

# 道路交通流の新しいモデルおよびその利用について

## ON A NEW MODEL OF ROAD TRAFFIC FLOW AND ITS APPLICATIONS

毛利正光\*・高田弘\*\*

By Masamitsu Mōri and Hiroshi Takata

**要 旨** 本論文は道路交通流に対して路線速度（定常速度）の分布というこれまでにない考え方を適用し、各種の交通現象を関連的に説明できるような数学的モデルを提示するとともに、その性格および利用分野等について基礎的な考察を加えたものである。

### 1. ま え が き

道路交通流の特性を示す最も重要な要素は車頭時間の分布、速度および速度分布、追越しの3つである。これらの現象を数学的にモデル化して理論解析のための基盤を確立しようとする試みは従来数多く行なわれてきたが、いまそれらをつぎのように分類してみる。

- 車頭時間または車頭間隔を確率分布としてモデル化し、交差、合分流、遅滞等の現象を説明するもの
- 追越し現象そのものをモデル化して追越し、追従にともなう速度低下、時間損失等を求めるもの
- 速度と交通密度（車頭間隔）の關係に力学的な考え方を適用して交通流全般の速度特性を表現しようとするもの

これらの中で車頭時間の分布に關係したモデルは従来最もよく研究されているが、他の2つについては実際の交通流を十分に説明できる段階には至っていない。

一方われわれが道路交通の計画、規制あるいは道路の利用に際して必要とする情報はつぎのようなものが考えられる。

- 車頭時間（車頭間隔）の分布および交通量（密度）の増減にともなうその変化状況
- 交通量（密度）と平均速度の關係
- その道路区間で行なわれる全追越し回数
- その道路区間をある自由速度を持った車が走行した場合、期待される区間速度（走行時間）または追越し回数
- 速度規制のない場合における自由速度の分布
- 交通量（密度）に応ずる速度分布の変化
- その道路および交通条件における交通容量

このような各種の要求に対して従来のモデルでは、せいぜいその一部の現象を表現できるのみで、他の現象に

関しては別のモデルに頼る必要があり、またそれらのモデル相互の関連性についてもほとんど考慮されていない。

特に追越し回数や区間速度に関する特性を表現する場合には、従来のように走行車の瞬間的な速度に着目する限り、これらの相關を適切に示すことは困難であるから、いきおいその車の期待される区間速度をその希望速度または自由速度に対応させて考察する必要がある。

またその道路の利用に際しても最も必要な情報は瞬間的な速度に関する特性ではなく、その区間を通過するに要する時間や区間速度であることを考え合わせれば、これらの要素を互に關連して求めることのできるようなモデルを確立することがきわめて重要な意義を持つことも容易に理解されるであろう。

ここに提案した交通流モデルは<sup>3),4)</sup> さきに提示した定常速度という概念を拡大し、その空間分布に  $B$  (ベータ) 分布を適用することによって上記の各情報の中で車頭時間を除く他のすべての要素を同時に表現できるようにしたもので、交通流の実測結果にもかなりよく適合するので、道路交通条件の特徴を十分に示しうるのみでなく、交通計画、規制、交通容量等の研究あるいは実務に際して広い実用分野を持つものと思われる。

### 2. 定常速度（路線速度）の性格

さきに提示<sup>3)</sup> したようにある道路交通条件の下である車の定常速度とはつぎのような速度を指している。

$$u = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt \dots \dots \dots (1)$$

ただし、 $t$  : 時間、 $v(t)$  : 時間  $t$  における瞬間速度、 $T$  : 区間走行時間

すなわち  $u$  は道路交通条件およびその道路区間におけるその車の自由速度によって異なるもので、すべての車はこれらの条件に応じてそれぞれ個々の定常速度を持っているものとする。

そこで自由走行時（交通密度が0に近い場合）において高速の車はある交通密度の場合にも、やはり早い定常速度を持つという仮定はその性格から考えて無理のないものであろう。すなわち自由走行時に  $u_0$  なる定常速度を持った車がある交通密度の場合に同じ区間で  $u$  なる定常速度を持つものとすればつぎの關係が成立つ。

\* 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学教室  
\*\*正会員 工博 防衛大学校助教授 陸上防衛学教室

$$\int_0^{u_0} F_{s_0}(u_0) du_0 = \int_0^u F_s(u) du \dots\dots\dots(2)$$

ただし、 $u_0$  : 自由走行時の定常速度

$F_{s_0}(u_0)$  : 自由走行時における定常速度の空間分布を示す密度関数

$F_s(u)$  : ある密度における定常速度の空間分布を示す密度関数

このように定義した定常速度とはその道路交通条件が無限に続くと考えた場合の定常的な区間速度を意味しているの、換言すると、ある道路交通条件下で、ある自由速度を持った車がその区間を走行した場合の区間速度の期待値を示すことになる。この意味から実際問題に適用する場合、これを路線速度と呼んでもよいであろう。

定常速度(路線速度)は実際の交通観測によって直接求められるものではないが、すでに<sup>3)</sup>に明らかにしたとおり、その空間平均は瞬間速度の空間平均に等しく、またそのバラツキは直接追越しに関係するもので、追越しの全く行なわれないような交通密度においてはもちろん分散は0に収束する。

ただ同じ交通密度の場合であっても瞬間速度と違って極端に早い速度を持つ車は当然少なくなるであろうから、その分布形は決して正規性があるとは考えられず、かなり歪曲した形を取るであろうことは容易に想像される。たとえば、ある交通密度以上になると一定値以上の自由速度を持った車はほとんど同じ定常速度(路線速度)になることも考えられ、その分布形は交通密度の増加とともに次第に歪曲の度合いを増すであろう。

