dots\dots(62)$$

ただし、 $k_i = K_i/K_0$ は i 軸に関する剛比で、特に円弧部材に対しては $k_r = k_c = K_c/K_0$ となる。

なお式 (62) の回転係数の検算には次式が用いられる。

$$\sum_B (\alpha^i \mu^i)_{AB} = -1$$

b) 概算値推定法 回転成分 m の概算値推定法は

3.(2) b) で述べた方法をそのまま踏襲する。すなわち、円弧部材を対象とする場合、式 (42) の項比 $r^i A$ は式 (61) よりつぎの内容にかわる。

$$r^i A = \frac{\sum_B (\beta^i \mu^i)_{AB} (\beta^i \mu^i)_{BA} + \sum_B (\gamma^j \mu^j)_{AB}}{(\gamma^i \mu^i)_{AB} + \sum_B (\delta^j \mu^j)_{AB} (\delta^j \mu^j)_{BA} \dots} \quad (63)$$

円弧部材の中心角 2α が $30^\circ \leq 2\alpha \leq 120^\circ$ の場合には、式 (63) の第3項が省略できて、

$$r^i A = \frac{\sum_B (\beta^i \mu^i)_{AB} (\beta^i \mu^i)_{BA} + \sum_B (\gamma^j \mu^j)_{AB} (\gamma^j \mu^j)_{AB} \dots}{\dots} \quad (64)$$

特に $0^\circ \leq 2\alpha \leq 30^\circ$ の場合は、第2項をも省略できつぎのごとく簡単となる。

$$r^i A = \frac{\sum_B (\beta^i \mu^i)_{AB} (\beta^i \mu^i)_{BA}}{\dots} \quad (65)$$

また 3.(2) b) の式 (42) に相当する拘束成分 $M^i A$ の推定値 $\dot{M}^i A$ は次式で与えられる。

$$\dot{M}^i A = i^i A \{ M^i A + \frac{\sum_B (\beta^i \mu^i)_{BA} M^i B}{\dots} + \frac{\sum_B (\gamma^j \mu^j)_{AB} M^j A + \sum_B (\delta^j \mu^j)_{BA} M^j B}{\dots} \} \quad (66)$$

ただし、 $i^i A = 1/(1-r^i A)$

以上より回転成分の概算値 $[m]$ は、式 (61) より $T^i A$ を $\dot{M}^i A$ で置き換えると次式で定められることとなる。

$$\left. \begin{aligned} [\beta^i m^i]_{AB} &= \dot{M}^i A \cdot (\beta^i \mu^i)_{AB} \\ [\gamma^j m^j]_{AB} &= \dot{M}^i A \cdot (\gamma^j \mu^j)_{AB} \\ [\delta^j m^j]_{AB} &= \dot{M}^i A \cdot (\delta^j \mu^j)_{AB} \end{aligned} \right\} \dots \quad (67)$$

特に拘束成分のない節点では他端の回転成分の概算値 $[m]$ をそのまま式 (61) に適用すればよい。すなわち、

$$\dot{M}^i A = \frac{\sum_B [\beta^i m^i]_{BA} + \sum_B [\gamma^i m^j]_{AB}}{\dots} + \frac{\sum_B [\delta^i m^j]_{BA}}{\dots} \quad (68)$$

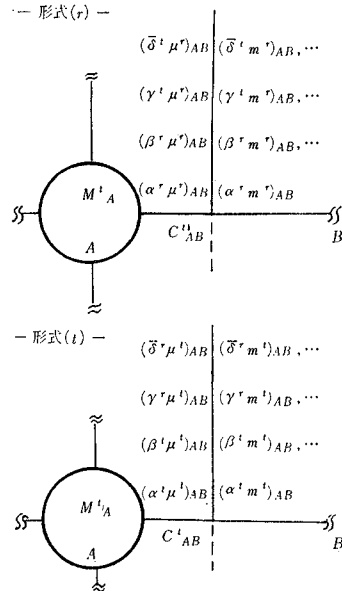
c) 解法 節点変位のない場合は $R = R^z = A l = 0$ となり、 $M^i R = 0, M^z L = 0$ をうる。よって未知数は回転成分 m^i のみとなり、式 (60) より容易に算出される。すなわち、任意節点 A の回転成分 $m^i AB$ の算定法を解説すれば、式 (60) の右辺の大カッコの値が、

- (i) 節点 A の i 軸に関する拘束成分 $M^i A \dots$ (既知)
 - (ii) 他端 B の i 軸に関する $(\beta^i m^i)_{BA} \dots$ (未知)
 - (iii) A 端の j 軸に関する $(\gamma^j m^j)_{AB} \dots$ (未知)
 - (iv) 他端 B の j 軸に関する $(\delta^j m^j)_{BA} \dots$ (未知)
- 以上4つのモーメント量の代数和で与えられる。

よって、実際計算の対象となるモーメント量は、 $\beta^i m^i, \gamma^j m^j$ および $\delta^j m^j$ でいずれも式 (61) より直接算定できる。

