

く形沈殿池効率におよぼす均一流体混合の影響

EFFECT OF FLUID MIXING ON THE REMOVAL EFFICIENCY IN A RECTANGULAR VESSEL

高松 武一郎*・内藤 正明**
By Takeichiro Takamatsu and Masaaki Naito

1. 緒 言

く形沈殿池の除去効率は、粒子の沈降性と、粒子を含む流体の流動、さらに加えて流入出条件、その他各種付帯設備の条件によって決まるものであるが、これら多くの因子のうち、浮游粒子の沈降速度と流れの流動条件が除去効率を決定する主因子であることはいうまでもない。まず浮游粒子の沈降過程に関して、これを詳細にみれば、凝集、干渉などのむずかしい問題があり、これら沈降現象そのものを検討したいくつかの研究がある^{1),2)}。しかし大容量の槽のオーバーオール効率を問題にする場合、簡単に定速沈降とみなして解析されており、ここでも対象とする粒子は非凝集性で、かつ濃度は干渉沈降をするほど高くないようなものを対象とする。したがって粒子は槽内で時間的につねに一定の速度で沈降するものとみなす。

沈降を大きく左右する重要な因子は媒体としての流体の運動である。これまで沈殿池内の流動はどのように取り扱われてきたかをみると、最も単純には全く乱れなどのない完全な押し出し流れの理想沈殿が考えられ、これが最大の効率を与える。逆に乱れの影響を完全混合という形で考慮したのが Fair³⁾の表示でこれが最小の効率を与える。このような両極端の混合状態に対して、その中間の一般的な混合状態を表わすために、Fair⁴⁾と Hazen⁵⁾はそれぞれ押し出し流れ、および完全混合をいくつか結合したセルモデルを考え、セルの数により混合の強さを表現しようとした。この点については後で検討するようにいくつかの問題があり、また実用性という点でも難点があることは容易に想像される。このような簡単なモデル表示に対し、もっと流動現象に即した取り扱いには乱れを混合係数として二次元の拡散流動方程式から解を導いた Dobbins⁶⁾や、さらにはその境界条件を工夫し、一般的に解いた合田⁷⁾の解析があり、これらが一応均一混合場での沈降に対しては、十分厳密な結果と考えられよう。

ところで一般に定常流れの場合は局所平均流速と乱れによって特徴づけられるが、上述の解析はいずれも後者の乱れのみを“homogeneous”とみなして取り扱ったもので密度流、吹送流などとしてしばしば観察される⁸⁾大

規模な“non-uniform local mean velocity”のことに考慮はなされていない。ただ沈降効率におよぼすその影響の大きさが定性的に指摘されるのみで⁹⁾それを実際に検討した例は¹⁰⁾少ない。その理由は短絡流、循環流、死水域などとしてみられる non-uniform な流速分布を定量的に把握することの困難さによっている。

そこで本研究はく形池内流れを大きく ① non-uniform local mean velocity と ② homogeneous turbulence に分けて取り扱うことを考え、模型槽による flow pattern の観察から前者を circulation model により、後者を diffusion model により簡単に表現することを試みた。そのうち前者（“均一混合の影響”）では homogeneous turbulence を理論的および実験的に検討し、従来の混合モデルの意味を解釈し、diffusion model に基づけば、これらすべてが統一かつ簡単に表示できることを示し、実験的に裏付けした。

後者では circulation model によってく形槽内に生ずる循環流の規模と様相が定量的に把握され、近似的な理論解析により、実験結果が無次元量でまとめられた。

これら flow model に基づけば複雑な流れの様相を示す沈殿池の除去効率表示を比較的簡単な形で導くことができ、これから計算した効率は模型槽における沈降実験の結果とよく一致することが認められた。

