

【研究ノート】

曲線直交異方性扇形平板の階差法による解法*

奥 村 勇**

1.はじめに

本文は極座標で考えるとき、極方向(r 方向)と接線方向(θ 方向)とで弾性的性質を異にする平板、いわゆる曲線直交異方性扇形平板の曲げの問題を曲線座標を採用した階差方程式により解いたものである。扇形平板の微分方程式を与えられた境界条件および荷重状態に適合するように解くとき、解析的方法では困難あるいは非常に複雑となる場合があるが、この階差法によるとそれらの条件のいかんにかかわらず問題に対処でき、しかも機械的に容易に解き得るので非常に有利である。また、多点近似法を曲線座標の階差方程式に応用して、扇形平板の高精度階差方程式を誘導し、一般に階差法による解の精度が低いといわれている周辺固定平板の問題の一例として、満載等分布荷重を受けた周辺固定扇形平板の問題にそれを適用し、普通精度階差法による場合とその解の精度を比較した。

数値計算例として、2直線辺(r 方向)が固定で他の2円弧辺(θ 方向)が自由および単純支持の2種類の扇形平板について、満載等分布荷重を受けた場合および集中荷重を受けた場合の両者について、たわみおよび曲げモーメントを求めた。

2. 基本微分方程式および断面力

たわみを w 、 r 方向の板剛度を N_r と表わすと曲線直交異方性扇形平板の基本微分方程式は次式となる¹⁾。

$$p = N_r \left[\frac{\partial^4 w}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^3 w}{\partial r^3} + \frac{2c}{r^2} \frac{\partial^4 w}{\partial r^2 \partial \theta^2} - \frac{2c}{r^3} \frac{\partial^3 w}{\partial r \partial \theta^2} + \frac{2(c^2+c)}{r^4} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{c^2}{r^3} \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{c^2}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{c^2}{r^4} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} \right] \quad (1)$$

ここに

$$c^2 = \frac{N_\theta}{N_r} \quad \dots \quad (2)$$

また、曲げモーメント M_r , M_θ ; 反力 V_r , V_θ およびねじりモーメント $M_{r\theta}$, $M_{\theta r}$ は式(2)の関係を考慮し、 r 方向のポアソン比を ν_r とすると次式のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} M_r &= -N_r \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + c^2 \nu_r \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right], \\ M_\theta &= -N_r \left[\frac{c^2}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{c^2}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + c^2 \nu_r \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} \right], \\ M_{r\theta} = M_{\theta r} &= -N_r \left[-\frac{(c-c^2\nu_r)}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{(c-c^2\nu_r)}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} \right], \\ V_r &= -N_r \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^3} - \frac{c^2}{r^2} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} - \frac{(c^2+2c+c^2\nu_r)}{r^3} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{(2c-c^2\nu_r)}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta^2} \right] \right], \\ V_\theta &= -N_r \left[\frac{2(c-c^2\nu_r)}{r^3} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{(c^2-2c+2c^2\nu_r)}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{(2c-c^2\nu_r)}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2 \partial \theta} + \frac{c^2}{r^3} \frac{\partial^2 w}{\partial r^3} \right] \right] \quad \dots \quad (3) \end{aligned}$$

3. 階差方程式の誘導

(1) 一般的内点

* 一部は土木学会第21回年次学術講演会にて発表

** 正会員 工修 北海道大学助手 工学部土木工学科

図-1

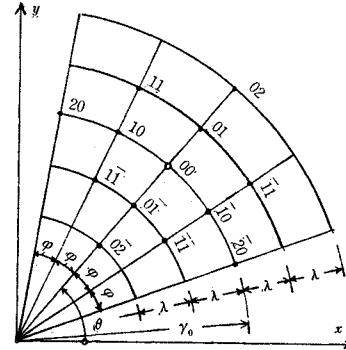


図-1 のような格子点配置に対し扇形平板の基本微分方程式(1)を階差方程式に表わすと次式となる。

$$\begin{aligned} q\lambda^4/N_r = & z_{00}w_{00} + z_{10}w_{10} + z_{20}w_{20} + z_{01}w_{01} + z_{11}w_{11} \\ & + z_{21}w_{21} + z_{12}w_{12} + z_{11}w_{11} + z_{22}w_{22} + z_{20}w_{20} \dots \quad (4a) \end{aligned}$$

