

# 都市人口密度分布の成長過程に関する研究

## A STUDY ON THE PROGRESS PROCESS OF THE URBAN POPULATION DENSITY DISTRIBUTION PATTERN

天野 光三\*・藤田 昌久\*\*  
By Kozo Amano and Masahisa Fujita

### 1. 緒 言

さまざまな都市問題を原因にさかのぼって考察し、その解決のための都市計画を立案しようとする場合、まず都市圏内の人口密度分布形態を知り、将来のそれを予測することが必要である。この都市人口密度分布の形成に影響する種々の要因のうち、最も大きく、かつ根本的な重要性をもつものは、都心からの時間距離であると考えられる。この場合、東京や大阪のような大都市では、都市周辺部に居住する通勤者の交通手段のうち、最も大きな比重を占めているのは、都心部ないしは都心部をとりまく環状線外の放射状高速鉄道路線であるといえる。したがって、この高速鉄道を利用した場合、都心からの時間距離の大きさが、都市周辺部の人口密度の分布形態に対して、最も大きい影響力を持っていると考えられる。この高速鉄道を利用した場合の都心からの時間距離に関して、ある程度以上都心を離れた都市周辺部では、人口密度は指数関数的に減少していることが知られており、理論的説明もなされている<sup>1)</sup>。本研究では、このことを利用して、都市周辺部の人口密度分布形態の年度的変化、すなわち成長過程を分析し、時間距離と年度の間数としてみた人口密度分布の数理モデルを提案する。また、これを利用して、時間距離が変化した場合の推論を行ない、近郊地域の特性に基づく人口密度分布の相違の説明を試みることにする。

### 2. 時間距離に関する人口密度の指数分布

人口密度は都心からの時間距離に関して指数関数的に減少すると仮定すると、次式のように表わされる。

$$\rho(t) = Ae^{-Bt} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $t$  : 都心からの時間距離

$\rho(t)$  : 時間距離  $t$  の場所の人口密度

$A, B$  : 正の定数

一例として東京都の西郊について、昭和 25 年から 37 年を選び、都心地域の中心を、その重心位置にあたる東京駅で代表させて、地図上につぎの仮定に基づき 10 分間隔の等時間距離曲線を描いたのち、各 10 分圏ごとの人口密度を算出し、表-1 が得られた。

仮定 1 : 通勤者は、その居住地と東京駅との間の時間距離が最小となるような交通路線を選ぶ。

仮定 2 : 居住地と駅との間は直線的に移動する。

仮定 3 : 高速鉄道駅までの速度は、駅から 1 km 以内は 0.1 km/分、1 km 以上は 0.2 km/分とする。

表-1 東京都西郊夜間人口密度 (人/km<sup>2</sup>)

$t$		昭和 25	30	35	36	37
25~30分	人口 (人)	133 540	183 698	202 162	202 762	209 946
	面積 (km <sup>2</sup> )	8 063	8 063	8 063	8 063	8 063
	人口密度	16 562	22 782	25 073	25 643	26 038
30~40	人口	496 595	602 331	679 310	698 457	705 845
	面積	37 853	37 853	37 853	37 853	37 853
	人口密度	13 119	15 912	17 946	18 451	18 647
40~50	人口	280 638	381 229	531 687	556 824	582 858
	面積	50 811	51 522	56 807	56 807	56 807
	人口密度	5 523	7 399	9 359	9 802	10 260
50~60	人口	85 829	169 081	269 472	295 140	320 951
	面積	35 889	51 998	57 835	57 835	57 835
	人口密度	2 391	3 252	4 659	5 103	5 549
60~70	人口	7 003	10 334	17 086	19 493	23 621
	面積	8 644	9 468	9 468	9 468	9 468
	人口密度	810	1 091	1 805	2 059	2 495

表-1 の値に最小二乗法を用いて式 (1) にあてはめると、各分圏とも相関係数は 0.99 以上であり、またここに掲げた東京西郊以外の地域でも同様に非常に高い相関性があることが知られている<sup>2)</sup>ので、都市周辺部の人口密度の時間距離的变化は、式 (1) のようにあらわせると仮定して、以下の考察を進めることにする。

