

## 【討 議】

## 周辺で単純支持される無梁板の解法

山崎徳也・橋木武共著

(土木学会論文集 第136号・昭和41年12月所載)

討議者：小野一良（金沢大学工学部）

本論文には無梁板のたわみについて一つの新しい解法が示されているが、つぎの諸点に疑問があり、ご回答をお願いする。

(i) この論文の式(20), (21)によれば支柱より無梁板に作用する反力モーメントをフーリエ級数に展開するに当り、 $\epsilon_x \rightarrow 0$ ,  $\epsilon_y \rightarrow 0$ としている。反力モーメントをこのようない形で表わすときには反力モーメントの作用点における接線角が無限大となることに注意しなくてはならない。したがって支柱の頂点における板の接線角が支柱の頂部における接線角の傾きに一致するという条件より反力モーメントを求めようとしても反力モーメントが0になるという結果が得られるに過ぎない。

反力モーメントが有限のときに反力モーメントの作用

$$O^{ij}_{ij} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m^2 \cos \frac{m\pi}{2} \sin \frac{n\pi}{2} \cos \frac{m\pi}{2} \sin \frac{n\pi}{2}}{\left(\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{a}\right)^2\right)} = a^4 \sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{m^2}{(m^2+n^2)^2}$$

しかるに

$$\sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{m^2}{(m^2+n^2)^2} = \frac{\pi}{8m} \tanh \frac{\pi m}{2} - \frac{\pi^2}{16} \operatorname{sech}^2 \frac{\pi m}{2}$$

したがって

$$O^{ij}_{ij} = a^4 \sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} \left( \frac{\pi}{8m} \tanh \frac{\pi m}{2} - \frac{\pi^2}{16} \operatorname{sech}^2 \frac{\pi m}{2} \right) = a^4 \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\pi}{16m} \tanh \pi m - \frac{\pi^2}{16} \operatorname{sech}^2 \pi m \right)$$

上式において  $m$  が十分大きくなれば

$$\tanh \pi m = 1, \quad \operatorname{sech}^2 \pi m = 0$$

と見なされるので  $O^{ij}_{ij}$  を求める級数は収束せず、 $O^{ij}_{ij}$  は無限大となる。一般に  $i=k$ ,  $j=l$  となるときには式(29)における  $O^{ij}_{kl}$  および  $W^{ij}_{kl}$  は無限大となることが容易に証明される。この論文の著者が形状定数を計算した結果すなわち表-2によれば  $O^{ij}_{kl}$  および  $W^{ij}_{kl}$  は  $k=i$ ,  $l=j$  のときに有限値となっているが、これは計算に当って級数の収束性を確かめず少數の項の和を探ったためと考えられる。

(ii) 一般に板に集中荷重が作用するときには荷重の作用点において板に生ずる曲げモーメントが無限大となることは板に関するいづれの教科書にも明らかにされている。この論文では支柱による反力を集中荷重として扱っているのであるから支柱の上では板に生ずる曲げモーメントは無限大となるはずである。計算例中に含まれる

点における板の接線角を有限値とするためには  $\epsilon_x$  よび  $\epsilon_y$  を0とせざるにあら有限値にとどめなくてはならない。たとえば  $2\epsilon_x a$  よび  $2\epsilon_y b$  が支柱断面の幅と奥行になるように  $\epsilon_x$  よび  $\epsilon_y$  を決めるのも一案と考えられる。しかし後に述べるごとく板に生ずる曲げモーメントを計算するためには反力モーメントを支柱と板との結合部において板に作用する分布荷重（分布荷重の形としてはたとえば参考文献9）を参照されたし）として表わさなければならない。

つぎに  $\epsilon_x \rightarrow 0$ ,  $\epsilon_y \rightarrow 0$ としたため式(28)における  $M^x_{kl}$  または  $M^y_{kl}$  の係数の中のあるものが無限大となることを例をあげて説明しよう。かりに  $a=b$ ,  $\alpha_i=\alpha_k=\frac{1}{2}$ ,  $\beta_j=\beta_l=\frac{1}{2}$  として式(29)より  $O^{ij}_{ij}$  を計算すれば

式(58)は板に生ずる曲げモーメントを求める計算式であり、この式において  $x$  および  $y$  に支柱の座標を代入すれば  $M_x$  および  $M_y$  が無限大となることは式中に

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m^2}{(m^2+4n^2)^2} \sin^2 \frac{m\pi}{3} \sin^2 \frac{n\pi}{3}$$

または、これに類似の級数和が含まれていることより容易に推定される。しかし表-6, 図-8, 図-9によれば支点上の曲げモーメントが有限値として記されている。これも数値計算に当たり級数の収束性を確かめずに少數項の和を探ったために生じた誤りではなかろうか。

(iii) 以上述べたごとく支柱から板が受ける反力および反力モーメントを集中荷重として表わすことは支柱の頂部において板に生ずる曲げモーメントならびに接線角を無限大とするので無梁板の設計計算には適さない。これらの反力および反力モーメントを Lewe ならびに棚橋氏の解法にあるごとく支柱と板との連結部において板に

作用する分布荷重に置き換えて理論式を誘導することが望ましい。

(iv) 著者はむすびに“柱の反力モーメントを取り扱ったものとして、Grein, 坪井・宮崎、棚橋らの研究があるが、これらは（中略）中間支柱に生ずる未知不静定力を単位として包含した無梁板の変位ならびに断面力が算出されているにすぎず、肝心のこれら未知不静定力を求めえたものはまだ見当らず、すべて満足な解法とはいえない”と述べている。しかしこれらの論文には支柱の直上における板の接線角が反力モーメントの1次式としてつぎのような形で示されている。

