

岩盤の中に埋設された内張鉄管が内圧を受けた場合の理論的・実験的研究

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDIES ON THE INTERNAL PRESSURE OF STEEL LINING EMBEDDED IN THE ROCK FOUNDATION

神月 隆一*
By Ryuichi Kozuki

1. 序

近年水力発電所の建設に際し、地形上・自然の美観の保持・冬期のなだれ・落石からの保護のためなどの理由により、発電所が地下に建設されることが多くなってきました。かかる開発形態をとるときは、自然(圧力)トンネルの終端に設けられた(調圧)水槽と発電所とを結ぶ水圧管路は、極端に地山の悪いところを除いては、直接岩盤の中に埋設されることになる。

このような形式の水圧管路を通常内張鉄管と呼んでいるのであるが、この内張鉄管の設計に当って欧米諸外国にあっては、この内張鉄管に加わる内圧力の一部を、これをとりまく周囲の岩盤に分担させた設計の方針をとり、鉄管の設計に有利なるごとく取り計らっている。しかしわが国にあっては、弾性的挙動を示す内張鉄管本体と、どちらかというと性質のきわめて多様性の多い、かつ弾性的性質のあいまいな地山とを弾性的に接続させて取り扱うだけの勇気とにぼしく、内圧力の地山への分担を考慮することなく、内張鉄管はあたかも全内圧を負担するかのごとき設計方針を踏習してきた。しかし存在する地山の影響を無視することは、明らかに不経済であり、最近とみに叫ばれてきた水力発電所の経済設計の立場からも、従来のわが国で採用されてきた設計方針の踏習は、一考の余地があろう。

本研究は、今後ますます建設の増加をきたすと思われる内張鉄管形式の設計にあたって、今まで疑問の残されてきた点についての理論的解明を行ない、さらに関西電力(株)の木曽発電所建設に先立ち、この地点において行なった現地実験——すなわち木曽発電所内張鉄管建設位置に横坑を掘って水室をつくり、内張鉄管をそう入れて、鉄管応力の挙動を検討したのであるが、それを取りあげ、これに実験的・理論的立場から検討を行なったものである。

2. 従来の内張鉄管設計の方針とその問題点

従来の諸外国での内張鉄管の設計の基準となった地山

に対する考え方は、これを弾性的な厚肉円筒として処理する方針であった。すなわち(たとえば、文献1), 2))地山を均一等方性の弾性体であると仮定し、内張鉄管に内圧力が加わったときに、内張鉄管の半径方向変位と、半径方向力が、これに接続するてん充コンクリートの内面の半径方向変位と、半径方向力に等しいとし、さらにこのてん充コンクリートの半径方向変位と、半径方向力がこれに接続する岩盤のそれぞれに等しいとし、このような平衡条件の採用によって、内水圧の内張鉄管および地山への分担度をきめているのである。

その場合に一般に岩盤が長期内水圧を受けるために、若干塑性変形をなすものと考え、また加えられた水の温度変化、コンクリートや岩盤の温度変化の影響などを考慮して、内水圧負荷前に内張鉄管背面と、これを取りまくコンクリート、または岩盤との間に若干のすき間を仮定している。

このような立場から計算された結果は、

$$\epsilon = \frac{1 - \frac{E_e}{p_i} \cdot \frac{A_1 + A_2}{a} \cdot \frac{e}{a}}{1 + \frac{E_e}{E_B} \cdot \frac{e}{a} \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right) + \frac{E_e}{E_\theta} \cdot \frac{m_g + 1}{m_g} \cdot \frac{e}{a}}$$

とすると、

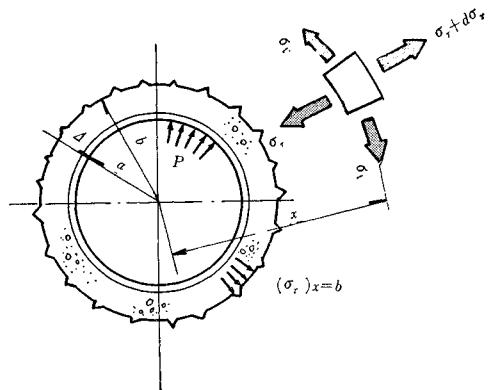
$$\sigma_e = \frac{a}{e} p_i (1 - \epsilon)$$

である。

ここで、 p_i : 内水圧

a, e, b : 図-2.1 参照

図-2.1



* 正会員 工博 (株)新日本技術コンサルタント

E_e : 鋼板の弾性係数

E_B : コンクリートの弾性係数

E_g : 岩盤の弾性係数

m_g : 岩盤のポアソン数

σ_e : 内張鉄管応力

ϵ : 内水圧の地山への分担度

を示している。

このような設計方針は、つぎの諸点においていくぶん不明確な点が存在する。

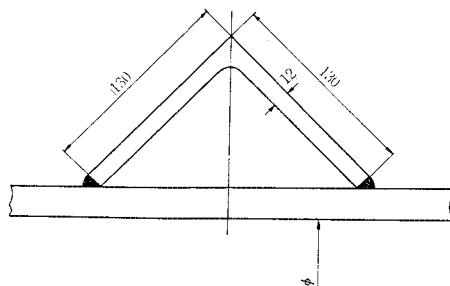
(1) 地山を均質等方なる弾性体であるとみていること

内張鉄管周囲の地山は、必ずしも均質等方であるとは限らないのであるが、従来の取り上げ方にあっては、設計に採用すべき弾性係数はいかなる地山にあっても、一様に E_g なる弾性係数を有することが仮定されている。しかし、実際の地山は円周全部に沿って同じ岩盤の性質であることはほとんどなく、異方的性格をもつものである。かかる場合は、当然容易に想像されるところであるが、内張鉄管には曲げ応力が働き、さらに設計に採用すべき弾性係数の判定が困難となる。

(2) 補剛材付近の応力に関する問題点

内張鉄管の設計は、いわゆる一次元的取り扱いの可能な単純な円筒としての構造のものに向けられてきており、これが設計の骨子となっている。しかし内張鉄管は単に内水圧に対してのみ設計してよいというわけではなく、同様の重要性をもって抜水時に地山中の地下水等による外圧によって、内張鉄管が圧かいしないように設計されなければならない。そのために内張鉄管には、補剛材を付して、外圧に抵抗させるような設計上の考慮がはらわれてきている(図-2.2、一例として黒部川第四発電所に使用した補剛材を示す)。このように補剛材を付すことによって、外圧に抗すべき要素が大きくなるのであるが、そのためには逆にこの付近にあっては、内圧力を地山へ分担させるべき割合が小となって、補剛材付近の曲げ応力の増加をもたらすこともある。従来のこの内水圧による補剛材付近の曲げ応力については、全く考慮されなかったか、あるいは、補剛材付近は全く内圧力が地山へ分担されないものとしたような設計がなされてき

図-2.2 補剛材(黒部川第四発電所)



たが、解明されるべき問題として取り上げができるであろう。

著者は、関西電力(株)の木曽発電所において、上記の事項を実験的および理論的に解明を行なったのである。

3. 内圧をうける内張鉄管に関する理論的実験的研究

2. 述べたごとく、従来の内張鉄管の設計の方針については、理論上不備なる点が多く、また外国におけるこの種の実験も、その結果の理論的検討はきわめて不十分であった。しかし実際に内圧が地山に負担されうるかについての最も確実なる根拠は、現地での実験によるのが最適である。

内圧の地山への分担度はまず第一に地山の弾性係数、鉄管の寸法、および鉄管とそれをとりまくコンクリートまたは、地山との間げきに支配される。地山の弾性係数は水室試験(地山中に横坑を掘り、水圧をかけてその変形状態から求める)によるのが荷重が相似性であるという点で最適で、きわめて合理的であるが、この方法は高価につき、また数多くおこなえないため、載荷試験としてのジャッキ試験が手頃である。そのため本研究に際して行なわれた実験はつぎの段階で行なった。

(本実験は関西電力(株)の木曽発電所地点において、関西電力(株)の依頼により行なったものである。)

(1) 実験の種類

行なった実験の種類およびその順序はつぎのとおりであった。

a) 試験坑掘削後、ジャッキ試験による地山特性の把握

まず、水室式水圧試験を行なう前にあらかじめ、従来の弾性係数測定に用いてきたジャッキ試験により、地山の弾性係数、弾性的挙動等を調査する目的で行ない、以後に行なう水室試験の結果との対応に資するように考えた。ジャッキ試験の載荷版は、 $\phi=30\text{ cm}$ の円形である。

b) 水室式水圧試験による地山特性の把握

a) のジャッキ試験終了後、水室内に巻厚 20 cm のコンクリートを打設し、水室式水圧試験による地山の弾性係数などを測定し、a) において求められたジャッキ試験による地山の特性と比較するとともに、その後に行なわれる内張鉄管そう入後の応力の検討に資することとした。

c) 内張鉄管応力度の検討

水室式水圧試験終了後、内張鉄塔をそう入し、水圧を加え内張鉄管応力度の検討を行なう。

そう入された鉄管は、板厚 6 mm であって、鉄管の応力測定は、ワイヤーストレーンゲージによっている。

d) 高圧グラウト注入後の内張鉄管応力度の検討

b) および c) は、ただコンクリートの背面のみの低

圧グラウト填充と、内張鉄管とその背後のコンクリートとの隙間にセメントミルク注入を行なったのみであるのに対し、この場合は内張鉄管周囲着岩後、1mの深さまで高圧のグラウト注入を行ない、しかる後に水圧試験による内張鉄管応力度を測定し、高圧グラウト注入の効果について検討を加えるものである。

試験坑はできるだけ掘削時の発破等により試験坑周囲の岩盤がゆるむことのないように、特に慎重に掘削を行ない、施工基面より20cmまでは発破を許容したが、火薬量を0.8kg/m³に制限し、バカ孔を多くせん孔するなどの配慮をなし、施工基面までの20cmの掘削は手掘とした。

