

ダムの精密三角測量における誤差の検討*

ERRORS OF PRECISE TRIANGULATION TO DETERMINE DISPLACEMENTS OF DAMS AND FOUNDATIONS

森 忠 次**・星 仰***
By Chuji Mori and Takashi Hoshi

1. 緒 言

ダムの設計・施工・管理などに利用するため、堤体および基礎の状態を調査・測定することの重要性は古くから論じられて、わが国でも最近多數の資料が得られつつある。絶対変位の観測については、諸外国では 1920 年代からかなり組織的に実施され、ダム、橋などの構造物についての観測資料が多数得られている。わが国では上椎葉ダム（1955 年完成）、殿山ダム（1957 年完成）、鳴子ダム（1958 年完成）などにおいて近代的な測定が始まられ、その後多数のダムで絶対変位の測定が行なわれている。

これらの測定はほとんどヨーロッパ諸国の実例に基づいて、精密な器械と綿密な注意によって実行されている。わが国で実施された観測結果についてはほとんど公表されていないので、数種のダムの変位測定資料を得て、観測精度および誤差の原因の検討を行なった。ただし、本論文では精密三角測量による水平位置測定のみを取り扱っているにすぎない。結論として、満足すべき精度の得られていること、現行の観測法を少し簡易化しても精度の低下を生じないと推測されることなどが明らかになった。

実測値に含まれる誤差は、視準誤差、目盛誤差、求心誤差、など多くの基本的な誤差の集積であるから、実測資料を分析してこれらの誤差を推定するには、いくぶん工夫を要する。この分析方法を明らかにし、得られた結果がかなり合理的なものであることを示した。

2. ダムの絶対変位観測法について

ダムの絶対変位観測に関して、諸外国における測定法や使用機器についての豊富な経験は多数の文献^{1)~9)}に示されている。したがって、ここでは本論文に直接関連する事項のみについて略述する。

変位測定のために傾斜を測ってこれを積分する方法のとられることがあるが、これを除外すると、岩盤深部に定着させた倒立の下げ振り装置¹⁰⁾を利用するか、精密測量によって絶対変位が求められる。ただし、いずれの場合においても実際上の不動点推定に問題があり、これに

についての詳細な検討はなされていないようである。ダムおよび付近の地表変位を求めるために、一般には精密測

図-1 綾北ダム

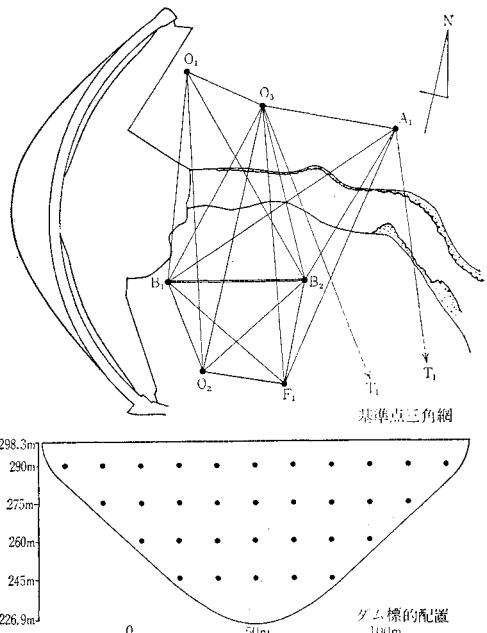
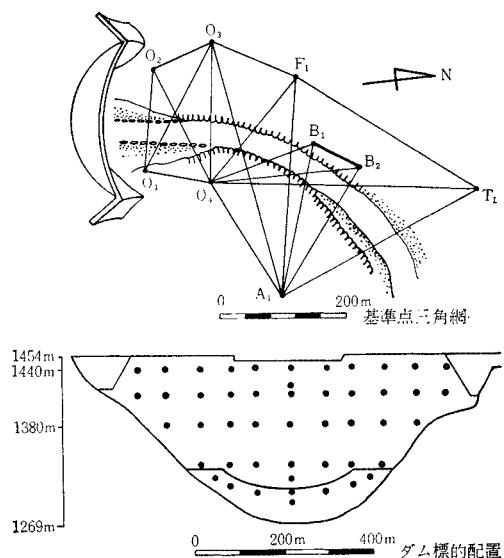


図-2 黒部ダム

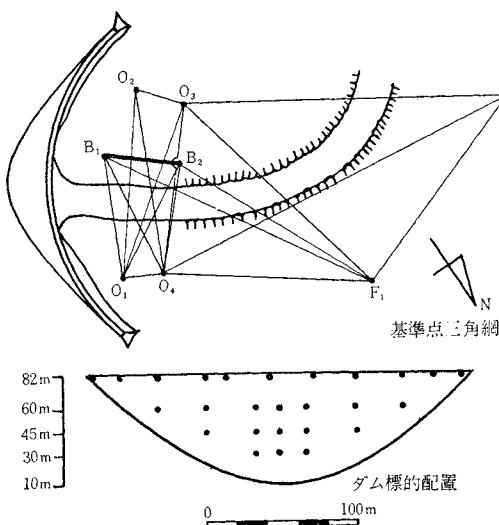


* 第 21 回土木学会年次学術講演会（昭.41.5）で一部発表

** 正会員 工博 京都大学助教授 工学部交通土木工学教室

*** 正会員 京都大学助手 工学部土木工学教室

図-3 天ヶ瀬ダム



量が実行され、中規模のダムにおいては、ダムの下流200mくらいの堅固な地表を不動点と考えるのが実際的であると考えられている⁶⁾。一方、下げ振り線は岩盤表面近くを基準としたダムの相対変位を代表的位置についてひんぱんに測定するために使用され、ときどき実行される精度測量の助けにより絶対変位を知るようにしている。

(1) 精密測量の方法

図-1～3は調査対象とした3種のダムの精密測量の状況を示すものである。まず平面位置の決定法を示すとつぎのとおりである。ダム下流面その他測定をする点に視準標を取り付け、これらの位置はダムの下流に設けた2点またはそれ以上の観測点O₁, O₂, ……に基づいて前方交会法によって決定する。

F₁, F₂は不動点と考えているものであって、これらの点と観測点を三角網で結び、観測点自身の変位を求めるわけである。なお三角網の寸法を決定するための基線B₁B₂が設けられ、ときには天文観測あるいは遠方の固定点(三角点その他)T₁, T₂, ……に準拠して測線の方向変化を測定することもある。以下には、観測点O₁, O₂, ……自身の位置測定のための測量を基準点測量と称し、前方交会法による視準標の位置測定は視準点測量と名づけることとする。