ここに

$$z_{00} = 2 \left[3 + \frac{1}{r_0^2} (c^2 \lambda^2 + 4c \mathcal{H}^2) - \frac{\mathcal{H}^2}{r_0^4} (2\lambda^2(c+c^2) - 3c^2\lambda^2) \right],$$

$$z_{01} = - \left[4 \left(1 - \frac{\lambda}{2r_0} \right) + \frac{1}{r_0^2} \left(1 + \frac{\lambda}{2r_0} \right) (c^2 \lambda^2 + 4c \mathcal{H}^2) \right],$$

$$z_{02} = - \left[4 \left(1 + \frac{\lambda}{2r_0} \right) + \frac{1}{r_0^2} \left(1 - \frac{\lambda}{2r_0} \right) (c^2 \lambda^2 + 4c \mathcal{H}^2) \right],$$

$$z_{10} = z_{20} = - \frac{4\mathcal{H}^2}{r_0^2} \left[c - \frac{1}{2r_0^2} (\lambda^2(c+c^2) - 2c \mathcal{H}^2) \right] \dots \quad (4b)$$

$$z_{11} = z_{21} = \frac{2c \mathcal{H}^2}{r_0^2} \left(1 + \frac{\lambda}{2r_0} \right), \quad z_{12} = z_{22} = \frac{2c \mathcal{H}^2}{r_0^2} \left(1 - \frac{\lambda}{2r_0} \right),$$

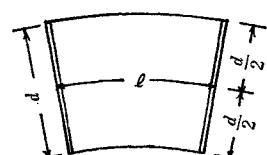
$$z_{20} = z_{20} = \frac{c^2 \mathcal{H}^4}{r_0^4}, \quad z_{02} = \left(1 - \frac{\lambda}{r_0} \right), \quad z_{02} = \left(1 + \frac{\lambda}{r_0} \right)$$

ただし

$$\mathcal{H} = \frac{\lambda}{\varphi} \quad \dots \quad (4c)$$

式(4)が平板の境界を離れた一般の内点における基本階差方程式である。しかし、境界上およびその近傍の格子点では平板の領域を越えた仮想格子点(外点)が生じ、境界条件に応じてそれを消去することが必要となる。2直線辺が固定、2円弧辺が自由(図-2)の扇形平板について周辺付近における階差方程式を示す。ただし、ボアソン比 $\nu_r = \nu_\theta = 0$ とし、—は自由辺、—は固定辺を表わすものとする。

図-2

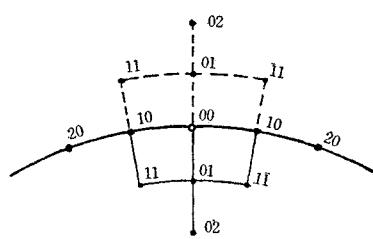


(2) 外側自由辺上で固定辺を離れた格子点

自由辺の境界条件 ($M_r|_{00,10,20}=0$, $(V_r)|_{00}=0$) を階差方程式で表わすと次式となる(図-3参照)。

$$\begin{aligned} w_{01} - 2w_{00} + w_{01} &= 0, \quad w_{11} - 2w_{10} + w_{11} = 0, \\ w_{11} - 2w_{10} + w_{11} &= 0 \dots \quad \dots \quad (5a) \end{aligned}$$

図-3



$$\begin{aligned} & \frac{4\lambda}{r_0^4} \left\{ \frac{\mathcal{H}^2(c^2+2c)}{r_0^2} - 1 \right\} w_{00} - \frac{2\lambda\mathcal{H}^2(c^2+2c)}{r_0^3} (w_{10} + w_{20}) \\ & + \left\{ 2 \left(1 + \frac{\lambda}{r_0} \right) + \frac{1}{r_0^2} (c^2\lambda^2 + 4c\mathcal{H}^2) \right\} w_{01} \\ & + \left\{ 2 \left(1 - \frac{\lambda}{r_0} \right) + \frac{1}{r_0^2} (c^2\lambda^2 + 4c\mathcal{H}^2) \right\} w_{01} \\ & + \frac{2c\mathcal{H}^2}{r_0^2} (w_{11} + w_{21}) - \frac{2c\mathcal{H}^2}{r_0^2} (w_{11} + w_{21}) \\ & + w_{02} - w_{02} = 0 \end{aligned} \quad (5b)$$

式(5)を式(4)に代入し、外点(11), (01), (11), (02)の関数値を消去するとつぎの階差方程式を得る。

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & {}^0 z_{20} w_{20} & {}^0 z_{10} w_{10} & {}^0 z_{00} w_{00} & {}^0 z_{10} w_{10} & {}^0 z_{20} w_{20} \\ \hline & {}^0 z_{11} w_{11} & {}^0 z_{01} w_{01} & {}^0 z_{11} w_{11} & {}^0 z_{21} w_{21} & \\ \hline & & & & & \\ \hline & & & {}^0 z_{02} w_{02} & & \\ \hline \end{array} = \frac{q\lambda^4}{N_r} \quad (6a)$$