岩質は上松花崗岩帶に属し、粗粒花崗岩によって形成されているが、節理の方向は、N30°～50°/90°Nが卓越している。

(2) 内張鉄管の実測応力度とその検討について

ジャッキ試験によって測定された弾性係数は、きわめて円周に沿って変わることが確認されたのであるが、かかる地山中の内張鉄管の応力について、実験で得られた値を理論的立場から検討を加え、今後の設計に対する指針を求めた。

a) 岩盤の弾性係数が内張鉄管周囲において変化すると考えたときの内張鉄管に働く曲げモーメントによる理論的応力について

内張鉄管には、内圧によってジャッキ試験の結果からも、周囲の岩盤の性質が方向によってかなり変化があるために、曲げモーメントが働くものと推定された。そのため、まず岩盤の弾性係数が内張鉄管周囲において直交異方的に変化している場合に、内張鉄管にどのような曲げモーメントが働き、曲げ応力が発生するかについて理論的な検討を行なった（したがってこの場合は、内張鉄管の中心の移動は行なわれないとしている）。

曲げモーメントによる応力は、内張鉄管に内水圧が加わって、鉄管に充水する前に存在すると仮定している鉄管背面と、まわりのコンクリートとの間げきに相当するだけの膨張を行ない、内圧が地山へ分担されはじめると、内張鉄管に発生するものである。したがって充水前に鉄管背面に存在するすき間を λ であり、板厚を e 、半径を a 、鋼材の弾性係数を E_e とすると p_i のうち $p_d = E_e \cdot e \cdot \lambda / a^2$ の水圧がかかったあとの内水圧、 $P = p_i - p_d$ に対応する曲げ応力が対象となる。

内張鉄管の周囲の岩盤の作用を従来の設計のごとく、単に内張鉄管と、これをとりまくコンクリートまたは、岩盤の接続面における変位および、半径方向力のつりあいを考えるごとき方法を採用することなく、ここではちょうどまわりの岩盤が、内張鉄管の変位に対して弾性支持として作用するという取り扱い方を採用する。

一般に管軸方向(x 方向)に変化がないものとする

と、 v 、 w をそれぞれ円周方向、半径方向変位として、

$$\frac{d^2v}{d\varphi^2} + \frac{dw}{d\varphi} = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (1.1)$$

$$\frac{dw}{d\varphi} + w + \frac{K}{Da^2} \left(w + 2 \frac{d^2w}{d\varphi^2} + \frac{d^4w}{d\varphi^4} \right) + \frac{za^2}{D} = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (1.2)$$

が成り立つ。ここで、 $K = E_e \cdot e^3 / (1 - \nu^2)$

$D = E_e \cdot e / (1 - \nu^2)$ である。 φ は図-3.2参照（たとえば文献7）。

z は内水圧 $-p_i$ に相当するものであるが、内張鉄管がそのままの岩盤に接触した後は、岩盤に水圧の一部が分担されて内張鉄管の自由なる膨張がさまたげられる。一般にこの膨張をさまたげようとする岩盤の抵抗力は、内張鉄管の半径方向変位量に直線的であるとみても大差ないと思われる。このような岩盤の抵抗力を変位 w に比例して λw であると仮定すると、 z の値はしたがって内張鉄管がまわりのコンクリートまたは、岩盤に接触してから後の P として、

$$z = -p + \lambda w \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

という形で得られる。もし地山が E_g なる弾性係数をもっており、このポアソン数を m_g とし、内張鉄管まわりのコンクリートの弾性的性質も岩盤と同じであると仮定すると、

$$\lambda = \frac{E_g}{a} \cdot \frac{m_g}{m_g + 1} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

であると考えられる。

式(2)で示される z の値を式(1)に代入し、かつ式(1.1)を積分した値、

$$\frac{dv}{d\varphi} + w = C \quad (C \text{は積分定数})$$

を式(1.2)に代入することによって、

$$\frac{d^4w}{d\varphi^4} + 2 \frac{d^2w}{d\varphi^2} + \eta^2 w = \frac{Da^2}{K} \left[\frac{Pa^2}{D} - C \right] \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

ただし、ここで、

$$\eta^2 = 1 + a^4 \frac{\lambda}{E_e I}$$

であって、地山の弾性係数がトンネル周囲について一定であるときには、

$$\eta^2 = 1 + 12(1 - \nu^2) \frac{E_g}{E_e} \left(\frac{a}{e} \right)^3 \frac{m_g}{m_g + 1}$$

である。

この式(4)の境界条件に応じて解くことによって得られた w を

$$M_\varphi = \frac{K}{a^2} \left(w + \frac{d^2w}{d\varphi^2} \right) \quad \dots \dots \dots \quad (5.1)$$

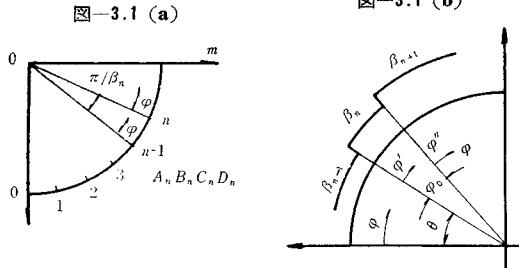
$$Q_\varphi = \frac{N}{a^3} \left(\frac{dw}{d\varphi} + \frac{d^3w}{d\varphi^3} \right) \quad \dots \dots \dots \quad (5.2)$$

$$N_\varphi = \frac{D}{a} \left(\frac{dv}{d\varphi} + w \right) + \frac{K}{a^3} \left(w + \frac{d^2w}{d\varphi^2} \right) \quad \dots \dots \dots \quad (5.3)$$

の3式に代入することによって、任意の点の曲げモーメ

ント、せん断力、直応力の断面力が求められる。

η^2 が定数でない限り、この式を解くことはきわめて困難であって、したがってここでは地盤係数と同様の意味をもつ η^2 を不連続的に変化するものとし、この小さく区切られた区間では地盤係数を一定であると考える。かかるときに区間 $n-1 \sim n$ の間にあっては（図-3.1），



$$\frac{dv_n}{d\varphi} + w_n = C_n \quad \dots\dots\dots(6.1)$$

$$\frac{d^4w_n}{d\varphi^4} + 2\frac{d^2w_n}{d\varphi^2} + w_n \cdot \eta_n^2 = \frac{Da^2}{K} \left[\frac{Pa^2}{D} - C_n \right] \quad \dots\dots\dots(6.2)$$

が成り立つ。この方程式に含まれる4つの定数は、 n 、 $n-1$ の点における境界条件から定めることができる。

一般には、内張鉄管はきわめてうすく、そのためある一点において発生したモーメントは、きわめて小さい区間において減衰すると思われる。また n と $n+1$ の区間として十分小さい区間を採用することにより、また地盤係数も不連続的ではなく、漸変するものとする。

さて、 $n-2 \sim n-1$ 、 $n-1 \sim n$ 、 $n \sim n+1$ 区間における

$$\frac{dv_{n-1}}{d\varphi} + w_{n-1} = C_{n-1}, \quad \frac{dv_n}{d\varphi} + w_n = C_n,$$

$$\frac{dv_{n+1}}{d\varphi} + w_{n+1} = C_{n+1}$$

が、 $n-1$ 点にあっては、 $w_{n-1} = w_n$ 、 n 点にあっては、 $w_n = w_{n+1}$ でなければならず、また $n-1$ 点にあっては、 $\frac{dv_{n-1}}{d\varphi} = \frac{dv_n}{d\varphi}$ 、 n 点にあっては、 $\frac{dv_n}{d\varphi} = \frac{dv_{n+1}}{d\varphi}$ である必要があるから、 $C_{n-1} = C_n = C_{n+1}$ でなければならぬ。すなわち、 $C_m = C_{m-1} \dots C_{n+1} = C_n = C_{n-1} \dots C_2 = C_1 \equiv C$ となる。そのため

$$\frac{Da^2}{K} \left[\frac{Pa^2}{D} - C_n \right] = \frac{Da^2}{K} \left[\frac{Pa^2}{D} - C \right] \equiv w_0$$

で表わすこととすると、式(6.2)は、

$$\frac{d^4w_n}{d\varphi^4} + 2\frac{d^2w_n}{d\varphi^2} + w_n \cdot \eta_n^2 = w_0 \quad \dots\dots\dots(7)$$

である。

式(7)は、 η_n を一定であると考えると容易に解かれて、 A_n 、 B_n 、 C_n 、 D_n を任意の定数として、

$$w_n = \frac{w_0}{\eta_n^2} + A_n e^{-\alpha_n \varphi} \cos \beta_n \varphi + B_n e^{-\alpha_n \varphi} \sin \beta_n \varphi \\ + C_n e^{\alpha_n \varphi} \cos \beta_n \varphi + D_n e^{\alpha_n \varphi} \sin \beta_n \varphi$$

となる。

ここで、

$$\beta_n = \sqrt{\frac{\eta_n + 1}{2}}, \quad \alpha_n = \sqrt{\frac{\eta_n - 1}{2}}$$

である。一般に $a/e \gg 1$ であるときには、 $\beta_n = \alpha_n$ とおいてほとんどさしつかえない。したがって式(7)の一般解を、

$$w_n = \frac{w_0}{\eta_n^2} + A_n e^{-\beta_n \varphi} \cos \beta_n \varphi + B_n e^{-\beta_n \varphi} \sin \beta_n \varphi \\ + C_n e^{\beta_n \varphi} \cos \beta_n \varphi + D_n e^{\beta_n \varphi} \sin \beta_n \varphi$$

で表わすこととする。

$\frac{w_0}{\eta_n^2}$ はもし曲げモーメントの影響がないものと仮定したときの、内張鉄管まわりの地盤の反力係数が一様に、

$$\lambda = \frac{E_g}{a} \cdot \frac{m_g}{m_g + 1}$$

であるときの半径方向の変位を表わすものであって、これを w_n^∞ で表わすこととすると、 φ' を新たに $\varphi = \theta$ を原点にとって時計まわりを正とすると、 w_n は、

$$w_n = w_n^\infty + A_n e^{-\beta_n \varphi'} \cos \beta_n \varphi' \\ + B_n e^{-\beta_n \varphi'} \sin \beta_n \varphi' + C_n e^{\beta_n \varphi'} \cos \beta_n \varphi' \\ + D_n e^{\beta_n \varphi'} \sin \beta_n \varphi' \quad \dots\dots\dots(8)$$