2. 均一混合場での沈降に関する検討

流れの場が均一混合 (homogeneous mixing) とみなせて、しかも平均流速が位置および時間に無関係に一定の場合、浮游粒子に関する物質収支の基礎方程式はつぎのように書けよう。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - u_x \frac{\partial C}{\partial x} + E_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - u_z \frac{\partial C}{\partial z} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 x, z : 流れ方向および鉛直下方

C : 浮游粒子濃度

u_x, u_z : 粒子の平均流速および沈降速度

E_x, E_z : 流れ方向および上下方向の粒子の混合係数

式(1)を適当な境界条件の下に解けば解が得られる。これは Fair³⁾, Goda⁷⁾ などにより解かれているが周知の複雑な式となる。そこでこの複雑さを避け実用的に

* 正会員 工博 京都大学工学部 衛生工学教室

** 正会員 京都大学工学部 衛生工学教室

も便利な簡単な解を得ようとするのが本研究の目的である。そのため式(1)を近似的に式(2)のような一次元拡散流動の方程式で表示することを考えた¹¹⁾。

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} = E_x \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} - u_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} - \phi(\bar{c}, E_z, u_z) \dots \dots (2)$$

ここに、 $\bar{c} = \frac{1}{H} \int_0^H C(x, y) dy$: 断面平均濃度、 H : 水深式(2)は管式反応器などの解析に用いられる拡散モデルと同じ形の式で、 ϕ はその反応など速度過程の source term を示す。沈殿池ではこの項は沈降による粒子の底面への到達割合を意味するものであるから、この場合 ϕ は

$$\phi \sim u_{zB} C_B \dots \dots (3)$$

と考えられよう。ただし \sim は比例することを示し、 u_{zB} , C_B はそれぞれ底面のごく近傍における粒子の見かけ沈降速度と濃度である。ところで u_{zB} と C_B の混合度との関係は一応つぎの式で表示することを提案した。これについての検討はすでに本論文集に発表した¹¹⁾ので詳細は略す。

$$u_{zB} = u_z (1 - \epsilon e^{-B_1/E_z}) \dots \dots (4)$$

$$C_B = C_1 (C/C_1)^r \dots \dots (5)$$

$$r = 1 - \epsilon e^{-B_2 E_z} \dots \dots (6)$$

ここに、 C_1 : 入口濃度、 $B_1, B_2 > 0, 1 > \epsilon > 0$ なる定数

式(2)を無次元化し、式(4)、(5)、(6)の関係を考慮すると、定常状態に対して基礎方程式は式(7)のようになる。

$$\frac{d^2 c}{d \eta^2} - P_e \frac{dc}{d \eta} - P_e \psi(E_z) \lambda c^r = 0 \dots \dots (7)$$

境界条件

$$\left. \begin{aligned} \eta=0 \text{ で } \frac{dc}{d\eta} &= P_e(1-c) \\ \eta=1 \text{ で } \frac{dc}{d\eta} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots (8)$$

ここに、

$$c = \frac{\bar{c}}{C_1}, \eta = \frac{x}{L}, \lambda = \frac{T}{t_0}, \psi(E_z) = 1 - \epsilon e^{-B_1/E_z}$$

$$P_e = \frac{u_x L}{E_x}, \text{ なる無次元量}$$

$$t_0 = \frac{H}{u_z} \text{ (沈殿時間)}, T = \frac{L}{u_x} \text{ (理論滞留時間)}$$

L : 池の長さ

式(7)は $r=0$ または 1 のとき以外は非線型となり解を得るのは困難である。しかし E_x か E_z がある極限の値については容易に解くことができ表-1に示すような式になる。

この表-1に示した解と従来の諸表示との関係をみると、理想沈殿は(G)に、Hazenの完全混合表示は(C)、Hazen, Fairのセルモデルはそれぞれ(D)および(B)に相当する混合領域を表示する式であることがわか

Table 1 Representations of residual ratio at various mixing conditions.