ここに

$$\begin{aligned} z^0_{00} &= 2 \left[1 + \frac{1}{r_0^2} (\lambda^2 c^2 + 4c\mathcal{H}^2) + \frac{\lambda}{2r_0^3} \{ 3c^2\lambda^2 + 4\mathcal{H}^2(c-c^2) \} \right. \\ & \quad \left. - \frac{\mathcal{H}^2}{r_0^4} [2\lambda^2(3c+2c^2) - 3c^2\mathcal{H}^2] \right], \end{aligned}$$

$$z^0_{01} = -2 \left[2 + \frac{1}{r_0^2} \left(1 + \frac{3\lambda}{2r_0} \right) (c^2\lambda^2 + 4c\mathcal{H}^2) \right] \quad (6b)$$

$$\begin{aligned} z^0_{10} &= z^0_{10} = -\frac{4\mathcal{H}^2}{r_0^2} \left[c - \frac{1}{2r_0^2} [\lambda^2(3c+2c^2) - 2c^2\mathcal{H}^2] \right. \\ & \quad \left. + \frac{\lambda}{2r_0} (c-c^2) \right], \end{aligned}$$

$$z^0_{11} = z^0_{11} = \frac{4c\mathcal{H}^2}{r_0^2} \left(1 + \frac{3\lambda}{2r_0} \right), \quad z^0_{20} = z^0_{20} = \frac{c^2\mathcal{H}^4}{r_0^4}, \quad z^0_{02} = 2$$

(3) 外側自由辺上で固定辺に隣接した格子点

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & {}^1 z_{00} w_{00} & {}^1 z_{10} w_{10} & {}^1 z_{20} w_{20} \\ \hline 0 & {}^0 z_{01} w_{01} & {}^0 z_{11} w_{11} & \\ \hline & & {}^0 z_{02} w_{02} & \\ \hline \end{array} = \frac{q\lambda^4}{N_r} \quad (7a)$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline {}^0 z_{20} w_{20} & {}^0 z_{10} w_{10} & {}^1 z_{00} w_{00} & 0 \\ \hline {}^0 z_{11} w_{11} & {}^0 z_{01} w_{01} & & 0 \\ \hline & & {}^0 z_{02} w_{02} & \\ \hline \end{array} = \frac{q\lambda^4}{N_r} \quad (7b)$$

ここに

$$z^1_{00} = z^0_{00} + z^0_{20} (z^0_{20}) \quad (7c)$$

$z^0_{00}, z^0_{01}, z^0_{10}, z^0_{11}, z^0_{20}, z^0_{21}, z^0_{11}$ および z^0_{02} は式(6b)による。

(4) 外側自由辺に隣接し、固定辺を離れた格子点

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline {}^1 z_{11} w_{11} & {}^1 z_{01} w_{01} & {}^1 z_{11} w_{11} \\ \hline {}^1 z_{10} w_{10} & {}^2 z_{00} w_{00} & {}^1 z_{10} w_{10} \\ \hline {}^1 z_{11} w_{11} & {}^1 z_{01} w_{01} & {}^1 z_{11} w_{11} \\ \hline & {}^0 z_{02} w_{02} & \\ \hline \end{array} = \frac{q\lambda^4}{N_r} \quad (8a)$$

ここに

$$z^1_{00} = z_{00} - z_{02}, \quad z^1_{01} = z_{01} + 2z_{02} \quad (8b)$$

(5) 内側自由辺上で固定辺を離れた格子点

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline {}^1 z_{02} w_{02} & & & \\ \hline {}^u z_{11} w_{11} & {}^u z_{10} w_{10} & {}^u z_{11} w_{11} & \\ \hline {}^u z_{20} w_{20} & {}^u z_{10} w_{10} & {}^u z_{00} w_{00} & {}^u z_{10} w_{10} \\ \hline & & {}^u z_{20} w_{20} & \\ \hline \end{array} = \frac{q\lambda^4}{N_r} \quad (9a)$$

ここに

$$\begin{aligned} z^u_{00} &= 2 \left[1 + \frac{1}{r_0^2} (\lambda^2 c^2 + 4c\mathcal{H}^2) + \frac{\lambda}{2r_0^3} \{ 4\mathcal{H}^2(c^2-c) - 3c^2\lambda^2 \} \right. \\ & \quad \left. - \frac{\mathcal{H}^2}{r_0^4} \{ 2\lambda^2(3c+2c^2) - 3c^2\mathcal{H}^2 \} \right], \end{aligned}$$