である。

本計算にあっては、非常に e/a が小さく、ために単に局部的に曲げモーメントが発生しても、非常に早くその影響が減衰するとみられるために、 $\varphi = \theta + \frac{\varphi_0}{2}$ の応力の決定にあたっては、 $0 < \varphi < \theta$ までは $\beta = \beta_{n-1}$ 、 $\theta < \varphi < \theta + \varphi_0$ までは、 $\beta = \beta_n$ 、 $\theta + \varphi_0 < \varphi < \pi/2$ までは、 $\beta = \beta_{n+1}$ であるものとし、 β_{n-1} は、 $\varphi = \theta$ のときの値を、 β_{n+1} は $\varphi = \theta + \varphi_0$ のところの値を採用することとする。このようになると、 $0 < \varphi < \theta$ まで、および、 $\theta + \varphi_0 < \varphi < \pi/2$ 、に対してはそれそれつぎの式で示されることとなる。

$$w_{n-1} = w_{n-1}^\infty + C_{n-1} e^{\beta_{n-1} \varphi'} \cos \beta_{n-1} \varphi' \\ + D_{n-1} e^{\beta_{n-1} \varphi'} \sin \beta_{n-1} \varphi' \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$w_{n+1} = w_{n+1}^\infty + A_{n+1} e^{-\beta_{n+1} \varphi''} \cos \beta_{n+1} \varphi'' \\ + B_{n+1} e^{-\beta_{n+1} \varphi''} \sin \beta_{n+1} \varphi'' \quad \dots\dots\dots(10)$$

ここで、 φ'' は、 $\varphi = \theta + \varphi_0$ を原点にとって時計まわりを正とっている。

決定しなければならない定数は、 C_{n-1} 、 D_{n-1} 、 A_n 、 B_n 、 C_n 、 D_n 、 A_{n+1} 、 B_{n+1} であるが、 $\varphi' = 0$ においては、

$$(w_n)_{\varphi'=0} = (w_{n-1})_{\varphi'=0}$$

$$\left(\frac{dw_n}{d\varphi} \right)_{\varphi'=0} = \left(\frac{dw_{n-1}}{d\varphi} \right)_{\varphi'=0}$$

$$\left(\frac{d^2w_n}{d\varphi^2} \right)_{\varphi'=0} = \left(\frac{d^2w_{n-1}}{d\varphi^2} \right)_{\varphi'=0}$$

$$\left(\frac{d^3w_n}{d\varphi^3} \right)_{\varphi'=0} = \left(\frac{d^3w_{n-1}}{d\varphi^3} \right)_{\varphi'=0} = 0$$

の4式が、 $\varphi' = \varphi_0$ または、 $\varphi'' = 0$ にあっては、

$$(w_n)_{\varphi'=\varphi_0} = (w_{n+1})_{\varphi''=0}$$

$$\left(\frac{dw_n}{d\varphi} \right)_{\varphi'=\varphi_0} = \left(\frac{dw_{n+1}}{d\varphi} \right)_{\varphi''=0}$$

$$\left(\frac{d^2 w_n}{d \varphi^2}\right)_{\varphi'=\varphi_0} = \left(\frac{d^2 w_{n+1}}{d \varphi^2}\right)_{\varphi''=0}$$

$$\left(\frac{d^3 w_n}{d \varphi^3}\right)_{\varphi'=\varphi_0} = \left(\frac{d^3 w_{n+1}}{d \varphi^3}\right)_{\varphi''=0}$$

の4式が成り立つ。この8つの式によって、各定数が決定され、求める応力は、 $\varphi'=\varphi_0/2$ の点で与えられる。

η_n^2 としては、

$$\eta_n^2 = 12(1-\nu^2) \frac{E_x}{E_e} \left(\frac{a}{e}\right)^3 \cdot \frac{1}{1+\nu_x} \cdot \frac{1}{1-\mu \sin^2 \varphi_n}$$

の値を採用することとしたが、これは内圧 P を受けたときの x 方向弾性係数 E_x 、 y 方向弾性係数 E_y としたときの半径方向変位、

$$w = \frac{1+\nu_x}{E_x} p a [1 - \mu \sin^2 \theta], \quad \mu = \frac{1 - \frac{E_x}{E_y}}{1 + \nu_x}$$

から $\lambda = P/w$ として、 $\eta^2 = 1 + a^4 \frac{\lambda}{E_x I}$ から算出したものである（これについては卷末文献3）p. 190 からえられる）。その結果得られた定数、 A_n , B_n , C_n , D_n を用いて w_n を表わし、これから

$$M = \frac{K}{a^2} (w'' + w)_{\varphi=\varphi_0/2} = \frac{K}{a^2} (w'')_{\varphi'=\varphi_0/2}$$

に代入し、 φ_n を φ で表わして（ただし、ここでは計算の便なるごとく $\varphi_0 = \pi/\beta_n$ なる値を採用した）、その結果つぎの関係式が得られる。

$$M = -\frac{1}{2} \cdot \frac{(1+\nu_x) e^2}{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{E_e}{E_x} \cdot \frac{e}{a} \cdot \frac{1}{1-\mu \sin^2 \varphi} \cdot P \cdot e^{-\pi} \cdot (\pi \mu \sin 2\varphi)^2 \cdot \sin \frac{\pi}{2} \\ = -1.247 \cdot \frac{E_e}{E_x} \cdot \frac{e}{a} \cdot e^2 \cdot P \cdot \frac{(\mu \sin 2\varphi)^2}{1-\mu \sin^2 \varphi} \quad \dots \dots \dots (9)$$

これによって生ずる応力は、

$$\sigma = \pm 7.48 \cdot \frac{E_e}{E_x} \cdot \frac{e}{a} \cdot p \cdot \frac{(\mu \sin 2\varphi)^2}{1-\mu \sin^2 \varphi} \quad \dots \dots \dots (10)$$

ここで、

E_x : 岩盤の最小弾性係数

ν_x : 岩盤のポアソン比

E_e : 鋼板の弾性係数

ν : 鋼板のポアソン比

p : 内水圧

$$\mu : \frac{1 - \frac{E_x}{E_y}}{1 + \nu_x}$$

E_g : 岩盤の最大弾性係数

$p = 1, E_x = 30000 \text{ kg/cm}^2, E_y = 60000 \text{ kg/cm}^3, E_e = 210000 \text{ kg/cm}^2, e = 0.6 \text{ cm}, a = 90 \text{ cm}$

（これは木曽発電所における実測値を参考にしたのである）のときに鉄管に働く応力は、図

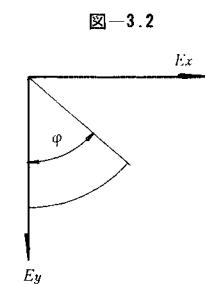
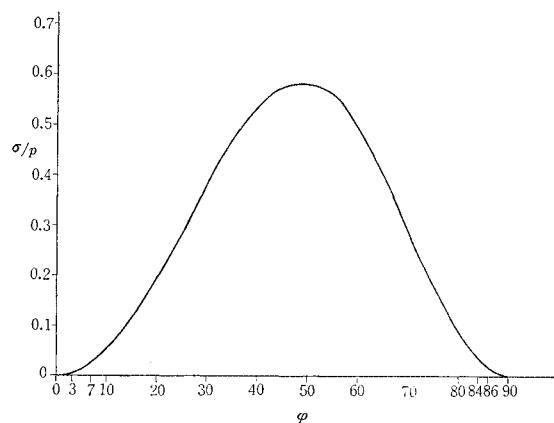


図-3.2

図-3.3 $\sigma/p : \varphi$ の関係



-3.3 のようになる。たとえば内圧 10 kg/cm^2 程度であってもこのような場合、発生する曲げ応力は 6 kg/cm^2 程度であって、事実上ほとんど無視してさしつかえないことが判明した。

b) 内張鉄管応力を膜応力として検討した場合

a) で述べたようにこの場合には、十分膜応力として内張鉄管応力を検討してもよいことがわかったので、ジャッキ試験によって得られた弾性係数をもととして（この場合は、測定8方向すべて異なる値であったが）、膜応力として計算した結果と、木曽発電所において実測された応力を比較すると、図-3.4 のようになる。このようにジャッキ試験の結果から得られた弾性係数と、実測値とを比較するとあまりよく一致したとはいえない。ただしここでは、岩盤の塑性変形量/弾性変形量 = 0.3, 0.5 の二様について計算し、鉄管背面とコンクリートとの間に内水圧付加前に存在するすき間をこれから判断したものである（内水圧を $p = 26 \text{ kg/cm}^2$ のときの

図-3.4

..... Section A measured stress
---- Section B measured stress
----- Calculated stress modulus of elasticity each direction by Jack test
β_a = 0.3
β_c = 0.5

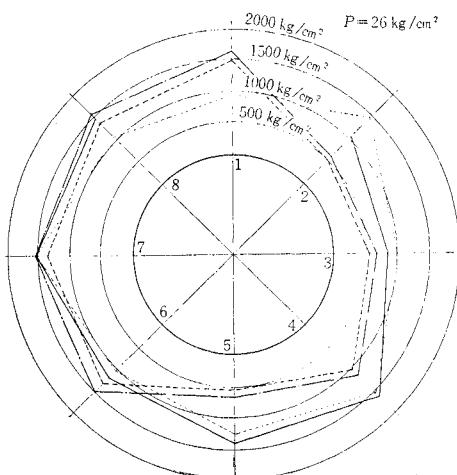
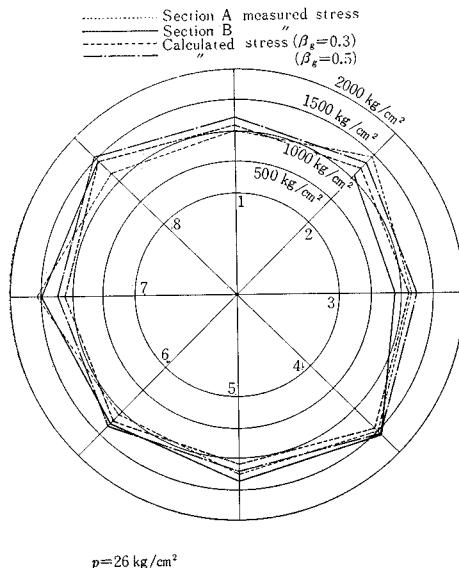