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{x=0, y=0} = kM$$

ここ示された接線角は支柱の頂点において支柱に作用

する水平力  $X$  および反力モーメント  $-M$  によって支柱に生ずるたわみ角に一致するという条件より次式が得られる。

$$kM = \frac{Xl^2}{2EI} - \frac{Ml}{EI}$$

ここに  $l$  は支柱の長さ、 $I$  は支柱の断面2次モーメントとする。 $X$  の値が与えられれば上式より  $M$  が容易に求められる。よって柱のたわみ角をあらわす上記の式が示されてないというだけの理由で“未知不静定力を求めたものはまだ見当らず”というほどのこともないと考えられる。

(1967.2.5・受付)

注：本討議に対する回答は原著者より原稿の提出があり次第掲載します。  
(論文集編集委員会)

### 土木学会論文集編集委員

委員長 委員	村上永一 青木政忠 秋山倉忠 池田彦二 岩井洋一 宇都馬一 尾坂芳一 尾仲章久 川上喜久 川崎浩司 神田徳郎 委員兼幹事 西脇威夫	副委員長 委員	○都藤尚一 工藤和夫 国広哲 小林輔 是枝一 佐々木道夫 沢口昌利 沢田吉雄 桜井健雄 白石彰人 ○鶴成祐 清水達也	委員 鈴木慶一 木中山隆一 堤東一郎 椿嘉明 戸田哲郎 遠山靖一 永井正一 永倉特 永南村 永中部 永中野	委員 西野村一 ○西沼田一 長谷川一 伯野田一 服田一 森田一 持田一 森永口 持山一 内山一	雄文伸一 後啓一 継元太郎 昌太郎一 田時一 田竜一 田利一 田充一 田博彦
		○印部会長				

昭和42年5月15日印刷  
昭和42年5月20日発行

土木学会論文集 第141号

定価 200円(税20円)

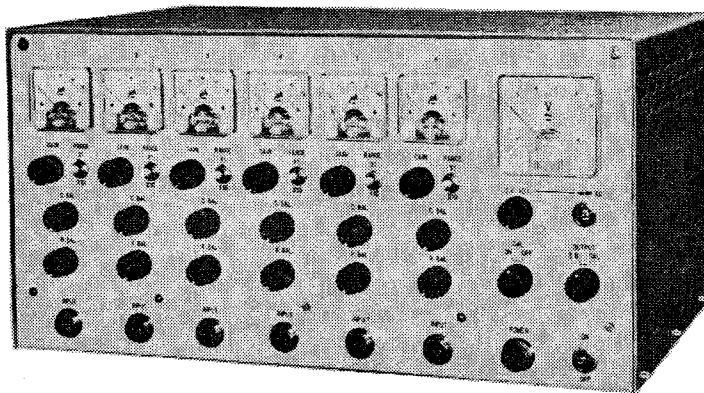
編集兼発行者 東京都新宿区四谷一丁目  
印刷者 東京都港区赤坂1-3-6

社団法人 土木学会 羽田巖  
株式会社 技報堂 大沼正吉

発行所 社団法人 土木学会 振替東京 16828番

東京都新宿郵便局区内 新宿区四谷一丁目 電話(35)代表 5138番

# 水理実験波高解析にどうぞ!!



(CA-101型 水位計増幅器)

☆波高計(抵抗式)と記録器をつなげばOK

カタログ請求先

☆簡単な取扱いで直線性良好

**計測技研株式会社**

☆価格低廉

東京都武藏野市中町3丁目29番地19号

☆豊富な納入実績を持っています

TEL (0422) (51) 8958

# MARUI

短時間 厚さ及び構造物の弾性係数が判定 できる

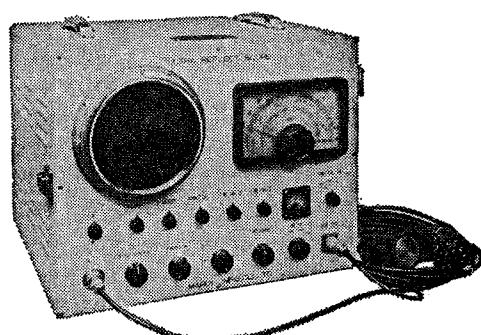
- ① 時間の節約になります (時代に即応)
- ② 正確な判断の参考資料となります
- ③ 無破壊で常に測定出来ます

## 用 途

- 型枠取除き判定 (経済助力となる)
- タブ・コンクリート等の品質管理
- 道路隧道の厚さ及ボイドの判定
- コンクリートの経年変化・強度の推定等

## 営業品目

セメント・コンクリート・土質・アスファルト  
水理各試験機・無破壊試験器・計量器・各種材料試験機



超音波反射測定器

 株式  
會社

圓井製作所

本 社 大阪市城東区蒲生町4-10番地  
電 話 大阪 931-3541番(代表)  
東京出張所 東京都港区西新橋3-9-5(吉田ビル)  
電 話 東京 431-7563番

昭和三十七年五月二十八日第三種郵便物認可  
昭和四十二年五月十五日印 刷 每月一回  
昭和四十二年五月二十日施行

土壤学会論文集第一四一號



文部省令・フランシスの地盤改良工法による近年の土木建築施工の  
動向、開発、現状、技術、施工管理

- 本件は、東京都議会議員登録簿（昭和40年9月25日）に東京都議員登録番号 26566号

東日建設コンサルタント株式会社

上不動町、横浜市北区西山田町河合1496、電話：東京(255)1011(代接)（同日立シビルコンサルタント(株)

卷之二