堤軸が直線であればalignmentにより堤頂の変位測定が便利にできる。この場合にも、

観測点および準拠視準点自身の変位を求めるために、視準線延長上の両岸に不動と考えられる点を設けておくか、上述の不動点F₁, F₂などと結びつけておく必要がある。

鉛直変位の測定は、平面測量と同じ三角網を用いて三角水準測量によって実施されることが多いが、より精密な測定のために直接水準測量の行なわれることもある。

(2) 水平位置決定のための測量方法と器械

基準点測量はきわめて精密を要するので、わが国では一等三角測量に準じた観測の実施されることが多い。最近では1角について12対回観測に相当する角観測法の採用されることが普通となってきた。ただし、国家基本三角測量とは異なった条件が多く、その主要点はつぎの2つである。

- ① 視準距離が短い。
- ② 視準線の鉛直角が大きい。

①の条件に対処して、視準標の形状、寸法、視準標および経緯儀の精密求心装置などに工夫がなされている。

②の点については、諸外国では特別な対策がとられていないようであるが、わが国ではつぎのような手段のとられることがある。まず第1は経緯儀の鉛直軸傾斜を測定して補正することである(綾北ダム)。第2は鉛直軸傾斜が不可避であるとすれば、その発生をrandomにして

表-1 使用経緯儀の性能

器 械	水 平 目 盛 盤			鉛直目盛	望 遠 鏡	
	直 径 (mm)	目 盛	読 数	読 数	口 径 (mm)	倍 率
T 3	138	4'	0.2"	0.2"	59	40 (30, 24)
DKM 3	100	10'	0.5"	0.5"	72	45 (26)

表-2 3つのダムの観測および調整法

ダム 名 称		綾 北 ダ ム	黒 部 ダ ム	天ヶ瀬ダム
観 测 期 間	基 準 点	1960.1.19～1.21	1963.8.6～9.10 1963.11.24～12.14	1964.2.23～3.14 1964.8.14～8.29
	視 準 点	1960.1.20～1.23	1963.8.19～9.11	1964.2.28～3.15 1964.8.21～8.27
観 测 時 間	昼 間	夜 間	夜 間	
	水平角観測法 基 準 点	角観測法	角観測法、方向法	角観測法
水平角対回数	視 準 点	方 向 法	方 向 法	方 向 法
	基 準 点	1夾角：約15対回	1夾角：12対回	1夾角：12対回
鉛直角対回数	視 準 点	6 対 回	6 対 回	6 対 回
	基 準 点	1	1	1
測 点 数	視 準 点	1	1	1
	基 準 点	7	8	8
使 用 経 緯 儀	視 準 点	29	48	26
	Wild 社: T 3	Wild 社: T 3	Wild 社: T 3	
器 械 す ェ 付 け 法	1測点で2種の器械 を1度ずつ	1測点で同一器械を 2度ずつ	1測点で同一器械を 2度ずつ	
	基 準 点	図形調整法	図形調整法	座標調整法
調 整 法	視 準 点	座標調整法	図形調整法	座標調整法

て水平角に生ずる誤差に偶然誤差の性格を持たせるため、1測点において器械を何回かすえ変え、多数回（実際には2回）すえつけた観測値の平均を採用する。こうすることによって、求心誤差も偶然誤差となる可能性が多くなる（黒部ダム、天ヶ瀬ダム）。

視準点測量も上記と同様な注意の守られることが多いが、方向法によって測角が行なわれ、1方向についての観測対回数も少なく、6対回またはそれ以下である。

使用される経緯儀は Wild 社 T3 または Kern 社 DKM 3 が多い（表-1）。

これらはコンクリート製の観測台上にすえられ、精密求心装置、器高指示装置、視準標などこの種の観測に便利な設備いっさいを製作者側で準備している。ただし、わが国ではもっぱら T3 が用いられている。表-2 には観測の諸条件を示した。

なお、alignment のためには望遠鏡倍率 60 倍くらいの大型 alignment 望遠鏡を利用すればよいが、表-1 に示した程度の経緯儀を用いてもよいわけである。ただし、測定精度はそれほど良好でなく、三角測量と同程度かそれ以下となることが多いようである^{2),3)}。

3. 基本誤差の観測資料による分析法

一般には表-1 に示した器械によって熟練者が測角すれば、数対回の観測により方向測定誤差 $\pm 0.6''$ 程度に達することが明らかになっているが、この誤差の諸要因については必ずしも明確でない。観測精度を向上させるには観測対回数の増加が考えられるが、実際の資料によれば、対回数の増加が精度向上に顕著な効果をおよぼしていないし、観測期間が延長すればダムおよび観測台の変位による誤差を増大させることになる。

経緯儀による測角値には、視準誤差、目盛り誤差、求心誤差その他各種の誤差（以後これらを基本誤差と呼ぶことにする）が含まれる。観測誤差に個々の基本誤差がどれくらいの影響をおよぼしているかを知るために、実際の観測資料に基づいて、水平角観測値に含まれる基本誤差それぞれの大きさを推定することにし、本節ではまずその方針を示す。

(1) 基本誤差の分類

われわれが水平角観測を実施したときに、つぎの5種類の基本誤差が含まれるものと考える。

- α ：1方向を視準したときの目標視準誤差
- β ：1方向を視準したときの目盛り読み取り誤差
- r ：目盛盤の目盛り誤差による測角誤差
- δ ：正位と反位の観測値ともに同量、同符号となる測角誤差の総称
- δ_a ：鉛直軸の傾斜による誤差
- δ_b ：経緯儀および視準標の求心誤差
- ϵ ：正位と反位の観測値において同量、異符号となる測角誤差の総称

る測角誤差の総称

- ϵ_a ：水平軸と鉛直軸との非直交に基づく水平軸傾斜による誤差
- ϵ_b ：視準軸と水平軸との非直交による誤差
- ϵ_c ：視準軸が鉛直軸の中心より偏心していることによる誤差