図-3.5



ものを表わした)。

しかしつぎに、直徑方向のジャッキ試験のときに得られた変位を、平均して得られた(すなわち直徑方向にとって考えたものになるが)弾性係数を用いて、膜理論を用いて計算した結果(図-3.5)とは、きわめてよく実測値と一致していることが認められる(このときはもちろん計算応力は対称である)。このことは単に一地点の測定弾性係数がたとえ小さい値であったとしても、この小さい弾性係数を用いて設計を行なう必要がないことを示しているのであって、相対応する側の弾性係数が高ければ、この高い方の弾性係数をも参考にしうることを示している。かかる点からみて、ジャッキ試験によって岩盤の弾性係数を決定するときには、常に相対応する側の値にも考慮をはらわなければならぬことが判断され得たのであるが、またこの実測の結果から内張鉄管の応力度は、相対する側の弾性係数をも考慮した弾性係数を用いて、ほぼ膜応力理論を用いて差しつかえないことも判明した。このことは、多分水圧が対象荷重であるために、鉄管自身の変形もまた対象となるごとく中心の移動が行なわれるためであろうかと、推定される。

c) 内張鉄管と岩盤との間の内圧付加前に存在するすき間にに関する類推について

本実験にあっては、内水圧を幾段階に昇圧させていったのである。すなはち第1回目から第3回目までは $10 \text{ kg}/\text{cm}^2$ のくり返しを、第4回目には $18 \text{ kg}/\text{cm}^2$ 、第5回目には $20 \text{ kg}/\text{cm}^2$ 、第6回目には $26 \text{ kg}/\text{cm}^2$ 、第7回目には $20 \text{ kg}/\text{cm}^2$ であった。もし鉄管背面と、それをとりまくコンクリートまたは地山とのすき間が一定であり、地山の状態が同じであれば同一内圧下における鉄管の応力は一定であるはずであるが、実測の結果は同一内圧下

(たとえば $10 \text{ kg}/\text{cm}^2$ 下)においてきわめて値が異なり、これを詳細に眺めれば、その前回の最高水圧に比例することが判明した。この結果は、表-3.1 のとおりである。

表-3.1

回数	1	2	3	4	5	6	7
最高圧力 (kg/cm ²)	10	10	10	18	20	26	20
断面 A (kg/cm ²)	306	317	300	334	456	474	571
断面 B (kg/cm ²)	295	360	345	330	472	530	675

このことは、内圧付加前の内張鉄管の背面と、コンクリートのすき間との関連性によるものではないかと推量される。すなわち内圧付加前の初期の間げきはそれまでに行なわれた最高水圧 P_M によって影響を受けるためであると考えると、4回目までは、最高 $10 \text{ kg}/\text{cm}^2$ の内圧によって生ずるときのすき間に左右され、5回目までは4回目の最高圧力 $18 \text{ kg}/\text{cm}^2$ に、6回目では5回目の最高圧力 $20 \text{ kg}/\text{cm}^2$ に、7回目までは6回目の最高圧力 $26 \text{ kg}/\text{cm}^2$ が加わったときの岩盤の塑性変形量に左右されるとおもわれるからである。

従来の膜理論による解法を若干変形し、前回の最高水圧を P_M として、これによって発生する岩盤の塑性変形量が、内張鉄管と岩盤との間に存在する空げきとして考えて計算式を樹立すると、 p_i なる内水圧下にあっては、鉄管の応力 σ_e は、

$$\sigma_e = \frac{a}{e} \cdot p_i \cdot \frac{\lambda}{1+\lambda} \left\{ 1 + \frac{P_M}{p_i} \cdot \frac{\beta_g}{1+(1+\beta_g)\lambda} \right\} \quad \dots \quad (11)$$

$$\lambda = \frac{E_e}{E_g} \cdot \frac{m_g+1}{m_g} \cdot \frac{e}{a} \quad a: \text{半径}, e: \text{板厚}$$

$$\beta_g = \frac{\text{塑性変形量}}{\text{弾性変形量}} \quad E_g: \text{岩盤の弾性係数}, \\ E_e: \text{鋼板の弾性係数}$$

となり、鉄管応力 σ_e は、 P_M に対して直線的に変化することになる(これは文献7)にくわしいが、同一のものが発電水力No.83に出ていた)。

内張鉄管そう入までに水室試験として、内水圧を $10 \text{ kg}/\text{cm}^2$ まで加えて試験を行なっているため、内水圧 $10 \text{ kg}/\text{cm}^2$ までは岩盤の

表-3.2

回数	5	6	7
断面 A	0.41	0.33	0.42
断面 B	0.30	0.40	0.55

塑性変形はないものとすると、その結果 β_g なる値は表-3.2のとおりとなる。

この値は、ジャッキ試験の場合にくり返し載荷を行なったときには、やはり弾性変形量に対して、塑性変形量が計測されたのであったが、この塑性変形量と弾性変形量との関係を求めた場合には、 $\epsilon_P = -0.03 + 0.56 \epsilon_e$ であつて(相関係数は $r=0.88$ であった)、この場合の塑性変形係数0.56であるから、これによって得られた値

と同じ程度の値となっていることが知れる。

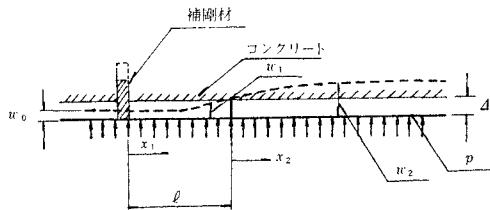
このことからジャッキ試験によって得られた β_g を内張鉄管の設計に採用しても、工学的には十分であることが判断される。

d) 内張鉄管補剛材付近の応力

内張鉄管の設計にあたっては、内圧力に対応しうるように行なわなければならぬと同様の重要性をもって、抜水時の外圧によって圧かいしないように配慮されなければならない。しかし一方かかる補剛材を管胴板に取りつけければ、内圧力が加わったときには、内圧力によるふくらみを拘束することになり、そのためこの付近にあっては、内圧を設計どおりのごとく十分にそのまわりの岩盤に伝達することが困難となってくるものである。

かかるものに対する理論的な検討は従来なされていなかったのであるが、前とおなじく内張鉄管周囲の岩盤を、あたかも内張鉄管変形に対する弾性支持であるかのごとく考えて処理を行なった。

図-3.6



いま、 w_0 ：内圧 p_0 を受けたときの補剛材の半径方向変位（これは補剛材端に働くせん断力と、内圧 p_0 によって決定される）

l ：内圧の付加前に存在している、鉄管背面とまわりのコンクリートとの間のすき間
 l ：内張鉄管が内圧によってちょうど初期間にげき l まで膨張するところまでの補剛材端からの ($x=0$) 距離

w_1 ：岩盤に内張鉄管が接触していない部分 ($0 < x_1 < l$) の半径方向変位

w_2 ：岩盤に内張鉄管が接触している部分 ($x_2 > 0$) の半径方向変位、 $x_2 \rightarrow \infty$ では w_∞ で表わす ($x_2=0$ はちょうど内張鉄管の半径方向変位量が岩盤に接触するところ、 $x_1=l$ とす)。

w_P ： $\frac{p_0 a^2}{E_e \cdot e}$ 、水圧 p_0 による内張鉄管が全く拘束されていないときの半径方向変位

w_∞ ： $w_2 \rightarrow \infty$ としたときの内張鉄管半径方向変位

$$k := e^2 / 12 a^2$$

それぞれの領域、 $0 < x_1 < l$ 、 $0 < x_2 < \infty$ に対しては、半径方向変位に関する基本方程式（たとえば文献4）

$$a^4 k w'''' + k \nu a^2 w'' + \left(1 - \nu^2 + k + \frac{\lambda}{D} a^2\right) w = 0$$

をといて、

$$\begin{aligned} w_1 &= C_1 e^{-\alpha_1 x} \cos \beta_1 x + C_2 e^{-\alpha_1 x} \sin \beta_1 x \\ &\quad + C_3 e^{\alpha_1 x} \cos \beta_1 x + C_4 e^{\alpha_1 x} \sin \beta_1 x + w_P \end{aligned}$$

$$w_2 = B_1 e^{-\alpha_2 x} \cos \beta_2 x + B_2 e^{-\alpha_2 x} \sin \beta_2 x + w_\infty$$

（ただし w_2 にあっては、 $x \rightarrow \infty$ で $w_2 = w_\infty$ とした）

ここで、

$$\alpha_1 = \sqrt{m_1^2 - n_1^2}, \quad \beta_1 = \sqrt{m_1^2 + n_1^2}$$

$$4 m_1^4 = \frac{1 - \nu^2 + k}{a^4 k}, \quad 4 n_1^4 = \frac{\nu}{a^2}$$

$$\alpha_2 = \sqrt{m_2^2 - n_2^2}, \quad \beta_2 = \sqrt{m_2^2 + n_2^2}$$

$$4 m_2^4 = \frac{1 - \nu^2 + k + \frac{\lambda}{D} a^2}{a^4 k}, \quad 4 n_2^4 = \frac{\nu}{a^2}$$

$$\lambda = \frac{E_g}{a} \cdot \frac{1}{1 + \nu_g}, \quad D = \frac{E_e \cdot e}{1 - \nu^2}$$

w_1 と w_2 の接続点 ($x_1=l$, or $x_2=0$) における各力の接続を考え、かつ $x_1=0$ においては、補剛材の変位も考慮した接続を考えることによって、 w_1 , w_2 に関する各定数が決定されるのである。すなわち、