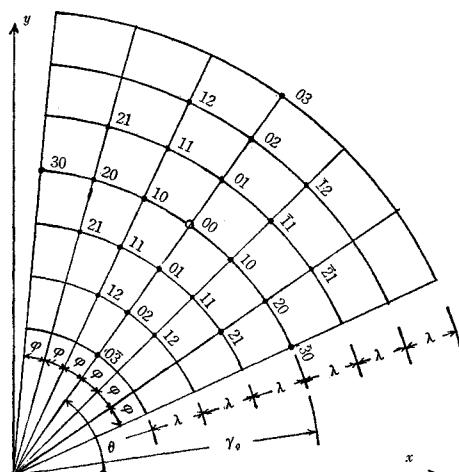
$$z^u_{01} = -2 \left[2 + \frac{1}{r_0^2} \left(1 - \frac{3\lambda}{2r_0} \right) (c^2\lambda^2 + 4c\mathcal{H}^2) \right] \quad (9b)$$

$$\begin{aligned} z^u_{10} &= z^u_{10} = -\frac{4\mathcal{H}^2}{r_0^2} \left[c + \frac{\lambda}{2r_0} (c^2-c) \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{2r_0^2} [\lambda^2(3c+2c^2) - 2c^2\mathcal{H}^2] \right], \end{aligned}$$

$$z^u_{11} = z^u_{11} = \frac{4c\mathcal{H}^2}{r_0^2} \left(1 - \frac{3\lambda}{2r_0} \right), \quad z^u_{20} = z^u_{20} = \frac{c^2\mathcal{H}^4}{r_0^4}$$

境界条件として、その境界上の格子点(境界点)の関数値が与えられているような場合には、外点を消去する操作も簡単で

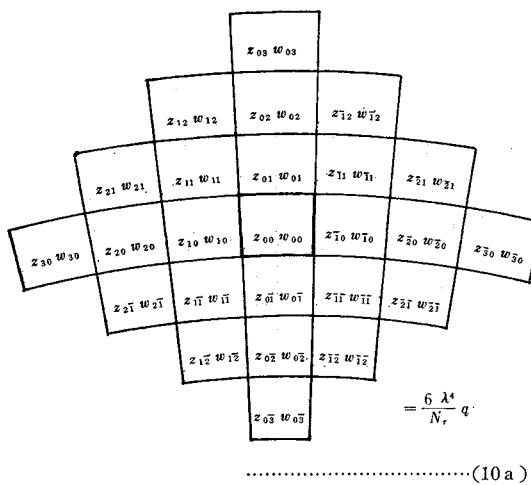
図-4



ある。単純支持および固定の境界条件はその例であり、紙面の都合上、それらの場合における階差方程式は省略する。

4. 高精度階差方程式の誘導

図-4 のような格子点配置に対して、式(1)を階差方程式に表わすと次式を得る。



ここに

$$\begin{aligned} z_{00} &= \left[56 + \frac{15 c^2 \lambda^2 + 72 c \mathcal{H}^2 + \mathcal{H}^2}{r_0^2} + \frac{\mathcal{H}^2}{r_0^4} \{56 c^2 \mathcal{H}^2 - 30(c+c^2)\lambda^2\} \right], \\ z_{10} &= z_{10} = -\left[\frac{38 c \mathcal{H}^2}{r_0} + \frac{\mathcal{H}^2}{r_0^4} \{39 c^2 \mathcal{H}^2 - 16(c+c^2)\lambda^2\} \right], \\ z_{01} &= -\left[39 \left(1 + \frac{\lambda}{2 r_0}\right) + \frac{1}{r_0^2} \left(1 - \frac{\lambda}{2 r_0}\right) (8 c^2 \lambda^2 + 38 c \mathcal{H}^2) \right], \\ z_{0\bar{1}} &= -\left[39 \left(1 - \frac{\lambda}{2 r_0}\right) + \frac{1}{r_0^2} \left(1 + \frac{\lambda}{2 r_0}\right) (8 c^2 \lambda^2 + 38 c \mathcal{H}^2) \right], \\ z_{02} &= \left[12 \left(1 + \frac{\lambda}{r_0}\right) + \frac{1}{2 r_0^2} (c^2 \lambda^2 + 4 c \mathcal{H}^2) \left(1 - \frac{\lambda}{r_0}\right) \right], \\ z_{0\bar{2}} &= \left[12 \left(1 - \frac{\lambda}{r_0}\right) + \frac{1}{2 r_0^2} (c^2 \lambda^2 + 4 c \mathcal{H}^2) \left(1 + \frac{\lambda}{r_0}\right) \right], \\ z_{20} &= z_{20} = \left[\frac{2 c \mathcal{H}^2}{r_0^2} + \frac{\mathcal{H}^2}{r_0^4} \{12 c^2 \mathcal{H}^2 - (c+c^2)\lambda^2\} \right] \dots \dots (10b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{03} &= -\left[1 + \frac{3 \lambda}{2 r_0} \right], \quad z_{0\bar{3}} = -\left[1 - \frac{3 \lambda}{2 r_0} \right], \quad z_{30} = z_{3\bar{0}} = -\frac{c^2 \mathcal{H}^4}{r_0^4}, \\ z_{21} &= z_{\bar{2}1} = -\frac{c \mathcal{H}^2}{r_0^2} \left[1 - \frac{\lambda}{2 r_0} \right], \quad z_{2\bar{1}} = z_{1\bar{1}} = -\frac{c \mathcal{H}^2}{r_0^2} \left[1 + \frac{\lambda}{2 r_0} \right], \\ z_{12} &= z_{\bar{1}2} = -\frac{c \mathcal{H}^2}{r_0^2} \left[1 - \frac{\lambda}{r_0} \right], \quad z_{1\bar{2}} = z_{1\bar{2}} = -\frac{c \mathcal{H}^2}{r_0^2} \left[1 + \frac{\lambda}{r_0} \right], \\ z_{11} &= z_{\bar{1}1} = \frac{20 c \mathcal{H}^2}{r_0^2} \left[1 - \frac{\lambda}{2 r_0} \right], \quad z_{1\bar{1}} = z_{\bar{1}\bar{1}} = \frac{20 c \mathcal{H}^2}{r_0^2} \left[1 + \frac{\lambda}{2 r_0} \right] \end{aligned}$$