以上の考察からもわかるごとく、一般に曲線部材では直線部材の場合と異なり m^r と m^t が従属関係にあり、

図-27

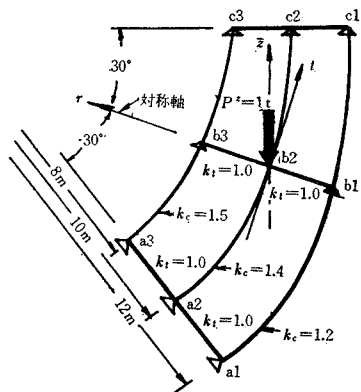


図上表示法にも特別な配慮を要する。このため著者らは図-27のごとき表示法を採用した。

つぎに節点変位のある場合について考察すれば以下のごとくである。すなわち、一般に曲線材立体構造物は構造形式がかなり複雑であるため、その解法には節点変位に起因するモーメント量、すなわち $M^i R$ と $M^z L$ とをそのまま未知数として解くよりも、むしろ定数とみなして分割計算で個々の影響量を求め、最終的に重ね合わせる慣用法によるのが有利である。この場合 $M^i R$ と $M^z L$ はいずれも定数、したがって拘束成分 M^i も各分割計算を通じて定数となる。よって回転成分 m^i の算定法は節点変位のあるなしにかかわらず、一貫して式 (61) を使ってよく、以下に計算例を用いてその操作骨子を解説する。

d) 計算例-4 図-28に示す3主桁2スパンの円弧格子桁の解析を行なえば、以下のごとくである。本例

図-28

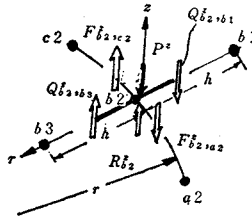


では対称条件より節点 ai と節点 ci ($i=1, 2, 3$) の回転成分にはつぎの関係式が成立する。

$$\begin{aligned} (\alpha^r m^r)_{ai} &= -(\alpha^r m^r)_{ci}, & (\alpha^t m^t)_{ai} &= (\alpha^t m^t)_{ci} \\ (\beta^r m^r)_{ai} &= -(\beta^r m^r)_{ci}, & (\beta^t m^t)_{ai} &= (\beta^t m^t)_{ci} \\ (r^r m^r)_{ai} &= (r^r m^r)_{ci}, & (r^r m^t)_{ai} &= -(r^r m^t)_{ci} \\ (\delta^t m^r)_{ai} &= (\delta^t m^r)_{ci}, & (\delta^r m^t)_{ai} &= -(\delta^r m^t)_{ci} \end{aligned}$$

これらの関係諸式を用うれば、節点 ai, bi 側半分だけを計算すればよく、さらに構造形式と载荷条件より、明らかに形式 (r) と形式 (t) との組み合わせを採用すればよい。さてかかる節点変位のある構造物では演算をつぎの 2 段階に分けて行なう必要がある。

図-29



(i) 第 1 段階：所定の荷重を加え、節点 $b2$ の z 方向の変位を零に拘束した状態で、バランス計算を行なう。この場合の端モーメントおよび節点 $b2$ の支点反力をそれぞれ M^i および R^z_{b2} とすれば、節点荷重ゆえ M^i_0 ($i=r, t$) は零となり、 R^z_{b2} はつぎの式 (69) より $R^z_{b2} = P^z = 1.00(t)$ と算出される。 R^z_{b2} は図-29 より次式で与えられる¹¹⁾。

$$R^z_{b2} = F^z_{b2, a2} - F^z_{b2, c2} + Q^z_{b2, b1} - Q^z_{b2, b3} + P^z \quad \dots\dots\dots(69)$$

ここに、 F^z および Q^z はそれぞれ円弧および直線ばりの材端に働く端せん力で文献 14) よりつぎのごとく求められる。

$$\left. \begin{aligned} F^z_{b2, a2} &= \{ (M^r_{b2, a2} + M^r_{a2, b2}) \cot \alpha - (M^t_{a2, b2} - M^t_{b2, a2}) \} / 2r \\ F^z_{b2, c2} &= \{ (M^r_{b2, c2} + M^r_{c2, b2}) \cot \alpha - (M^t_{b2, c2} - M^t_{c2, b2}) \} / 2r \\ Q^z_{b2, b1} &= -(M^t_{b2, b1} + M^t_{b1, b2}) / h \\ Q^z_{b2, b3} &= -(M^t_{b2, b3} + M^t_{b3, b2}) / h \end{aligned} \right\}$$

(ii) 第 2 段階：荷重を除き、節点 $b2$ に z 軸方向の変位 $d^z_{b2} = -100$ を与えたときの影響を求める。このとき各部材に生ずる部材角成分は、つぎのごとく算出される。

形式 (r)；表-6 より円弧ばり $a2, b2$ に対しては：

$$\begin{aligned} (M^r_R)_{a2, b2} &= (M^r_R)_{b2, a2} = -5.480 \times 1.4 \times \left(\frac{+100}{10} \right) \\ &= -76.7 \end{aligned}$$

形式 (t)；表-6 より、円弧ばり $a2, b2$ に対しては：

$$\begin{aligned} (M^t_R)_{a2, b2} &= -(M^t_R)_{b2, a2} \\ &= 2.969 \times 1.4 \times \left(\frac{+100}{10} \right) = 41.6 \end{aligned}$$

直線ばり $b1, b2$ に対しては：

$$\begin{aligned} (M^t_R)_{b1, b2} &= (M^t_R)_{b2, b1} \\ &= -6 \times 1.0 \times \left(-\frac{100}{2} \right) = 300.0 \end{aligned}$$

直線ばり $b2, b3$ に対しては：

$$\begin{aligned} (M^t_R)_{b2, b3} &= (M^t_R)_{b3, b2} \\ &= -6 \times 1.0 \times \left(\frac{100}{2} \right) = -300.0 \end{aligned}$$