infinity	(A) $e^{-\lambda \psi(\infty)}$	(B) $\frac{P_e(\alpha - \beta) e^{P_e}}{\alpha^2 e^\alpha - \beta^2 e^\beta}$	(C) $\frac{1}{1 + \psi(\infty) \lambda}$
finite value	(D) $\frac{1 - r \sqrt{\psi(E_z) \lambda}}{(1-r) + 1}$	(E) Numerical analysis gives results	(F)
zero	(G) $1 - \lambda$	(H) $1 - \lambda$	(I) $1 - \lambda$
$E_z \backslash E_x$	zero	finite value	infinity

るところが、この表で明らかのようにそれらの表示式も混合係数からみると両混合係数の一方または両方がゼロか無限大の極限値である場合に限られており、最も一般的な領域である(E)に相当するものはない。もちろん(E)については本表示でも解析的にとくことはできないが、数値解析によって解を得ることは容易である。このことからあらゆる混合状態を表示するに一次元混合拡散式の有意なことが認められよう。

ところで、縦方向および横方向混合度の関係についてみると両者がまったく独立に変化するなら(A)~(I)の全混合状態がありうる。しかし普通は乱れの等方向性がほぼ成り立つと考えるのが妥当であろう。とすれば普通にみられる混合状態は $E_x = E_z$ すなわち右上り対角線上(G), (E), (C)の領域である。以上は局所的な乱れの強さについてみた場合であるが、一方系のディメンジョンとの関係を考慮した無次元混合度パラメーター P_e で両方向混合度を考えてみると一般のく形沈殿池では $L \gg H, u_x > u_z$ と考えられるので流れ方向ベクレ数 $u_x L/E_x$ にくらべて上下方向ベクレ数 $u_z H/E_z$ は相当に小さいはずである。このことは局所乱れが縦、横両方向にほぼ等しくても装置ディメンジョンおよび平均流れに対する乱れの相対的な大きさは上下方向にはるかに強い働きをもつことを意味する。したがって表-1でいえば対角線よりむしろその上方(D), (B)あたりの領域が実際上の問題となることが予想される。事実後の実験結果からもそのことが認められた。

3. 実験的検討

式(7)で与えた一次元拡散方程式が均一混合場での沈降除去過程の表示として妥当かどうかを調べ、もしその妥当性が認められるならば、推定によって与えた式(4)、(5)、(6)の係数を実測から決定する。そのためにはまず任意強度でしかもその強度が定量的に把握できるような均一混合の場を発生させ得ることが必要である。その方法にはこれまで F. Harlemann¹²⁾などによってよく用いられてきた振動金網によりかくはんを与えるやり方が便利と考えられるので、ここでもその方法を採用した。Harlemann がエネルギー消費から得た金網振

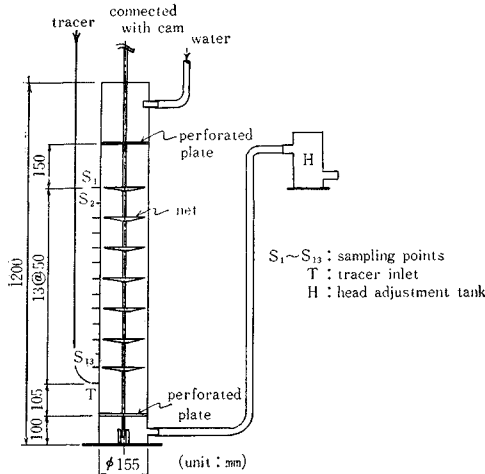
動数 w , 振幅 a と流体の混合度 E との関係 $E = \text{const.} \cdot a^2 w$ は次元解析からも容易に認められる。そこで予備実験として、ここで用いた装置についてこの関係を確かめるとともに、その比例定数がトレーサーと粒子ではどの程度差異があるものか、すなわち流体の乱れに対する粒子の追従性はどの程度であるかを巨視的な立場で調べて、この結果をもとにく形沈殿池模型槽での「混合度と除去効率の関係」を実測した。

