

## 【討 議】

## 摩擦杭周囲の地盤の応力の一計算式

西田 義親・射場 正和・中川誠志 共著

(土木学会論文集 第137号 昭和42年1月所載)

討議者：小野一良（金沢大学工学部）

西田君はこれに似た論文をこれまでに多数発表しており、つぎに提出する討議の多くはこれらの論文にも共通に適用されるものである。

(1) 第8節によればこの論文は長さ有限の杭の側面摩擦によって杭の周囲の地盤中に生ずる応力を求めるのが目的らしい。しかしそまでの計算過程においては杭の長さが全然考慮されておらず、式(36)および式(47)に示すごとく長さ無限の杭の全長にわたって杭の側面から周囲の地盤に摩擦力が伝達されている場合が解かれている。第1節および第10節の終りに述べられているように長さ有限の杭の先端付近およびこれより深い所での論文の解式が適用されないことは当然である。しかばなが  $l$  より十分小さい所ではどうであろうか。杭の長さを無限として  $z>l$  の部分で杭の側面から地盤に伝達された摩擦力は  $z<0$  の部分の地盤中にも応力および変形を生ずるからこの論文の解を長さ有限の杭に適用することに無理がある。

(2) 式(15)は  $z=0$  において  $\frac{\partial w}{\partial r} \neq 0$  という条件によって導いたと述べている。このような境界条件を考慮に入れること自体おかしいが、もしこれを許すとしてもこの条件から  $\beta$  と  $\delta$  がともに0になると結論することはできない。

(3) 式(16)は  $\frac{\partial w}{\partial r}$  が  $z$  の偶関数であることより導いたと述べているが、このような条件が何故に必要であるか不明である。このようにして任意関数の数を明確な根拠なく減らしてしまったのは後になって必要な境界条件を満足させることができなくなる。

(4) この論文では  $z \rightarrow \infty$  における境界条件が全然考慮されていない。 $z \rightarrow \infty$  における境界条件は  $z$  が有限の点における応力に無関係であるということはできない。常識的にいえば  $z \rightarrow \infty$  において  $u, w$  がともに0となる解が要求されるが、この論文の解はこの条件を満足していない。

(5) 式(20)によれば式(18)中の  $y(z)$  には  $r z^2$

なる項が含まれているので  $z \rightarrow \infty$  において  $w \rightarrow \infty$  となる。これは誤りといふほどのことでもないが、常識的にはおかしいので式(2)中の  $r$  を除いて地盤中の応力の計算を行ない、最後に  $\sigma_z$  には  $r z$  を加え、 $\sigma_r, \sigma_t$  には  $N_0 r z$  を加えたらよかろうと考えられる。

(6) 式(2)において  $r$  の前に付いた符号より判断すれば  $\sigma_z$  は引張応力を正とし、式(27)では圧縮応力を正としているらしい。どちらかに統一した方がよい。もしミスプリントであればこの前の論文にも同じミスプリントがある。

(7) 式(21)は  $z=0$  において  $\tau=0$  になるという境界条件より導いたと述べている。式(13)中における  $B \cos \beta, D \cos \delta$  は一般に  $k$  の関数であり、これを  $B_c(k), D_c(k)$  と書きあらわせば  $z=0$  において  $\tau=0$  になるという境界条件より次式が導かれる。

$$\int_0^\infty \{B_c(k) + B'_c(k)\} K_1(kr) dk \\ + \int_0^\infty \{D_c(k) + D'_c(k)\} r K_0(kr) dr = 0$$

上式が  $a \leq r$  の範囲内で成立するためには  $B_c(k) + B'_c(k)$  と  $D_c(k) + D'_c(k)$  との間にある関係が要求されるが、この両方がともに0になると結論を出すのは早計である。

同様にして  $z=0$  において  $\sigma_z=0$  になるという境界条件より  $B \sin \beta, D \sin \delta, G \cos \theta$  の間に一つの関係式が導かれるはずであるが、さきにも述べたごとく明確な理由もなく著者はこれらすべての関数を0としている。

(8) 以上を要するに  $B \cos \beta, B \sin \beta, D \cos \delta, D \sin \delta, G \cos \theta, G \sin \theta$  なる6個の任意関数は  $z=0$  において  $\tau=0, \sigma_z=0$  となり、 $z \rightarrow \infty$  において  $u=0, w=0$  となり、 $r=a$  において  $\sigma_r$  および  $\tau$  が与えられた数値を探るように定めるべきであるが、著者はこの中の3個の条件しか考慮していないようである。

(9) 第4節の後半には  $r=a$  において  $\tau=0$  と置けば必然的に式(30)が導かれ、したがって杭の側面から地盤に作用する“水平の垂直応力(内圧)”が決まって