3. B (ベーター) 分布の適用

上述のような各種の性格を考慮して交通流をモデル化するため、まず路線速度の分布に対してB分布の適用<sup>9)</sup>を考えてみる。

いまB(ベーター)分布が変数  $x$  に対してつぎの形で表わされたものとする。

$$\beta(x) = \frac{x^{p-1}(1-x)^{q-1}}{B(p,q)} \dots\dots\dots(3)$$

$0 < x < 1$

ただし、 $\beta(x)$  : B 分布の密度関数

$B(p,q)$  はもちろん B 関数で

$$B(p,q) = \int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1} dx \dots\dots\dots(4)$$

$p, q$  : パラメーター

B 分布は 図-1 に示すように  $p=q$  の場合は左右対称形となり  $p, q$  の値が増すにつれて次第に尖頭形を示す。また 図-2 からわかるように  $p$  の一定値に対し  $q$  が小さい値をとるほどその分布形は一方にひずんだ形となる性格を持っている。

そこで路線速度の分布において上限値と下限値を考え、式(3)の  $x$  に対応させる。

図-1 B 分布 ( $p=q$ )

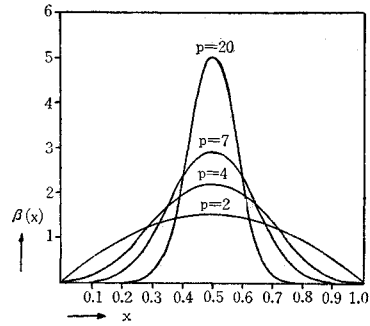
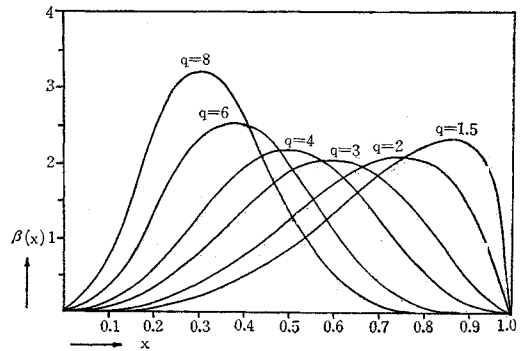


図-2 B 分布 ( $p=4$ )



$$u = U_m + (U_u - U_m)x \dots\dots\dots(5)$$

ただし、 $U_m$  : 下限速度、 $U_u$  : 上限速度

すなわち

$$\beta(x) dx = \frac{1}{B(p,q)} \frac{(u - U_m)^{p-1} (U_u - u)^{q-1}}{(U_u - U_m)^{p+q-1}} du = F_s(u) du \dots\dots\dots(6)$$

いまその空間平均値  $\bar{u}$ , および分散  $\sigma^2(u)$  を求めてみる。まず上式を用いて

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \int_{U_m}^{U_u} u F_s(u) du = \int_0^1 \{U_m + (U_u - U_m)x\} \beta(x) dx \\ &= U_m + \frac{1}{B(p,q)} \int_0^1 (U_u - U_m)x^p (1-x)^{q-1} dx \\ &= U_m + \frac{(U_u - U_m) \cdot B(p+1, q)}{B(p, q)} \\ &= U_m + (U_u - U_m) \frac{p}{p+q} \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

また

$$\sigma^2(u) = E(u - \bar{u})^2 = E(u^2) - \bar{u}^2$$

しかるに

$$\begin{aligned} E(u^2) &= \int_{U_m}^{U_u} u^2 F_s(u) du = \int_0^1 \{U_m + (U_u - U_m)x\}^2 \beta(x) dx \\ &= U_m^2 + \frac{2 U_m (U_u - U_m)}{B(p, q)} \int_0^1 x^p (1-x)^{q-1} dx \\ &\quad + \frac{(U_u - U_m)^2}{B(p, q)} \int_0^1 x^{p+1} (1-x)^{q-1} dx \\ &= U_m^2 + \frac{2 U_m (U_u - U_m) \cdot B(p+1, q)}{B(p, q)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{(U_u - U_m)^2 \cdot B(p+2, q)}{B(p, q)} \\
 & = U_m^2 + U_m(U_u - U_m) \frac{2p}{p+q} \\
 & \quad + (U_u - U_m)^2 \frac{p(p+1)}{(p+q+1)(p+q)}
 \end{aligned}$$

さらに式(7)より

$$\begin{aligned}
 \bar{u}^2 & = U_m^2 + U_m(U_u - U_m) \frac{2p}{p+q} \\
 & \quad + (U_u - U_m)^2 \frac{p^2}{(p+q)^2}
 \end{aligned}$$

したがって

$$\begin{aligned}
 \sigma^2(u) & = (U_u - U_m)^2 \frac{p(p+1)}{(p+q+1)(p+q)} \\
 & \quad - (U_u - U_m)^2 \frac{p^2}{(p+q)^2} \\
 & = (U_u - U_m)^2 \frac{pq}{(p+q+1)(p+q)^2} \dots\dots\dots(8)
 \end{aligned}$$

4. 新しい交通流モデル

B分布を適用して実際の交通流を説明するには  $U_u$ ,  $U_m$ ,  $p$ ,  $q$  の4つの値について規定する必要がある。

そこでつぎのような仮定を設けて一つの新しい交通流モデルを構成してみる。

(1) 下限速度  $U_m$

自由走行時においてその交通流の中で最も低い路線速度を持つ車は交通密度が増加してもそれが可能容量時の密度以下である限り、当初の路線速度をそのまま持続するものとする。

したがってその道路交通条件における可能容量に達した場合、すべての車の路線速度は同じ値に収束するものとするればその速度は当然  $U_m$  に等しいであろう。すなわち  $U_m$  は可能容量時におけるその交通流の平均速度を示すものである。