(1) 混合強度およびトレーサーと浮游粒子の混合係数の関係

実験装置および方法

装置は概略を 図-1 に示すような Simple harmonic motion をする振動金網を具えた縦型円筒で、トレーサーには食塩水(約 $10^{-2} N$) を用い白金電導度セルにより濃度を検出する。浮游物質としては炭酸カルシウム(図-2 にその沈降速度分率を示す)を使用し、その濃度測定は EDTA 滴定法によった。

Fig. 1 Appratus for Settling Analysis in Turbulence



トレーサー混合係数は流体を上方から下方へ一定流下させ、下方の一点(T)からトレーサーを注入して定常に達したときの濃度分布から決定した。一方炭酸カルシウム粒子については流体は流さず、粒子の平均沈降速度をもってトレーサーの場合の流下速度に相当するとみなし、同様の方法で混合係数を測定する。

実験データおよび結果

攪拌強さ $a^2 w (\text{cm}^2/\text{sec})$ に対する混合係数 $E (\text{cm}^2/\text{sec})$ の測定値を 図-3 に示す。トレーサーについてのデータは金網攪拌強度と混合係数の関係がほぼ直線的であることを示しているため、トレーサーの混合係数はすでに知られているとおり $a^2 w$ に比例することが確かめられた。したがって a と w を適当に選ばば望みの強さの均一混合場を作り出せることが知れる。つぎに粒子につい

Fig. 2 Distribution of Settling Velocity

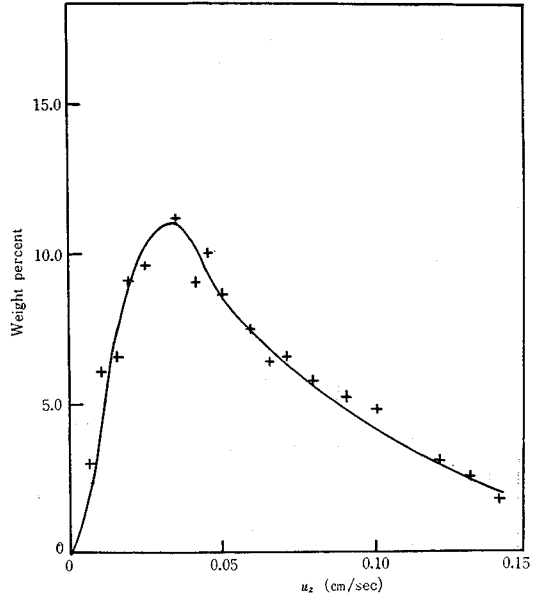
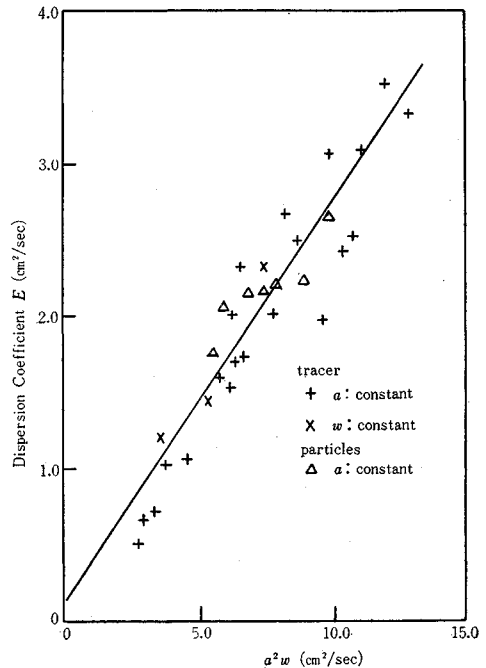


Fig. 3 Relation of Dispersion Coefficient of Tracer and of Particles vs. Intensity of Mixing $a^2 w$.