### 3. 人口密度の成長過程に関する分析

人口密度の年度変化率は、その時点  $x$  における人口密度の大きさ  $\rho(t, x)$  に比例し、飽和人口密度  $C(t)$  に対する余地  $[C(t) - \rho(t, x)]$  に比例すると仮定すれば次式が成立する。

$$\frac{d\rho(t, x)}{dx} = k(t)\rho(t, x)[C(t) - \rho(t, x)] \dots (2)$$

ここに、 $x$  : 基準時点からの経過年数

$\rho(t, x)$  : 都心からの時間距離  $t$  の地点の、 $x$  における人口密度

$C(t)$  :  $t$  の地点の飽和人口密度

$k(t)$  :  $x$  より独立な比例定数

\* 正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学教室

\*\* 正会員 京都大学助手 工学部交通土木工学教室

この式において、任意の地点の人口密度の年度変化率が現在の人口密度の大きさ  $\rho(t, x)$  に比例すると考えるのは、人々が集まることによる利益、すなわち集積による利益が誘引力をなすものと考えられるからである。 $C(t)$  は、その場所の土地利用価値、生活環境条件、社会的慣習、地価、建設技術水準などによって変化すると考えられる。式(2)を積分するとつぎようになる。

$$\rho(t, x) = \frac{C(t)}{1 + a(t)e^{-k(t)C(t)x}} \dots\dots\dots (3)$$

$C(t)$  は等しい年度間隔の3点、 $\rho(t, x_1)$ ,  $\rho(t, x_2)$ ,  $\rho(t, x_3)$  を実際のデータより与えれば、 $a, k$  に無関係に次式によって求めることができる<sup>3)</sup>。

$$C(t) = \frac{\rho(t, x_2)^2 [\rho(t, x_1) + \rho(t, x_3)] - 2\rho(t, x_1)\rho(t, x_2)\rho(t, x_3)}{\rho(t, x_2)^2 - \rho(t, x_1)\rho(t, x_3)} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 $x_3 = x_2 + dx = x_1 + 2dx$

$a(t)$  は初期条件により決まるもので、式(3)において、 $x=0$  を代入すると次式となる。

$$a(t) = \frac{C(t)}{\rho(t, x=0)} - 1 \dots\dots\dots (5)$$

それゆえに、式(4)で  $C(t)$  を与え、 $\rho(t, x=0)$  を実際のデータより与えれば、 $a(t)$  を決定することができる。

ところで、式(2)より

$$\frac{d\rho(t, x)}{dx} = k(t)\rho(t, x)[C(t) - \rho(t, x)]$$

この式で、 $dx=1$  とおくと次式が成立する。

$$k(t) = \frac{d\rho(t, x)}{\rho(t, x)[C(t) - \rho(t, x)]} \dots\dots\dots (6)$$

したがって、式(4)で  $C(t)$  を計算し、 $d\rho$  を実験のデータより計算すれば、 $k(t)$  を求めることができる。また式(3)に、式(5)を代入すると次式ようになる。

$$\rho(t, x) = \frac{C(t)}{1 + \left(\frac{C(t)}{\rho(t, x=0)} - 1\right)e^{-k(t)C(t)x}} \dots\dots (7)$$

表-1に示す東京西郊における実績値について、式(4)により飽和人口密度  $C(t)$  を求め、表-2が得られた。

表-2 東京都西郊の飽和人口密度 (人/km<sup>2</sup>)

時間距離帯	$C$	$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$
25~30分(27.5分)	27 413	19 000	22 782	25 073
30~40 (35)	20 990	13 119	15 912	17 946
40~50 (45)	16 331	5 523	7 399	9 359
50~60 (55)	12 500	2 154	3 252	4 657
60~70 (65)	9 523	636	1 091	1 805

