

直格子斜桁橋の固有振動数に関する研究

FREE VIBRATION IN SKEW GIRDER BRIDGES
WITH RIGHT GRILLAGE SYSTEM

成岡昌夫*・大村裕**
中川建治***・山口富夫****
By Masao Naruoka, Hiroshi Ohmura,
Kenji Nakagawa and Tomio Yamaguchi

要 旨 直格子斜桁橋の固有振動数を格子桁理論と直交異方性平行四辺形板理論とを用いて求め、実橋およびアクリライト模型橋について、計算値を実測値と比較したものである。

ま え が き

著者の一人は、文献1)の研究、および、その後の研究によって、直桁橋の固有振動数については、「その平面形が細長く、桁橋をむしろ桁とみなしてさしつかえないような場合に対しては、桁の固有振動数の公式をそのまま用いてもよい。平面形が正方形か、もしくは、これに近いような場合には、おのおのの桁が同一モードで振動する場合、すなわち、桁橋の固有振動数が桁の固有振動数と一致する場合もありえようが、幅員の広い桁橋では、桁の固有振動数と全く異なる固有振動数をもつ振動が現われることがある。この場合に対しては、直交異方性長方形板理論を用いて、容易に解決できる。」との結論を得た。

すなわち、桁は曲げ剛性 EI のみによって論じてよいが、桁橋については、曲げ剛性 B_x, B_y 、および、aspect ratio (b/a) より求められる stiffness ratio $\theta = (b/2a) \cdot (B_x/B_y)^{1/4}$ 、および、torsional parameter $\kappa = H/(B_x \cdot B_y)^{1/2}$ より論じなければならないことは、桁の荷重分配理論ですでに常識となっている。幅員の広い桁橋において、各桁が同一のモードで振動しない場合の桁橋としての固有振動数についても、全く同一の見地から考えなければならない。

しかるに、直格子斜桁橋においては、上記の κ, θ の2つの項のほかに、斜角の影響が入ってくるはずである。この研究においては、直格子斜桁橋2つ {一つ

は aspect ratio が小さく(細長い)、一つは大きい(幅員が広い)}、および、直格子斜桁橋のアクリライト模型(上記の幅員の広い斜桁橋の模型)(比較のために直桁橋の模型もつくった)の固有振動数を実測し、これらを、格子桁理論、および、直交異方性平行四辺形板理論による計算値と比較し、斜角を無視して桁および直桁橋とみなした計算値といかに異なるかを調べたものである。

この数値計算においては、NEAC 2203(名古屋大学)、および、IBM 7044(三菱重工業(株))を用いた。

第1編 純信橋の固有振動数に
ついでの研究

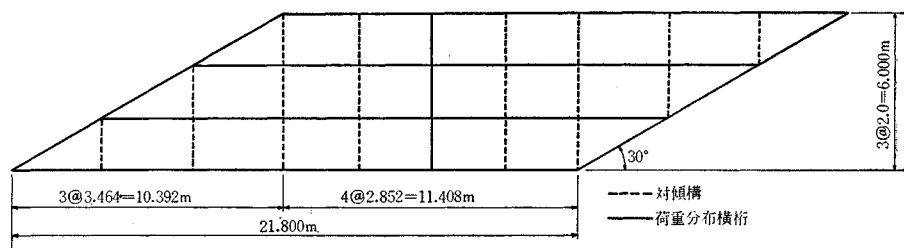
1. 本橋の概要および実測値

本橋は、 $l=21.8$ m, $b=7.5$ m, 2等橋の合成、直格子斜桁橋で、直交異方性平行四辺形板理論を用いて設計された。設計の詳細、および、静的載荷試験の結果については、文献2), 3) に述べられている。本橋の骨組図を図-1に示す。自動車荷重走行時における外桁、および、内桁の $l/4$ ごとの断面のひずみのオッシログラムから固有振動数を求めると、10回の走行の平均値として、つぎのような値が得られている。

表-1 純信橋の固有振動数 (cycle/sec)

断 面	$l/4$	$2l/4$	$3l/4$
外 桁	8.55	8.55	8.55
内 側	8.27	8.62	8.62

図-1 純信橋の骨組図



* 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学教室
** 正会員 工博 広島大学教授 工学部土木工学教室
*** 正会員 工修 山口大学助教授 工学部土木工学教室
**** 工博 三菱重工業(株)技術本部神戸研究所構造研究課長

これらの平均をとって、純信橋の固有振動数の実測値として、 $f=8.5$ cycle/sec を得る。測定時の不注意から、この固有振動数がいかなるモードに対応するものか、明らかでない。

本橋の単位面積あたりの重量 (kg/m²) は、鋼重：116、高欄：11、床板：400、舗装：71、地覆：25、ハンチ：5、合計 628 kg/m² である。

2. 固有振動数の計算ならびに検討 (その 1)