$$\alpha_1 = \beta_1, \quad \alpha_2 = \beta_2$$

とし、いま簡単のために、

$$e^{-\beta_1 x} \cos \beta_1 x = \varphi_1(\beta_1 x)$$

$$e^{-\beta_1 x} \sin \beta_1 x = \varphi_2(\beta_1 x)$$

$$e^{\beta_1 x} \cos \beta_1 x = \varphi_3(\beta_1 x)$$

$$e^{\beta_1 x} \sin \beta_1 x = \varphi_4(\beta_1 x)$$

$$e^{-\beta_1 x} (\cos \beta_1 x + \sin \beta_1 x) = \zeta_1(\beta_1 x)$$

$$e^{-\beta_1 x} (\cos \beta_1 x - \sin \beta_1 x) = \zeta_2(\beta_1 x)$$

$$e^{\beta_1 x} (\cos \beta_1 x - \sin \beta_1 x) = \zeta_3(\beta_1 x)$$

$$e^{\beta_1 x} (\cos \beta_1 x + \sin \beta_1 x) = \zeta_4(\beta_1 x)$$

$$e^{-\beta_2 x} \cos \beta_2 x = \psi_1(\beta_2 x)$$

$$e^{-\beta_2 x} \sin \beta_2 x = \psi_2(\beta_2 x)$$

$$e^{-\beta_2 x} (\cos \beta_2 x + \sin \beta_2 x) = \xi_1(\beta_2 x)$$

$$e^{-\beta_2 x} (\cos \beta_2 x - \sin \beta_2 x) = \xi_2(\beta_2 x)$$

で表わす。

$$M_x = K \left[(1-k) \frac{d^2 w}{dx^2} - \frac{\nu}{a^2} w \right] \quad \dots \dots \dots (12)$$

$$P_x = K \left[(1-k) \frac{d^3 w}{dx^3} - \frac{\nu}{a^2} \frac{dw}{dx} \right] \quad \dots \dots \dots (13)$$

を用い、 $x_1=0$ の半径方向変位を w_0 、モーメントを M_0 、

せん断力を P_0 とし、 $\left(\frac{dw_1}{dx_1} \right)_{x_1=0} = 0$ から、（補剛材端） $x_1=0$ の条件から、

$$C_1 + C_3 = w_0 - w_{P_0} \quad \dots \dots \dots (14.1)$$

$$-C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 0 \quad \dots \dots \dots (14.2)$$

$$M_0 = 2 \beta_1^2 K \left[-\frac{\nu}{2 \beta_1^2 a^2} C_1 - C_2 \right] \quad \dots \dots \dots (14.3)$$

$$P_0 = 2 \beta_1^3 K [C_1 + C_2 - C_3 + C_4] \quad \dots \dots \dots (14.4)$$

$x_1=l$ において（ただし $\varphi_1 \equiv \varphi_1(\beta_1 l)$, $\varphi_2 = \varphi_2(\beta_1 l) \dots$ とする）モーメントを M_1 , せん断を P_1 とすると, $x=l$ での条件から,

$$C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2 + C_3\varphi_3 + C_4\varphi_4 = 4 - w_{P_0} \dots \dots \dots (15.1)$$

$$\begin{aligned} M_1 &= 2\beta_1^2 K \left[\left(\varphi_2 - \frac{\nu}{2\beta_1^2 a^2} \varphi_1 \right) C_1 \right. \\ &\quad \left. - \left(\varphi_1 + \frac{\nu}{2\beta_1^2 a^2} \varphi_2 \right) C_2 - \left(\varphi_4 + \frac{\nu}{2\beta_1^2 a^2} \varphi_3 \right) \right. \\ &\quad \left. \cdot C_3 + \left(\varphi_3 - \frac{\nu}{2\beta_1^2 a^2} \varphi_4 \right) C_4 \right] \dots \dots \dots (15.2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_1 &= 2\beta_1^3 K \left[\left(\zeta_2 + \frac{\nu}{2\beta_1^2 a^2} \zeta_1 \right) C_1 \right. \\ &\quad \left. + \left(\zeta_1 - \frac{\nu}{2\beta_1^2 a^2} \zeta_2 \right) C_2 - \left(\zeta_4 + \frac{\nu}{2\beta_1^2 a^2} \zeta_3 \right) \right. \\ &\quad \left. \cdot C_3 + \left(\zeta_3 - \frac{\nu}{2\beta_1^2 a^2} \zeta_4 \right) C_4 \right] \dots \dots \dots (15.3) \end{aligned}$$

$$(w')_{x_1=l} = \beta_1(-C_1\zeta_1 + C_2\zeta_2 + C_3\zeta_3 + C_4\zeta_4) \dots \dots \dots (15.4)$$

x_2 の領域に対しては, $x_2=0$ と $x_1=l$ とが接続しなければならないため,

$$x_2=0 \text{ で},$$

$$(M)_{x_2=0}=M_1, (P)_{x_2=0}=P_1, (w_2)_{x_2=0}=4$$

であって,

$$B_1 = 4 - w_\infty \dots \dots \dots (16.1)$$

$$(w_2')_{x_2=0} = -B_1\beta_2 + B_2\beta_2 \dots \dots \dots (16.2)$$

$$M_1 = -2\beta_2^2 K \left[B_2 + \frac{\nu}{2\beta_2^2 a^2} B_1 \right] \dots \dots \dots (16.3)$$

$$\begin{aligned} P_1 &= 2\beta_2^3 K \left[\left(1 + \frac{\nu}{2\beta_2^2 a^2} \right) B_1 + \left(1 - \frac{\nu}{2\beta_2^2 a^2} \right) B_2 \right] \\ &\dots \dots \dots (16.4) \end{aligned}$$

となる。ここでさらに,

$$(w_1')_{x_1=l} = (w_2')_{x_2=0} \dots \dots \dots (16.5)$$

が成り立つ。

上の式は、明らかに $C_1, C_2, C_3, C_4, B_1, B_2$ の未定数を決定するのに十分であるが、補剛材部の変位, $w_0 \equiv (w_1)_{x_1=0}$ はこのところに働くせん断力, P_0 によって影響されるために、この補剛材部の変位, w_0 は未定数, $C_1 \sim C_4$ の関数となり、そのため、 w_0 をもう少し吟味しておかなければならない。

さて w_s を半径 a_s のところにおける変位, w_0 を半径 a のところにおける変位, λ' を半径 a_s のところにおける地盤反力係数、また a_s における内圧のかかる前に存在している初期間げきを A_s であるとすると、補剛材に加わる総力は、 $w_s > A_s$ のときには、↗

$$\begin{aligned} &C_1(1-2\beta_1^3 L_2 K) - 2\beta_1^3 K L_2 C_2 + C_3(1+2\beta_1^3 K L_2) - 2\beta_1^3 K L_2 C_4 = p_0 L_1 - w_{P_0} \\ &- C_1 \qquad \qquad \qquad + C_2 + C_3 \\ &C_1\varphi_1 \qquad \qquad \qquad + C_2\varphi_2 + C_3\varphi_3 \\ &2\beta_1^2 K \left[\left(\varphi_2 - \frac{\nu}{2\beta_1^2 a^2} \varphi_1 \right) C_1 - \left(\varphi_1 + \frac{\nu}{2\beta_1^2 a^2} \varphi_2 \right) C_2 - \left(\varphi_4 + \frac{\nu}{2\beta_1^2 a^2} \varphi_3 \right) C_3 + \left(\varphi_3 - \frac{\nu}{2\beta_1^2 a^2} \varphi_4 \right) C_4 \right] \\ &= -2\beta_2^2 K \left[B_2 + \frac{\nu}{2\beta_2^2 a^2} B_1 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &p_0 B - 2P_0 \\ &- \lambda'(w_s - A_s) B \end{aligned}$$

である。

補剛材断面積 A_s (A_s

は図-3.7では、 $B(a_s - a - e)$ である) とその直下にある管胴板断面積,

$B \cdot e$ との和、 $A_s + B_e$ を A とすると、 A の重心点の半径

を a_m とおいて、補剛材部の応力 σ は、

$$\sigma = \frac{p_0 B - 2P_0 - \lambda'(w_s - A_s) B}{A} \cdot a_m$$

これから半径 a_s のところにおける半径方向変位 w_s は、

$$\frac{a_m}{a_s} w_s = \frac{p_0 B - 2P_0 - \lambda'(w_s - A_s) B}{A \cdot E_e} a_m^2$$

すなわち、

$$w_s = \frac{p_0 B - 2P_0 + \lambda' A_s B}{A \cdot E_e + \lambda' a_s a_m B} a_s \cdot a_m$$

となる。ここで、 E_e はもちろん補剛材の弾性係数である。

$x_1=0$ における半径方向変位 w_0 は上に求めた w_s を参照して、

$$\begin{aligned} w_0 &= \frac{p_0 B - 2P_0 + \lambda' A_s B}{AE_e + \lambda' \cdot a_s \cdot a_m \cdot B} \cdot a \cdot a_m \\ &= \frac{p_0 B + \lambda' A_s B}{AE_e + \lambda' \cdot a_s \cdot a_m \cdot B} \cdot a \cdot a_m \\ &\quad - \frac{2a \cdot a_m}{AE_e + \lambda' \cdot a_s \cdot a_m \cdot B} \cdot P_0 \dots \dots \dots (17) \end{aligned}$$

である。

いま、

$$\begin{aligned} &B \cdot \frac{1 + \frac{\lambda'}{p_0} A_s}{AE_e + \lambda' \cdot a_s \cdot a_m \cdot B} \cdot a \cdot a_m \equiv L_1 \\ &\frac{2a \cdot a_m}{AE_e + \lambda' \cdot a_s \cdot a_m \cdot B} \equiv -L_2 \end{aligned}$$

で表わすと、

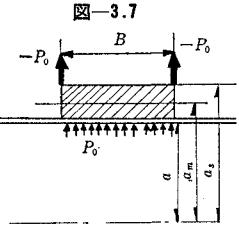
$$w_0 = p_0 L_1 + P_0 L_2 \dots \dots \dots (18)$$