(2) 上限速度  $U_u$

$U_u$  は当然交通密度の増加とともに減少し、可能容量に達すると  $U_m$  に収束するであろうから、いま密度との関係をつぎのように規定してみる。

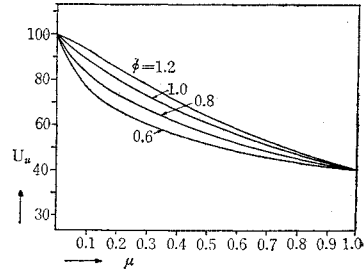
$$\begin{aligned}
 U_u & = U_{u_0} - (U_{u_0} - U_m) \frac{2\left(\frac{K}{K_m}\right)^\phi}{1 + \left(\frac{K}{K_m}\right)^\phi} \\
 & = U_m + (U_{u_0} - U_m) \frac{1 - \left(\frac{K}{K_m}\right)^\phi}{1 + \left(\frac{K}{K_m}\right)^\phi} \\
 & = U_{u_0} - (U_{u_0} - U_m) \frac{2\mu}{1 + \mu} \\
 & = U_m + (U_{u_0} - U_m) \frac{1 - \mu}{1 + \mu} \dots\dots\dots(9)
 \end{aligned}$$

ただし、 $U_{u_0}$  : 自由走行時の上限速度  
 $K$  : 交通密度

$K_m$  : 可能容量時の密度 (臨界密度)  
 $\phi$  : 定数  
 $\mu = \left(\frac{K}{K_m}\right)^\phi$

図-3 は  $U_{u_0} = 100$  km/h,  $U_m = 40$  km/h とした場合の  $U_u$ ,  $\mu$ ,  $\phi$  の関係を示すものである。

図-3  $\phi$ ,  $\mu$  の関係



(3)  $p$ ,  $q$  の値

交通量が少なく他車の影響を全く受けず自由に走行できる場合、速度制限がなければ路線速度はかなりランダムであろうから、その分布にB分布を適用した場合には  $p=q$  となることが考えられる。

しかし交通密度が増加して走行車が互に干渉し合うようになると高速車の走行は次第に拘束され、図-2 にみられるようにひずんだ形となってくるであろう。

すなわちこのことは  $p$  の値が交通密度にかかわらず一定値を保つのに反して  $q$  の値は密度とともに減少することを意味している。したがってこの関係をつぎのように表わしてみる。

$$q = p \cdot \frac{U_u - U_m}{U_{u_0} - U_m} \dots\dots\dots(10)$$

式(9)より

$$q(\mu) = p \cdot \frac{1 - \mu}{1 + \mu} \dots\dots\dots(11)$$

以上のようにして構成された交通流モデルについて改めてその平均および分散を求めてみる。

まず式(7), (9) および式(11)の関係より

$$\begin{aligned}
 \bar{u} & = U_m + (U_{u_0} - U_m) \frac{1 - \mu}{1 + \mu} \cdot \frac{p}{p + \frac{p(1 - \mu)}{1 + \mu}} \\
 & = U_m + (U_{u_0} - U_m) \frac{1 - \mu}{2} \\
 & = \frac{U_{u_0} + U_m}{2} - \left(\frac{U_{u_0} + U_m - U_m}{2}\right) \mu \\
 & = \bar{u}_0 - (\bar{u}_0 - U_m) \mu \dots\dots\dots(12)
 \end{aligned}$$

ただし、 $\bar{u}_0$  : 自由走行時における路線速度の空間平均すなわち路線速度の平均は  $p$ ,  $q$  の値に関係なく、 $\bar{u}_0$ ,  $U_m$  によって規定され  $\mu$  に応じて減少する。

つぎに分散については式(8), (9), (11)より

$$\sigma^2(u) = \left\{ (U_{u_0} - U_m) \frac{1 - \mu}{1 + \mu} \right\}^2$$

$$\frac{\frac{p^2(1-\mu)}{1+\mu}}{\left\{p+\frac{p(1-\mu)}{1+\mu}+1\right\}\left\{p+\frac{p(1-\mu)}{1+\mu}\right\}^2}$$

$$= (U_{u_0} - U_m)^2 \frac{(1-\mu)^3}{4(2p+\mu+1)}$$

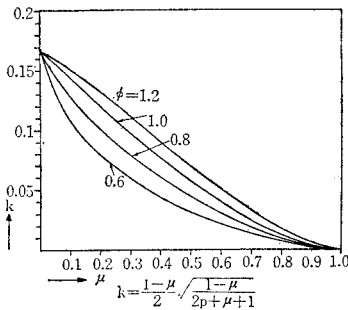
$$\therefore \sigma(u) = (U_{u_0} - U_m) \frac{1-\mu}{2} \sqrt{\frac{1-\mu}{2p+\mu+1}} \dots (13)$$

もちろん自由走行時には  $\mu=0$  として

$$\sigma_0(u_0) = \frac{U_{u_0} - U_m}{2} \sqrt{\frac{1}{2p+1}} \dots (14)$$

この関係は式 (8) において  $p=q$  として求めることもできる。図-4 は各種の  $\phi$  の値について  $\sigma(u)$  を計算したものである。

図-4  $\sigma(v)$ ,  $\mu$  の関係 ( $p=4$ )



上述のようにこのモデルによればその交通流の性格は  $U_{u_0}$ ,  $U_m$ ,  $K_m$ ,  $p$ ,  $\phi$  の値によって規定されるが、これらの値が判明すればその道路交通条件における交通容量  $Q_m$  はもちろんつぎのように求められる。

$$Q_m = U_m K_m \dots (15)$$

また  $\phi$  の値は主として道路条件の特性を表わすもので通常の2車線道路では  $\phi=0.8$  であることがすでに<sup>1),5)</sup>知られている。

つぎに  $p$  については図-1 からわかるようにその値が大きいほど極端な上, 下限値  $U_{u_0}$ ,  $U_m$  をとることになるが通常の場合は上下限値の差が  $\sigma_0(u_0)$  の6倍を越すような値を考えてもほとんど無意味であろうし、従来の実測結果もこれを裏がきしているの、ここではつぎの関係を仮定してみる。

$$U_{u_0} - U_m = 6\sigma_0(u_0) \dots (16)$$

これに式 (13) を適用すると  $p=4$  が得られる。もちろん  $p$  の値はその道路交通条件に応じて決定されるべきものであるが、通常の場合この値を用いてよいものと思われる。