(1) 桁理論による検討

主桁の断面 2 次モーメントは、外桁で 1 763.500 cm⁴、中桁で 1 605.200 cm⁴ で、平均 1 684.400 cm⁴ である。したがって、単純桁の固有振動数の公式において

$$f = \frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{EIg}{A\tau}}$$

において、 $EI=2.1 \times 10^6 \cdot 1.684 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$ 、 $g=9.8 \times 10^2 \text{ cm/sec}^2$ 、 $l=2180 \text{ cm}$ 、 $A\tau=628 \times 2=1256 \text{ kg/m}=12.56 \text{ kg/cm}$ を代入すると、

$$f=5.5 \text{ cycle/sec}$$

となる。

(2) 直交異方性長方形板理論による検討

一方、斜角を無視し、直格子直桁橋として、直交異方性長方形板理論を用いて解くことにしよう。 $B_x=8026 E_s$ (中桁から計算する)、 $B_y=166 E_s$ 、 $2b=600$ 、 $l=2180$ の直交異方性長方形板が $EI_R=1763500 E_s$ の縁桁によって弾性ばり支持されるものとする。この場合、計算に必要な数値は、つぎのようである。以下すべて、 $n=1$ の場合を考える。

$$\alpha=0.3801, \phi=0.4571, \rho=64 \times 10^{-6}$$

$$(\rho p^2/B_x)(l/\pi)^4=0.8813 p^2 \times 10^{-3}$$

a) 橋軸に対称な振動の場合 torsional parameter

$\kappa=0$ と仮定すれば、文献 1) による試算の結果、振動数方程式 $\Delta=0$ の根は、

$$p=45, \Delta=-1.52; p=40, \Delta=-0.31; p=35, \Delta=0.53; p=30, \Delta=0.86$$

から、 $p=38.5$ 、 $f=p/2\pi=6.1 \text{ cycle/sec}$ となる。

つぎに、 $\kappa=1$ と仮定すれば、 $\Delta=0$ の根は、

$$p=50, \Delta=-1.55; p=45, \Delta=-0.56; p=40, \Delta=0.20; p=35, \Delta=0.61$$

から、 $p=41.5$ 、 $f=p/2\pi=6.6 \text{ cycle/sec}$ となる。

もし、荷重分布係数についての Guyon-Massonnet 式と同じ形の式が、固有振動数についても成立するものと仮定すれば、純信橋の場合は、 $\kappa=0.26^{1)}$ であるから、

$$f_\kappa=f_0+(f_1-f_0)\sqrt{\kappa}=6.1+(6.6-6.1)\sqrt{0.26}=6.4 \text{ cycle/sec}$$

となる。

b) 橋軸に逆対称な振動の場合 この場合の振動数

方程式は文献 1) に記載してないので、ここに示そう。文献 1) と全く同じ符号を用いて、

$$\kappa=0 \text{ の場合: } (\rho p^2/B_x) \cdot (l/n\pi)^4 - 1 > 0 \text{ ならば } 2\phi \cdot \tanh rb \cdot \tan rb - r^2(\tan rb - \tanh rb) = 0$$

$$\kappa=1 \text{ の場合: } \{(\rho p^2/B_x) \cdot (l/n\pi)^4\}^{1/2} - 1 > 0 \text{ ならば } \phi(r^2+r'^2) \cdot \tanh rb \cdot \tan r'b - r^2r'^2(r \tan r'b$$

$$-r' \tanh \cdot rb) = 0$$

この場合の計算結果は、つぎのようである。

$\kappa=0$ の場合： $p=40$ 、 $\Delta=0.38$ ； $p=45$ 、 $\Delta=0.15$ ； $p=50$ 、 $\Delta=-0.44$ ； $p=55$ 、 $\Delta=-1.14$ から、 $\Delta(p=47)=0$ となる。したがって、 $f=p/2\pi=7.5 \text{ cycle/sec}$

$\kappa=1$ の場合： $p=40$ 、 $\Delta=0.26$ ； $p=45$ 、 $\Delta=0.20$ ； $p=50$ 、 $\Delta=-0.10$ ； $p=55$ 、 $\Delta=-0.42$ から、 $\Delta(p=49)=0$ となる。したがって、 $f=p/2\pi=7.8 \text{ cycle/sec}$ を得る。

橋軸に対称な振動の場合と同様に、 $\kappa=0.26$ の場合を求めると、

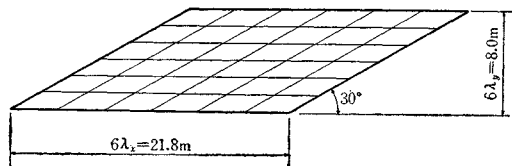
$$f_\kappa=f_0+(f_1-f_0)\sqrt{\kappa}=7.5+(7.8-7.5)\sqrt{0.26}=7.7 \text{ cycle/sec}$$

(3) 直交異方性平行四辺形板理論による検討

そもそも、本橋は直交異方性平行四辺形板理論を用いて解析・設計されているので、固有振動数の計算にあたって、この理論を用いることとする。直格子斜桁橋を直交異方性平行四辺形板とみなし、skew network でおおう。格子点において、その点の性質に応じて、文献 4) の 9 種類の階差方程式をたてる。分布荷重載荷の場合には、階差方程式の右辺は、縁辺上の格子点に対しては $q_i \lambda_y^4/2 B_y$ 、その他の内点に対しては、 $q_i \lambda_y^4/B_y$ である。自由振動の場合には、 q_i のかわりに、 $\rho p^2 w_i$ とすればよるしい。ここに、 ρ は (単位面積あたりの重量)/(重力加速度)、すなわち、単位面積あたりの質量、 p は円振動数である。