観測中に温度変動、風、空気中の光の屈折、地盤やダムの変位などによって誤差を生ずるはずである。これらの中で系統誤差の性格を帯びて正、反観測値にそれぞれ同量、同符号の値を生ずるものは δ に含めるものとし、もし同量、異符号となるものがあるとすればこれらは ϵ の中に含めるものとする。一方、偶然誤差の性格を持つものは ϵ に含まれるものと考える。その他にも誤差が考えられるが、それぞれの性格に応じて上記5種類のいずれかのものによって表わされているものと考え、個人誤差は考慮外とする。

(2) 目盛り読み取り誤差

使用器械は optical micrometer を備えているから、目盛り読み取り誤差 β は micrometer 合致誤差によるものがほとんどである。同一視準方向につき数個の micrometer 読み取り値があれば、この基本誤差は他の誤差と分離して独立に決定することができる。T3 経緯儀では、micrometer を必ず2回合致させて、2つの読み取り値より角度を求めるこになっているから、2回の読み取り値の較差を用いて β を決定することができる。

(3) 水平角観測値に含まれる基本誤差

ある夾角の1対回観測中における正位、反位の測定値 A_r, A_l に含まれる誤差をそれぞれ M_r, M_l で表わすと、これらは基本誤差を用いてつぎのように書ける。

$$\left. \begin{aligned} M_r &= \pm \sqrt{2} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} + r + \delta + \epsilon \\ M_l &= \pm \sqrt{2} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} + r + \delta - \epsilon \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

この場合に、 α および β は偶然誤差であるが、 r, δ および ϵ は系統誤差であるから、1対回の正位と反位の測角値の和 $A_r + A_l$ および差 $A_r - A_l$ に含まれる誤差をそれぞれ M_{r+l} および M_{r-l} で表わすと、これらはつぎのようになる。

$$M_{r+l} = \pm 2 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} + 2r + 2\delta \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

$$M_{r-l} = \pm 2 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} + 2\epsilon \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

式(2)においては、同一角を測定中の各対回ごとの値をくらべると、各対回において目盛の使用部分を変えるから、各対回ごとに目盛り誤差 r は異なる値を取ると考えるべきである。一方では、 δ は器械を動かさぬかぎり同一角観測中は一定値を占め、器械をすえ換えることによって初めて値の変化するものである*。したがって、器械をすえ換えずに同一角を観測したときの各対回ごと

* δ_a, δ_b はこのような性質をもつが、 δ という記号で総称した誤差に対しては、厳密にはこのような考え方を適用できない。

の $A_r + A_l$ のばらつきには、 τ が偶然誤差として含まれ、近似的に δ は存在しないと考えてよい。このような意味での目盛誤差を r_0 で表わし、 $A_r + A_l$ の 1 対回観測における平均二乗誤差を M'_{r+l} と記すと、次式が成立することになる。

$$M'_{r+l} = \pm 2\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + r_0^2} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

式(3)においては、同一角を測定しているかぎりは ϵ の大きさがどの対回においても同一値であり**、観測する角が変わって初めて ϵ の値に変化が生ずるべきものである。したがって、同一角に属する $A_r - A_l$ の対回ごとのばらつきは偶然誤差 α と β のみによるものと考えてよいから、同一角中の $A_r - A_l$ の平均二乗誤差を M'_{r-l} で表わせば、

一方、1つの角ごとに $A_r - A_l$ の平均値を求めれば0になるべきものであるが、各角ごとにある一定の誤差 ϵ が存在するため0とはならない。したがって、1つの角についての $A_r - A_l$ の平均値を Z_{r-l} で表わせば、

数多くの異なる角を測定した場合に、それぞれの角における ϵ の大きさは random な性格のものと考えてよいから、 Z_{r-1} の値は 0 の両側に偶然誤差としてばらつくことになる。そこで、種々な角の測定から得られた Z_{r-1} の二乗平均値 E_{r-1} をもって、その観測において $A_r - A_l$ に含まれる誤差 2ϵ の大きさを表わすものとし、この値をあらためて $2\epsilon_0$ とおく。すなわち、

(4) 三角形閉合誤差に含まれる基本誤差

三角形閉合誤差 M から 1 角夾角観測値 (n 対回の平均値) の平均二乗誤差 M_n を求めれば、この中には式(4)で示したような α , β , r_0 の系統のものが偶然誤差として含まれる以外に、 δ に基づく誤差も偶然誤差として入っている。

前者の値を $M_{n'}$ で表わせば、この値は観測回数によって異なる。そこで以後本論文では、1夾角の1対回観測値を基準にとり、この軽重率を1とする。そうすれば、 n 対回測角値の軽重率は n であるから、式(4)より

$$M_n' = \pm M'_{r+I} / (2\sqrt{n}) = \pm \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + r_0^2} / \sqrt{n} \quad \dots \dots \dots (8)$$

後者の値を M_δ で表わし、 δ の当該観測を通じての平均値を δ_0 と記し、1測点における器械すえ付け回数を p とすると、対回数 n には無関係に、

となる。ゆえに、

$$M_n = \pm \sqrt{M'^n{}^2 + M_{\delta}^2} \\ = \pm \sqrt{(\alpha^2 + \beta^2 + r_0^{-2})/n + \delta_0^{-2}/p} \quad \dots \dots \dots (10)$$

** ϵ_a , ϵ_b および ϵ_c については成立するが, ϵ に対しては厳密に成立するものではない。

しかしながら、経緯儀および視準標の偏心はそれぞれの観測点求心装置の癖によることが多いだろうし、すえ換えた観測を引続いて実施すれば、短時間中の温度変動や測点の変位がかなり規則的であると考えられる。したがって、 δ に基づく誤差の中には、偶然誤差の性質を持つ M_6 以外に、すえ付け回数に無関係な系統誤差の性質を持つものも含まれているはずである。なおそれ以外にも観測回数の増加によって消去できないような誤差の存在を考えるべきであるから、これらを w によって表わすことにすれば、厳密には式(10)の代りに次式を用いるべきである。

$$M_n = \pm \sqrt{(\alpha^2 + \beta^2 + r^2)/n + \delta_0^2/p} + w \quad \dots\dots(11)$$

ただし、以後は式(10)を適用するものとする。

一般に、方向法によって測角するときには測点条件が得られないが、角観測法によるときには多数の測点条件式が得られる。後者の場合には、閉合誤差を計算するまえにあらかじめ測点条件を満足させておくから、 M_n の値がいくぶん小さくなると考えられる(5.(3) 参照)。