### 5. 定常速度 (路線速度) の計算

ある自由速度  $u_0$  を持った車がある道路区間を交通密度  $K$  の場合に走行したのものとしてその路線速度すなわち区間速度の期待値を求めてみる。

このためには式 (2) の関係を利用すればよいから、まずその両辺をこのモデルにもとづいて書き改め、

$$\int_{U_m}^{u_0} F_{s_0}(u_0) du_0 = \int_0^{x_0} \beta_0(x_0) dx_0 = I_{x_0}$$

$$\int_{U_m}^u F_s(u) du = \int_0^x \beta(x) dx = I_x \dots (17)$$

とすると与えられた条件から  $I_{x_0}$  が計算されるから、 $I_{x_0} = I_x$  の関係より逆に  $x$ , したがって  $u$  を求めることができる。 $I_x$  はいわゆる不完全  $B$  関数で一般につぎのように表わされる。

$$I_x(p, q) = \frac{1}{B(p, q)} \int_0^x x^{p-1}(1-x)^{q-1} dx \dots (18)$$

この値はつぎのような漸化式を用いて計算してみる。

$$J[m, n] = \int_0^1 t^m(1-t)^n dt$$

$$= \frac{m}{m+n+1} J[m-1, n] - \frac{t^m(1-t)^{n+1}}{m+n+1} \dots (19)$$

いま  $p=4$  としてこれを計算してみる。

$$I_x(4, q) = \frac{1}{B(4, q)} \int_0^x x^3(1-x)^{q-1} dx$$

$$= -\frac{1}{B(4, q)} \left[ (1-x)^q \left\{ \frac{6}{q(1+q)(2+q)(3+q)} + \frac{6x}{(1+q)(2+q)(3+q)} + \frac{3x^2}{(2+q)(3+q)} + \frac{x^3}{(3+q)} \right\} \right]_0^x$$

$$= \frac{1}{B(4, q)} \cdot \frac{6-(1-x)^q \{6+6xq+3x^2q(1+q)+x^3q(1+q)(2+q)\}}{q(1+q)(2+q)(3+q)}$$

$$= \frac{1}{\Gamma(4)} [6 - (1-x)^q \{6+6xq + 3x^2q(1+q) + x^3q(1+q)(2+q)\}] \dots (20)$$

自由走行時には  $p=q=4$  であるから、上式より

$$I_{x_0} = I_{x_0}(4, 4)$$

$$= \frac{1}{\Gamma(4)} [6 - (1-x_0)^4 \{6+24x_0+60x_0^2+120x_0^3\}]$$

$$= 1 - (1-x_0)^4 (1+4x_0+10x_0^2+20x_0^3) \dots (21)$$

すなわち  $U_{u_0}$ ,  $U_m$ ,  $u_0$  から式 (5) を用いて求められた  $x_0$  を上式に適用すれば  $I_{x_0}$  が計算される。

これに対して  $u$  を求めるには式 (11) より得られた  $q$ , および  $I_{x_0}$  を式 (20) に適用して逆に  $x$  を計算すればよい。たとえば  $q=1$  の場合には

$$1 - (1-x)(1+x+x^2+x^3) = x^4 = I_{x_0} \dots (22)$$

これより  $x$  が求められる。しかし一般の  $q$  の値に対しては  $0 < x < 1$  の条件を満足する  $x$  を求めるには、かなり複雑な手間を要し、いきおい数値的な手法に頼らざるを得ないであろうが、さいわい不完全<sup>10)</sup>  $B$  関数表が準備されているので実用的にはこれを利用して  $x$  を求めることができる。図-5 および 図-6 は  $p=4$ ,  $p=5$  の

図-5  $I_x(p, q)$  と  $q$  の関係 ( $p=4$ )

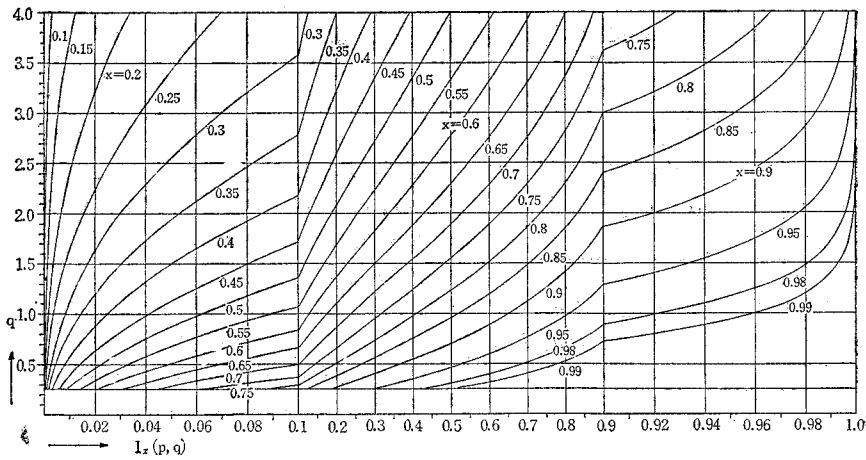
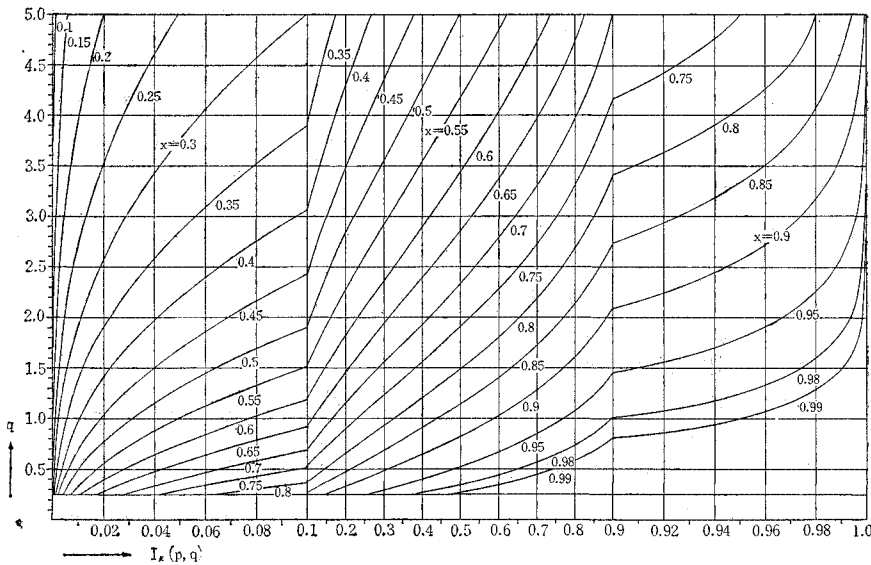