さて、純信橋の設計にあたっては、直交異方性平行四辺形板が外桁で弾性ばり支持されているものとし、 $21.8 \times 6.0 \text{ m}$ の平行四辺形板を 8×6 の skew network でおおったが、固有振動数の計算においては、中型計算機 NEAC 2203 による固有値計算の困難さを考えて、 6×6 の skew network を組むことにした。この場合の平行四辺形板は、計算を容易にするために、Guyon-Massonnet 流に、縁辺自由とし、したがって、 $21.8 \times 8.0 \text{ m}$ の平行四辺形板を考えた。この場合の skew network を 図-2 に示す。図-2 における縁辺 (自由辺) 上の格子点に対する階差方程式の右辺は $\rho p^2 \lambda_y^4 \cdot w_i/2 B_y$ 、その他の内点については、 $\rho p^2 \lambda_y^4 \cdot w_i/B_y$ である。

図-2 固有値計算の対象とした skew network



純信橋の固有振動数の計算にあたっては、計算の便宜上、外・中桁の断面 2 次モーメントの平均値、 $1684400 E_s \text{ cm}^4$ をもって、 $B_x=8422 E_s$ とし、 $\alpha=\sqrt{B_y/B_x}=0.14039$ とする。平行四辺形板としては、 21.8×8.0

のものを考え、 6×6 の skew network を組んだので、 $K = \lambda_y / \lambda_x = 8.0 / 21.8 = 0.36697$ となる。したがって、計算に必要な数値は、文献 4) にしたがって、 $A = K^2 / \alpha = 0.95923$ 、 $B = K \cdot \tan \varphi (\varphi = 60^\circ) = 0.63562$ である。縁辺を自由辺としたので、 $J = 0$ である。載荷計算の研究に用いた $\kappa = 0.26$ を用いて、計算を、中心に関して対称な 1 次振動、中心に関して逆対称な 1 次振動に限って求めることとしよう。前者では 18 元の matrix equation の、後者では 17 元の matrix equation の第 1 次固有値を求めることに帰する。NEAC 2203 による計算結果は、1 次振動に対して、つぎのとおりである。

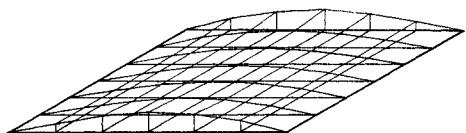
$$k = \rho p^2 \lambda_y^4 / B_y = 0.08849 \quad \text{対称 1 次振動に対して} \\ = 0.15033 \quad \text{逆対称 1 次振動に対して}$$

さて、 $\rho = (628/10^4) / 9.8 \times 10^2$ 、 $\lambda_y = 800/6$ 、 $B_y = 166 \times 2.1 \times 10^6$ とすれば、対称 1 次振動に対して、 $f = 6.4$ cycle/sec、また、逆対称 1 次振動に対して、 $f = 8.1$ cycle/sec となる。

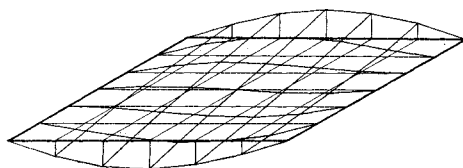
この場合のモードを示せば、図-3 のようである。

図-3 振動モード (板理論による) ($\kappa = 0.26$)

(a) 中心に関して対称な 1 次振動



(b) 中心に関して逆対称な 1 次振動



(4) 格子桁理論による検討

純信橋はそもそも直格子桁構造である。上において、これを板構造に変換して解いたものである。これを格子桁構造そのものとして、解くことにした。用いたプログラムは三菱重工業(株)の藤野勉博士の開発した“分布質量平面構造系の面外固有振動計算法”であり、使用した計算機は IBM 7044 である。格子桁構造の格点が比較的小さいので、格点間の中央にさらに一つの点をとって精度をあげることにした。用いた数値は、断面 2 次

モーメントが、外桁、内桁に対しては前述のとおり、横桁に対して $86\,600 \text{ cm}^4$ 、対傾構に対して $33\,400 \text{ cm}^4$ 、 $w = 628 \text{ kg/m}^2$ である。

この場合の計算結果を、表-2 に示す。

表-2 格子桁理論による純信橋の固有振動数 (cycle/sec)

Mode	固有振動数	備 考
1	6.5592	中心に関して対称 1 次
2	9.1339	逆対称 1 次
3	17.4439	対称 2 次
4	24.4993	逆対称 2 次
5	31.1781	対称 3 次
6	31.5562	逆対称 3 次

この場合の振動モードを示せば 図-4 のようである。

(5) 総括、検討

以上、各種の方法によって、純信橋の 1 次固有振動数 (cycle/sec) を求めたが、これをまとめると、つぎのようである。

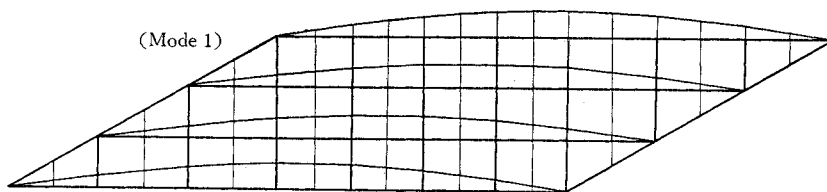
- 桁理論 : 5.5
- 直交異方性長方形板理論 : 斜角を無視する。
橋軸に対称振動 6.1 ($\kappa = 0$)、6.4 ($\kappa = 0.26$)、
6.6 ($\kappa = 1$)
橋軸に逆対称振動 7.5 ($\kappa = 0$)、7.7 ($\kappa = 0.26$)
7.8 ($\kappa = 1$)
- 直交異方性平行四辺形板理論 : 斜角を考慮する。
中心に関して対称振動 6.4 ($\kappa = 0.26$)
中心に関して逆対称振動 8.1 ($\kappa = 0.26$)
- 格子桁理論 :
中心に関して振動対称 6.5 ($\kappa = 0$ にあたる)
中心に関して逆対称振動 9.1 ($\kappa = 0$ にあたる)