となる。

これで w_0 が P_0 , すなわち未定定数項, $C_1 \sim C_4, B_1, B_2$ によって表わされることになった。

上の条件式を用いて、式(14)～(16)の w_0 を消去し、改めて式(14)～(16)の条件式13個から $M_0, P_0, M_1, P_1, w_1', w_2'$ の6つを消去し、定数決定の方程式を作成すれば、

$$\begin{aligned} &+ C_1 = 0 \\ &+ C_4 = 4 - w_{P_0} \\ &+ C_4\varphi_4 = 4 - w_{P_0} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& 2\beta_1^3 K \left[\left(\zeta_2 + \frac{\nu}{2\beta_1^2 a^2} \zeta_1 \right) C_1 + \left(\zeta_1 - \frac{\nu}{2\beta_1^2 a^2} \zeta_2 \right) C_2 \right. \\
& \quad \left. - \left(\zeta_4 + \frac{\nu}{2\beta_1^2 a^2} \zeta_3 \right) C_3 + \left(\zeta_3 - \frac{\nu}{2\beta_1^2 a^2} \zeta_4 \right) C_4 \right] \\
& = 2\beta_2^3 K \left[\left(1 + \frac{\nu}{2\beta_2^2 a^2} \right) B_1 + \left(1 - \frac{\nu}{2\beta_2^2 a^2} \right) B_2 \right] \\
& \beta_2 [-B_1 + B_2] = \beta_1 [-C_1 \zeta_1 + C_2 \zeta_2 + C_3 \zeta_3 + C_4 \zeta_4] \\
& B_1 = A - w_{\infty}
\end{aligned}$$

の7式となり、これによって、6つの定数、 $C_1, C_2, C_3, C_4, B_1, B_2$ および未知の内張鉄管背面と、コンクリートまたは、岩盤の接触点までの補剛材よりの距離 l の7つが求められることとなる。 $C_1, C_2, C_3, C_4, B_1, B_2$ を消去し、 l を決定する方程式としては、

$$\begin{aligned}
& [K_1 \mu_1 - (1+2A) \phi_2] [(S^2 - S) e^{-2\beta_1 l} + S^2 F_2 \\
& \quad - SF_1 + 2S] - [K_1 \mu_1 - (1-2A) \phi_2] \\
& \quad \cdot [(S^2 + S) e^{2\beta_1 l} + S^2 F_1 + SF_2 - 2S] \\
& = 2K_2 S \phi_1 \left[(S \cos \beta_1 l + \sin \beta_1 l) \operatorname{ch} \beta_1 l \right. \\
& \quad \left. + \left\{ \cos \beta_1 l + \frac{(1+b') B_1 - K_2 b S^2}{K_2 S} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \cdot \sin \beta_1 l \right\} \operatorname{sh} \beta_1 l \right] \dots \dots \dots (19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{ここで, } \cdot K_1 = p_0 L_1 - w_{P_0} \quad \cdot B_1 = A - w_{\infty} \\
& \cdot K_2 = A - w_P \quad \cdot \bar{A} = 2\beta_1^3 L_2 K \\
& \cdot S = \beta_1 / \beta_2 \quad \cdot b = \nu / 2\beta_1^2 \cdot a^2 \\
& \cdot b' = \nu / 2\beta_2^2 a^2 \quad \cdot k_1 = 2S^3 \\
& \cdot k_2 = 2bS^3 + 2S(1-b') \\
& \quad 1 + \frac{\lambda'}{p_0} \cdot 4s \\
& \cdot L_1 = \frac{2 \cdot a \cdot a_m}{AE_e + \lambda' \cdot a_s \cdot a_m \cdot B} \cdot a \cdot a_m \\
& \cdot L_2 = \frac{2 \cdot a \cdot a_m}{AE_e + \lambda' \cdot a_s \cdot a_m \cdot B} \\
& A = As + B \cdot e \\
& \lambda' = \frac{E_g}{a_s} \cdot \frac{1}{1 + \nu_g} \\
& w_P = \frac{p_0 a^2}{E_e e}
\end{aligned}$$

$4s$ = 内圧のかかる前に補剛材の点においてあるべき間

e, a_s, a_m, B は図-3.7を参照

$$\begin{aligned}
& \cdot F_1 = \cos 2\beta_1 l - \sin 2\beta_1 l \\
& \cdot F_2 = \cos 2\beta_1 l + \sin 2\beta_1 l \\
& \cdot \phi_1 = (k_1 + k_2) [\cos 2\beta_1 l - 2\bar{A} \cdot \sin 2\beta_1 l] \\
& \quad - (k_1 - k_2) \cdot [\operatorname{ch} 2\beta_1 l - 2\bar{A} \cdot \operatorname{sh} 2\beta_1 l] \\
& \quad - 2k_2 \\
& \cdot \phi_2 = K_2 [- (k_1 - k_2) \cos \beta_1 l \cdot \operatorname{sh} \beta_1 l \\
& \quad + (k_1 + k_2) \sin \beta_1 l \cdot \operatorname{ch} \beta_1 l] \\
& \quad + 4B_1 \cdot \sin \beta_1 l \cdot \operatorname{sh} \beta_1 l \\
& \cdot \mu_1 = \frac{1}{2} [(k_1 + k_2) (\sin 2\beta_1 l - \cos 2\beta_1 l) \\
& \quad + (k_1 - k_2) e^{-2\beta_1 l} + 2k_2]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \mu_2 = \frac{1}{2} [(k_1 + k_2) (\sin 2\beta_1 l + \cos 2\beta_1 l) \\
& \quad - (k_1 - k_2) e^{2\beta_1 l} - 2k_2]
\end{aligned}$$

実際のわれわれの問題とする内圧力はかなり高く極端に補剛材を剛なるものとせぬ限り、この状態での応力を求めることは少ない。すなわち小さい内圧で鉄管はまわりのコンクリート、または岩盤に全部接触するためあって、このときの内圧は、前記の l を求める式において、 $\beta_2 \cdot l = 0$ を満足する内圧を求めればよいのであるが、この式は、 $\beta_2 \cdot l = 0$ において2次の極を有するため、級数に展開して容易にこの内圧力 p_0 は、

$$\begin{aligned}
& p_0 = \frac{1 - \frac{4\beta_2^3 \cdot L_2 \cdot K}{1 + \Omega \frac{a}{e}} \cdot 4}{L_1 - \frac{4\beta_2^3 \cdot L_2 \cdot K}{1 + \Omega \frac{a}{e} \cdot \frac{a^2}{E_e \cdot e}}} \\
& \Omega = \frac{E_g}{E_e} \cdot \frac{m_g}{m_g + 1} \\
& \beta_2 = \frac{1}{a} \left[\frac{1 - \nu^2}{4k} + \frac{\lambda a^2}{4kD} \right]^{1/4} \\
& = \frac{[3(1 - \nu^2)]^{1/4}}{\sqrt{a \cdot e}} \cdot \left[1 + \Omega \frac{a}{e} \right]^{1/4}
\end{aligned}$$

として得られる。

上の式に、 β_2, L_2, L_1 等の記号を復元し、

$$\begin{aligned}
& M = \frac{A}{a \cdot a_m} + \Omega \frac{B}{a} \quad \cdot A = B(h + e) \\
& \cdot L = \frac{2}{[3(1 - \nu^2)]^{1/4}} \left(\frac{e}{a} \right)^{3/2} \quad \cdot N = 1 + \Omega \frac{a}{e}
\end{aligned}$$

とおいて、

$$p_0 = \frac{M + LN^{1/4} - \frac{4s}{4} \cdot \frac{B}{a_s} \cdot \Omega \cdot \frac{E_e \cdot e}{a^2} \cdot 4}{LN^{-1/4} + \frac{eB}{a^2}} \dots \dots \dots (20)$$

となる。一例として、 $B=0.6\text{ cm}, h=5.0\text{ cm}, a=90\text{ cm}$ において、各種の 4 の条件下に対する p_0 の値は、図-3.8 のとおりである。このときの変位は、 w_1 の領域は消滅するから、 w_2 のみとなり、 $x_2=0$ で、 $w_2=A$ 、 $\left(\frac{dw_2}{dx}\right)=0, w_{\infty}=4+\left(\frac{p_0 a^2}{E_e \cdot e}-4\right)\frac{1}{1+\Omega \frac{a}{e}}$ なることか

ら、これに式(20)を用いて、

$$w_2 = [1 + \bar{\lambda} \{1 - e^{-\beta_2 x} (\cos \beta_2 x + \sin \beta_2 x)\}] \cdot 4 \dots \dots \dots (21)$$

となる。ただし、

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{N} \cdot \frac{M - \frac{eB}{a^2} - \frac{4s}{4} \cdot \frac{B}{a_s} \cdot \Omega}{LN^{-1/4} + \frac{eB}{a}}$$

である。この内圧力でちょうど $l=0$ 、すなわち w_1 の領域がなくなるのであるが、 $p > p_0$ の範囲にあっては、内張鉄管背面はすべてまわりのコンクリート、または岩盤に接触しているものと考えてよいために、 $p-p_0$ によ

図-3.8 (a)

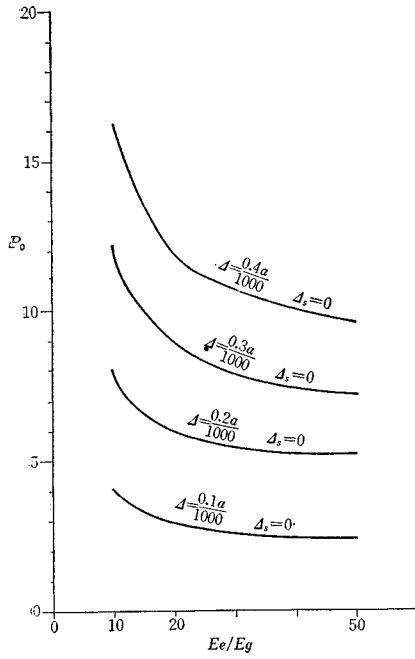
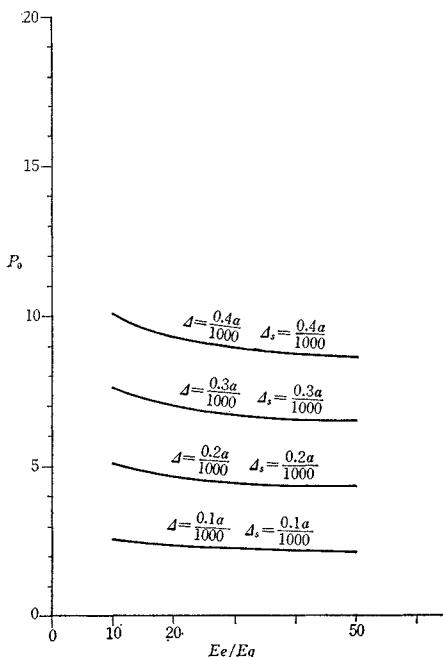