ただし、円弧ばりの部材角成分の諸係数 e^r_A, e^t_A は半開角 $\alpha=30^\circ, \kappa_1=0.5, \kappa_2=0$ より、それぞれ $e^r_A = -5.480, e^t_A = +2.969$ となる¹¹⁾。

以上より外力モーメント $\bar{M}^i_A = 0$ および固定端モーメント $C^i_{AB} = 0$ を考慮すれば、式 (61) より各節点の拘束成分がただちに算定され、次値となる。

$$\begin{aligned} M^r_{a2} &= -76.7, & M^r_{b2} &= -76.7 + 76.7 = 0 \\ M^t_{b3} &= -M^t_{b1} = -300.0 \\ M^t_{b2} &= -41.6 - 41.6 = -83.2 \end{aligned}$$

一方、円弧ばりおよび連結部材としての直線部材の形状項¹⁴⁾ はそれぞれ $\alpha^r_A = 3.647, \beta^r_A = 2.080, r^r_A = -0.962, \delta^r_A = 0.057, \alpha^t_A = 2.352, \beta^t_A = -1.829, r^t_A = -0.962, \delta^t_A = -0.057$ および $\alpha^r_A = \alpha^t_A = GJ_r/hEK_0 = 2, \beta^r_A = \beta^t_A = -GJ_r/hEK_0 = -2$ であり、これより回転係数が以下のごとく算定される。

形式 (r)；節点 $a1$ で：

$$\begin{aligned} \Sigma \alpha^r k_r &= 3.647 \times 1.2 + 2 \times 1.0 = 6.3764 \\ \mu^r_{a1, b1} &= -1.2/6.3764 = -0.1882 \\ \mu^r_{a1, a2} &= -1.0/6.3764 = -0.1568 \end{aligned}$$

形式 (t)；節点 $a1$ で：

$$\begin{aligned} \Sigma \alpha^t k_t &= 2.352 \times 1.2 + 4 \times 1.0 = 6.8224 \\ \mu^t_{a1, b1} &= -1.2/6.8224 = -0.1759 \\ \mu^t_{a1, a2} &= -1.0/6.8224 = -0.1466 \end{aligned}$$

(以下省略)

よって $\alpha^i \mu^i, \beta^j \mu^j, r^j \mu^j$ および $\delta^j \mu^j$ ($i=r, j=t; i=t, j=r$) は単に μ^i 値をそれぞれ α^i, β^i, r^i および δ^i 倍したものであり、いずれも各節点で被乗数一定の計算にて一挙に算定できる (図-30 (a), (b) 参照)。

つぎに各節点の拘束成分の推定値 \bar{M}^i_A を算出する。まず式 (64) および式 (66) によれば t^i はそれぞれ、

$$\begin{aligned} t^t_{b3} &\doteq 1.26, & t^t_{b2} &\doteq 1.15, & t^t_{b1} &\doteq 1.21 \\ t^r_{a2} &\doteq 1.19, & t^r_{a2} &\doteq 1.17 \end{aligned}$$

よって式 (66) より所要の推定値 \bar{M}^i_A がつぎのごとく求められる。

$$\begin{aligned} \bar{M}^t_{b3} &= 1.26 \{ -300 + (-0.1372)(-83.2) \} \\ &\doteq -363.6 \\ \bar{M}^t_{b2} &= 1.15 \{ -83.2 + (-0.1808)(-300) \\ &\quad + (-0.2074)(300) + 2 \times (0.2268)(41.6) \} \\ &\doteq -83.3 \\ \bar{M}^t_{b1} &= 1.21 \{ 300 + (-0.1372)(-83.2) \} \doteq 376.8 \\ \bar{M}^t_{a2} &= 1.19 \{ 41.6 + (0.1756)(-83.2) \\ &\quad + (0.1480)(-76.7) \} \doteq 18.7 \\ \bar{M}^r_{a2} &= 1.17 \{ -76.7 + (0.1193)(41.6) \} \doteq -83.9 \end{aligned}$$

以上より回転成分の概算値を図-30(a), (b) の図上に

図-30 (a)

一形式(i)

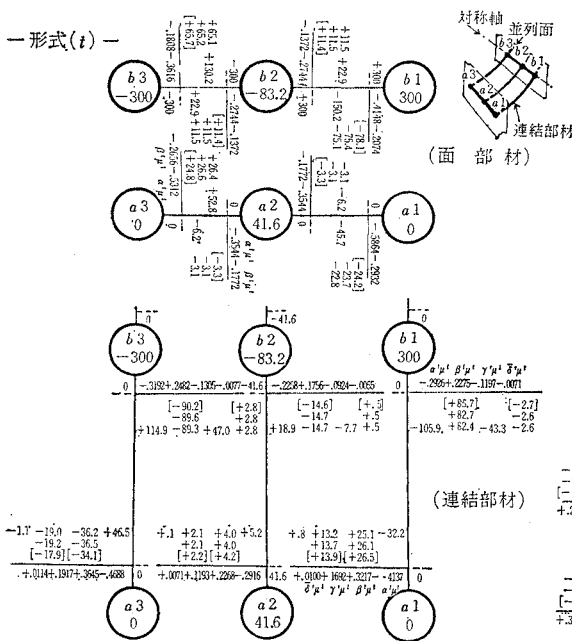
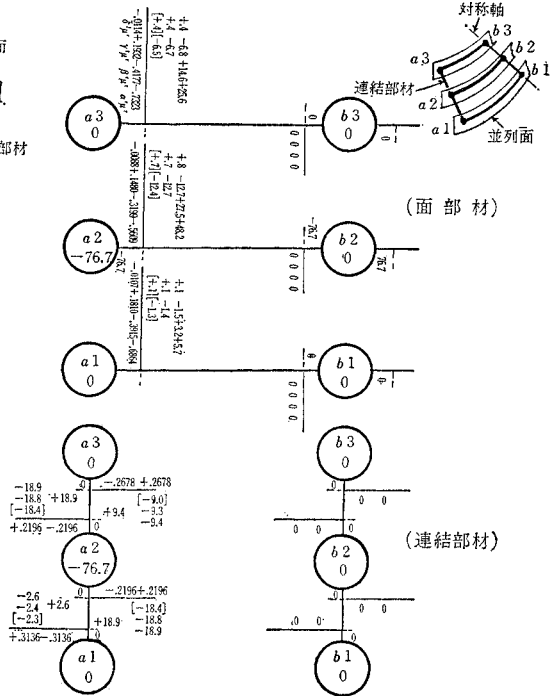