図-6  $I_x(p, q)$  と  $q$  の関係 ( $p=5$ )



場合について、各種の  $q, x$  の値に应ずる  $I_x(p, q)$  を図示したものである。

一例としてまつぎの条件が与えられたものとする。

$$U_{u_0} = 100 \text{ km/h}, U_m = 40 \text{ km/h}, K_m = 50 \text{ 台/km}$$

$$p = 4, \quad \phi = 0.8$$

この条件下で  $u_0 = 80 \text{ km/h}$  の車が  $K = 20 \text{ 台/km}$  の場合にこの道路区間を走行したのとしてその路線速度  $u$  を求める。計算はつぎの手順による。

- ① 式 (5) より  $x_0 = 0.67$
- ② 図-5 より  $I_{x_0} = 0.83$
- ③  $\mu = \left(\frac{20}{50}\right)^{0.8} = 0.48$
- ④ 式 (11) より  $q = 1.4$
- ⑤ 図-5 より  $x = 0.91$
- ⑥ 式 (9) より  $U_u = 61 \text{ km/h}$
- ⑦ 式 (5) より  $u = 59 \text{ km/h}$

もちろんこのような方法によって各種の密度における路線速度の分布、または密度に应ずる路線速度の変化状況を類推することが可能である。

### 6. 追越し回数の計算

路線速度はその道路交通条件が無限に続いた場合の定常的な区間速度であるから、前述のように自由速度の早い車はある密度における路線速度も早いという仮定、および追越しは必ず路線速度の早い車がおそい車に対して行なう(同一路線速度を持つ車の間では追越しは行なわれない)という仮定を設けると、路線速度の大小が直接追越しの回数に関係することになる。

したがってある道路区間で観測される全追越し回数は観測時間が長ければ長いほど路線速度の分布から計算される回数に近似するであろう。

すなわち回数の計算はつぎのようにして行なわれる。

$$N = K^2 \int_{U_m}^{U_u} F_s(v) \int_{U_m}^v F_s(u)(v-u) du dv \dots (23)$$

ただし、 $N$ ：単位時間に単位区間で行なわれる追越し回数

そこで式 (5) の関係にもとづきこれを本来の  $B$  分布の形に戻してみる。いま改めて

$$\left. \begin{aligned} v &= U_m + (U_u - U_m)x & 0 < x < 1 \\ u &= U_m + (U_u - U_m)y & 0 < y < 1 \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

とおくと式 (23) より

$$\begin{aligned} N &= \frac{K^2(U_u - U_m)}{\{B(p, q)\}^2} \int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1} \\ &\quad \int_0^x y^{p-1}(1-y)^{q-1}(x-y) dy dx \\ &= \frac{K^2(U_u - U_m)}{\{B(p, q)\}^2} \left[ \int_0^1 x^p(1-x)^{q-1} \right. \\ &\quad \left. \int_0^x y^{p-1}(1-y)^{q-1} dy dx - \int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1} \right. \\ &\quad \left. \int_0^x y^p(1-y)^{q-1} dy dx \right] \dots (25) \end{aligned}$$

式 (19) に示す漸化式を用い、 $p=4$  としてこれを計算してみる。まず式 (20) の結果をそのまま利用して

$$\begin{aligned} &\frac{1}{B(4, q)} \int_0^1 x^4(1-x)^{q-1} \int_0^x y^3(1-y)^{q-1} dy dx \\ &= \frac{1}{\Gamma(4)} \int_0^1 x^4(1-x)^{q-1} [6 - (1-x)^q \{6 + 6xq \\ &\quad + 3x^2q(1+q) + x^3q(1+q)(2+q)\}] dx \\ &= \frac{1}{\Gamma(4)} \{6B(5, q) - 6B(5, 2q) - 6qB(6, 2q) \\ &\quad - 3q(1+q)B(7, 2q) \\ &\quad - q(1+q)(2+q)B(8, 2q)\} \end{aligned}$$

また同様に

$$\begin{aligned} &\frac{1}{B(4, q)} \int_0^1 x^3(1-x)^{q-1} \int_0^x y^4(1-y)^{q-1} dy dx \\ &= \frac{1}{4(+q)\Gamma(4)} \int_0^1 x^3(1-x)^{q-1} [24 - (1-x)^q \{24 \\ &\quad + 24xq + 12x^2q(1+q) + 4x^3q(1+q)(2+q) \\ &\quad + x^4q(1+q)(2+q)(3+q)\}] dx \\ &= \frac{1}{(4+q)\Gamma(4)} \{24B(4, q) - 24B(4, 2q) \\ &\quad - 24qB(5, 2q) - 12q(1+q)B(6, 2q) \\ &\quad - 4q(1+q)(2+q)B(7, 2q) \\ &\quad - q(1+q)(2+q)(3+q)B(8, 2q)\} \end{aligned}$$

しかるに

$$\begin{aligned} B(5, q) &= \frac{4}{4+q} B(4, q), \\ B(5, 2q) &= \frac{4}{4+2q} B(4, 2q) \dots (26) \end{aligned}$$