斜角を無視した直角異方性長方形板理論は参考のため

図-4 振動モード (格子桁理論による)

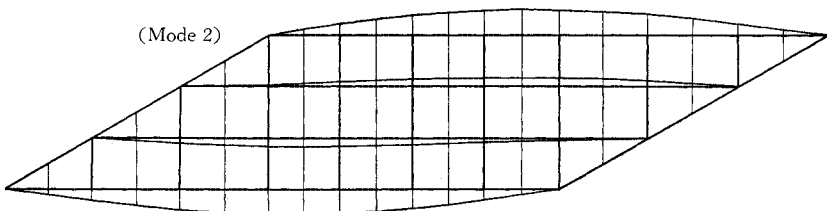
(a) 中心に関して対称な 1 次振動

(Mode 1)



(b) 中心に関して逆対称な 1 次振動

(Mode 2)



めに計算したものであるから、これを除外して、自動車荷重走行によって得られた $f=8.5$ を、a), c), d) の値と比較してみよう。 $f=8.5$ がいかなるモードに対応するものか不明のまま残してきたが、中心に関して逆対称の1次振動に対応するものであると推察される。実測値の $f=8.5$ を桁理論によって論じていけないことはよくわかる。斜角を考慮して、c)あるいはd)のような、実際に忠実な計算法をとれば、およそ、実測値が説明できるものと思う。

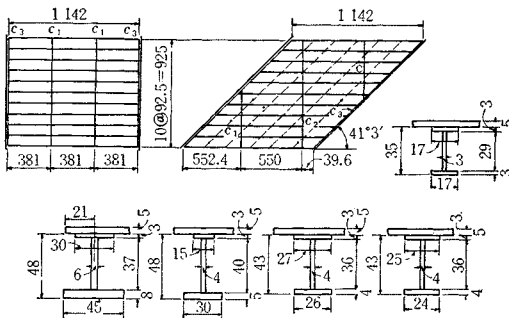
なお、純桁橋の固有振動数を求めるにあたっては、自動車荷重走行によった。もし、中央点付近を Oscillator で加振したならば、中心に関して対称な1次振動が出たはずである。実験の失敗である。

第2編 新歌島橋模型の固有振動数についての研究

1. 概 説

新歌島橋については第3編に述べるが、本橋の設計にあたって、図-5のようなアクリライト模型がつくられ、載荷実験が行なわれた。この模型(直桁橋、斜桁橋)を用いて、固有振動数の測定が行なわれた。この結果を利用して、直交異方性平行四辺形板理論による計算値を実測値と比較して、計算法の有効性を検討したいと思う。

図-5 新歌島橋の模型



模型の詳細は文献(5)に述べられているが、改めて示すと、つぎのとおりである。

本橋の模型桁橋の諸元はつぎのようである。

外桁: $E=2.9 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$, $r=1380 \text{ kg/m}^3$, $A=10.0825 \text{ cm}^2$, $l=114.2 \text{ cm}$, $I=43.48 \text{ cm}^4$

内桁: $E=2.9 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$, $r=1380 \text{ kg/m}^3$, $A=8.175 \text{ cm}^2$, $l=114.2 \text{ cm}$, $I=31.16 \text{ cm}^4$

この直(斜)桁橋の固有振動数を桁理論によって計算すれば、外桁に対して $f=35.9 \text{ cycle/sec}$ 、中桁に対して、 $f=33.7 \text{ cycle/sec}$ となる。

図-6 Block Diagram

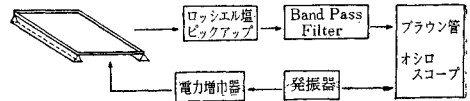


図-7

(a) 直桁橋模型の実測値と計算値の比較 (b) 斜桁橋模型の実測値と計算値との比較

Mode	直桁橋模型		斜桁橋模型		
	計算値	実測値	計算値	実測値	実測値
1			単純支持	単純支持	ボルト締めつけ
2					
3					
4					
5					
6					

実験にあたっては、直桁橋、および、斜桁橋の模型の桁の両端を knife edge で単純支持としてささえた。固有振動数測定のための Block Diagram は、図-6 のとおりである。治具上に設置された模型をロッシェル塩ピックアップで摺動捜査し、この振動をブラウン管オシロスコープの Y 軸に入れ、一方、加振周波数を同じく X 軸に入れ、リサーチ図形を描かせることにより、固有振動数、および、振動モードを求めた。

また、この模型は製作上の誤差が大きく(これは不可避である)、また、支持方法も困難であるため、振動の際の支持部におけるガタは不可避である。これによるリサーチ図形のくずれを逃げるため、Band Pass Filter を用いた。