図-30 (b)



て算定すれば以下のごとくである。

形式 (i); 節点 b3 において: $\dot{M}^t_{b3} = -363.6$ を式 (67) に代入すれば,

$$[\beta^t m^t]_{b3, a3} = -363.6 \times (0.2482) = -90.2$$

$$[\beta^t m^t]_{b3, b2} = -363.6 \times (-0.1808) = 65.7$$

$$[\delta^r m^t]_{b3, a3} = -363.6 \times (-0.0077) = 2.8$$

節点 b2 において: $\dot{M}^t_{b2} = -83.3$ を式 (67) に代入すれば,

$$[\beta^t m^t]_{b2, b3} = -83.3 \times (-0.1372) = 11.4$$

$$[\beta^t m^t]_{b2, a2} = -83.3 \times (0.1756) = -14.6$$

$$[\beta^t m^t]_{b2, b1} = -83.3 \times (-0.1372) = 11.4$$

$$[\delta^r m^t]_{b2, a2} = -83.3 \times (-0.0055) = 0.5$$

節点 b1 において: $\dot{M}^t_{b1} = 376.8$ を式 (67) に代入すれば,

$$[\beta^t m^t]_{b1, a1} = 376.8 \times (0.2275) = 85.7$$

$$[\beta^t m^t]_{b1, b2} = 376.8 \times (-0.2074) = -78.1$$

$$[\delta^r m^t]_{b1, a1} = 376.8 \times (-0.0071) = -2.7$$

節点 a2 において: $\dot{M}^t_{a2} = 18.7$ を式 (67) に代入すれば,

$$[\beta^t m^t]_{a2, b2} = 18.7 \times (0.2268) = 4.2$$

$$[\beta^t m^t]_{a2, a1} = 18.7 \times (-0.1772) = -3.3$$

$$[r^r m^t]_{a2, b2} = 18.7 \times (+0.1193) = 2.2$$

$$[\beta^t m^t]_{a2, a3} = 18.7 \times (-0.1772) = -3.3$$

節点 a3 において:

$$\dot{M}^t_{a3} = \sum_B [\beta^t m^t]_{B, a3} + \sum_B [r^r m^t]_{a3, B} + \sum_B [\delta^r m^t]_{B, a3}$$

$$= (-90.2 - 3.3) + (0) + (0) = -93.5 \text{ より,}$$

$$[\beta^t m^t]_{a3, b3} = -93.5 \times (0.3645) = -34.1$$

$$[\beta^t m^t]_{a3, a2} = -93.5 \times (-0.2656) = 24.8$$

$$[r^r m^t]_{a3, b3} = -93.5 \times (0.1917) = -17.9$$

節点 a1 において: $\dot{M}^t_{a1} = (85.7 - 3.3) + (0) + (0) = 82.4$ より,

$$[\beta^t m^t]_{a1, b1} = 82.4 \times (0.3217) = 26.5$$

$$[\beta^t m^t]_{a1, a2} = 82.4 \times (-0.2932) = -24.2$$

$$[r^r m^t]_{a1, b1} = 82.4 \times (0.1692) = 13.9$$

形式 (r); 節点 a2 において: $\dot{M}^r_{a2} = -83.9$ を式 (67) に代入すれば,

$$[r^t m^r]_{a2, b2} = -83.9 \times (0.1480) = -12.4$$

$$[\beta^r m^r]_{a2, a1} = -83.9 \times (0.2196) = -18.4$$

$$[\delta^t m^r]_{a2, b2} = -83.9 \times (-0.0088) = 0.7$$

$$[\beta^r m^r]_{a2, a3} = -83.9 \times (0.2196) = -18.4$$

節点 a3 において:

$$\dot{M}^r_{a3} = \sum_B [\beta^r m^r]_{B, a3} + \sum_B [r^t m^r]_{a3, B} + \sum_B [\delta^t m^r]_{B, a3} =$$

$$(-18.4) + (-17.9) + (2.8) = -33.5 \text{ より,}$$

$$[r^t m^r]_{a3, b3} = -33.5 \times (0.1932) = -6.5$$

$$[\beta^r m^r]_{a3, a2} = -33.5 \times (0.2678) = -9.0$$

$$[\delta^t m^r]_{a3, b3} = -33.5 \times (-0.0114) = 0.4$$

節点 a1 において:

$$\dot{M}^r_{a1} = (-18.4) + (13.9) + (-2.7) = -7.2 \text{ より,}$$

$$[r^t m^r]_{a1, b1} = -7.2 \times (0.1810) = -1.3$$

$$[\beta^r m^r]_{a1, a2} = -7.2 \times (0.3136) = -2.3$$

$$[\delta^t m^r]_{a1, b1} = -7.2 \times (-0.0107) = 0.1$$

節点 b1, b2 および節点 b3 において: 対称軸上の節点であるゆえ $m^r = 0$ より, 当然 $[m^r]$ もすべて零となる。

表-8

(単位 t·m)