$B(6, 2q)$ ,  $B(7, 2q)$ ,  $B(8, 2q)$  も同様にしてそれぞれ表現できるのでこれらの関係を適用して若干の計算を行なうとつぎの結果を得る。

$$N = K^2(U_u - U_m)$$

$$\begin{aligned} &\left[ \frac{140q\{(1+q)\}}{(4+q)(1+2q)(2+2q)(3+2q)} \right. \\ &\quad \left. \frac{(2+q)(3+q)}{(4+2q)(5+2q)(6+2q)(7+2q)} \right] \\ &= K^2(U_{u_0} - U_m) \frac{1-\mu}{1+\mu} \left[ \frac{140q \left\{ \prod_{i=1}^3 (i+q) \right\}^2}{(4+q) \left\{ \prod_{i=1}^7 (i+2q) \right\}} \right] \dots (27) \end{aligned}$$

したがって  $U_{u_0}$ ,  $U_m$ ,  $\mu$ ,  $q$  が与えられるとこれから  $N$  を計算することができる。しかし実用的にはすでに<sup>3)</sup> 指摘したとおり速度分布に正規性を仮定した場合の計算式を用いても全追越し回数を問題にする限り十分の精度を得られるものと思われる。

すなわち<sup>7)</sup> 式 (13) を用いて

$$N = \frac{K^2}{\sqrt{\pi}} a(u) = \frac{K^2}{\sqrt{\pi}} (U_{u_0} - U_m) \frac{1-\mu}{2} \sqrt{\frac{1-\mu}{2p+\mu+1}} \dots (28)$$

表-1 は  $\phi=0.8$  として各種の  $\mu$  につきこの両者を比較したものであるが、きわめて高密度の場合を除きこの近似式によって追越し回数を計算しても大差ないことを示している。

表-1  $r_1, r_2$  の比較

$K/K_m$	$\mu = (K/K_m)^\phi$	$q$	$r_1$	$r_2$
0	0.000	4.000	0.0939	0.0952
0.1	0.159	2.904	0.0718	0.0727
0.2	0.276	2.268	0.0569	0.0574
0.3	0.383	1.784	0.0445	0.0447
0.4	0.480	1.404	0.0344	0.0341
0.5	0.575	1.080	0.0253	0.0246
0.6	0.665	0.804	0.0175	0.0166
0.7	0.752	0.568	0.0111	0.0101
0.8	0.837	0.356	0.0059	0.0049
0.9	0.919	0.168	0.0021	0.0014

$$r_1 = \frac{1-\mu}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{1-\mu}{9+\mu}}, \quad r_2 = \frac{1-\mu}{1+\mu} \left[ \frac{140q \left\{ \prod_{i=1}^3 (i+q) \right\}}{(4+q) \left\{ \prod_{i=1}^7 (i+2q) \right\}} \right]$$

また特定の路線速度  $u_1$  を持つ車が単位時間走行中に行なう追越し回数の期待値  $n_1$  はつぎのようにして計算される。

$$n_1 = K \int_{U_m}^{u_1} F_s(u)(u_1 - u) du \dots (29)$$

そこでいま

$$x_1 = \frac{u_1 - U_m}{U_u - U_m}$$

とすると

$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{K(U_u - U_m)}{B(p, q)} \int_0^{x_1} x^{p-1}(1-x)^{q-1}(x_1 - x) dx \\ &= \frac{K(u_1 - U_m)}{B(p, q)} \int_0^{x_1} x^{p-1}(1-x)^{q-1} dx \\ &\quad - \frac{K(U_u - U_m)}{B(p, q)} \int_0^{x_1} x^p(1-x)^{q-1} dx \\ &= K(u_1 - U_m) I_{x_1}(p, q) \end{aligned}$$

$$-K(U_u - U_m) \frac{p}{p+q} \cdot I_{x_1}(p+1, q) \dots (30)$$

すなわち前述の方法によって  $U_u, q_1$  は求められるからこの式から  $n_1$  が計算される。 $p=4$  の場合  $I_{x_1}(p, q)$  および  $I_{x_1}(p+1, q)$  は図-5, 図-6 に示されているのでこれを利用すればよい。

7. 実例計算

実際の道路についてその交通流を説明できるモデルを構成するため、上に述べた各係数を決定するには空間平均速度、交通密度あるいは単位時間単位区間あたりの追越し回数を測定するのが最も効率的である。

(1) 実測方法<sup>2)</sup>

交通密度や空間平均速度を測定するには従来いろいろな方法が用いられているが、これらを追越し回数と同時に測定するにはつぎのような方法が適当であろう。

すなわち道路上に一定区間  $l$  (60~100 m) を標示し、 $T$  時間にわたって通過台数をカウントすると同時に、 $l$  上に存在した車の平均台数から交通密度を求めるもので、この際平均台数は  $T$  時間中に  $n$  回の瞬間を抽出し、各瞬間の観測台数を平均すればよい。

$$\bar{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i, Q = \frac{N}{T}, K = 1000 \frac{\bar{m}}{l}$$

$$\text{したがって, } \bar{u} = \frac{Q}{K} = \frac{Nl}{1000 \bar{m} T} \dots (31)$$

ただし、 $Q$ : 交通量 (台/時)、 $K$ : 交通密度 (台/km)

$N$ :  $T$  時間通過台数、 $l$ : 測定区間長 (m)

$m$ :  $l$  区間上で観測される台数

$n$ : 抽出回数

そこで  $\bar{m}$  の精度が問題となるが、この種の測定において  $T$  はかなり長くとられるのが普通で、その間の各瞬間において観測される台数の分布はポアソン分布にしたがうものと仮定すれば、そのような母集団から  $n$  個の標本抽出を行なってそれらの平均台数を求めた場合の変動係数を考えればよい。

$$C(\bar{m}) = \frac{C}{\sqrt{n}} \dots (32)$$

$C$ : 母集団の変動係数

$C(\bar{m})$ : 標本平均  $\bar{m}$  の変動係数

また仮定によって

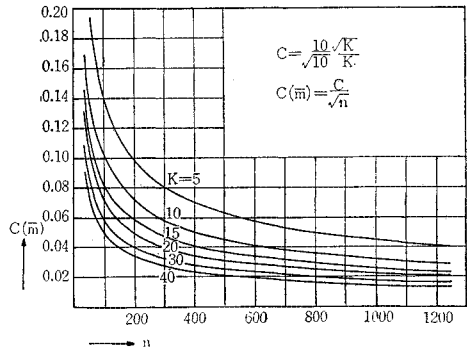
$$C = \frac{\sigma(M)}{M} = \frac{\sqrt{M}}{M} \dots (33)$$