ただし $\mathcal{H} = \lambda/\varphi$ とする。

5. 階差法による解の精度

階差法による解の精度が分割数と平板の境界条件によって異なることは周知のことであり、分割数が多いほど精度はよくなり、また、境界条件については、周辺単純支持の場合が最もよく、逆に周辺固定の場合が最もわるいと報告されている。満載等分布荷重を受けた周辺単純支持扇形平板（中央円弧長 l と直線辺長 d の比 $l/d = 1.0$ ）について、たわみおよび曲げモーメントを求めたのが表-1 であり、これによると、8 分割の場合でもたわみはほぼ解析解に一致し、曲げモーメントについても誤差は 1% 内外というよい精度を示しており、同種の境界条件を持つく形平板について、く形格子を採用した階差法により解いた場合と同様の傾向にある。また、周辺固定扇形平板について、普通精度階差法および高精度階差法によりたわみおよび曲

表-1 満載等分布荷重 q を受けた周辺単純支持扇形平板

($N_\theta/N_r = 1.0, \nu = 0$)

| 解 法 | w 板 中央 (ql^4/N_r) | M_r 板 中央 (ql^2) | M_θ 板 中央 (ql^2) |
|-----------|----------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| 階差法 8 分割 | 0.004037 | 0.03691 | 0.03576 |
| 階差法 12 分割 | 0.004037 | 0.03713 | 0.03596 |
| 微分方程式 | 0.004037 | 0.03732 | 0.03598 |

表-2 満載等分布荷重 q を受けた周辺固定扇形平板

($N_\theta/N_r = 1.0, \nu = 0$)

| 階 差 法 | w 板 中央 (ql^4/N_r) | M_r 板 中央 (ql^2) | M_θ 辺 中央 (ql^2) |
|----------|----------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| 普通 8 分割 | 0.001408 | 0.01814 | -0.04688 |
| 普通 16 分割 | 0.001292 | 0.01781 | -0.04979 |
| 高精度 8 分割 | 0.001272 | 0.01768 | -0.04305 |

