

# レール継目部応力の三次元光弾性実験

## A STUDY ON THE THREE-DIMENSIONAL PHOTOELASTIC EXPERIMENT OF RAIL JOINT STRESSES

多 谷 虎 男\*・猿 田 圭 彦\*\*

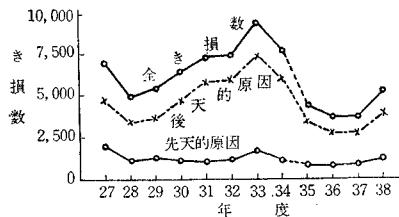
By Torao Taya and Kunihiko Saruta

**要　旨** 本論文は、実験室内で鉄道線路の一般的構造を再現し、三次元光弾性実験（応力凍結法）により、継目部のレール断面応力、継目板断面応力、およびボルト孔周辺応力の分布を求め、解析および考察を行なったものである。

### 1. 概　　説

国鉄のレールき損件数（昭和 27 年～38 年）は図-1.1 に示すようであるが、昭和 38 年度のき損件数を原因別に分類してみると 75% が後天的原因によるものである。

図-1.1 日本国鉄におけるレールき損の年次別推移（本線レール）



その中でも破端が全体の 62.3% をしめている（図-1.2）。このようにき損の過半数が破端であるということは、レール継目部がその構造上、軌道の弱点となっていることを示すものである。図-1.2 昭和 38 年度原因別レールき損割合（本線）

この対策として、ロング レール化、レール継目部の強化（レール端部および継目板の焼き入れ、継目ボルト緊締力の強化など）、腐食環境の改善等種々の方法が実施されているが、いぜんとして継目部に関する保守費の割合は大きいようである。根本対策としては、レールおよび継目板の断面形状を改良して、軌道構造部材としての安全率を増大せしめる必要がある。しかし、継目板のように強度を増大させる余地がほとんどないものでは、断面改良の裏付けとなる理論はよほど正確なものでなければならず、そのた

めには応力状態を正確に知る必要がある。

継目部応力の数学的解析は Zimmermann 氏をはじめとして行なわれているが、Beam の曲げ応力のような単純な考え方の適用では不足であることはもちろん、いずれも多くの仮定の上になっており、実際の応力状態を数学的に知るのはきわめて困難である。したがって実験による応力解析が重要な意味を持つことになる。

従来、Strain gage や光弾性を用いていくつかの実験が試みられ、論文として発表されている。しかし Strain gage による測定では、多くの測定点を取ったにしても、被測定物体が小断面のもので、応力の急変が起こっている場合には、比較的過大な gage の標線長に支配せられて、応力の絶対値および方向とともにきわめて大きな誤差を含んだ値を測定している危険がある。すなわちレールや継目板のように断面が小さく形状が複雑で、ボルト孔の存在により応力方向が搅乱されているものについては、Strain gage による測定は適当でない。またレール継目部について光弾性実験を行なった例をみると、二次元光弾性実験では局部横断面応力のみの測定にとどまり、また三次元光弾性実験では実際の軌道との相似性についての配慮がほとんどなされていない。いうまでもなく、この種実験で重要なことは、現実との相似性があるかどうかということであって、架空な実験はその実験がいかに正確なものであっても無意味であることは論をまたない。

そこで著者は、レールき損中最も多い破端について研究する手がかりとして、レールだけでなく道床など他の軌道部分も実際の軌道と相似な模型をつくり、相似性に考慮を払いつつ、三次元光弾性実験によってレール継目部の応力を求めてみた。

### 2. 三次元光弾性実験

#### 2.1 実験に用いた供試体

レールおよび継目板は、PS 50、山形継目板（図-2.1）の 1/3 模型で、エポキシ樹脂製の円筒から削成し、その後アニールして加工応力の絶無であることを確認したものである。エポキシ樹脂製の供試体を写真-1 に示す。

#### 2.2 相似沈下係数についての考察

エポキシ樹脂を使用したレール模型の実験では、レー

\* 正会員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科

\*\* 正会員 東北大学助手 工学部土木工学科

ル模型の材質および寸法が実際のものと異なるので、それに対応して道床材料もまた相異なる必要があり、実際の軌道との相似性を得るために模型の道床沈下係数について検討しておく必要がある。

図-2.1 PS 50 レール (50.4 kg)

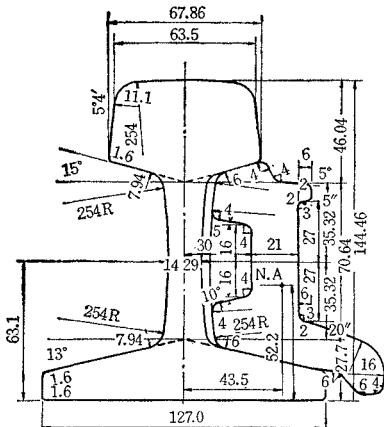
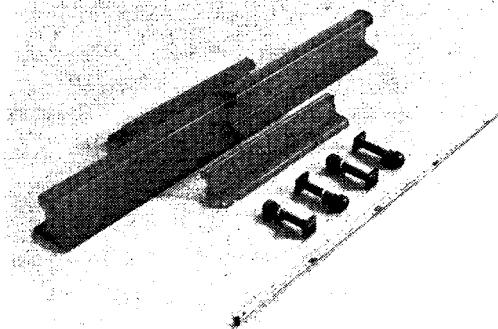