部 材	a1, b1	a1, a2	a2, a1	a2, a3	a2, b2	a3, a2	a3, b3	b1, a1	b1, c1	b1, b2	b2, b1	b2, b3	b2, a2	b2, c2	b3, b2	b3, a3	b3, c3
M_1^r	16.3	-16.3	16.3	9.5	-25.9	-9.5	9.4	-39.3	39.3	0	0	0	-41.4	41.4	0	60.5	-60.5
$M_0^r + \omega M_1^r$	0.041	-0.041	0.041	0.024	-0.064	-0.024	0.024	-0.097	0.097	0	0	0	-0.102	0.102	0	0.150	-0.150
M_1^t	48.7	-48.8	-29.0	20.2	9.0	49.7	-49.6	-80.7	-80.7	161.3	247.8	-212.0	-17.9	-17.9	-158.3	79.1	79.1
$M_0^t + \omega M_1^t$	0.121	-0.121	-0.072	0.050	0.022	0.123	-0.123	-0.200	-0.200	0.399	0.613	-0.525	-0.044	-0.044	-0.392	0.196	0.196

つぎに上記算出の概算値 $[m^i]$ を用いて m^i の第1次近似値を求めれば、形式 (t) の節点 a3 では、

$$\sum_B (\beta^t m^t)_{B, a3} = -90.2 - 3.3 = -93.5$$

$$\sum_B (r^t m^t)_{a3, B} = -6.5, \quad \sum_B (\delta^t m^t)_{B, a3} = 0$$

および $M^t_{a3} = 0$ より式 (61) の T^t_{a3} の値として、

$$T^t_{a3} = 0 - 93.5 - 6.5 + 0 = -100.0 \text{ をうる。}$$

よって式 (61) より、

$$(\beta^t m^t)_{a3, b3} = -100.0 \times (0.3645) = -36.5$$

$$(\beta^t m^t)_{a3, a2} = -100.0 \times (-0.2656) = 26.6$$

$$(r^t m^t)_{a3, b3} = -100.0 \times (0.1917) = -19.2$$

以下同様なバランス計算を節点ごとに行ない。各値が収束するまで反復する。必要な精度内に各値が収まれば式 (58 a), (58 b) より端モーメント M^t_1 が算出され結果を表-8 に列記した。

ここで本第2段階における節点 b2 の支点反力 R^z_{b2} を式 (69) より算定すれば次値をうる。

$$R^z_{b2} = -404.04$$

(iii) 合成計算: 第2段階の補正係数を ω とすれば、 ω に関してつぎの条件式が成立する。

$$(\text{第1段階の } R^z_{b2}) + \omega \times (\text{第2段階の } R^z_{b2}) = 0;$$

$$1 - 404.04 \omega = 0$$

$$\text{ゆえに, } \omega = 2.475 \times 10^{-3}$$

よって所要の端モーメント $M^t(i=r, t)$ は、最終的に $M^t = M^t_0 + \omega M^t_1$ で与えられ、結果のみを表-8 に算出表示した。

(3) 形式 (II) の立体構造物

a) 解法 回転成分の算定、および概算値の推定に必要な諸公式はすでに 4.(2) a, b) で一般的に求めているので、直交固定座標を規準とする本形式においては、単に式 (59)~(68) の添字 i, j をそれぞれ x, y または y, x に変ればよい。この場合、式内容はまったく同一であるので解法骨子は、これらの変換を考慮して形式 (I) の方法をそのまま踏襲すればよく、以下にその大綱を簡単な計算例を用いて概説する。

b) 計算例-5 図-31 に示す立体ラーメンの解析を行なえばつぎのとおりである。

(i) 準備計算: 円弧部材の半開角 $\alpha = 30^\circ$, $\kappa_1 = 0.5$, $\kappa_2 = 0$ に対して形状項¹⁴⁾は $\alpha^x_A = 1.843$, $\beta^x_A = -1.843$, $r^x_A = \delta^x_A = 0.080$, $\alpha^y_A = 4.156$, $\beta^y_A = 2.066$, $r^y_A = -\delta^y_A = 0.080$ となり、これより各節点の回転係数が、式 (62) より図-32 (a), (b) のごとく求められる。ただし $(GJ/hEK_0)_{a1, b1} = 0.8$ とする。