表-3 たわみ w および曲げモーメント M_r, M_θ の係数

| 扇形平板の境界条件 | 格子点 | 剛度比 $c=1.0$ ($\frac{N_\theta}{N_r} = 1.0$) | | | 剛度比 $c=2.0$ ($\frac{N_\theta}{N_r} = 4.0$) | | |
|-------------------------------|-----|--|------------|-----------------|--|------------|-----------------|
| | | $w / ql^4/N_r$ | M_r/ql^2 | M_θ/ql^2 | $w / ql^4/N_r$ | M_r/ql^2 | M_θ/ql^2 |
| (1) 2 直線辺固定, 2 円 弧辺自由 | 1 | 0.00541 | 0 | 0.0498 | 0.00150 | 0 | 0.0555 |
| | 2 | 0.00479 | 0.00135 | 0.0492 | 0.00130 | 0.00038 | 0.0537 |
| | 3 | 0.00416 | 0.00047 | 0.0480 | 0.00110 | -0.00020 | 0.0507 |
| | 4 | 0.00351 | -0.00136 | 0.0458 | 0.00090 | -0.00094 | 0.0467 |
| | 5 | 0.00289 | -0.00330 | 0.0430 | 0.00072 | -0.00150 | 0.0423 |
| | 6 | 0.00232 | -0.00483 | 0.0398 | 0.00056 | -0.00180 | 0.0376 |
| | 7 | 0.00183 | -0.00551 | 0.0365 | 0.00042 | -0.00185 | 0.0332 |
| | 8 | 0.00142 | -0.00467 | 0.0335 | 0.00032 | -0.00156 | 0.0295 |
| | 9 | 0.00108 | 0 | 0.0309 | 0.00024 | 0 | 0.0264 |
| (2) 2 直線辺固定, 2 円 弧辺単純支持 | 1 | 0 | 0 | 0.0032 | 0 | 0 | 0.0058 |
| | 2 | 0.00092 | 0.0164 | 0.0112 | 0.00038 | 0.0098 | 0.0185 |
| | 3 | 0.00159 | 0.0221 | 0.0187 | 0.00061 | 0.0105 | 0.0291 |
| | 4 | 0.00193 | 0.0210 | 0.0245 | 0.00068 | 0.0075 | 0.0352 |
| | 5 | 0.00194 | 0.0167 | 0.0275 | 0.00063 | 0.0041 | 0.0367 |
| | 6 | 0.00169 | 0.0122 | 0.0269 | 0.00052 | 0.0020 | 0.0340 |
| | 7 | 0.00125 | 0.0088 | 0.0220 | 0.00037 | 0.0015 | 0.0271 |
| | 8 | 0.00067 | 0.0062 | 0.0120 | 0.00020 | 0.0022 | 0.0149 |
| | 9 | 0 | 0 | -0.0039 | 0 | 0 | -0.0047 |

げモーメントを求めた結果を表-2に示す。

6. 数値計算例

計算例として、(1) 2直線辺固定、2円弧辺自由および(2) 2直線辺固定、2円弧辺単純支持の境界条件を持つ2つの扇形平板について、ここでは満載等分布荷重載荷の場合のみを取り扱い、集中荷重載荷の場合は紙面の関係上割愛する。ポアソン比 $\nu_r=\nu_\theta=0$ 、扇形平板の中心角 $\alpha=\pi/6$ および中央円弧長 l と幅 d との比 $l/d=1.0$ とする。

r 方向と θ 方向との板剛度比を $[N_\theta/N_r]=c^2$ とするとき、 $c=1.0$ および $c=2.0$ の場合について、(1)、(2)の扇形平板のたわみ w および曲げモーメント M_r 、 M_θ を求めた結果を表-3および図-5、図-6に示す。

表-3は平板の対称軸の格子点のたわみおよび曲げモーメントの係数を示す。ただし、表中の格子点の番号は図-5、6による。また、図-5と図-6は(1)と(2)との扇形平板のたわみ曲面を、 $c=1.0$ の場合を右半分に、 $c=2.0$ の場合を左半分に、それぞれ表わす。

ただし、——は固定辺、——は自由辺および-----は単純支持辺を表わすものとする。

なお、計算は中心角 α 幅 d を16分割した放射格子網を作

図-5 w 曲面(2直線辺固定、2円弧辺自由)

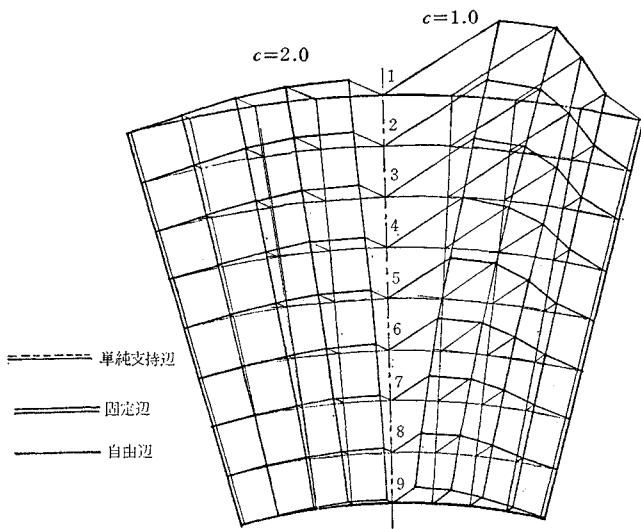
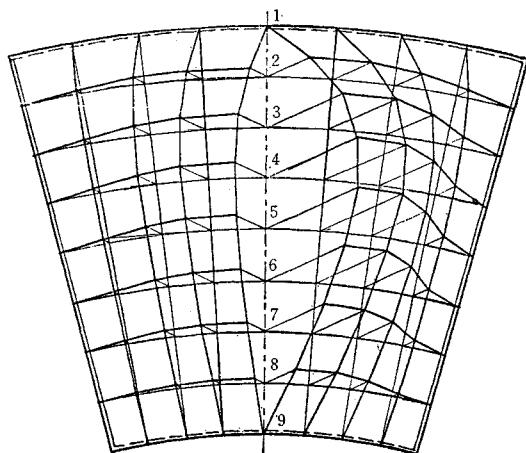