ただし、 $\sigma(M)$ : 母集団における観測台数  $M$  の標準偏差

すなわち  $\bar{M}, l, T$  および  $C(\bar{m})$  の基準値が与えられると式 (32), (33) より必要な抽出回数  $n$  が得られる。

図-7 は  $T=1$  時間、 $l=100$  m とした場合、各種の交通密度に応ずる  $C(\bar{m})$  と  $n$  の関係を示すものである。

図-7  $C(\bar{m})$  と  $n$  の関係



この方法はメモーション カメラ等の使用にも適するが器材を全く用いないで両方向同時に、しかも追越し回数もあわせて測定できるので、きわめて実用的な方法である。つぎに述べる測定例の中で国道1号における観測はこの方法によったもので、 $T=1$  時間、 $n=240$ 、 $l=80$  m としている。

(2) モデルの計算

図-8~図-10 は国道1号、16号における実測値およびアメリカの Highway Capacity Manual (H.C.M) に示す2車線高速道路の実測値にもとづいて各係数を決定し、それぞれモデルを構成したものである。

すなわち観測された追越し回数より式 (28) を用いて逆算した  $\sigma(u)$ 、および直接測定した  $\bar{u}, K$  から、最もよくこれらの関係を説明できる係数を決定することが必

図-8 国道1号(藤沢市)実測例

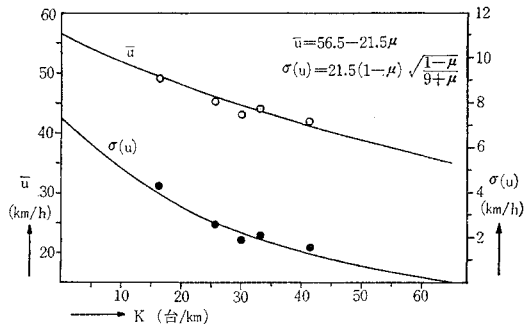


図-9 国道16号(横浜市)の実測例

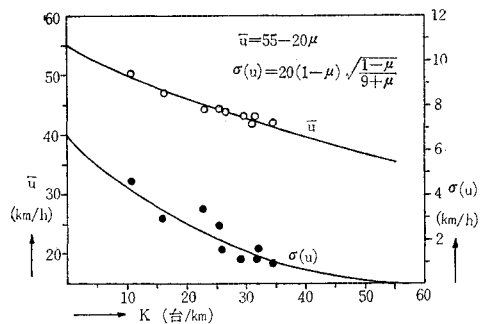
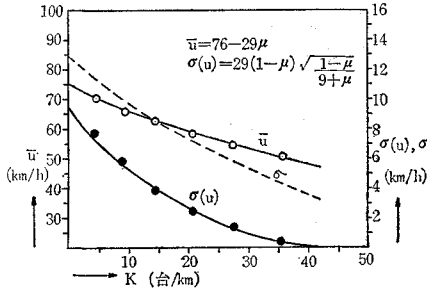


図-10 (H.C.M.) の例



要で、この場合  $\sigma(u)$  は方向別の密度比  $\alpha$  に応じてつぎのように計算される。

$$\sigma(u) = \frac{\sqrt{\pi} (1+\alpha)^2}{K^2(1+\alpha^2)} \dots (34)$$

$$(K = K_1 + K_2, \alpha = K_1/K_2)$$

$\alpha$  の値としては国道1号、16号の場合は実測した密度比により、(H.C.M.) の場合は  $\alpha=0.5$  として計算している。また追越し回数の測定は16号の例のように30分単位として実施しても、得られた  $\sigma(u)$  にはバラツキが多いので少なくとも1時間単位として測定することが望ましい。

表-2 にこの3例につき求められた係数を一括して示しておく。なお 図-10 に示す点線は瞬間速度に関する速度分布の標準偏差で、 $\sigma(u)$  にくらべてかなり大きく  $K=K_m$  においてももちろん0に収束しないことがわかる。

表-2

	$U_{u0}$ (km/h)	$U_m$ (km/h)	$K_m$ (台/km)	$\bar{u}_0$ (km/h)	$\sigma_0(u_0)$ (km/h)	$\rho$	$\phi$
(H.C.M.)	105	47	42	76	9.7	4.0	0.8
国道1号	78	35	65	56.5	7.2		
国道16号	75	35	55	55	6.7		

つぎに (H.C.M.) の例について路線速度の変化および追越し回数を計算してみる。まず  $\rho=q=4$  として各種の自由速度に应ずる  $I_x$  を 図-5 から求めると、 $U_u, q$  は式 (9), (11) より得られるからこれらを逆に 図-5 に適用してそれぞれ  $x$  の値、すなわち路線速度  $u$  を計算することができる。

図-11 は7種類の自由速度を持つ車について上記の方法により路線速度を計算したもので、点線は (H.C.M.) に示す区間速度の実測結果を参考のために挿入したものであるが、この場合は可能な限りその希望速度を維持することを前提として走行した結果であるから路線速度にくらべてやや高い値を示すのは当然であろう。

一方また各種の密度に应ずる  $U_u, q$  の値を直接 図-5 に適用すると 図-12 のようにそれぞれ速度分布が計算される。もちろん瞬間速度の分布とはかなり異なった傾向を示しており、特に高密度の場合にその差異がいち

図-11 路線速度 (H.C.M.)