ところで、この実績値が、式(3)のようにロジスティックな年度変化をしているかどうかを調べるため、式(3)において、 $x$  より独立な係数  $a(t)$ ,  $k(t)C(t)$ ,  $C(t)$  を簡略化して  $a, b, C$  とおくと、式(3)は次式のようになる。

$$\rho(x) = \frac{C}{1 + ae^{-bx}} \dots\dots\dots (8)$$

式(8)を変形したのち両辺の対数をとると、

$$\log\left(\frac{C}{\rho(x)} - 1\right) = -xb \log e + \log a$$

上式において、 $C$  を表-2で与え、最小二乗法を用いて、 $a, b$  および  $k$  を求めた結果が表-3である。相関係数は表-3のように非常に高い。したがって都心から時間距離  $t$  の場所の人口密度の年度変化を表わす式は、式(3), (7) または (8) のように表わせるとみなして以下の考察を進めて行く。なお都心からの時間距離  $t$  としては、各 10 分圏の中間の点、すなわち 27.5 分、35 分、45 分、55 分、65 分を採用した。

表-3 ロジスティック曲線の各係数

時間距離	$a$	$b$	$k=b/C$	相関係数
27.5 分	0.2405	0.1718	$6.27 \times 10^{-6}$	0.995
35	0.3147	0.1312	6.25	0.999
45	1.2010	0.0985	6.03	0.999
55	2.6700	0.1005	8.04	0.995
65	5.0210	0.0861	9.04	0.982

#### 4. 時間距離と経過年数の関数としてみた人口密度分布

##### (1) ロジスティック曲線を主体とした場合

式(7)において、 $C(t)$ ,  $\rho(t, x=0)$ ,  $k(t)$  として、それぞれ  $t$  に関して連続な式を与えれば、年度および時間距離による人口密度の変化が1つの式で表わせることになる。

人口密度は都心からの時間距離に関して式(1)のように変化することを利用すれば、次式が成立するはずである。

$$\rho(t, x=0) = A_1 e^{-B_1 t}, \quad C(t) = A_2 e^{-B_2 t}$$

ここに、 $A_1, B_1, A_2, B_2$  : 正の定数

$x=0$  を昭和 30 年として、最小二乗法により、 $A_1, B_1, A_2, B_2$  を求めた結果が表-4である。 $k$  は東京西郊全

表-4 人口密度指数関数の係数

$\rho(t, x=0)$			$C(t)$		
$A_1$	$B_1$	相関係数	$A_2$	$B_2$	相関係数
217.070	0.082	1.000	48.890	0.0269	0.993

域を対象とした  $t=25\sim50$  分の間では表-3のように、一定とみなせるので式(7)はその結果次式のようになる。

$$\rho(t, x) = \frac{A_2 e^{-B_2 t}}{1 + \left(\frac{A_2 e^{-B_2 t}}{A_1 e^{-B_1 t}} - 1\right) e^{-k A_2 e^{-B_2 t} \cdot x}} \dots\dots (9)$$

式(9)を東京都西郊に用いてみると、図-1のように都心から遠く離れた地域を除き、非常によくあてはまることがわかる。式(9)の性質を調べるため、この数理モデルを図に描いたものが図-2である。

a) 成長の初期の段階には、下に凸の曲線であり、中期には変曲点を経て、上に凸の曲線となり、さらに一定の上限值  $C(t)$  に漸近する。

図-1 人口密度の実績値と計算値

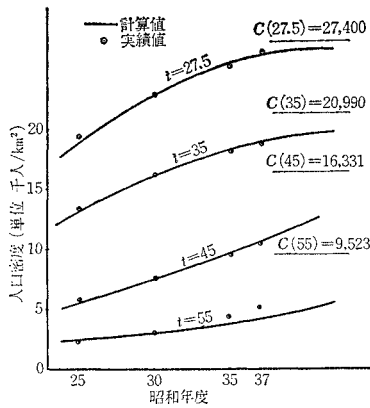
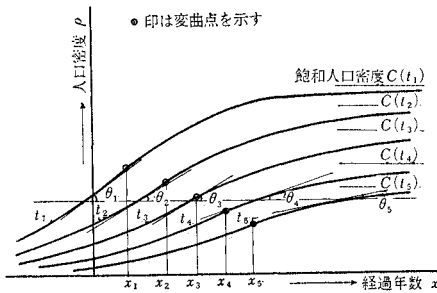