図-6 w 曲面(2直線辺固定、2円弧辺単純支持)

$c=2.0$ $c=1.0$



り、東大大型計算センター所属の HITAC-5020 によりおこなった。

7. むすび

扇形平板の周辺近傍の格子点における階差方程式の誘導が一見繁雑にえ思るが、計算機のプログラムを少し工夫すると、一般の内点における階差方程式を基本として、それらの格子点の階差方程式も容易に誘導され、連立方程式の係数作成から所要の解の算出まで、机上における労力をなんら要せず、計算できる。扇形平板とく形平板とが組み合わさった異方性複合扇形平板あるいは連続扇形平板などの問題にもこの階差法は適用できる。なお、後者の問題については、次回の土木学会学術講演会に発表を予定している。

終りに、本文作成にあたり種々のご指導をいただいた北海道大学の酒井教授ならびに芳村助教授に深く感謝します。

参考文献

- 1) 芳村 仁:「曲線直交異方性扇形平板の曲げについて」土木学会論文集, 第82号
- 1) 日高孝次:数値積分法(下巻)
- 2) BETON-KALENDER, 1963
- 3) 寺沢寛一:数学概論(応用編)

(1966. 8.13・受付)

論文集への討議について

論文集編集委員会では、論文集に掲載した全論文に対しての討議を受付けておりますので、討議をされる方は下記の要項をご参照のうえ論文集編集委員会あてご提出下さい。

記

1. 討議は論文集掲載全論文を対象とします。
2. 討議の受付は論文集掲載後6ヶ月以内とします。
3. 討議原稿を提出するときは学会原稿用紙に必要事項を記入のうえ論文集編集委員会あてご提出下さい。
4. 討議原稿の取扱いは論文編集委員会にご一任下さい。
5. 討議に関する問合せは論文集編集委員会へご連絡下さい。

土木学会論文集編集委員会

| | | | | | |
|--------------------|---|--|--|-----------|-----------|
| 委員長 委員 ○池田康平 | 村上永一 青木政敬 秋山忠興 板倉一 岩井彦二 岩橋洋一 宇都一馬 尾坂芳夫 尾仲章 川上喜久 川崎司 神田徳郎 | 副委員長 委員 ○都淳一 工藤尚男 工藤和夫 国広哲夫 小林一輔 是枝忍 佐々木道夫 沢口昌利 沢田健吉 桜井彰雄 白石成人 ○鶴祐之 清水達也 | 委員 鈴木慶一 田中淳七郎 塚山隆一 堤捲東一郎 戸田嘉明 永井靖郎 永倉正一 南部祥一 中村英夫 中野昭雄 西野文雄 | ○印 部会長 | ○印 部会長 |
| 委員兼幹事 西脇威夫 | | | | | |

昭和42年4月15日印刷
昭和42年4月20日発行

土木学会論文集 第140号

定価 200円(税20円)