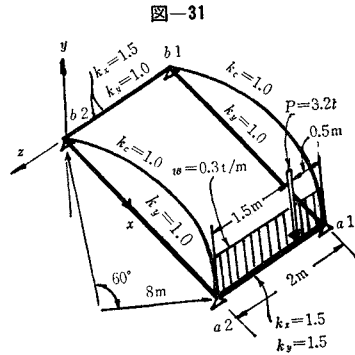


図-31

一方、固定端モーメントは荷重条件より、

$$C^x_{a1, a2} = 0.3 \times 2^2 / 12 + 3.2 \times 1.5^2 \times 0.5 / 2^2$$

$$= 1.0 (\text{t} \cdot \text{m}) = 10 (\text{t} \cdot 10 \text{ cm})$$

$$C^x_{a2, a1} = -0.3 \times 2^2 / 12 - 3.2 \times 1.5 \times 0.5^2 / 2^2$$

$$= -0.4 (\text{t} \cdot \text{m}) = -4 (\text{t} \cdot 10 \text{ cm})$$

よって式 (61) より節点 a1, a2 の M^x がそれぞれ $M^x_{a1} = 10$, $M^x_{a2} = -4$ なる値となり、また式 (65) より項比が $r^x_{a1} = r^x_{a2} = 0.214$ と求められるゆえ、式 (66) より拘束成分の推定値がそれぞれ、下記のごとくえられる。

図-32 (a)

-形式 (x) -

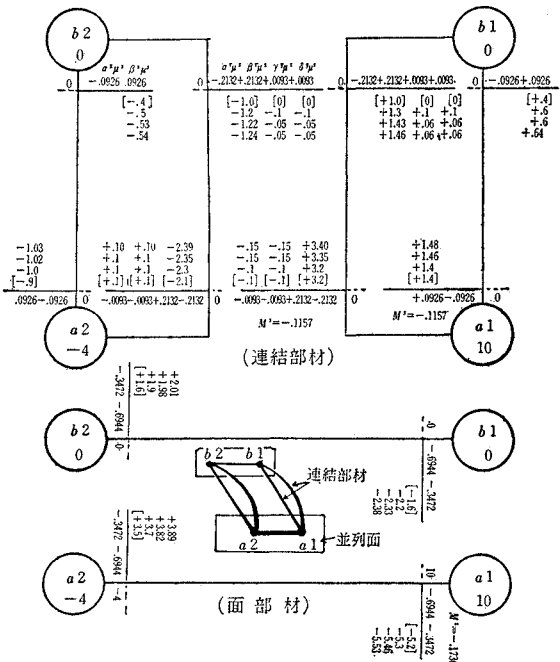
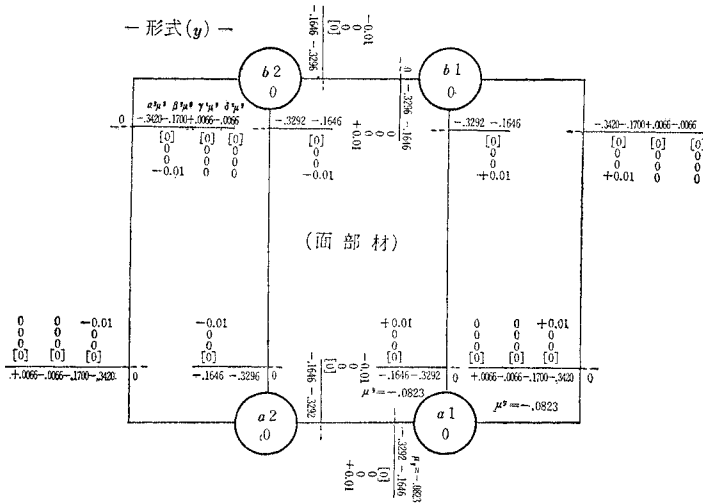


図-32 (b)



$$(\delta^y m^x)_{a2, b2} = -10.6 \times (-0.0093) = 0.1$$

以下同様にして節点ごとに回転成分の近似値を求め、各値が収束するまで反復する。

注：節点 a1, b1 に連なる円弧部材と直線部材の区別を添字 $\widehat{a1, b1}$ と $\overline{a1, b1}$ を用いて示すものとする。

5. 結 語

すでに緒言でも述べたごとく在来の Kani 法は適用範囲がきわめて狭く、わずかに直線部材で構成されるラーメンに限られている。そこで著者らはその打開策としてモーメント量の基本定義を一般化し、回転角に対応する回転成分 $m = EK\theta$ と部材角および部材伸縮にそれぞれ対応する部材角成分 M_R および伸縮

成分 M_L を新たに導入して、任意形状部材をもつ平面ラーメンはいらにおよぼさず、曲線部材をもつ立体ラーメンに対しても適用可能なごとく拡張した。すなわち、2. では平面ラーメンを対象に選び、まず上述の m, M_R および M_L の各成分の算定式を誘導し、ついでかかる諸成分を解析の基礎とする新しい試索算法である“Kani 拡張法”の案出を試みた。特に伸縮部材を有する平面ラーメンについては剛棒を使用して伸縮部材に連なる節点の変位のみを一定量に拘束したまま解析を進める一般解法と、これらの変位をすべて未知数と考えてバランス計算を行なう特殊解法とを提案した。前者はいかなる形式の構造物にも適用できる普遍性と実用性とを合せもち、しかも収斂性がよく、特に図-6(c), (d), (e) のごとき多層ラーメンに対しては Cross 法と比較して相当数の演算段階を短縮でき、したがってそれだけ労力を節減できる特色をもっている。後者は演算を1段階のみで行なうので補正計算の手間はまったく不要となり、演算量のはるかに縮小され、特に図-9(a), (b) のごとき特殊な形式のラーメンに対して威力を発揮する。