図-2 人口密度成長曲線のモデル



b) 式(9)をxで1回微分すると

$$\rho'(x, t) = \frac{\partial \rho(x, t)}{\partial x} = k \rho(x, t) (A_2 e^{-B_2 t} - \rho(x, t))$$

それゆえに、ある一定の  $\rho(x, t)$  の値  $\rho_0$  をとると、 $t_1 < t_2 < t_3 < \dots$  であるならば、次式が成立する。

$$\begin{aligned} \rho'(t_1) &= k \rho_0 (A_2 e^{-B_2 t_1} - \rho_0) > \rho'(t_2) \\ &= k \rho_0 (A_2 e^{-B_2 t_2} - \rho_0) > \rho'(t_3) \\ &= k \rho_0 (A_2 e^{-B_2 t_3} - \rho_0) > \dots \end{aligned}$$

すなわち 図-2 において、 $\theta_1 > \theta_2 > \theta_3 > \dots$  であり、人口密度  $\rho(t, x)$  の大きさが同一のときは、都心からの時間距離  $t$  が大になるにしたがって、 $\rho(t, x)$  の  $x$  に対する変化率は小である。

c) 式(9)をxで2回微分して、xに関する変曲点を求めるとつぎのようになる。

$$x = \frac{\log \left( \frac{A_2 e^{-(B_2 - B_1)t} - 1}{A_1} \right)}{k A_2 e^{-B_2 t}}$$

$B_1 > B_2$  であるから、分母は  $t$  が大になるにしたがって小、分母は逆であるから、つぎのことがいえる。

都心からの時間距離  $t$  が小さいほど、年度に関する変曲点は早く起こる。

以上のことは、八十島義之助博士らの実証的研究<sup>4)</sup>によるつぎの結論とそのまゝ一致している。

① 鉄道路線の開業時には、とくに顕著な人口の急増はない。

② 駅勢圏人口の増勢は前期にゆるやかであるが、中期には急になり、後期には再びゆるやかになる。そして急増する時期の到来は、都心を離れるにしたがって遅れる。

ところで、式(9)は人口密度の年度変化を表わすにはよいが、高速鉄道路線の勢力圏人口の予測<sup>5), 6)</sup>を行なうさい、積分ができないので不便である。したがって式(9)を利用しながら式(1)を主体として、 $t$  に関して積分の容易な形の式をつぎに考える。

(2) 指数関数を主体とした場合

ここでは、 $\rho(t, x) = A(x)e^{-B(x)t}$  とおいて、 $A(x)$ 、 $B(x)$  の関数形を決定する方法について考察する。

a)  $A(x)$  の決定

$t$  を都心からの時間距離とすると、 $t=0$  の場所は都心になる。しかし都心から30分くらいまでは夜間人口は、種々の理由により、 $t$  に関して指数関数的に減少していないので、この分析対象領域より除き、あらためて都心から35分の地点を時間距離  $t$  の原点とし、都心からの時間距離を  $T$  とおきなす。その場合式(1)より、 $t=0$  の時  $\rho(t=0) = A$  となる。それゆえに都心から35分の地点の人口密度の年度変化を表わす式を用いると  $A$  は式(7)より、つぎのように表わせる。

$$\begin{aligned} A(x) &= \rho(T=35) \\ &= \frac{C(T=35)}{1 + \left( \frac{C(T=35)}{\rho(T=35, x=0)} - 1 \right) e^{-k C(T=35)x}} \dots (10) \end{aligned}$$