(5) 調整角の平均二乗誤差に含まれる基本誤差

三角網の調整が終れば角測定値の平均二乗誤差 M_n^* が計算できる。この M_n^* に含まれる基本誤差の大きさは、 α , β および r_i には変化なく、 δ に基づく誤差のみが調整によって δ_0 から δ_0^* に変ずるものと考える。

このような考え方によれば、(4)と同様にして以下の式が得られる。

$$M_n^* = \pm \sqrt{M_n'^2/n + M_\delta^{*2}} \\ = \pm \sqrt{(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma_0^2)/n + \delta_0^{*2}/\rho} \quad \dots \dots \dots (12)$$

この式を式 (10) の代りに用いればよい。

(6) 基本誤差の分析法

これまでに記した基本誤差の現われ方を一括表示したものが表-3である。観測値から得られる種々な値のうちどれを独立した標本とみなし、どれだけを1つの集団とするかによって、個々の標本に含まれる基本誤差が異なってくる。すなわち、標本の選び方によっては、観測値に生じた偶然誤差の構成要素として考える必要のない基本誤差がある。また一方では、基本誤差の中には、ある標本には系統誤差として考えるべきものが、別種の標本のとり方をすれば偶然誤差として取り扱うべきものがある。

トランシットの測角誤差として、一般に偶然誤差と系統誤差に分けられているのは、表-3よりわかるように、1対回中の観測における夾角測定値 A_r, A_t のそれぞれについて発生する誤差を対象としていることに注意すべきである。

系統誤差は正確な検定によって求めればよいわけであるが、いまの場合にはこの方法をとることができない。そこですべての基本誤差が偶然誤差として現われるような標本の選び方を種々考え 観測値およびそれから誘導

表-3 基本誤差の現われ方と推定法

集 団	1 方向観測	A_r, A_l		A_r+A_l		A_r-A_l		閉合誤差	調整値
		1 対回	多數対回	1 角 ¹⁾	多數対回	多數角	多數三角		
標 本 値	目盛り読み取り	1 觀測	1 対回	多數対回平均	1 対回	1 角	1 三角	1 角	
α		$A^2)$	A		A		A	A	A
β	A	A	A		A		A	A	A
r		$S^3)$	A				A	A	A
δ		S	S	A			A	A	A
ϵ		S							
適用式番号		(14)		(4)		(5)	(7)	(10)	(12)

1) 1つの夾角測定のために器械を多數回すえ換えているときにのみ、各すえ付け回の平均値同志のはらつきが考えられる。

2) A は偶然誤差を意味する。

3) S は系統誤差を意味する。

される各種の数値のはらつき——平均二乗誤差——よりそれぞれの基本誤差を求めようとするものである。

まず、目盛読み取り誤差 β は、2.(2)に示したように独立に決定される。つぎに式(4), (5), (7)および(10)または(12)の左辺はすべて観測値を用いて求められる値であるから、これらの式を連立して解けば、右辺に含まれる残りの4つの基本誤差を決定することができる。

表-3によれば、 δ はつぎのようにして求められるはずである。すなわち、1つの角を観測する際に器械をすえ換えて観測しておれば、それぞれの場合の A_r+A_l の平均値のはらつきには δ が含まれているから、この平均値の二乗平均値より δ を推定できるはずである。しかしながら、(4)に述べたように系統誤差として含まれる部分がかなり存在すると予想されるから、式(10)または式(12)のように総合的な意味での δ を決定することにした。

4. 基本誤差の決定

ここでは、前節に示した各種の平均二乗誤差、すなわち各式の左辺の値を観測値から求める方法を具体的に示し、3つのダムそれぞれについて、観測値から基本誤差を決定した結果を示す。

(1) β の計算

T3による観測では、必ず optical micrometer を2回合致させ、各回の読みの平均をもって1個の測定値とすることになっている。この値に含まれる誤差が目盛り読み取り誤差 β であるから、2つの読み取り値の較差を d とすれば、次式によって計算できるはずである。

$$\beta = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{[d \cdot d]}{s}} \quad (s: \text{測定値の個数}) \dots \dots \dots (13)$$

ただし、T3のmicrometer 目盛りは真の角度の1/2の数字が記してあるから、T3の目盛り読み取り数字を用いて求めた較差を d' で表わすと、次式で計算しなければならない。

$$\beta = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{[2d' \cdot 2d']}{s}} = \pm \sqrt{\frac{[d' \cdot d']}{s}}$$

(s : 較差の個数) (14)

(2) M'_{r+l} および M'_{r-l} の計算

同一角を n_1 対回観測した場合、その測角に対する A_r+A_l および A_r-A_l の平均二乗誤差をそれぞれ m_{r+l} および m_{r-l} で表わせば、

$$m_{r+l} = \pm \sqrt{\frac{[v \cdot v]}{n_1 - 1}}, \quad m_{r-l} = \pm \sqrt{\frac{[v \cdot v]}{n_1 - 1}} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \quad (n_1: \text{対回数})$$

..... (15)

ここに、 v は残差、すなわち A_r+A_l または A_r-A_l とそれぞれの平均値との差であり、 m_{r+l} の計算に際しては器械をすえ換えずに測角した対回数を n_1 とする。したがって、多數の角度観測値を使用すれば、 M'_{r+l} および M'_{r-l} はつぎのようにして計算できる。

$$\left. \begin{array}{l} M'_{r+l} = \pm \sqrt{\frac{[m_{r+l} \cdot m_{r+l}]}{s}} \\ M'_{r-l} = \pm \sqrt{\frac{[m_{r-l} \cdot m_{r-l}]}{s}} \end{array} \right\} \quad (s: m \text{ の個数}) \quad \dots \dots \dots (16)$$

(3) E_{r-l} の計算

前項において、それぞれの角における A_r-A_l の平均値 Z_{r-l} が得られるから、多數の測角を通じての Z_{r-l} の二乗平均値 E_{r-l} は次式で計算すればよい。

$$E_{r-l} = \pm \sqrt{\frac{[n_1 \cdot Z_{r-l} \cdot Z_{r-l}]}{[n_1]}} \quad (n_1: \text{対回数})$$

..... (17)

(4) M_n および M_n^* の計算

s 個の三角形が形成される三角網において、個々の三角形の閉合誤差を計算してから、三角形の閉合誤差の平均二乗誤差 M を求めると、1夾角観測値の平均二乗誤差 M_n は、

$$M_n = M / \sqrt{3} \quad \dots \dots \dots (18)$$

として計算できる。ただし、これは 3.(4)に述べたように n 対回の夾角観測に対するものである。なお視準点測量は前方交会法によっているため三角形の閉合誤差を計算することはできない。一方、 M_n^* はそれぞれの三角網についての調整結果から求められる。