斜桁橋については、ガタを除去するために、支持端にそって、ボルト12本で締めつけた状態でも実験を行なった。

実験結果を図-7(a), (b) に示す。s は単純支持、f は自由、b はボルト締付けを示す。

2. 実測値と計算値との比較

以上のようにして得た実測値を計算値と比較しよう。計算値としては、主として、直交異方性板理論によるものを求め、直桁橋に対しては、長方形板理論を、斜桁橋

に対しては平行四辺形板理論を用いた。なお、あわせて格子桁理論を用いた。

(1) 直交異方性板理論による検討

a) 長方形板理論

直桁橋の場合 $B_x=31.16 E/9.25=3.369 E$, $B_y=0.339 E$ (これらは文献 5) による) の, $l=114.2 \text{ cm}$ の直交異方性板が, $2b=92.5 \text{ cm}$ の両縁で, $EJ_R=43.48 E$ の弾性ばりに支持されているものとして計算を進める。この場合, 計算に必要な数値は, つぎのようである。以下すべて, $n=1$ の場合のみを考える。

$$\alpha=0.04884, \phi=0.4044, \rho=1.4469 \times 10^{-6},$$

$$(\rho p^2/B_x)(l/\pi)^4=0.252 p^2 \times 10^{-4}$$

$\kappa=0$ と $\kappa=1$ の 2 つの場合に対して固有振動数 $f(\text{cycle/sec})$ を計算すると, つぎのようになる。

	対称 1 次	逆対称 1 次	対称 2 次
$\kappa=0$	34.0	39.4	55.7
$\kappa=1$	38.9	43.5	65.0

これより, $\kappa=0.5$ の場合を $f_\kappa=f_0+(f_1-f_0)\sqrt{\kappa}$ によって推察すると,

$$\text{対称 1 次に対して } f=37.5$$

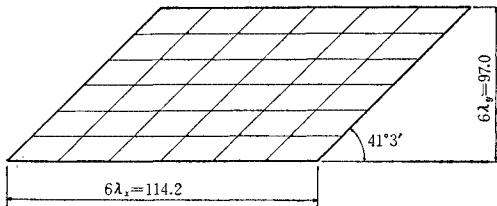
$$\text{逆対称 1 次に対して } f=42.3$$

$$\text{対称 2 次に対して } f=62.2$$

となる。実験値は, 40, 49, 64 となっているから, 比較的良好に一致しているといえよう。

b) 直交異方性平行四辺形板理論 この斜桁橋の模型を直交異方性平行四辺形板とみなす。直桁橋の場合には, 直交異方性長方形板が弾性ばり支持されると考えたが, 斜桁橋の場合には, さきの純信橋の場合と同様に縁辺自由とみなす。用いた skew network を 図-8 に示す。

図-8 固有値計算の対象とした skew network



$\Sigma I=31.16 \times 9+43.48 \times 2=367.44$ であるから, $B_x=367.44 E/97=3.7880 E$ とする。 $B_y=0.339 E$ はもとのままである。したがって, $\alpha=\sqrt{B_y/B_x}=0.29915$ となる。skew network で板をおおい, 縦横 6 等分するものとする, $K=97.0/114.2=0.84939$ となる。したがって, 固有値計算に必要な数値は, つぎのようである。

$$A=K^2/\alpha=2.41171$$

$$B=K \cdot \tan \varphi=0.97539 (\varphi=48^\circ 57')$$

$$\kappa=0, 0.5, 1.0 \text{ (仮定)}$$

NEAC-2203 による固有値 $\rho p^2 \lambda_y^4/B_y$ の計算値は, つぎのようである。

κ	0	0.5	1.0
中心に関し対称 1 次	0.43300	0.61343	0.77927
中心に関し逆対称 1 次	0.53814	0.84289	1.08867
中心に関し対称 2 次	1.10975	1.71717	2.20991
中心に関し逆対称 2 次	2.67296	3.67637	4.60563

さて, $\rho=1.4469 \times 10^{-6}$, $\lambda_y=97/6$, $B_y=0.339 \cdot 2.9 \times 10^4$ とすれば, $f=p/2\pi$ (cycle/sec) の値はつぎのようである。

κ	0	0.5	1.0
中心に関し対称 1 次	33.0	39.4	42.5
中心に関し逆対称 1 次	36.8	46.2	52.4
中心に関し対称 2 次	53.0	65.8	74.6
中心に関し逆対称 2 次	82.2	96.3	108

この場合の 1, 2 次振動のモードのみを, 図-9, 10 に示す。

図-9 斜桁橋の振動モード (板理論による) ($\kappa=0.5$)
模型 1 次

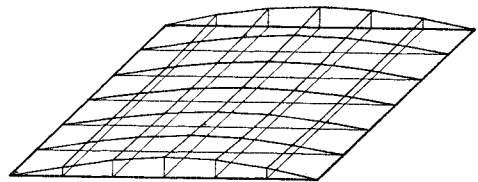
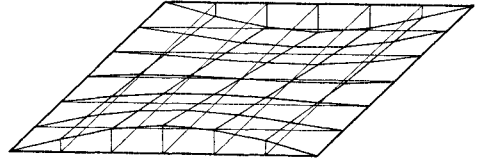