図-3.8 (b)



る変位は、 $p=p_0$ のときの変位を原点にとって、

$$w_3 = \frac{1}{1+\Omega \frac{a}{e}} \left[\frac{p-p_0}{E_e \cdot e} a^2 \right] + B_1 e^{-\beta_2 x} \{ \cos \beta_2 x + \sin \beta_2 x \} \quad (22)$$

で表わした場合に、全変位量は、 $w=w_2+w_3$ である。

$x=0$ 、すなわち補剛材付近の $p-p_0$ の内圧による変位は、内圧 $p-p_0$ にあっては、 $x=0$ において初期の間げき Δ であることから、式 (17) を参照して、

$$w_0 = B \frac{1 + \frac{\lambda'}{AE_e + \lambda' a_s \cdot a_m \cdot B} (\Delta_s - \Delta)}{a \cdot a_m (p - p_0)} + P_0 \left[- \frac{2 \cdot a \cdot a_m}{AE_e + \lambda' a_s \cdot a_m \cdot B} \right] \equiv L_1' (p - p_0) + P_0 L_2' \quad (23)$$

である。

一方、 $P_0 = 4 \beta_2^3 K B_1$ であるから、式 (22) の $x=0$ における変位量 $(w_3)_{x=0}$ は、式 (23) の w_0 に等しいことから、

$$B_1 = \frac{L_1' - \frac{1}{1+\Omega a/e} \cdot \frac{a^2}{E_e \cdot e}}{1 - 4 \beta_2^3 K L_2'} \cdot (p - p_0)$$

これから、

$$w_3 = \frac{1}{1+\Omega \frac{a}{e}} \left[\frac{p-p_0}{E_e \cdot e} a^2 \right] + \frac{L_1' - \frac{1}{1+\Omega a/e} \cdot \frac{a^2}{E_e \cdot e}}{1 - 4 \beta_2^3 K L_2'} \cdot (p - p_0) \zeta_1(\beta_2 x)$$

となる。したがって、内圧 p における内張鉄管の変位量 w は、

$$w = w_2 + w_3 = \Delta (1 + \bar{\lambda}) + \frac{1}{1+\Omega \frac{a}{e}} \left(\frac{p-p_0}{E_e \cdot e} a^2 \right) + \frac{L_1' - \frac{1}{1+\Omega a/e} \cdot \frac{a^2}{E_e \cdot e}}{1 - 4 \beta_2^3 K L_2'} (p - p_0) - \bar{\lambda} \cdot \Delta \cdot \zeta(\beta_2 x) \quad (24)$$

となる。

さて、内圧の付加される前に、内張鉄管の背面と、コンクリートまたは、岩盤との間に存在する Δ は、

$$\Delta = \Delta_t + \beta_g (w - \Delta_t) = \Delta_t (1 - \beta_g) + \beta_g w$$

であると考える。ここで Δ_t は温度変化とともに発生するすき間であり、岩盤の塑性変形によって発生するすき間は、岩盤の弾性変形量 w に比例関係があり、その比例定数を β_g とおいている。

さて、

$$1 - 4 \beta_2^3 K L_2' = 1 + \left(\frac{e}{a} \right)^{3/2} \frac{2}{[3(1-\nu^2)]^{1/4}} \cdot \left(1 + \Omega \frac{a}{e} \right)^{3/4} \cdot \frac{A}{a \cdot a_m} + \frac{B}{a} \Omega = 1 + L \frac{N^{3/4}}{M}$$

$$\left(L_1' - \frac{1}{1+\Omega \frac{a}{e}} \cdot \frac{a^2}{E_e \cdot e} \right) (p - p_0) = \frac{\Omega}{M} \frac{B}{a_s} (\Delta_s - \Delta) + \frac{a^2}{E_e \cdot e} \left[\frac{eB}{a^2 M} - \frac{1}{N} \right] (p - p_0)$$

であることを勘案して、式 (24) を整理すると、

$$w = A(1+\bar{\lambda}) + \frac{1}{N} \frac{a^2}{E_e \cdot e} (p - p_0) + \left[\frac{\Omega \cdot B}{M \cdot a_s} (A_s - A) + \frac{a^2}{E_e \cdot e} \left(\frac{eB}{a^2 M} - \frac{1}{N} \right) (p - p_0) \right] \frac{1+L \frac{N^{3/4}}{M}}{1+L \frac{N^{3/4}}{M}} - \bar{\lambda} A \cdot \zeta_1(\beta_2 x)$$

一方、 p_0 は式(20)に示したとおりであるため、

$$\frac{a^2}{E_e \cdot e} (p - p_0) = \frac{a^2 \cdot p}{E_e \cdot e} - \frac{M + LN^{-1/4} - \frac{A_s}{4} \frac{B}{a_s} \Omega}{LN^{-1/4} + \frac{eB}{a^2}} \cdot A - \frac{a^2 p}{E_e \cdot e} - (1+N\bar{\lambda}) A$$

であるから、これを上式に代入し、整理することによって

$$w = A \left[1 - \frac{1}{N} + \frac{1}{1+L \frac{N^{3/4}}{M}} \left\{ \frac{\Omega}{M} \cdot \frac{B}{a_s} \left(\frac{A_s}{4} - 1 \right) - \left(\frac{eB}{a^2 M} - \frac{1}{N} \right) - \frac{\bar{\lambda}}{M} \left(\frac{eBN}{a^2} + LN^{3/4} \right) \right\} \right. \\ \left. + \zeta_1(\beta_1 x) + \frac{pa^2}{E_e \cdot e} \left[\frac{1}{N} + \frac{1}{1+L \frac{N^{3/4}}{M}} \right. \right. \\ \left. \left. - \left\{ A_t(1-\beta_g) G_0 + \frac{1}{N} \frac{pa^2}{E_e \cdot e} \right\} + \frac{1}{G_4} \left[G_1 A_t(1-\beta_g) + \frac{pa^2}{E_e \cdot e} G_3 \right] \zeta_1(\beta_2 x) \right. \\ \left. \left. - (1-G_0 \beta_g) - \beta_g \frac{G_1}{G_4} \zeta_1(\beta_2 x) \right] \right]$$

の形で求められる。

変位 w が求められると、これを用いて曲げモーメント、せん断力が容易に計算されうる。

すなわち、

$$\begin{aligned} \cdot B_1 &= A_t(1-\beta_g) G_0 + \frac{1}{N} \cdot \frac{pa^2}{E_e \cdot e} \\ \cdot B_2 &= \left[G_1 A_t(1-\beta_g) + \frac{pa^2}{E_e \cdot e} G_3 \right] \\ \cdot A_1 &= 1 - G_0 \beta_g \\ \cdot A_2 &= -\beta_g \frac{G_1}{G_4} \end{aligned}$$

とおくと、

$$w = \frac{B_1 B_2 \zeta_1(\beta_2 x)}{A_1 + A_2 \zeta_1(\beta_2 x)}$$

として表わされるために、これを用いて、

$$M \doteq K w'' = \frac{E_e \cdot e^3}{12(1-\nu^2)} w''$$

曲げモーメントによる応力は、

$$\sigma = \frac{E_e \cdot e}{2(1-\nu^2)} w''$$

円周方向力は、

$$\sigma_t = \frac{w \cdot E_e}{a}$$

で求められる。ここで、

$$\beta_2 = \frac{[3(1-\nu^2)]^{1/4}}{\sqrt{a \cdot e}} \left[1 + \Omega \frac{a}{e} \right]^{1/4}$$

で求められる。

最大曲げモーメントはもちろん、 $x=0$ のところであ

$$\cdot \left(\frac{eB}{a^2 M} - \frac{1}{N} \right) \cdot \zeta_1(\beta_2 x) \right]$$

改めて

$$\cdot 1 - \frac{1}{N} \equiv G_0$$

$$\cdot \frac{\Omega}{M} \frac{B}{a_s} \left(\frac{A_s}{4} - 1 \right) - \left(\frac{eB}{a^2 M} - \frac{1}{N} \right)$$

$$- \frac{\bar{\lambda}}{M} \left(\frac{eBN}{a^2} + LN^{3/4} \right) \equiv G_1$$

$$\cdot \frac{eB}{a^2 M} - \frac{1}{N} \equiv G_3$$

$$\cdot 1 + L \frac{N^{3/4}}{M} \equiv G_4$$

とおくと、

$$w = A \left[G_0 + \frac{G_1}{G_4} \zeta_1(\beta_2 x) \right] + \frac{pa^2}{E_e \cdot e} \left[\frac{1}{N} + \frac{G_3}{G_4} \zeta_1(\beta_2 x) \right]$$

ここで、

$$A = A_t + \beta_g (w - A_t) = A_t (1 - \beta_g) + \beta_g w$$

であるから、結局求める変位 w は、

って、

$$M_{x=0} = - \frac{E_e \cdot e^3 \beta_g^2}{6(1-\nu^2)} \cdot \frac{(A_1 B_2 - A_2 B_1)}{(A_1 + A_2)^2}$$

という形で求められることになる。

この記号を復元すればつぎのとおりである。すなわち、

$$M_{x=0} = - \frac{p \cdot e \cdot a}{4 \sqrt{1-\nu^2} \left(1 + \frac{LN^{3/4}}{M} \right)} \cdot \frac{1 - \frac{1}{N} \left\{ 2 - \frac{eB}{a^2 M} - \frac{A_s}{4} \frac{B}{a_s} \frac{\Omega}{M} \right\}}{\left[1 + \frac{1}{2(M+LN^{3/4})} \left\{ (1-N) LN^{-1/4} - \frac{A_s}{4} \frac{B \Omega}{a_s} \right\} \right]^2}$$