東京西郊の場合、年度の原点を昭和30年とすると、表-1より、 $\rho(T=35, x=0) = 15912$ 、表-2より  $C(T=35) = 20990$ 、表-3より  $k = 6.25 \times 10^{-6}$  となる。したがって  $A(x)$  は次式のようになる。

$$A(x) = \frac{20990}{1 + 0.319 e^{-0.131x}} \dots (11)$$

なお式(11)は

$$\rho(T=35, x=0) = \frac{C}{1 + a e^{-bx}}$$

とおき、最小二乗法で係数  $a, b$  を求めた時の式(表-3より、 $a=0.315$ 、 $b=0.131$ )とほとんど一致しており、その時の相関係数は表-3より0.999である。

b)  $B(x)$  の決定

式(1)は  $(t, \log \rho(t))$  座標上では直線となる。このことを利用して、 $(t=0, \log \rho(t=0))$  の点を必ず通り、しかも他の任意の点  $(t, \log \rho(t))$  からの距離の二乗の和を最小にするように各年度の  $B(x)$  の値を決定する。 $(t=0, \log \rho(t=0))$  の点を通らせるのは、 $t=0$ 、すなわち都心から35分の地点の人口密度が、他の地点に比して大きいため、他の点より重要な値であることと、式(3)のロジステック曲線によくのっており(相関係数  $r=0.999$ )、安定しているためである。

以上の条件を満たす各年度の  $B$  の値を、表-1の値を

表-5 B(x) の値

昭和 路線	25	30	35	36	37	∞
西郊全域	0.0953	0.0870	0.0730	0.0699	0.0647	0.0261
小田急	0.0553	0.0523	0.0389	0.0366	0.0322	—
京王	0.0757	0.0697	0.0548	0.0553	0.0529	—
中央	0.1048	0.0985	0.0746	0.0718	0.0712	—
西武新宿	0.0454	0.0336	0.0384	0.0366	0.0322	—

用いて決定したものが表-5である。B(x)は人口密度の時間距離の方向への低減率を表わすもので、年度が経過するにしたがって、xが無限大の時の値、すなわち飽和人口密度 C(t)=A<sub>2</sub>e<sup>-B<sub>2</sub>t</sup>より求めたBの値に漸近して行くはずである。したがってB(x)をつぎのように仮定する。

$$B(x) = k_1 e^{-k_2 x} + B(x = \infty) \dots\dots\dots(12)$$

ここに、k<sub>1</sub>, k<sub>2</sub>は正の定数である。

k<sub>1</sub>, k<sub>2</sub>を表-1の実績値を用いて、最小二乗法により求めると、西郊全域を対象とした時はつぎのようになる。

$$B(x) = 0.0715 e^{-0.0461x} + 0.0261 \dots\dots\dots(13)$$

この時の相関係数 r=0.97である。

以上より、A(x), B(x)としてそれぞれ式(10), (12)を用いれば、人口密度の時間変化と年度変化を結合した式は、つぎのように表わすことができる。

$$\rho(t, x) = A(x) e^{-B(x)t}$$

$$A(x) = \frac{C(T_0)}{1 + \left( \frac{C(T_0)}{\rho(T_0, x=0)} - 1 \right) e^{-kC(T_0)x}}$$

$$= \frac{C}{1 + a e^{-bt}}$$

$$B(x) = k_1 e^{-k_2 x} + B(x = \infty) \dots\dots\dots(14)$$

ここに、x: 基準年次 x=0からの経過年数  
 T<sub>0</sub>: t=0の地点の都心からの時間距離  
 t: 都心からの時間距離 T=T<sub>0</sub>の地点からの時間距離

東京西郊ではつぎのように表わせる。

$$\rho(t, x) = A(x) e^{-B(x)t}$$

ここに、

$$A(x) = \frac{20990}{1 + 0.319 e^{-0.131x}}$$

$$B(x) = 0.715 e^{-0.0461x} + 0.0261 \dots\dots\dots(15)$$

x: 昭和30年からの経過年数(単位: 年)  
 t: 都心から35分の場所からの時間距離(単位: 分)

また東京西郊の路線別に式(14)の各係数の値を計算した結果が表-6である。式(14)は時間距離tに関して取り扱いが簡単であり、以後は式(14)を用いて考察を進めることとする。

5. 時間距離の変化に関する推論

高速鉄道の速度向上や、地下鉄建設による都心への乗入れなどのため、従来の都心までの時間距離に変化が起こった場合の、式(14)の変化について考察する。

この問題は、たんに実績値をみただけでは、時間距離が変化したのちにおける任意の地点の人口密度のうち、どれだけが時間距離の変化に基因するものか判断が困難であるが、つぎのようにして推論することができる。