図-10 斜桁橋の 2 次振動のモード (板理論による) ($\kappa=0.5$)
模型 2 次

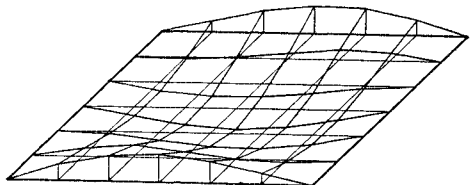
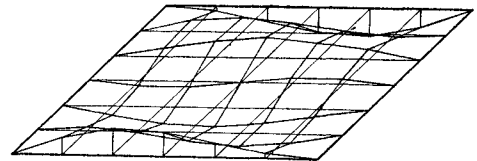
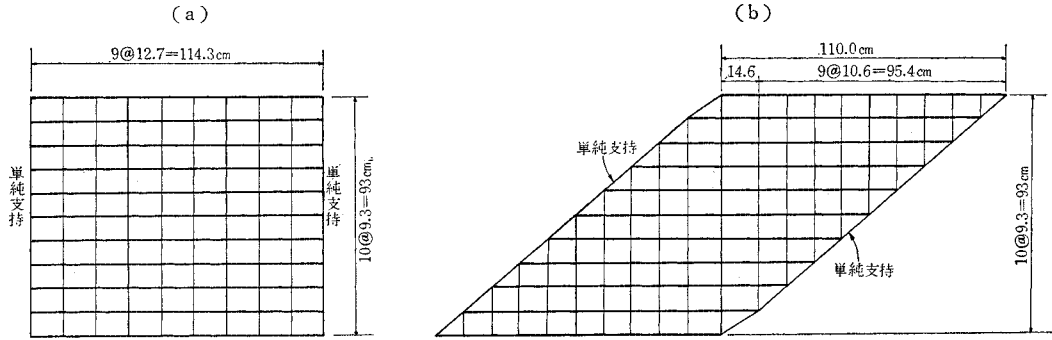


図-11



(2) 格子桁理論

以上は直格子斜桁橋を直交異方性板理論によって解いたが、格子桁構造そのものとして、純信橋の場合と同様に、さきに示したプログラムによって、IBM 7044によって解いた。その結果を、図-7に示す。()を付けたのは、ねじり剛性を無視した場合の値を示す。

この場合の計算においては、直格子斜桁橋をそのまま取り扱おうと非常に繁雑になるので、図-11のように、計算しやすい形状におきかえて、計算を進めた。計算に用いた数値は省略する。くわしくは、文献6)を参照されたい。

(3) 総括

以上述べたところをまとめると、つぎの表-3、4のようになる。

表-3 直桁橋模型の固有振動数の実験値と計算値との比較 (単位: cycle/sec)

モード	1	2	3	4	5	6	
橋軸中心線に関して	対称 (1次)	逆対称 (1次)	対称 (2次)				
実験値	40	49	64	130	158		
計算値	格子桁理論	(33.7) 33.8	(35.3) 58.6	(73.0) 117.5	132	163	304
	直交異方性	34.0	39.4	55.7			
	長方形板理論	37.5	42.3	62.2			

注: 格子桁理論の欄で () をつけたのは、ねじり剛性を無視した場合を示す。直交異方性長方形板理論の欄は上より $\kappa=0, 0.5, 1.0$ に対する値を示す。

表-4 斜桁橋模型の固有振動数の実験値と計算値との比較 (単位: cycle/sec)

モード	1	2	3	4	5	6	
橋軸中点に関して	対称 (1次)	逆対称 (1次)	対称 (2次)	逆対称 (2次)	対称 (3次)	逆対称 (3次)	
実験値	単純支持	38.5	60	90	130	158	203
	ボルト締めつけ	52	80	100	150	198	256
計算値	格子桁理論	(41.7) 63.1	(56.6) 70.4	(91.1) 97.8		227	280.2
	直交異方性	33.0	36.8	53.0	82.2		
	平行四辺形板理論	39.4	46.2	65.8	96.3		
		42.5	52.4	74.6	108		

注: 計算値の欄の説明は表-3の注と同一である。

まず、直桁橋について考えよう。もし、aspect ratio, および、斜角を無視すれば、1次振動に対して、平均 34.8 cycle/sec となる。

mode 1の振動に対しては、実測値は格子桁理論、および板理論による計算値と比較的によく一致しているし、またこれは桁理論によるものとよく一致しているが、これは当然である。

問題は mode 2以下である。直桁橋において、 $f=49$ cycle/sec に対し、板理論では、 $39.4(\kappa=0), 42.3(\kappa=0.5), 43.5(\kappa=1.0)$ cycle/sec である。文献5)からわかるとおり、たわみの測定からすると、 $0.5 < \kappa < 1.0$ であろう。このように考えると、mode 2においては、(実測値)/(計算値)の値が 1.16~1.12 の間にあることになり、常識的に納得しえよう。

mode 3については、実測値の 64、格子桁理論による 117.5 cycle/sec に疑問があると思われるので、これ以上、追究することをやめよう。

斜桁橋の場合について検討しよう。各 mode における $f(\kappa=1)/f(\kappa=0)$ の値は 1.3~1.4 であって、おおむね、一致している。mode 1の固有振動数については、おおむね、納得できよう。mode 2, 3についても、(実測値)/(計算値)は、板理論によれば、妥当といえるであろう。