一般に試索算法にあってはあらかじめ収束値に近い概算値が推定できれば収斂性の飛躍的な促進が期待されるので、この目的のために等比級数に基づく概算値推定法を別に考案した。すなわち、2.(4) に述べたごとく本推定法を用うれば、簡単な予備計算を施すだけで収束値にきわめて近い概算値が算定でき、したがってバランス計算回数を大幅に短縮しうることが認められた。

つぎに 3. および 4. では直線部材で構成される立体ラーメンおよび曲線部材をもつ立体ラーメンを対象として考察を行なうべく、まず構成部材を面部材と連結部材とに分類して複雑な立体構造物を簡単かつ統一的に分解し、ついでこの分類法に基づいて3軸方向に分解した変

$$\dot{M}^x_{a1} = 15, \dot{M}^x_{a2} = -10$$

(ii) バランス計算 (図-32 (a), (b) 参照) : まず式 (67) を用いて各節点の回転成分の概算値 $[m^i]$ を算定する。すなわち、

形式 (x) ; 節点 a1 において : $\dot{M}^x_{a1} = 15$ を式 (67) に代入して、

$$\begin{aligned} [\beta^x m^x]_{a1, a2} &= 15 \times (-0.3472) = -5.2 \\ [\beta^x m^x]_{\widehat{a1, b1}} &= 15 \times (0.0926) = 1.4 \\ [\beta^x m^x]_{\widehat{a1, b1}} &= 15 \times (0.2132) = 3.2 \\ [r^y m^x]_{\widehat{a1, b1}} &= 15 \times (-0.0093) = -0.1 \\ [\delta^y m^x]_{\widehat{a1, b1}} &= 15 \times (-0.0093) = -0.1 \end{aligned}$$

節点 a2 において $\dot{M}^x_{a2} = -10$ を式 (67) に代入して、

$$\begin{aligned} [\beta^x m^x]_{a2, a1} &= -10 \times (-0.3475) = 3.5 \\ [\beta^x m^x]_{a2, b2} &= -10 \times (0.0926) = -0.9 \\ [\beta^x m^x]_{\widehat{a2, b2}} &= -10 \times (0.2132) = -2.1 \\ [r^y m^x]_{\widehat{a2, b2}} &= -10 \times (-0.0093) = 0.1 \\ [\delta^y m^x]_{\widehat{a2, b2}} &= -10 \times (-0.0093) = 0.1 \end{aligned}$$

(以下省略)

つぎに、以上の諸値を用いて通常バランス計算に移行する。すなわち、形式 (x) ;

節点 a2 において :

$$\begin{aligned} \dot{M}^x_{a2} &= -4, \sum_B (\beta^x m^x)_{B, a2} = -6.6 \\ \sum_B (r^x m^y)_{a2, B} &= 0, \sum_B (\delta^x m^y)_{B, a2} = 0 \end{aligned}$$

より、式 (61) の T^x_{a2} の値 -10.6 をえ、式 (61) より、同節点の回転成分の第1次近似値がつぎのごとく求められる。

$$\begin{aligned} (\beta^x m^x)_{a2, a1} &= -10.6 \times (-0.3472) = 3.7 \\ (\beta^x m^x)_{a2, b2} &= -10.6 \times (0.0926) = -1.0 \\ (\beta^x m^x)_{\widehat{a2, b2}} &= -10.6 \times (0.2132) = -2.3 \\ (r^y m^x)_{\widehat{a2, b2}} &= -10.6 \times (-0.0093) = 0.1 \end{aligned}$$

形成成分に対応して平面と同一定義の3軸方向の回転成分、部材角成分および伸縮成分をそれぞれ導入し、平面解法とまったく同一手法の試算算法の展開を可能ならしめ、図-20(a), (b)のごとき互に直交する直線材立体ラーメンや図-24(a), (b)に示す水平面に曲線部材をもつ立体ラーメンや連続格子桁などに遍く適用しうのごとくした。本論文では曲線部材に円弧部材を選んだが、クロノイド, S形, 対称山形, および台形などの他形状の曲線部材をもつ立体ラーメン¹⁵⁾に対しても、著者らの誘導したたわみ角式を用うれば、単に形状項 $\alpha_A, \alpha_B, \dots$ と荷重項とを変えるだけで、同種演算による数値解析がそのまま可能となる。節点変位のある立体ラーメンにおいては、図-16のごとき多主桁1層多スパンラーメンを例外とすれば M_R 算定式がきわめて複雑となるので、演算にあたっては逐次一定変位を与えて重ね合せの法則を用いて合成する慣用法を採用した。この場合未知数は回転成分のみとなるゆえ演算操作はきわめて簡明で、バランス計算は短時間のうちに終了するが、反面合成計算を行なわなければならない、したがってこの方法は変位節点数が比較的少ない場合任意形式の立体構造物に対する有効な解法といえる。

以上のごとく Kani 拡張法は在来の諸解法と比較して一般性ならびに収斂性さらには簡便性のいずれの点においても優れた有用なる試算算法であり、本法を習熟すれば、電子計算機を活用しての精密解法とは全然異質の分野として個人個人が簡単な計算機器を用いて手軽にかなり複雑な構造物をも解析しうることが可能となり Cross 法や撓角分配法と類似の世界においてその価値を主張しうるものと確信する。なおページ数の制限もあり、極端に短縮したため、細部についての説明不足、特に例題の省略による演算手法の解説不備により、本論文の内容特色ひいては真価を十分表現しえなかったことを危惧するが、くわしくは文献 11) を参照補足して頂きたい、ここに付記して御願ひする次第である。