て測定した混合係数とトレーサーのそれとの間にはデータからもわかるように有意の差は認められない。このことはここで用いた炭酸カルシウム粒子の流体乱れに対する追従性が良好なことを意味し、以後その混合係数はトレーサーの係数と同じとして取り扱う。この両者の差異については後で簡単に触れる。ここでの結果はつぎの

関係に要約される。

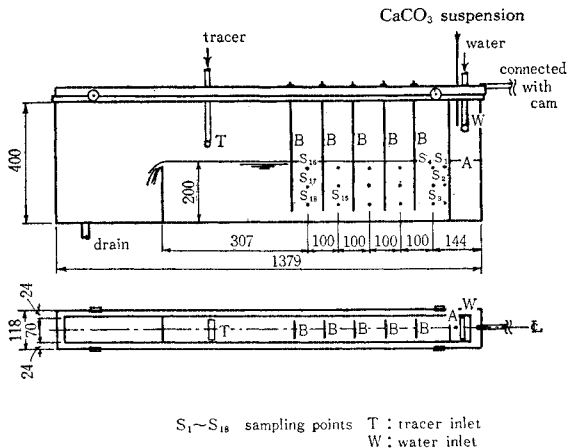
$$E(\text{トレーサー}) = E(\text{粒子}) \sim a^2 w$$

(2) 混合度と除去効率の関係

実験装置および方法

予備実験(1)でトレーサーと粒子の混合係数の関係を知ったのでく形の沈殿池における沈殿除去率と、その流れに生じている均一乱れの強さとの関係を実測するため図-4に示すく形模型槽を用いて沈降実験を行なった。この槽も(1)と同様 Simple harmonic motion をする金網をとりつけ均一乱れを発生させる。

Fig. 4 Model Vessel (unit : mm)



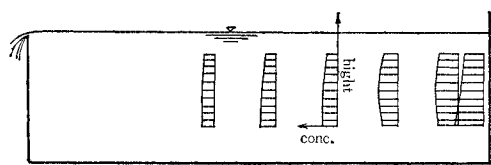
S₁~S₁₈ sampling points T : tracer inlet
W : water inlet

槽への水の流入点Aに一定濃度の炭酸カルシウム粒子を注入し、これが流下していくにつれてどのように沈降除去されていくかを均一混合場の中で測定した。サンプル口は図のように S₁ から S₁₈ まで 18 点あり、上下方向および流れ方向の粒子濃度分布を知ることができる。用いた炭酸カルシウム粒子およびその濃度測定は(1)と同様である。

実験データおよび結果

上下方向の濃度分布については、その一例を図-5に示す。これからもわかるように流れ方向のどの位置でも上下ほぼ均一な分布をしており、このことから上下の濃度差を意味するパラメーター α は 1 とみなす。これは混合係数で表わされる局所乱れが等方性であっても、ペクレ数で評価すると流れ方向にくらべて上下方向がはるかに小さく (i.e. 混合度が大きく) したがって、濃度均一化の働きも大きいことによって、先述の推論とも一

Fig. 5 Vertical Distribution of CaCO₃ Concentration (E=1.75 cm²/sec)



致する。

$r=1$ とすると式(7)の基礎方程式は線型となり、解析は容易である。

$$\frac{d^2c}{d\eta^2} - P_e \frac{dc}{d\eta} - P_e \lambda \psi(E_z) C = 0 \dots\dots\dots(9)$$

これを式(8)の境界条件の下に解くと出口濃度 C_{II} の入口濃度 C_I に対する比、残留率は

$$\frac{C_{II}}{C_I} = \frac{P_e(\alpha - \beta) e^{\alpha + \beta}}{\alpha^2 e^{\alpha} - \beta^2 e^{\beta}} \dots\dots\dots(10)$$

となる。

ここに

$$\alpha, \beta = \frac{P_e}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{4 \lambda \psi(E_z)}{P_e}} \right) \dots\dots\dots(11)$$