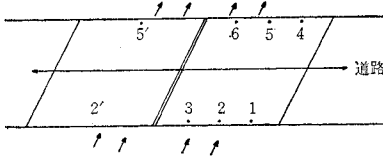
第3編 新歌島橋(実橋)の固有振動数についての研究

1. 固有振動数の測定

新歌島橋は橋格一等橋、スパン 22.84 m, 2連、橋長 47.40 m, 全幅員 20.70 m (車道 16.0 m, 歩道 2@2.0 m) の単純支持合成桁橋である。斜角は $48^{\circ}57'$ 、荷重分布用横桁3本をもつ。その平面骨格図を 1/20 縮尺にしたものが、図-5に示されている。

本橋の振動数の測定は昭和 41 年 2 月に行なわれた。測定箇所は図-12のとおりである。数字は測定点の番号であり、2', 5' は 1~6 の測定を完了したあと、pick up 2, 5 を 2', 5' の位置に設置して測定したものであ

図-12 新歌島橋の測定点



る。pick up には N.D. 式変位計を用いた。これは可動コイル型の over damping の速度計で、0.3~30 c/s で flat な周波数特性をもつものである。N.D. 式変位計 6 台で pick up された振動は増幅器をへてビジグラフで記録した。

測定は車が通過したあとの自由振動と、車が全く通過しない場合の常微振動を記録して行なったが、前者ではよい結果が得られなかった。

2. 測定結果および検討

測定の結果得られた記録波形の実例を示すと、非常に複雑となるので省略する。測点 2' の常微振動の波形についてパワー スペクトルを求めると、図-13 のようになる。これによれば、固有振動数は 5.7 cycle/sec 対数減衰率は 0.662 となる。

振動モードは対称的ではない。特に下流側において変則的であり、模型実験における第 1 モードと第 2 モードが混合したような形式となっている。これを、図-14 に示す。

さて、本橋の固有振動数を検討してみよう。

(1) 桁理論

本橋の 11 本の主桁の断面 2 次モーメントの総和は $I = 14\,603\,000\text{cm}^4$ 、

図-13 点 2' における振動パワー スペクトル

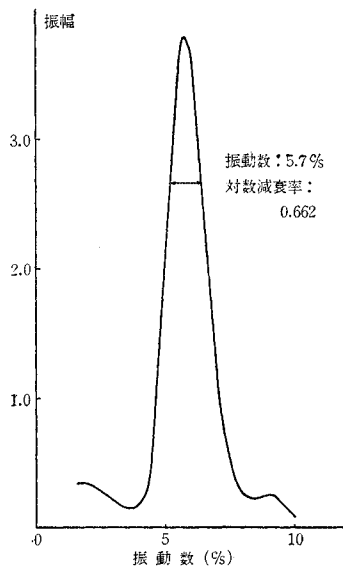
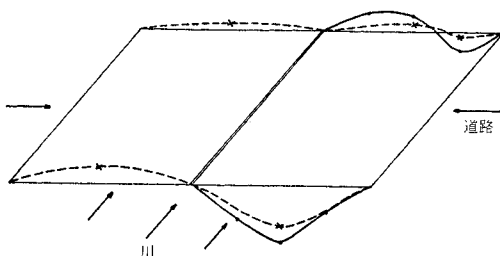
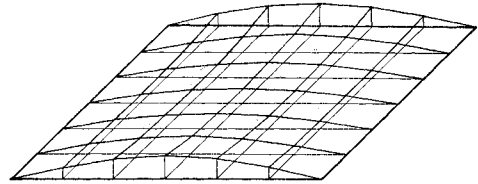
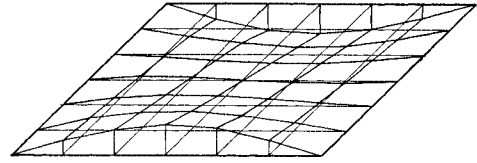


図-14 振動モード (実測による)

図-15 振動モード ($\kappa=0.2$)

単位長さあたりの主桁の重量の総和は $A_r = 15\,604\text{kg/m} = 156.04\text{kg/cm}$ である。

$$f = (\pi/2l^2) \sqrt{EIg/A_r}$$

において、 $l = 22.84\text{m} = 2\,284\text{cm}$ 、 $E = 2.1 \times 10^6\text{kg/cm}^2$ 、 $I = 14.603 \times 10^6\text{cm}^4$ 、 $g = 980\text{cm/sec}^2$ 、 $A_r = 156.04\text{kg/cm}$ を代入すれば、

$$f = 4.16 \approx 4.2\text{ cycle/sec}$$

となって、測定値を説明しえない。

(2) 直交異方性平行四辺形板理論

この橋を Guyon-Massonnet 流に $2\,284 \times 2\,070\text{cm}$ の縁辺自由の直交異方性平行四辺形板とみなす。 $B_x = 14.603 \times 10^6 E_s / 2\,070 = 7\,055 E_s$ とする。 B_y としては、横桁の断面 2 次モーメントの和 $2.41 \times 10^6\text{cm}^4$ と床板厚さ 18cm のみを考えて、 $B_y = (2.41 \times 10^6 E_s / 2\,284) + (18^3/12)(0.1 E_s) = 1\,103 E_s$ とする。したがって、 $\alpha = \sqrt{B_y/B_x} = \sqrt{1\,103/7\,055} = 0.3954$ となる。縦横 6 等分の skew network を組むことにすれば、 $K = 2\,070/2\,284 = 0.9063$ となる。したがって、固有値計算に必要な数値はつぎのようである。