いま一例として、基準年次 x=0よりx<sub>1</sub>年経過した時、高速鉄道の従来の速度vがv'=nvに変化したとする。この時は式(14)においてつぎの変化が起こる。

1) tのかわりにつぎのt'を用いる必要がある。

$$t' = T' - T_0' = \frac{1}{n}(T - T_0)$$

ここに、T<sub>0</sub>' : 以前のt=0の地点(前の例では都心から35分の地点)の速度変化後の都心からの時間距離

T' : 任意の地点の速度変化後における都心からの時間距離

2) A(x)は速度変化後のt'=0, すなわちT'=T<sub>0</sub>'の地点の速度変化後における人口密度の年度変化を表わす式、A'(x)にかわる。

この場合、時間距離が変化した時点においては、まだ人口密度は変化していない。しかしそれ以後は、図-3, 4に示すように、都心からの時間距離がT<sub>0</sub>'の地点の飽和人口密度C(T<sub>0</sub>')を極限とするロジステック曲線に変

図-3 時間距離の変化によるρ(t,x)の変化 (v'=v/2の場合)

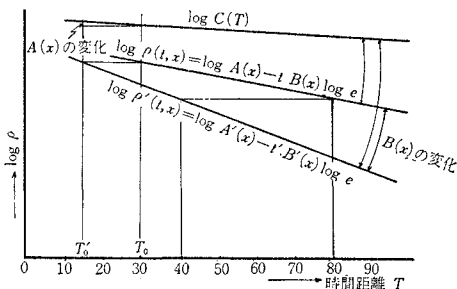
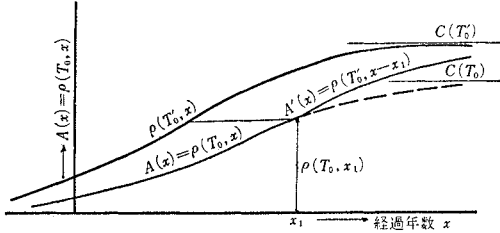


表-6 路線別のρ(t,x)の各係数の値

路線	A(x)				B(x)				t=T-T <sub>0</sub>
	a	b	C	相関係数	k <sub>1</sub>	k <sub>2</sub>	B(∞)	相関係数	T <sub>0</sub> (分)
中央	0.224	0.193	22.000	0.992	0.0643	0.0515	0.0261	0.97	35
京王	0.863	0.0852	22.000	0.992	0.0397	0.0541	0.0261	0.98	35
小田急	0.497	0.0571	22.000	0.991	0.0198	0.119	0.0261	0.92	35
西武池袋	2.214	0.108	16.500	0.999	0.0200	0.107	0.0261	0.86	45

図-4 時間距離の変化による A(x) の変化

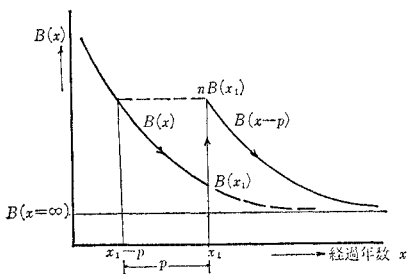


化するはずである。すなわち

$$A'(x) = \frac{C(T_0')}{1 + \left( \frac{C(T_0')}{\rho(T_0, x_1)} - 1 \right) e^{-kC(T_0')(x-x_1)}} \quad (17)$$

ここに、 $\rho(T_0, x_1)$  は、都心からの時間距離が  $T_0$  の場所の、時間距離に変化が起こる直前の人口密度である。すなわち 図-4 のように  $A(x)$  から  $A'(x)$  に変化する。 $v' > v$ , すなわち、 $T_0' < T_0$  に変化した場合には、4. (1) (b) で述べた理由により、時間距離変化後の  $A(x)$  の年度増加率は、それ以前より必ず大となる。

図-5 時間距離の変化による B(x) の変化 ( $v' = nv$  の場合)