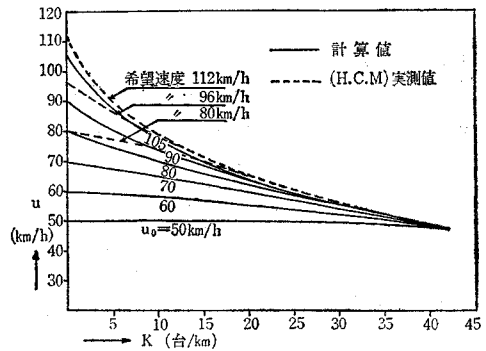


図-12 路線し速度の分布 (H.C.M.)

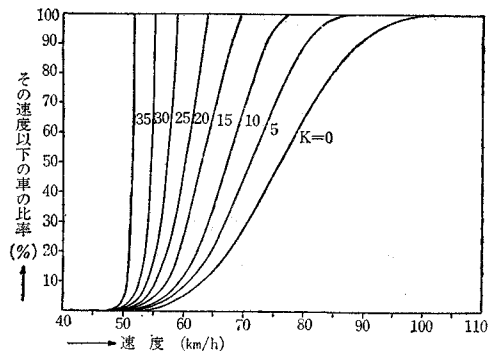
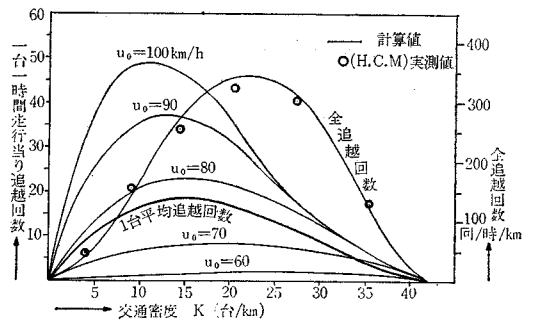


図-13 追越し回数 (H.C.M.)



じるしい。

つぎに式 (27) によって単位時間、単位区間あたりの全追越し回数を計算すると同時に、図-5, 6 を利用して、ある自由速度を持つ車の単位時間走行あたり追越し回数を求めてみた (図-13)。

すなわち自由速度の早い車ほど低密度において追越し回数の最大値を示しており、これに対して1台当り平均追越し回数はおおむね  $K_m/3$  の密度で最大値を示すことができる。

このように実測結果にもとづいてその道路、交通条件の特性を示す係数が決まるとこれによって構成されたモデルによってわれわれの必要なほとんどすべての情報を計算することが可能である。



## 8. あとがき

本論文で提示した交通流モデルは従来の方法と異なり、いろいろな交通現象を関連的に説明でき、しかも実際の交通現象に十分適合することを前提条件として、最も適当と思われるモデル構成を試みたものであるが、 $U_{u_0}$ ,  $U_m$ ,  $K_m$ ,  $p$ ,  $\phi$  等の各係数は道路や交通条件の特性を表現するそれぞれの意味を持つものである。

したがってこれらの係数を各道路区間ごとに類推しておけば、道路交通の計画、管理、規制あるいは道路の利用に際してきわめて便利であり、その利用分野も広いものと思われる。ただしこのような実用化に際しては簡便な測定方法についてさらに検討を重ねると同時に、実測値の管理、あてはめ計算における電子計算機の活用を考える必要がある。

また今回は実測値について検討した結果、 $p=4$ ,  $\phi=0.8$  と一意的に規定したが、この点についても特異な道路交通条件を考慮してその妥当性を明らかにしなければならない。

なおこのモデルを拡張して各種の実際問題への適用を図るには今後つぎのような問題点あるいは検討すべき分野が考えられることを付記しておく。これらについてはさらに実測と相まって十分検討を加える必要がある。

- a. 多車線道路にこのモデルを適用する場合における追越しの性格
- b. 差異の大きい車種が混合した交通流の特性を表現する方法に関する考察
- c. 勾配、線形、視距、幅員等の道路条件とこのモデルの各係数との相関についての定量的規定
- d. 大型トラックの車両換算係数の表現に対するこの

モデルの利用法

- e. 各種交通規制の問題点におけるモデルの適用手法および効率基準の規定

最後に本研究に際しては防衛大学校岸 尚助教授よりいろいろと有益なご助言をいただいたほか、交通流の実測に当っては多くの方々のご協力を受けた。これらの方々から感謝すると同時に、本研究は昭和40年度文部省科学試験研究補助金による研究の一部であることを付記し深謝の意を表する次第である。

## 参考文献

- 1) 星 埜 和：道路交通量と走行速度の調査および両者の相互関係について、第6回日本道路会議論文集, pp. 613~616, 1961
- 2) 米谷栄二・渡辺新三：スナップカメラによる交通量調査の簡易化について、道路, 昭和37年7月号, pp. 598~602
- 3) 高田 弘：速度分布の特性よりみた道路交通流の解析, 土木学会論文集, No. 124, pp. 37~46, 1965
- 4) 高田 弘・岸 尚：走行速度の変動を考慮した道路交流の基本性格について、第19回土木学会年次学術講演会概要, IV, pp. 9-1, 1964
- 5) 星 埜 和：日光いろは坂交通容量調査報告書, 1961
- 6) Bureau of Public Roads: Highway Capacity Manual, pp. 27~45, 1950
- 7) Wardrop, J.G.: Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research, Proc. of the Institution of Civil Engrs., June, 1952
- 8) Haight, F.A.: Mathematical Theories of Traffic Flow, ACADEMIC PRESS, Newyork, 1963, pp. 11~13, pp. 75~76
- 9) Haight, F.A.: Towards a Unified Theory of Road Traffic, Journal of Operations Research Society of America, No. 6, Vol. 6, 1958, pp. 813~826
- 10) Pearson, K.: Tables of the Incomplete Beta-Function, Cambridge published for the Biometrika Trustees at the University Press, 1956

(1966.5.28・受付)