(5) 観測値より得られた結果

3つのダムにおいて、上記の計算法により各種の平均二乗誤差を計算し、つぎに式(14)で求めた β の値ならびに式(4), (5), (7)および(10)または(12)を連立して、5種類の基本誤差すべてを求めた結果は表-4に示し、表-5には使用した標本数を示した。表-4に新しく用いた記号の説明はつぎのとおりである。

M_1, M_1^* : 1対回の夾角観測値に含まれる誤差*

$M_1': \delta$ を除外したときの1対回の夾角観測値に含まれる誤差*

これらを基本誤差で表わせばつぎのとおりである。

表-4 観測資料より得られた各種誤差

(単位: 秒)

ダム	綾北ダム		黒部ダム		天ヶ瀬ダム	
	基準点	視準点	基準点	視準点	基準点	視準点
観測法	角観測法	方向法	角観測法	方向法	角観測法	方向法
M'_{r+l}	±2.73	2.39	±2.71	±2.26	±2.31	±1.81
M'_{r-l}	±1.59	1.58	±1.52	±1.47	±1.44	±1.46
E_{r-l}	±2.58	1.78	±3.22	±0.86	±2.19	±1.45
M	±2.45 ⁽¹⁾	—	±1.28	±2.18	—	±1.35
M_n	±1.30 ⁽¹⁾	—	±0.74	±1.26	—	±0.78
M_n'	±0.35	0.49	±0.39	±0.33	±0.47	±0.26
M_s	±1.25 ⁽¹⁾	—	±0.63	±1.22	—	±0.74
M_1	±2.81	—	±1.62	±2.07	—	±1.39
M_1'	±1.37	±1.20	±1.36	±1.13	±1.16	±0.91
M_n^*	±1.33 ⁽¹⁾	±1.00	±0.84	±0.88	±0.87	±0.65
M_s^*	±1.28 ⁽¹⁾	±0.87	±0.74	±0.82	±0.74	±0.60
M_1^*	±2.27 ⁽¹⁾	±1.72	±1.72	±1.62	±1.56	±1.25
α	±0.72	±0.72	±0.74	±0.72	±0.70	±0.72
β	—	±0.34	—	±0.17	—	±0.14
r_0	±1.11	±0.90	±1.12	±0.86	±0.90	±0.52
δ_0	±2.45 ⁽¹⁾	—	±0.89	±1.73	—	±1.05
δ_0^*	±1.81 ⁽¹⁾	±1.23	±1.05	±1.16	±1.05	±0.85
ϵ_0	±1.29	±0.89	±1.61	±0.43	±1.10	±0.73

1) 昭38年1月の観測値をも考慮して平均した値

表-5 使用した標本数

ダム	綾北ダム		黒部ダム		天ヶ瀬ダム	
	基準点	視準点	基準点	視準点	基準点	視準点
観測法	角観測法	方向法	角観測法	方向法	角観測法	方向法
M'_{r+l}	408	1 068	120	600	900	140
M'_{r-l}	408	1 068	120	600	900	140
E_{r-l}	68	178	30	25	150	35
M	22×2	—	12	12	—	15×2
β	2 307	—	2 540	—	2 772	—

$$M'_1 = \pm \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + r_0^2} \quad \dots \dots \dots (19)$$

$$M_1 = \pm \sqrt{M'_1{}^2 + M_s^2 / p} \\ = \pm \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + r_0^2 + \delta_0^2}, \quad (n=1, p=1) \quad \dots \dots \dots (20)$$

$$M_1^* = \pm \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + r_0^2 + \delta_0^*{}^2}, \quad (n=1, p=1) \quad \dots \dots \dots (21)$$

5. 観測条件による測角誤差の推定

(1) 誤差の現われ方

観測精度は最終的な三角網の調整を待たなければなら

* この場合は $p=1$ と考えるべきである。

ないが、その前段階として三角形閉合誤差が精度の目安となる。

まず綾北ダムの閉合誤差 M を他のダムと比較すると、いくぶん誤差が大きいのは、昼間にも観測を行なったことと、2台の経緯儀を用いたため見掛け上誤差が大きくなっていることによるものと思われる。

測角誤差 M_n の大部分は M_d によるものであるから、いくら観測回数を増加して M_n' を小さくしても、求心誤差や測点の移動などを防がなければ測角誤差を有効に減することは不可能なことが推察される。基本誤差の大きさを比較しても、 δ_0 が他の誤差よりもかなり大きい値となっている。

調整結果から求めた測角誤差 M_n^* についても、上と同様に δ_0^* の影響は著しく、対回数に関係する部分 M_n' よりも大きい。 $M_n^* - M_d$ の値は対回数の増加による誤差減少効果を示す指標となる。この値の平均値は、基準点測量において $\pm 0.07''$ (12~15対回)、視準点測量において $\pm 0.08''$ (6対回)というわずかなものであり、対回数の増加により著しい精度向上が期待できないことはこれからも推測される。

精度向上のためには夜間観測が望まれるので、以下ではほとんどの場合に綾北ダムの昼間測定値は除外し、夜間観測の資料のみによって論ずることにする。

(2) 基本誤差

視準誤差 α の値は、各ダムについて観測時間、距離、方向、方角その他の条件が異なるにもかかわらず約 $\pm 0.7''$ である。一方遠望鏡倍率40ということより考えると、これ以上小さい α の値を望むのは無理であろう。

目盛り読み取り誤差 β は、観測者の熟練度にもある程度関係するが、ほとんど器械によって決まるもので、表-4の資料からすれば $\pm 0.2''$ と考えればよかろう。

目盛り誤差 γ は器械固有のものであり、本測定においては忠実に目盛盤全周を使用するように心掛けているから、 $\gamma = \pm 0.8''$ くらいの大きさで常に測定値に影響するを考えるべきであろう。