3)  $B(x)$  は 図-3 および 図-5 に示すように変化する。

時間距離変化後において  $B(x)$  は  $B'(x)$  に変化したとする。 $v$  が  $v' = nv$  に変化した時点には、まだどの地点も人口密度には変化が起こっていないから式 (16) により次式が成立する。

$$\begin{aligned} \rho(x_1, t) &= A(x_1) e^{-B(x_1)t} = \rho'(x_1, t') \\ &= A'(x_1) e^{-B'(x_1)t'} = A'(x_1) e^{-B'(x_1)t'} \\ &= A'(x_1) e^{-B'(x_1) \cdot t/n} \end{aligned}$$

$$\therefore A(x_1) e^{-B(x_1)t} = A'(x_1) e^{-B'(x_1) \cdot t/n} \quad \dots (18)$$

ところで、式 (17) に  $x = x_1$  を代入すると、 $A'(x_1) = \rho(T_0, x_1)$ 。また  $A'(x_1)$  は式 (10) より、 $\rho(T_0, x_1) = A(x_1)$ 。それゆえに、 $A'(x_1) = A(x_1)$ 。したがって式 (18) より

$$\begin{aligned} e^{-B(x_1)t} &= e^{-B'(x_1)t/n} \\ \therefore B(x_1) &= \frac{B'(x_1)}{n} \quad \dots (19) \end{aligned}$$

式 (19) は、速度変化が起こった時点には、人口密度にはどの地点も変化が起こっていないのに、時間距離だけが  $1/n$  に変化したために、人口密度の低減率が  $n$  倍になったことを示している。その後  $B(x)$  は 図-5 のよ

うに、ある年数だけさかのぼって、つぎのような変化をたどると考えられる。

$$B'(x) = k_1 e^{-k_2(x-p)} + B(x=\infty) \quad \dots (20)$$

この式において、 $p$  は  $B(x)$  の変化が同じになるまでさかのぼる年数を示し、その大きさを求めるため、式 (19) に式 (12), (20) を代入するとつぎようになる。

$$k_1 e^{-k_2 x_1} + B(x=\infty) = \frac{1}{n} (k_1 e^{-k_2(x_1-p)} + B(x=\infty))$$

上式より

$$p = \frac{K + k_2 x_1}{k_2} = f(n, x_1) \quad \dots (21)$$

ここに、

$$K = \log e \frac{ne^{-k_2 x_1} + (n-1)B(x=\infty)}{k_1}$$

以上により、高速鉄道の表定速度が変化したため、従来の時間距離が変化した場合には、 $t$  は式 (16) の  $t'$  に、 $A(x)$  は式 (17) の  $A'(x)$  に、 $B(x)$  は式 (20) の  $B'(x)$  にそれぞれ変化すると思われる。速度変化以外の原因、たとえば地下鉄建設により都心まで乗り入れが可能になったため、従来の時間距離に変化が起こったような場合についても、全く同一の手順で式 (14) の変化が推論できる。

### 6. 近郊地域の特性に基づく人口密度分布の相違

式 (15) において、現在都心からの時間距離が同一であっても、人口密度  $\rho(t, x)$  の大きさが、たとえば鉄道路線別に異なりうる理由を、以上の考察を利用して考えてみる。

#### (1) 初期条件の相違

高速鉄道を建設した時期と、その時の人口密度の大きさに関する条件である。式 (14) の  $A(x)$  は、 $\rho(T_0, x=0)$  の大きさによって異なるため相違し、したがって  $\rho(t, x)$  の大きさが差を有することとなる。

#### (2) 時間距離に変化が起こった時期と、その変化の大きさの相違

高速鉄道の速度変化、地下鉄建設による都心への乗り入れ、などにより、従来の都心からの時間距離の大きさに変化が起これば、式 (14) において、 $A(x), B(x)$  が式 (17), (20) のように変化すると考えられるので、式 (14) における  $t$  が同一であっても、各地域(または鉄道路線沿線)により、人口密度の大きさは異なりうる。一例として、現在は都心からの時間距離は同一であるが、現在までの履歴の相違を持つ4本の鉄道路線沿線のそれぞれの地点①, ②, ③, ④について考える。各地点の履歴は 図-6 に示すようにそれぞれつぎのようになっているとする。