つぎに、このく形槽についてかくはん強度 $a^2 w$ とトレーサー混合度との関係を測定した(図-6)。この関係が直線的であることは(1)の実験で認められているので、ここでは若干のデータでその比例係数(槽や金網などこの装置固有の特性によって定まる値)のみを測定し $k=0.59$ を得た。さらに(1)の予備実験でトレーサーと粒子の混合係数が等しいとみなしうることがわかっており、また等方性の仮定を用いると $ka^2 w$ の値をもって粒子の両方向混合係数は $E_x = E_z = ka^2 w$ と容易に決定される。

以上の準備の下に目的とする『混合度と除去効率の関係』を実測した。すなわち a と w を種々に変えているの強さのかくはん条件の下で入口と出口濃度を測定し $(1 - C_{II}/C_I)$ を求めた。この結果をプロットすると図-7 のようになる。これらの各データを式(10)、(11)

Fig. 6 Relation of $a^2 w$ vs. Dispersion Coefficient in the Rectangular Model Vessel

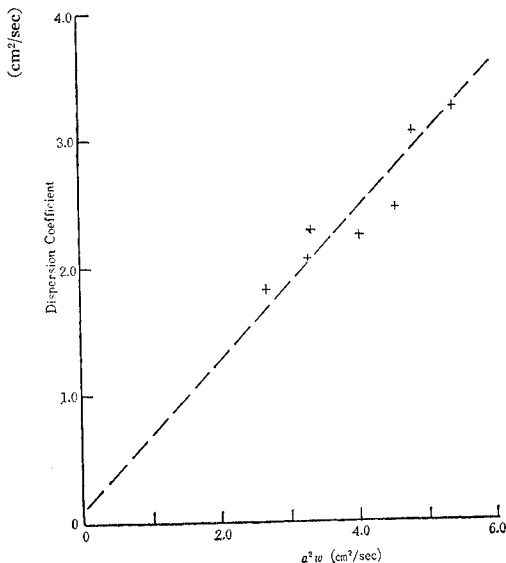


Fig. 7 Relation of P_r vs. Removal Efficiency

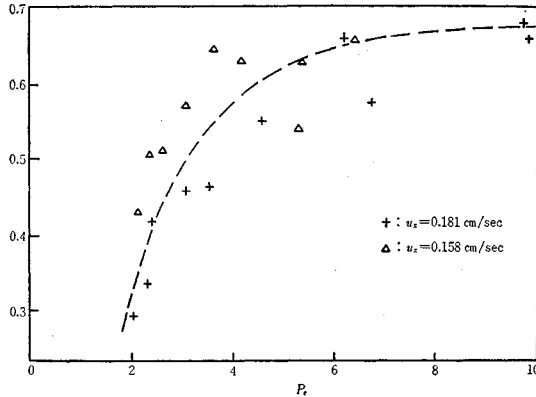
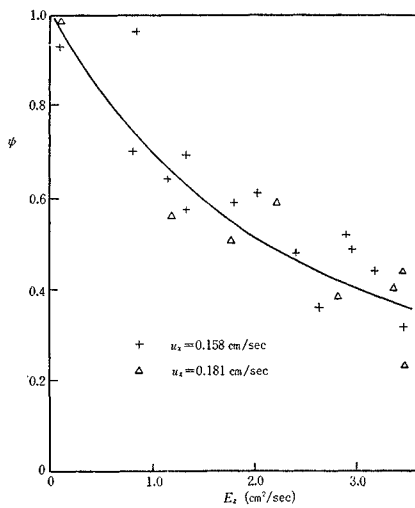