δ に属する誤差がかなり大きい。三角網の調整結果を用いて推定した δ_0^* の値は、基準点において $\pm 0.85''$ ~ $1.16''$ 、視準点において $\pm 1.05''$ ~ $1.17''$ である。前記 α, β および γ の誤差は観測対回を増加させればかなり減少させることができるが、器械のすえ付け回数を増加することによって、 δ_0^* による誤差を著しく小さくすることは実際上でも理論上でも望めない。逆に、観測時間の延長がかかる δ_0^* 自身を大きくさせる。 δ_0^* の中味を考えると、 δ_a, δ_b のような器械自身に関するものと、測点の変位や温度変動のような環境条件に関するものとに分離できるが、両者のおよぼしている割合については分析できなかった。これは各ダムの条件に応じて複雑な値となっているはずであり、たとえば、昼間観測を行な

えば δ_0^* がかなり増大している。ここでは、現在の観測条件のもとにおいては、基準点測量と視準点測量の区別なく、 $p=2$ のとき、 $M_{\delta}^* = \pm 0.7''$ と考える。したがって、 $\delta_0^* = \pm 1.0''$ となり、 $p=1$ のとき $M_{\delta}^* = \delta_0^* = \pm 1.0''$ と計算されるわけであるが、器械すえ換え回数の効果が実際には少ないと考えると、 $p=1$ のとき $M_{\delta}^* = \pm 0.9''$ くらいと推定してもよいであろう。

ϵ_0 は観測値の精度に無関係であるが、器械誤差や調整不完全によって生ずるものであり、この観測結果では $\epsilon_0 = \pm 1.2''$ となる。

α, β はどの観測に際しても大きい変動はみられず、 r_0 も比較的一定している。このことはどの器械も一様な性能を持っていることを示すとともに、観測方式が統一されしかも熟練されていることを示すと考えてよい。 δ_0^* および ϵ_0 の値の差がかなり大きいのは、前者が各観測における特殊条件の差異を示し、後者が主として器械自身の各種軸誤差の影響を表わしているものと考えることができる。

(3) 角観測法と方向法の比較

角観測法と方向法の誤差を別個に二乗、平均したものを見表-6に示す。

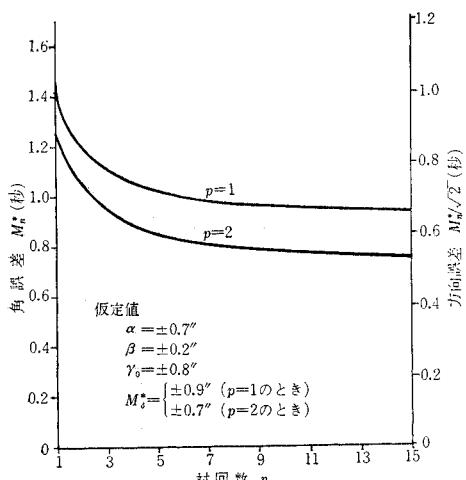
表-6 角観測法と方向法の誤差の比較 (単位: 秒)

誤差	M'_1	M'_1^*	δ_0^*
角観測法 (基準点)	1.16	1.50	0.96
方向法 (視準点)	1.07	1.55	1.11

M'_1 は α, β および r_0 によるものであるから、観測法によってほとんど差を生じない。 δ_0^* および M'_1^* は測点調整の効果をうけるので、角観測法のほうが方向法の数値よりも小さくなっていると考えられるが、その差は非常に小さく、個別の数値を比較すれば角観測法のほうが大きい誤差 M'_1^* を与えているものもある。

以上のような点を考えれば、角観測法が方向法よりも

図-4 対回数と器械すえ付け回数による観測誤差の変化



精度が良いという原則は成立するとしても、観測時間の増大、不可避的な誤差その他によって、同一対回数に相当する観測値の精度を比較したとき、両者に実質上大差を生じないと考えてよいと思われる。

(4) 対回数による誤差の推定と観測法の提案

観測対回数および器械すえ付け回数による誤差の大きさの変化をみるために、(2) に示した基本誤差の推定値を用いて、 $p=1$ および 2 の場合について、式 (12) より計算したものが図-4 である。ただし、 $p=1$ の場合には (2) に述べたように、 $M_{\delta}^* = \pm 0.9''$ と推定したものである。

図-4 によれば、 $n > 6$ としても観測誤差を減らすための効果が少ないことがわかる。観測対回数の増加は観測時間の延長にともなう条件変化のために誤差増大をもたらす要因がひそんでいるから、特殊条件のないかぎり 6 対回の観測で十分であると考えられる。また方向法と角観測法と比較したとき、調査した資料では、方向法を採用しても誤差の増大はわずかであるから、方向法を採用するのが実際的であろう。6 対回の方向法を採用するときには、器械を 2 度すえて 3 対回ずつの観測をすることは不便でないから、これを実行すれば、角誤差の減少は $0.1 \sim 0.2''$ 程度と推測される。

以上の方法によって観測したときの角誤差は $\pm 0.8''$ 、方向誤差とすれば $\pm 0.6''$ 程度である。このときの位置誤差は調整条件式数に応じて変化するが、距離 100 m において ± 0.4 mm くらいに収まるであろうから、通常の目的には十分である。天ヶ瀬ダムの座標調整結果によると、基準点の位置誤差 ± 0.87 mm (視準長約 150 m)、ダム下流面視準点の位置誤差 ± 0.61 mm (視準長約 100 m) である。対回数を 3~6 回かつ器械のすえ換えを実行しないとしても、角誤差 $0.8 \sim 1.1''$ 、方向誤差 $0.6 \sim 0.8''$ であるから、気象や水位の変動状況、あるいは観測設備、観測者、所要精度などの諸条件に応じて、この程度の対回数で実行すればよい。

上記のことから諸外国の実例ともほとんど一致しており、観測器械、設備、方法などを全く別な形式にしないかぎり、測角誤差の標準値と考えてよい。ヨーロッパ諸国では基準点および視準点の測量は 3~6 対回の方向法によっていることが多い。特に高精度を要求されるときには、まず第1に三角網の形を良くし、かつ調整条件式を増加して、いわゆる图形の強さを大きくすることであり、つぎに角観測法の採用、対回数の増加などとともに、観測時刻、コンクリート柱 (高さ 1~2 m) 上の観測点の移動、水位変動、観測時間の短縮などに十分留意しなければならない。

観測時間の短縮のためには数台の器械で測角するとか、角度目盛りを写真記録にするような方法のとられることがある。コンクリート柱上の観測点の移動について

は、日射をうけているときに午後2~4時の間に約1mm移動したという記録がある⁶⁾。断面0.4×0.4m、高さ1.5mのコンクリート柱が、日射により相対する面上に10°Cの温度差を生じたとすると、熱膨張により上端は0.3mmの水平移動を生じることになる。したがって、1mmという数字は特例としても、太陽の直射は絶対に避けるべきであり、昼間の観測はほかにも好ましくない条件が多い。