編集兼発行者 東京都新宿区四谷一丁目
印刷者 東京都港区赤坂1-3-6

社団法人 土木学会 羽田巖
株式会社 技報堂 大沼正吉

発行所 社団法人 土木学会 振替東京 16828番

東京都新宿郵便局区内 新宿区四谷一丁目 電話(35)代表 5138番

◀参考指導書としてご利用いただいている土木学会の優良図書▶

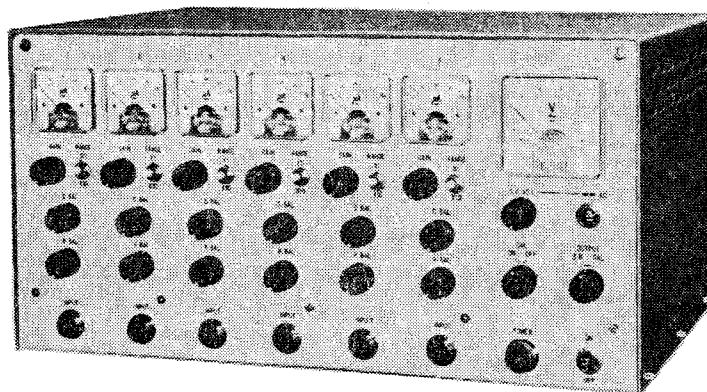
◀申込先：土木学会▶

| 編著者名 | 図書名 | 判型 | ページ数 | 会員特価 | 定価 | 送料 | 備考 |
|-------|---------------------------|----|------|-------|-------|-----|----------|
| 土木学会編 | コンクリート標準示方書 【昭和42年版】 | B6 | 446 | 800 | 1 000 | 100 | |
| 同 | コンクリート標準示方書解説 【昭和42年版】 | A6 | | | | | 7月末刊行 |
| 同 | 人工軽量骨材コンクリート 設計施工指針(案) | B6 | 53 | 250 | 300 | 50 | |
| 同 | プレパックドコンクリート 施工指針(案) | B6 | 38 | 220 | 180 | 50 | |
| 同 | ディビダーク工法 設計施工指針(案) | B5 | 88 | 500 | 700 | 70 | |
| 同 | プレストレスト コンクリート設計施工指針 | B6 | 124 | 250 | 350 | 70 | |
| 同 | トンネル標準示方書 | A5 | 34 | | 100 | 50 | 示方書条文 |
| 同 | トンネル標準示方書解説 | A5 | 138 | 500 | 600 | 70 | 条文を詳細に解説 |
| 同 | 水理公式集 | A5 | 603 | 1 100 | 1 400 | 150 | |
| 同 | 土木技術者のための振動便覧 | A5 | 450 | 2 000 | 2 400 | 150 | |
| 同 | 土木技術者のための岩盤力学 | B5 | 489 | 3 000 | 3 600 | 200 | |
| 同 | 日本の土木技術 —100年の発展のあゆみ— | A5 | 488 | | 1 200 | 150 | 土木工学入門書 |
| 同 | トンネルと掘削工法 | A5 | 342 | 650 | 800 | 100 | 14編を収録 |
| 同 | 最近の基礎工法 | B5 | 322 | 800 | 1 000 | 120 | 10編を収録 |
| 同 | 構造工学における最近の諸問題 | B5 | 320 | 1 200 | 1 500 | 150 | 12編を収録 |

上記図書をご希望の方は下記へお申込み下さい。なお、ご注文は前金で願います。

申込先：社団法人 土木学会 東京都新宿区四谷1丁目 電話 東京(351) 5130・振替東京 16828 番

水理実験波高解析にどうぞ!!



(CA-101型 水位計増幅器)

☆波高計(抵抗式)と記録器をつなげばOK

カタログ請求先

☆簡単な取扱いで直線性良好

計測技研株式会社

☆価格低廉

東京都武藏野市中町3丁目29番地19号

☆豊富な納入実績を持っています

TEL (0422) (51) 8958

—MARUI—

短時間 厚さ及び構造物の弾性係数が判定 できる

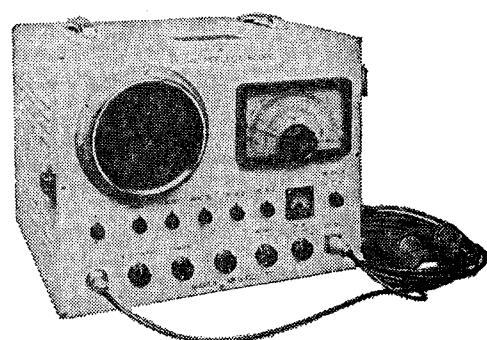
- ① 時間の節約になります (時代に即応)
- ② 正確な判断の参考資料となります
- ③ 無破壊で常に測定出来ます

用 途

- 型枠取除き判定 (経済助力となる)
- タブ・コンクリート等の品質管理
- 道路隧道の厚さ及ボイドの判定
- コンクリートの経年変化・強度の推定等

営業品目

セメント・コンクリート・土質・アスファルト
水理各試験機・無破壊試験器・計量器・各種材料試験機



超音波反射測定器



株式会社 圓井製作所

本 社 大阪市城東区蒲生町4-10番地
電話 大阪 931-3541 (代表)
東京出張所 東京都港区西新橋3-9-5 (吉田ビル)
電話 東京 431-7563 番

昭和三十七年五月二十八日第三種郵便物認可
四月二十九日印 刷 每月一回

土、学、文、集 第一四〇号

定価 一〇〇円

より豊かな 未来を創造する！

株式会社 フジタコンサルタント(東京都千代田区神田駿河台の
新宿通りビル) ■ 〒101-6001 東京都千代田区神田駿河台1-14-10号

電話番号 03-5215-1011～1012 (内線) 03-5215-1467 (外線)

一社堂の建築物監修・監理・施工・設計の実績は200件以上あります。

東田建設コンサルタント株式会社

本社：東京都千代田区神田駿河台1-14-10 (新宿通りビル内) 電話番号 03-5215-1011～1012 (内線)
03-5215-1467 (外線) 大阪市北区中崎町2-20-10 (代表) 旧西松シビルヨウマツシンド株
式会社内に在籍する東田建設コンサルタントの社員が在籍する形態で運営されています。
本社：東京都千代田区神田駿河台1-14-10 (新宿通りビル内) 電話番号 03-5215-1011～1012 (内線)
03-5215-1467 (外線) 大阪市北区中崎町2-20-10 (代表) 旧西松シビルヨウマツシンド株