① 人口密度  $\rho_{01}$  の時、 $x_1$  年に建設した鉄道路線沿線の都心からの時間距離 40 分の地点。路線建設後現在ま

で時間距離に変化が起こっていないので、 $\rho_{01}$ を初期値とし、飽和人口密度  $C(T=40)$  を上限とするロジステック曲線を経て現在に至っている。

② 人口密度  $\rho_{02}$  の時、 $x_1$ 年に建設した鉄道路線沿線の都心から時間距離 50 分の地点。

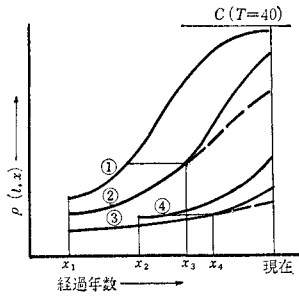
路線建設後  $x_3$ 年までは、 $\rho_{02}$ を初期値とし、飽和人口密度  $C(T=50)$  を上限とするロジステック曲線上を経てきたが、 $x_3$ 年にこの路線の列車のスピードアップのため都心までの時間距離が 10 分短縮されたため、その後は  $C(T=40)$  を上限とするロジステック曲線を経て現在に至っている。

③ 人口密度  $\rho_{03}$  の時、 $x_1$ 年に建設した鉄道路線沿線の都心からの時間距離 55 分の地点。路線建設後  $x_4$ 年までは  $\rho_{03}$ を初期値とし、 $C(T=55)$  を上限とするロジステック曲線を経てきたが、 $x_4$ 年に地下鉄建設により都心への乗り入れが可能になったため時間距離が 15 分短縮されたので  $C(T=40)$  を上限とするロジステック曲線に変わって現在に至っている。

④ 人口密度  $\rho_{04}$  の時、 $x_2$ 年に建設した鉄道路線沿線の都心からの時間距離 40 分の地点。路線建設後、飽和人口密度  $C(T=40)$  を上限とするロジステック曲線を経て現在に至っている。

地点①、②、③、④は現在はいずれも都心からの時間距離 40 分であるが、最初に述べた理由により、式(14)において、 $A(x)$ 、 $B(x)$  が相違するので、各場所の人口密度は異なっている。そうしてこれらをそれぞれの路線沿

図一6 路線の履歴による人口密度の相違



線の人口密度に関する実績値を用いて解析することができるとともに、鉄道施設の整備条件に関連する都市近郊地域の将来の人口密度分布の予測に応用することができる。

## 7. 結 論

都市人口密度の、都心からの時間距離に関する指数関数的変化と、年度に関するロジステック関数的変化とを組み合わせ、人口密度分布形態の成長過程を表わす一つの数理モデルを提案し、これを用いて、高速鉄道の速度向上、または都心部乗り入れなどによる都心までの時間距離短縮による、人口密度分布形態の成長過程の変化を説明し、各鉄道路線の履歴の相違による、人口密度分布形態の相違を説明した。これらを用いれば、その関数を積分することにより、各高速鉄道路線の勢力圏人口と、その変化を算出することができ、将来の勢力圏人口を予測することも可能である。さらに通勤発生率がわかれば、高速鉄道の通勤輸送需要の予測ができるので、都市交通施設計画、都市圏開発などにも応用することができる。

## 参 考 文 献

- 1) 天野光三・青山吉隆・藤田昌久：都市人口密度分布形態に関する情報理論的研究，土木学会論文集，第 142 号，昭和 42 年 6 月
- 2) 天野光三：都市通勤交通需要の推計に関する方法論的研究，昭和 40 年 10 月，pp. 73~74
- 3) 青山吉隆：通勤輸送需要の増加傾向に関する統計的研究，京都大学工学部土木工学科卒業論文 No. 1909，昭和 40 年 3 月，pp. 21
- 4) 前掲 2) pp. 151
- 5) 藤田昌久：鉄道網からみた都市の発展過程に関する研究，京都大学工学部土木工学科卒業論文，昭和 41 年 3 月，pp. 20~29
- 6) 前掲 2) pp. 97~115

(1966.7.8・受付)