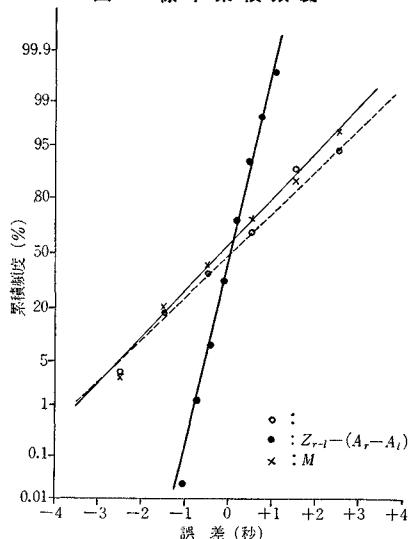
T3よりも精度の悪いT2(Wild社製、1"読み、望遠鏡倍率28)を用いて橋の建設に際して測量された資料にもとづけば、視準長約130m、方向法1対回のときの測角誤差 $M'_1 = \pm 1.8''$ (方向誤差1.3")というかなり良好な値が得られている¹¹⁾。したがって適当な求心装置さえ設備することができれば、精度の要求が高くないときには1"読み程度の経緯儀を用いることもできる。

6. 誤差の大きさおよび分析法の検討

(1) 各種誤差の分布状態

目盛り読み取りといふのはかなり単純な作業であるから、これの誤差が正規分布にしたがうかどうかを調べてみよう。綾北ダムにおける2度読み取りの較差 d の累積頻度(標本数2307個)を、9つの級に分けて正規確率紙に示したもののが図-5の太い実線であって、較差は平均値0の正規分布と考えてよい。その他天ヶ瀬ダムの資料について、 $Z_{r-l} - (A_r - A_l)$ 、三角形閉合差 M の累積頻度も図-5に示したが、いずれもほとんど直線となっているから正規分布と考えてよく、平均値も零にきわめて近い。

図-5 標本累積頻度



(2) 基本誤差の大きさ

各種の誤差の表われ方は正規分布をしていると見なせることは(1)述べた。このとき、 α 、 β については、各ダムにおける値が同一の分散をもつ母集団に属するも

のとしてよいが、 δ_0 および ϵ_0 については、表-4の数値および誤差発生の原因から考えて、母集団の分散がそれぞれ異なると考えるのが妥当である。しかしながら、図-4では条件の異なる観測の平均的な値として δ_0 を仮定しているから、新しい観測に際しては条件に応じて適当な δ_0 あるいは M'_1 を推定しなければならない。

なお、T3経緯儀について、広部氏がCollimatorを用いて精密な検査をした結果¹²⁾によれば、 $\alpha = \pm 0.42''$ 、 $\beta = \pm 0.35''$ である。現地においては、自然条件、視準標の見えの程度その他によって $\alpha = \pm 0.7''$ くらいまで低下するを考えればよい。

(3) 視準方向の順番の影響

方向法による観測において、ある視準方向が基準方向から第何番目に測ったかによって、誤差に差を生ずるかどうかを調べてみた。天ヶ瀬ダムの視準点方向観測において、第2方向のものと第5方向のものについて M'_{r+l} を別個に計算したところ、それぞれ $\pm 1.93''$ および $\pm 1.98''$ であった。これより2つの母分散は等しいものと考えてよい。すなわち視準方向の順番にかかわらず同一誤差で観測できているわけであって、1対回の方向観測中に器械の移動その他が生じていないと考えてよい。天ヶ瀬ダムにおける M'_{r+l} および M'_{r-l} の値は、第2方向と第5方向の観測値のみを用いて計算したものである。

(4) 経緯儀鉛直軸傾斜による誤差

経緯儀鉛直軸傾斜が大きいときには、視準線が水平に近い角を測ったときと鉛直角に大きい差のある角を測った場合とを比較すれば、器械さえ付けごとにおける $A_r + A_l$ の平均値は、後者において差が大きくなるはずである。天ヶ瀬ダムの観測資料から $A_r - A_l$ の較差を求めた結果は表-7に示すようであり、鉛直角との間に画然とした関係が認められなかった。すなわち、もともと鉛直軸傾斜による測角誤差は小さく、当該観測では鉛直軸傾斜のないように十分注意して観測しているから、このような誤差は小さいものと考えてよい。

表-7 鉛直角と $A_r - A_l$ の較差との関係

鉛直角(度)	0	8	15	20
$A_r - A_l$ の較差(秒)	± 3.12	± 2.65	± 2.79	± 2.65
標本数	12	6	12	4

(5) 目盛り誤差の現われ方

目盛盤の目盛り刻印には系統誤差と偶然誤差が考えられる。たとえば、広部氏の検査結果¹²⁾によれば、目盛誤差 $\pm 0.74''$ 、この中から偶然誤差のみ抽出すれば $\pm 0.49''$ であった。このとき夾角の小さい測角値にはほとんど偶然誤差のみ現われ、夾角が大きくなればこれに系統誤差も加わるであろう。しかしながら、天ヶ瀬の基準点観測値を夾角の大きさに応じて分類し、各集団について $A_r + A_l$ の平均二乗誤差 M'_{r+l} を計算したところ、夾

角の大きさと M'_{r+1} との間には一定の関係が見出せなかつた。すなわち M'_{r+1} の中に含まれる目盛誤差を系統誤差と偶然誤差とに分析することができなかつた。

(6) 外部誤差

基線測定はインバー基線尺を用いて行なわれている。各測線の平均二乗誤差は、100 m 当り $\pm 0.12 \text{ mm}$ 程度であるから十分な精度が得られている。ただし、1本の基線尺による測定であり、かつ尺の経年的な長さ変化についての厳密な検討を加えられていないことに注意する必要がある。

ここで示した観測以後においても種々なダムで精密測量が実施され、補助器具や観測法の改良が絶え間なく行なわれており、最近の測定値はいくぶん誤差が減少している。測長および測角誤差によって、観測点自身の位置誤差が約 $\pm 0.6 \text{ mm}$ 、それを基準としてダムに設けた視準点の位置測定誤差が $\pm 0.6 \text{ mm}$ 程度に達すると考えてよいが、これらはあくまでも一連の観測によるそれ自身の誤差、すなわち内部誤差にすぎないから、望ましいのは全く別系統の測定を行なって誤差の大きさを比較すること、すなわち外部誤差の比較を実行することである。