Fig. 8 Relation of E_z vs. ψ



に代入して試行計算で ψ を算出し、これを $E (=E_x = E_z)$ に対してプロットすると 図-8 のようになる。これから E と ψ の関係は一つの曲線上によくのっていることが認められ、しかもその関係は式 (4) で仮定した指数関数で近似できる形であることがわかる。このことから式 (9) に与えたような一次元拡散流動方程式が均一混合場での粒子沈降に対する簡単かつ合理的な表示であることが認められよう。

図-7 のデータから式 (4) の係数 ϵ と B_1 を求めると、

$$B_1 = 1.20 \text{ (cm}^2\text{/sec)}, \epsilon = 0.81 \text{ (-)}$$

したがって式 (4) は

$$\psi = 1 - 0.81 e^{-1.20/E} \dots \dots \dots (4)$$

となる。

4. 結 論

均一な乱れ混合の場とみられるようなく形沈殿池内の浮遊物質に関する基礎式は一部 modify した一次元拡散

流動方程式 (9) で簡単に表示され、これから沈殿池残留率が式 (10) のように導ける。実際の沈殿池に対しては、静水中の浮遊物質の平均沈降速度と平均滞留時間から λ を計算し、一方よく知られたいろいろなトレーサー法により混合係数 E を実測して式 (4)' から ψ を決定すれば、その池の除去効率が式 (10) からただちに計算できる。このように従来の諸式にくらべて実用的にも十分役に立ち、しかも合理的な表示ではないかと思う。

さらにまた一次元に単純化した線型微分方程式は動特性を知るための非定常モデルとしても式 (2) の形で十分適用しうる。

最後に本研究の問題点をあげて若干の検討を加える。

① 混合の強さについては、本実験の範囲では混合ペクレ数が 10 以下であるが、実際の沈殿池では、これより相当に大きいものと想像される。ところがそのように乱れの小さい場合には、必然的に密度流など種々の異常流が生じはじめ、均一流速の流れとして取り扱うこと自体に問題がある。このような場合はむしろ異常流としての別個の解析が必要となろう。

② 流体乱れに対する粒子の追従性についてのくわしい検討は見られぬようであるが、直感的には粒子とトレーサーの混合係数の間には

$$E \text{ (粒子)} = \alpha E \text{ (トレーサー)}$$

の関係であろうと推定される。ここに α は粒子の性質、乱れの特長など多くの因子により定まる $0 \leq \alpha \leq 1$ の範囲の係数と考えられ、本実験では $\alpha = 1$ とおいた。もし上式の仮定が近似的にでも認められるなら、一般にどんな粘子についてもトレーサー法によって得た値から、ただ E を α 倍するだけで、これまでの関係をそのまま用いてよいことになる。

本研究を進めるに当り有益なご意見をいただいた京都大学衛生工学科合田教授に感謝し、あわせて木村鉛鉄の宮本佳紀氏の実験に対する全面的な協力を感謝します。

引用文献

- 1) Work, L.T. and Kahler, S.A. : IEC, Vol. No. 32, pp. 1329 (1940)
- 2) Comings, E.W. : IEC, Vol. 32, No. 5 (1940)
- 3) Fair, G.M. and Geyer, J.C. : Water supply and waste water disposal, John Willey and Son, N.Y. (1945)
- 4) ibid.
- 5) Hazen, A. : Trans. ASCE, Vol. 53, pp. 53 (1904)
- 6) Dobbins, E. : Trans. ASCE, Vol. 109 (1944)
- 7) Goda, T. : Memoirs of the Faculty of Eng., Kyoto Univ. No. 4 (1953)
- 8) Wills, R.F. and Davis, C. : Int. Conf. on Water Pollution Research, section 2, paper No. 19.
- 9) Yoshioka, N. : 博士論文
- 10) Nakagawa, Y. : 水道協会雑誌第 333 号 (1959)
- 11) Takamatsu, T. and Naito, M. : 土木学会論文集第 121 号 (昭.40.9)
- 12) Harlemann, F. 外 : MIT technical report No. 31, Feb. (1959) (1966.8.11・受付)