ここで、

$$L = \left(\frac{e}{a} \right)^{3/2} \cdot \frac{2}{\{3(1-\nu^2)\}^{1/4}}$$

$$N = 1 + \Omega \frac{a}{e}$$

$$M = \frac{A}{a \cdot a_m} + \frac{B}{a} \Omega$$

$$\Omega = \frac{m_g}{m_g + 1} \cdot \frac{E_g}{E_e}$$

である。

$p = 10 \text{ kg/cm}^2$, $e = 0.6 \text{ cm}$, $a = 90 \text{ cm}$, 補剛材を $5 \times 0.6 \text{ cm}$ として、内圧力によって生ずるモーメントによる応力度、および円周方向応力度を与える変位を、岩盤の弾性係数をかえて計算すると、図-3.9となる。ただし、ここでは $\beta_g = 0.5$, $A_t = 0$, $A_s = 4$, としている。

図-3.9 (a)

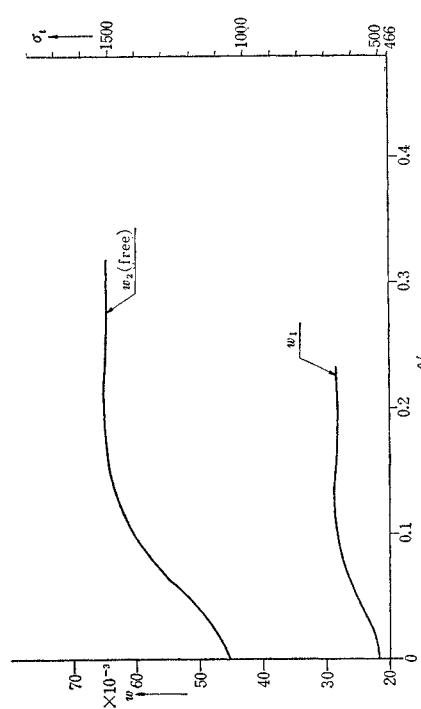


図-3.9 (b)

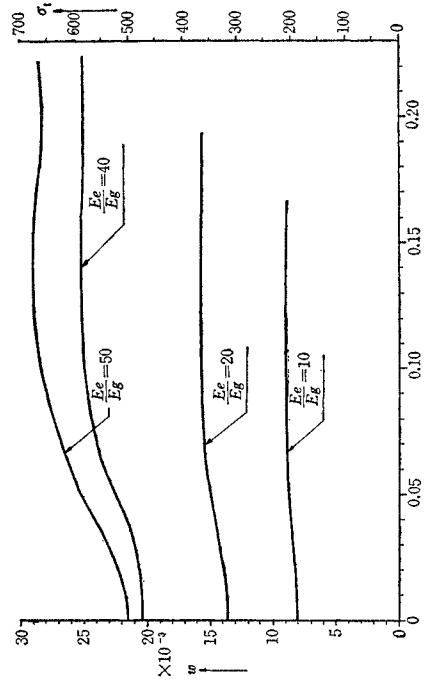


図-3.9 (c)

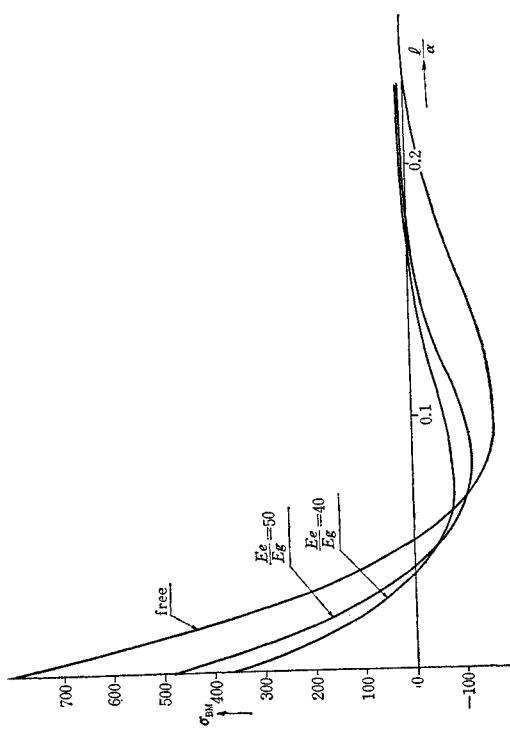


図-3.9 (d)

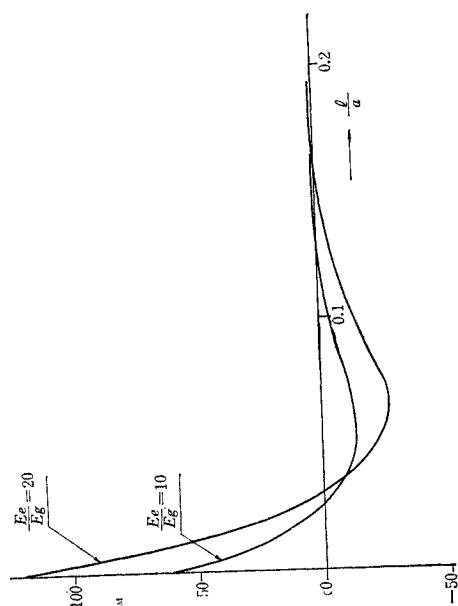


表-3.4

(×10⁴ kg/cm²)

	1	2	3	4	5	6	7	8	1~5	2~6	3~7	4~8	平均	
$\beta_g = 0.3$	A断面	21.0	10.0	13.1	5.5	6.8	14.0	7.0	11.0	10.5	11.7	12.3	7.5	9.5
	B断面	9.5	13.1	13.1	6.8	8.1	17.5	9.6	6.6	8.8	14.0	11.0	6.6	9.5
	平均	15.3	11.6	13.1	6.2	7.5	15.8	8.3	8.8	9.7	12.9	11.7	7.1	9.5
$\beta_g = 0.5$	A断面	21.0	11.1	14.0	6.4	7.8	16.2	8.1	12.3	11.6	13.1	15.0	8.4	10.5
	B断面	10.5	14.0	15.0	7.8	9.1	17.5	10.5	7.5	9.5	15.0	12.4	7.5	10.5
	平均	15.8	12.6	14.5	7.1	8.5	16.9	9.3	9.9	10.6	14.1	13.7	8.0	10.5

図-3.10 補剛材付近ゲージ位置

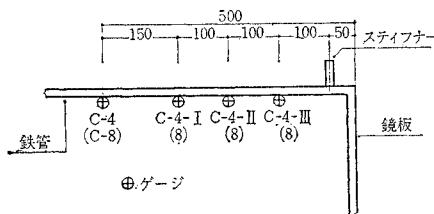


表-3.3

測定 方向	①		②	
	円周方向	縦方向	円周方向	縦方向
実測	540	120	250	60
計算	580	124	280	76

これによると、 $E_e/E_g > 20$ 程度よりも岩盤の弾性係数が高ければ、ほとんど補剛材をとりつけたことによる縦方向応力度は無視されうることを示している。

図-3.10 は補剛材にゲージをはりつけた位置であって、この点における実測応力と計算応力を比較すると、表-3.3 のとおりである。したがって実質的にはほとんどよく計算値と一致しているものと思われる。

e) 高圧グラウト注入後の測定

高圧グラウト注入を内張鉄管の周囲に行なったあとでも同様の実測を行なった。グラウト注入の孔深は着岩後1.5 m、孔間隔は1.8 m、1断面あたり6本であって、注入最高圧力は15 kg/cm² であった。

グラウト注入後の内張鉄管応力は、グラウト注入前に比してきわめて小さくでている。内張鉄管の応力より逆算した岩盤の弾性係数は、表-3.4 のとおりである。これによってほぼ2倍程度の弾性係数の改善となつてゐる。

高圧グラウト注入後にあっても、段階的に昇圧した荷重下にあって同じ内圧下においてもその前回の最高圧力に比例して、内張鉄管応力の増加をみている。

これを検討すれば、グラウト注入前とおなじく、前回の最高圧力と同一内圧下における内張鉄管応力とが、直線関係にあることがわかり、このことから前と同様、グラウト注入後の塑性変形量/弾性変形量を求めるとき、A断面に対し、 $\beta_g = 0.28$ 、B断面に対して、 $\beta_g = 0.27$ となる。この値はグラウト前のときの $\beta_g = 0.4 \sim 0.6$ に比すると小さくなることが判明し、内張鉄管の応力度によばずグラウト注入の影響は、単に弾性係数の改良のみならず、 β_g の改良によってきわめて大きいとおもわれる。

以上、著者が関西電力(株)木曽発電所の水圧管路設置位置において行なった、内張鉄管の実験をもととして、従来不明のままに残されてきた内張鉄管設計上の、二、三の問題点について述べ、またこれらをどのようにあつかうことができるかについて、理論的・実験的検討を加えてきたのであるが、岩盤の問題は各地においてきわめて多様性があるのであって、これ一事をもって決断するには十分ではないであろう。なお今後この種の実験的研究が必要であると思われる。

なお本研究に当つて終始ご指導を賜わった、東京大学奥村教授に心からなる謝意を表するものである。

参考文献

- 1) Vaughan, E.W.: Steellinings for Pressure shafts in solid rock, Proceedings of A.S.C.E. paper 949 Po 2.
- 2) Kastner, H.: Zur Theorie des gepanzerten Druckschächtes, Wasser und Energie wirtschaft 1949 Nr 8/9.
- 3) Sawin: Spannungs erhöhung am Rande von Löchern 1956. VEB Verlag Technik Berlin.
- 4) Girkmann, K.: Flächentragwerke 1963 Wien Springer-Verlag.
- 5) L'Hermite, R. Résistance des Materiaux théorique et expérimentale 1964 Dunod.
- 6) 長島 敬・神月隆一: 高圧大口径の水圧鉄管の設計について、電力 43 号、昭和 34 年
- 7) 新日本技術コンサルタント: 関西電力株式会社、木曽発電所、水圧式弾性係数測定試験報告書、1965.6 (非売品)
- 8) 電研報告: 木曽発電所水圧管路変形試験、39'11月 25 日 (ジャッキ試験による載荷試験) その 1

(1966.7.29 - 受付)