参 考 文 献

- 1) Cross, H.: Analysis of Continuous Frames by Distributing Fixed-end Moments, Proc. A.S.C.E., May, 1930
Cross, H. and Morgan, N.D.: Continuous Frames of Reinforced Concrete, J. Wiley & Sons, 1932
- 2) Murakami, T.: A Note on the Moment Distribution Principles, Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu University, Vol. XV, No. 1, 1955
- 3) 吉田俊弥: 立体ラーメンの—数値解法, 土木学会論文集, 第 33 号, 昭和 31 年 4 月
Rawlings, B.: The General Moment Distribution Analysis of Space Frames, The Structural Engineer, Vol. XXXVIII, No. 6, June, 1960
- 4) 鷹部屋福平: 不静定構造物の解法に応用したる 撓角分配法, 土木学会誌, 第 21 卷, 第 1 号, 昭和 10 年 1 月
- 5) Grinter, L.E.: Analysis of Continuous Frames by Balancing Angle Changes, Proc. A.S.C.E., Vol. 62, September, 1936

- 6) Kani, G.: Die Berechnung mehrstöckiger Rahmen, Verlag, Konrad, Wittwer, Stuttgart, 1949
- 7) Herber, K.H.: Vereinfachung der Rahmenberechnung nach Kani und Verbesserung der Konvergenz, Die Bautechnik, 32 Jahrgang, Heft 9, September, 1955
- 8) Kani, G.: 多層ラーメンの数値計算法, 技報堂全書, 1961
- 9) 山崎・太田: 直線および円弧部材をもつ立体ラーメンの影響線解法, 一新 Kani 法による影響線解法 (第 2 報)一, 九州大学工学集報, 第 39 卷, 第 2 号, 昭和 41 年 8 月
- 10) Sahmel, P.: Die Berechnung von Rahmen mit geknickten Riegeln sowie Polygonrahmen nach dem erweiterten Iterationsverfahren von Kani, Beton- und Stahlbetonbau, 56 Jahrgang, Heft 8, August, 1961
- 11) 山崎・太田: Kani 拡張法による伸縮部材を含まない平面ラーメンの解法, 一Kani 拡張法 (第 1 報)一, 九州大学工学集報, 第 39 卷, 第 3 号, 昭和 41 年 10 月
山崎・太田: Kani 拡張法による伸縮部材を含む平面ラーメンの解法, 一Kani 拡張法 (第 2 報)一, 九州大学工学集報, 第 39 卷, 第 3 号, 昭和 41 年 10 月
山崎・太田: 概算値を用いた Kani 拡張法による平面ラーメンの解法, 一Kani 拡張法 (第 3 報)一, 九州大学工学集報, 第 39 卷, 第 4 号, 昭和 42 年 1 月
山崎・太田: Kani 拡張法による節点変位のない直線材立体構造物の解法, 一Kani 拡張法 (第 4 報)一, 九州大学工学集報, 第 39 卷, 第 4 号, 昭和 42 年 1 月
山崎・太田: Kani 拡張法による節点変位のある直線材立体構造物の解法, 一Kani 拡張法 (第 5 報)一, 九州大学工学集報, 第 40 卷, 第 1 号, 昭和 42 年 3 月
山崎・太田: Kani 拡張法による曲線材立体構造物の解法, 一Kani 拡張法 (第 6 報)一, 九州大学工学集報, 第 40 卷, 第 1 号, 昭和 42 年 3 月
- 12) Murakami, T.: Studies on Slope-Deflection Method, Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu University, Vol. XIV, No. 1, 1953
- 13) Sahmel, P.: Beschleunigung der Konvergenz bei Berechnung von Rahmentragwerken nach Kani, Der Stahlbau, 23 Jahrgang, Heft 11, November, 1954
Zellerer, E. und Thiel, H.: Zur Frage einer Verkürzung der Iteration nach Kani, Die Bautechnik, 33 Jahrgang, Heft 8, August, 1956
- 14) 山崎・太田: 円弧部材をもつラーメンの立体解析, 土木学会論文集, 第 107 号, 昭和 39 年 7 月
- 15) 山崎・太田・入江: 面に垂直な荷重をうけるクロノイド曲線材の立体撓角式, 第 18 回土木学会年次学術講演会講演概要, 昭和 38 年 5 月
山崎・太田: クロノイド部材の軸面内荷重に対する“たわみ角式”, 九州大学工学集報, 第 38 卷, 第 2 号, 昭和 40 年 6 月
山崎・太田: 対称山形部材をもつ立体ラーメンの解析, 九州大学工学集報, 第 39 卷, 第 2 号, 昭和 41 年 8 月
山崎・太田・彦坂: S 形部材をもつ連続桁およびラーメンの立体解析, 九州大学工学集報, 第 39 卷, 第 3 号, 昭和 41 年 10 月
山崎・太田: 対称台形部材に対する平面ならびに立体たわみ角式, 九州大学工学集報, 第 40 卷, 第 1 号, 昭和 42 年 3 月
Yamasaki T. and Ohta, T.: Three-Dimensional Slope-Deflection Equation of Noncoplanar Member, Proc. of the 14th Japan National Congress for Applied Mechanics 1964, December, 1965

(1965.12.1, 1966.1.31, 1966.3.30・受付)

注: 本論文は上記の順に受けた 3 編の論文を一つにとりまとめたものである。