しまうように述べられている。しかし内圧は $\tau$ とは無関係に境界条件として任意に与えられるべきものであり、このように $\tau$ を決めれば必然的に内圧が決められてしまうという結果になった理由は当初任意関数のいくつかをいたした根拠もなく捨ててしまったことによる。

(10) 著者は第5節において“表面の鉛直変位が一様な場合の応力計算”を行なうに当って地盤表面に作用する鉛直圧力を分離しようと試みている。これは不可能なことである。一般的にいって $z=0$ において $\frac{\partial w}{\partial r}=0$ とすれば $\sigma_z$ は0とはならないし、また $z=0$ において $\sigma_z=0$ とすれば $\frac{\partial w}{\partial r}$ を0とすることはできない。また著者は床版から作用する鉛直圧力による影響は別に重ね合せて計算することができると述べているが、この鉛直圧力の分布をいかにして求めるのか説明がなく、たとえこの鉛直圧力が求められたとしてもこの鉛直圧力を加えれば、 $z=0$ における $\frac{\partial w}{\partial r}$ の値が変化するであろう。

(11) 第5節において著者は $z=0$ で $\frac{\partial w}{\partial r}=0$ であるためには $\beta=\delta=\frac{\pi}{2}$ となると述べているが、これも早計である。 $B \cos \beta$ と $D \cos \delta$ をともに $k$ の関数と考えるときに $z=0$ で $\frac{\partial w}{\partial r}=0$ になるという境界条件より一つの関係式は導かれるが、ともに0とする必要はない。また式(31)～(34)を導く過程において $\theta=0$ と置いたらしいが、何故にこのように置かなければならないのか。なお式(33), (34)にはミスプリントがあるらしい。式(1)を満足していない。

(12) 第5節式(31)～(34)は著者が土木学会論文集64号に発表した論文中の式(16)～(19)より $I_0(kr)$ ,  $I_1(kr)$ を含む項を捨てた場合にほぼ一致している。著者もこの論文を参照するように注をついている。このときには $u$ を $z$ の偶関数とし、 $w$ を $z$ の奇関数と仮定している。いかなる根拠によってこのように仮定したのか、あるときには $\frac{\partial w}{\partial r}$ を $z$ の偶関数と仮定し、またあるときには $w$ を $z$ の奇関数と仮定している。このような仮定によって計算式は簡単になるが、解的一般性は失われる。

(13) 第6節によれば“あたえられた問題の条件”を

満足するように $G, G_1$ を $k$ の関数として決定することは“複雑さを増すだけであるから”との理由のもとに避けている。著者がこれまでに発表した二つの論文では $k$ にある特定の値を与える、今回の論文では $G(k)$ を定数とし、また $G_1(k)$ を $k$ の1次関数と仮定している。このような仮定をすれば“境界条件や土の力学的性質上の条件に適合する”ということらしいが、著者のいう境界条件とは杭の側面における摩擦力の分布と地表面における条件だけであって杭の側面における圧力 $\sigma_r$ ならびに $z \rightarrow \infty$ における境界条件に関しては何等の指定がない。したがって杭の側面の摩擦力が“三角分布”をする場合に対しても“長方形に近い分布”をする場合に対しても解の数は無限にあり、著者が第7節に導いた解もその一例に過ぎない。言葉を変えていえばこれらの解にはなんらの必然性がない。

(14) 式(44)は式(43)を解いた結果であるとされているが、式(44)は式(43)を満足していないようである。 $\operatorname{arcsinh} \frac{\pi}{r}$ は $\operatorname{arcsinh} \frac{z}{r}$ のミスプリントであろう。このほかにもミスプリントがあるのではないか。

(15) 式(49)において杭の長さを十分長く仮定し、 $z$ を大きくすれば $\Delta \sigma_z$ は0に近づく。しかるに式(52), (53)によれば $\Delta \sigma_r$ および $\Delta \sigma_t$ は $z$ とともに増加する。これは常識的な結果ではない。

(16) 第9節の始の方に“杭が地盤を横方向に押す締固め作用のともなわない場合には式(28), (29), (30)および式(33), (34)にふくまれる係数 $C_2$ は0となる”と述べている。れでは杭の締固め作用は $C_2$ によって代表されるのであろうか。これらの式において $C_2$ を含む項は $z$ を含んでいない。したがって著者は杭の締固め作用は杭の全長にわたって一定の圧力が杭から地盤に伝達される場合だけを考えているのであろうか。また式(28)および式(33)において $C_2=0$ ,  $r=a$ において $\sigma_r$ は0とはならない。この $\sigma_r$ はやはり杭の側面より地盤に伝達される圧力であるが、締固め作用と呼ぶことはできないのであろうか。

注：本討論に対する回答は原著者より原稿の提出があり次第掲載します。  
(論文集編集委員会)