別個の測定を行なうとすれば、視準測量、下げ振りによるたわみ測定、引照点による測点変位の観測などがあげられる。わが国では、これらの測定と三角測量とが組織的に結びつけられていかないことが多いが、精度を保証するためにには、ぜひとも外部誤差の比較を行なわなければならぬ。天ヶ瀬ダムのように、2固定点を仮定してそのうえ基線測定を行なえば、基準点測量についてはある程度外部誤差の検査を行なっていることになる。

鉛直変位については、精密な直接水準測量または水管による高低差の観測などによって、比較的容易に実行することができる。

7. 結 言

基礎的な器械の検定によって個々の基本誤差が決定できるが、現実の観測にその値をただちに適用できるかは慎重に考える必要がある。ことに δ は現地の諸条件で大きく左右されるし、 α も気象・照明その他によって影響されるから、検定値のみによって実際の観測における誤差を論ずることは無理である。

一方、本論文で実施した基本誤差の分析法は厳密な理論に裏付けられているとはいえない。しかしながら、得られた結果はおむね過去の研究または経験と類似しており、また誤差の変動の様子も合理的な説明をつけられるものがほとんどである。したがつて、このような誤差の分析法も一つの有力な手段であるし、得られた結果を用いて条件の異なる場合の誤差を推定することも許されるものと思われる。以下に測角誤差の内容を検討して得られる結論を要約する。

(1) ここで示した基本誤差の分析法は種々な場合に応用できる。

(2) α , β および γ はどの観測においてもほとんど等しく、 δ および ϵ の値は諸条件に応じてかなり差を生ずる。

(3) 対回数に無関係な測角誤差がかなり大きい。これには求心誤差と測点の移動が大きい役割を果たしていると思われるが、それらの分離はできなかつた。

(4) 精度を上げるには昼間の観測は避けるべきである。

(5) 観測時間の短縮は精度の向上につながる。したがつて、通常は方向法 6 対回あるいはそれ以下の対回数の観測が適当であろう。器械をえ換えて観測することは、鉛直軸傾斜および求心の誤差を減ずるのに有効であろう。

(6) 経緯儀および視準標は必ず同じものを用い、かつそれらのえ方を常に一定とすれば、誤差を減ずることができるから、観測対回数も減ずることができるという考え方がある¹⁾。しかしこれによって減ずるのは内部誤差であるから、真の位置測定精度の向上は望めないし、もし器械を取り換える必要が生ずれば、過去の測定値と大きい差異の現われる危険がある。

(7) 全く別系統の測量を行なって外部誤差を検照するのが望ましい。基線尺の検定も実施すべきである。

(8) 位置誤差は、視準線 100 m とすれば、基準点において、 $\pm 0.6 \text{ mm}$ 、これに準拠した視準点において $\pm 0.6 \text{ mm}$ 程度であろう。精度を上げるには三角图形を良くし、条件数を増加させる必要がある。

(9) 観測は 2 週間以上にわたることが多いから、水位および気象の安定している時期に実施しなければならない。観測時間の短縮には目盛の写真記録、多数の経緯儀の使用などを行なつてもよい。

(10) 観測点の移動を避けるために、コンクリート製の観測台はできるだけ早い時期に建設して、観測開始時期には局部的移動の生じない安定した状態にしておくべきである。

(11) 不動点の位置はダムよりどれだけ下流側に、またはダム直下でどれだけ下部にすればよいかについて検討が必要である。

(12) 観測目的に応じて要求精度が異なり、ダムの規模と現地条件に応じて得られる精度が異なるから、土木技術者と測量技術者とが協力して、事前に(コンクリート打設開始までに)綿密な測量計画をたてるべきである。

本計算の一部は京都大学に設置されている電子計算機 KDC-2 を使用した。測定ならびに調整計算は建設省国土地理院および八州測量(株)において実施されたものであり、観測法、調整計算法などについて多くのご教示を得た。また建設省土木研究所、同天ヶ瀬ダム管理事務

所、宮崎県企業局、関西電力（株）より各種の資料の提供をうけた。終りに記し謝意を表する。

参考文献

- 1) Schweiz. Talsperrenkommission : Messungen, Beobachtungen und Versuch an schweiz. Talsperren 1919-1945, Eidg. Department des Innen, 1946.
- 2) Huggenberger, A.U. : Talsperren-Meßtechnik, 1951, S. 56-90.
- 3) Ulbrich, K. : Geodätische Deformationsmessungen an österreichischen Staumauern und Großbauwerken, Österreich. Zeitschr. für Vermessungswesen, Sonderheft 17, 1956.
- 4) Sixth Congress on Large Dams, Question No. 21, 1958.
- 5) Zannini, F. : Apparecchi per il controllo delle dighe, Galileo.
- 6) Kobold, F. : Geodätische Methoden zur Bestimmung von Geländebewegungen und von Deformationen an Bauwerken, Schweiz. Bauzeitung, 76 Jg. (1958), S. 163-167/182-187. Measurement of Displacement and Deformation by Geodetic Methods, Proc. ASCE, Vol. 87 (1961), No. SU 2, pp. 37-66.
- 7) Richardson, J.T. : Measuring Structural Behavior of Glen Canyon Dam, Proc. ASCE, Vol. 90 (1964), No. SU 2, pp. 133-152.
- 8) Reitz, A.W. : Beobachtungseinrichtungen an den Talsperren Salza, Hielzmann, Ranna und Wiederschwing, Die Talsperren Österreichs, Heft 1, 1954.
- 9) Petzny, H. : Meßeinrichtungen und Messungen an der Gewölbesperre Dobra, Die Talsperren Österreichs, Heft 6, 1957.
- 10) 関西電力（株）：黒部川第四発電所工事誌, 1966, pp. 178-181.
- 11) Kneißl, M. : Genauigkeit der Streckenmeßung und deren Übertragung bei bautechnischen Vermessungen, Zeitschrift für Vermessungswesen, 81 Jg. (1956), S. 221-233.
- 12) 広部正信：ギガス精密経緯儀の性能について, 測地学会誌, Vol. 5 (1958), pp. 30-32.

(1966.9.24・受付)