$$A = K^2/\alpha = 2.0773$$

$$B = K \tan \varphi = 1.04075 (\varphi = 48^\circ 57')$$

$$J = 0$$

$$\kappa = 0, 0.2, 0.5, 1.0 \text{ (仮定)}$$

κ の値は計算で求めず、仮定した。

NEAC-2203 による固有値 $\rho p^2 \lambda_y^4 / B_y$ の計算結果はつぎのようである。

κ	0	0.2	0.5	1.0
中心に関し対称 1 次	0.32847	0.40452	0.50985	0.67536
中心に関し逆対称 1 次	0.42876	0.54842	0.70111	0.92404
中心に関し対称 2 次	0.99946	1.20939	1.48258	1.88731
中心に関し逆対称 2 次	2.46460	2.79275	3.26724	4.03952

さて、 $\rho = 156.04/2\,070 \cdot 980 = 75.4 \times 10^{-6}$ 、 $\lambda_y = 2\,070/6 = 345$ 、 $B_y = 1\,103 E_s = 2.316 \times 10^6$ とすれば、 $f = p/2\pi$ (cycle/sec) の値は、つぎのようである。

κ	0	0.2	0.5	1.0
中心に関し対称1次	4.2	4.7	5.2	6.0
〃 逆対称1次	4.8	5.4	6.1	7.0
〃 対称2次	7.4	8.2	9.0	10.2
〃 逆対称2次	11.6	12.4	13.4	14.9

$\kappa=0.2$ の場合の振動モードを1次の場合について示せば、図-15 のとおりである。

本橋の模型では $\kappa=0.5$ あたりであろうと推定したが、実橋では $\kappa=0.2$ 程度であろうと思われる。したがって、対称1次では、縦横6等分の skew network によつては $f \approx 4.7$ cycle/sec となる。この skew network は最も粗いものであるから、正しい値は5~10% ぐらい大きいものと思われる。したがって、対称1次振動に対する固有振動数はおそらく $f \approx 5.0$ cycle/sec ぐらいであろうと思われる。

さて、実橋の測定値と計算値は一致せず、一般に、その比は10~20% 大きい。これは、多くの実験からも明らかにされている。これらをあわせ考えると、本橋の測定値 $f=5.7$ cycle/sec は、ほぼ妥当なものと思われる。

これは、桁理論による 4.2 cycle/sec からはとうてい説明し得ない。

む す び

以上において、直格子斜桁橋——純信橋 (60°)、新島橋 (48°57')——を対象として、その固有振動数を実験的に求め、これを主として、直交異方性平行四辺形板理論による計算値と比較した。

最近、Guyon-Massonnet の方法で設計される直格子直桁橋が比較的多いので、これと全く同一の stiffness ratio および、torsional parameter をもつ直格子斜桁橋において、斜角が 30°, 45°, 60° のように変わると、固有振動数がどのように変化するかを求めて、図表にしたいと考えている。

純信橋の測定には、三菱重工業K K 広島造船所松枝

師、格子桁理論による計算には同社技術管理部大坂技師、模型実験、および、新島橋の測定には同社神戸研究所森田技師にお世話になった。ここに記して、謝意を表する次第である。

直交異方性平行四辺形板理論による固有値の計算プログラムにおいて、名古屋大学電子計算機 NEAC-2203 の記憶容量の関係上、skew network は 6×6 とせざるを得ず、固有値の精度が多少悪いうらみはあるが、直交異方性平行四辺形板理論と上記のプログラムとによる計算値はおおむね実測値を説明しえているであろう。

参 考 文 献

- 1) 成岡・平井：合成格子桁橋の自由振動周期について、土木学会論文集，35 (31.6)，pp. 25~30.
Masao Naruoka and Hiroshi Yonezawa : A Study of the Period of the Free Lateral Vibration of the Beam Bridges by the Theory of Orthotropic Rectangular Plates, Ingenieur Archiv, 26 (1958), S. 20-29.
- 2) 成岡・大村・川野・古賀：純信橋（合成・直格子・斜桁橋）の研究——直交異方性平行四辺形板の理論の応用——，土木学会誌，46.11 (昭.36.11)，pp. 27~31.
- 3) Masao Naruoka und Hiroshi Ohmura : Berechnung und Belastungsversuche einer schiefwinklig gelagerten orthogonalen Trägerrostbrücke, Stahlbau, 31 (1962), S. 340-344.
- 4) Masao Naruoka and Hiroshi Ohmura : On the Analysis of a Skew Girder Bridges by the Theory of Orthotropic Parallelogram Plates, Publications of IABSE, 19 (1959), pp. 231-256.
Masao Naruoka und Hiroshi Ohmura : Über die Berechnung der Einflusskoeffizienten für Durchbiegung und Biegemoment der orthotropen Parallelogram-Platte, Stahlbau, 28 (1959), S. 187-194.
- 5) Masao Naruoka, Hiroshi Ohmura and Tomohiro Yamamoto : On the Model Tests of Skew Girder Bridges, Publications of International Association for Bridge and Structural Engineering, 21 (1961), pp. 193-215, Zürich.
- 6) 三菱重工業株式会社神戸研究所：斜桁橋・直桁橋模型振動実験，資料番号，25033012，昭和41年4月

(1966.9.28・受付)