写真-1



**a) 材質の相違に関する考察** 実物レールと等大のエポキシ樹脂模型において、同一なたわみ形状を与えるためには、鋼材のヤング率  $E_s = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ 、エポキシ樹脂の高温におけるヤング率  $E_e = 160 \text{ kg/cm}^2$  ( $120^\circ\text{C}$ ) であるから、エポキシ樹脂の  $E_e$  は鋼材の  $1/13\,000$  である。したがってエポキシ樹脂模型の各部に加えられる外力をすべてそれぞれ  $1/13\,000$  になるようにしなければならない。すなわち、等大のエポキシ模型実験で同一なたわみ形状を与えるためには、沈下係数  $C$  を実際の  $1/13\,000$  としなければならない。

**b) 寸法の相違に関する考察** つぎに、同一材質の二つのエポキシ樹脂模型において、一方の寸法を他方のものの  $1/3$  にした場合、たわみの形状を相似ならしめるためには、たわみの式

$$\frac{d^2\eta}{dx^2} = \frac{M}{E \cdot I}$$

$$\frac{d\eta}{dx} = \int \frac{M}{E \cdot I} dx$$

において、 $x$  の値がそれぞれ  $1:3$  であるような対応点で  $d\eta/dx$  が同一でなければならない。しかるに、 $Mdx$  は寸法の 2 乗に比例し、 $I$  は寸法の 4 乗に比例するから、このために荷重（集中）を寸法の 2 乗に比例させる（このとき応力は両模型の対応点で同一になる）ことが必要

である。まくらぎに作用する反力の圧力度を  $p \text{ kg/cm}^2$  とすれば、まくらぎに作用する反力は  $p \cdot A$  ( $A$  : まくらぎの底面積) で寸法の 2 乗に比例する。したがって、換言すれば、二つの模型でレールがまくらぎから受ける反力度はともに  $p \text{ kg/cm}^2$  であって、このとき道床沈下は常に  $1:3$  であるような沈下係数のものであることが必要である。ゆえに、沈下係数は模型を  $1/3$  にするときには 3 倍のものをとる必要がある。

### c) 材質および寸法の異なる模型を使用した場合

前述の a) および b) から、レール模型として材質および寸法の異なる模型を使用した場合には、道床もまたそれに応じて異なる材料を使用する必要があり、結局、 $1/3$  エポキシ模型の場合にはその道床として、道床沈下係数  $C$  の値が実際道床の  $1/13\,000 \times 3 = 1/4\,330$  であるような材料を使用する必要がある。ゆえに実際の道床沈下係数  $C$  の値を  $C = 13 \text{ kg/cm}^3$  とすれば、模型道床沈下係数の値は

$$C = 13 \times \frac{1}{4\,330} = 0.003 \text{ kg/cm}^3 = 3 \text{ g/cm}^3$$

となる。このような沈下係数をもつものとして、実験の結果“オガクズ”上面にビニールの布を敷いたもの用いることにした。

(注意：厳密にいえば三次元光弾性実験では、模型材料のポアソン比の相違が実験結果に影響するが、二次元光弾性では、材料の弾性係数の相違は実験結果に影響しないことが理論的に知られており、三次元光弾性の場合にも、ポアソン比は材料ごとに一般にそれほど相違しないから、実験結果に対しても一般にあまり大きな誤差を招くものではないとされている。)

### 2.3 模型に加える荷重 $P$ の算定

継目板中央に生ずる集中応力は、Zimmermann 氏の式 (Zimmermann: Die Berechnung des Eisenbahn Oberbaues p. 264) にしたがうと任意の荷重を受けたとき (図-2.2 参照)

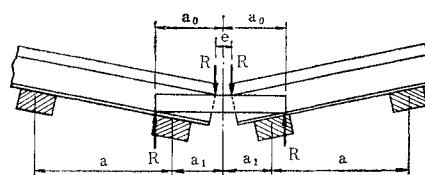
$$R = \frac{\frac{(1+2\alpha_1)r+(2+3\alpha_1)\alpha_1-\alpha_0^2}{4\alpha_0}G - \frac{\epsilon}{2\alpha_0^2}B}{1+r+3\alpha_1-\alpha_0\left(2-\frac{J}{i}\right)}$$

ここに、 $\alpha_0 = \frac{a_0}{a}$ ,  $\alpha_1 = \frac{a_1}{a}$ ,  $r = \frac{B}{D}$

$$B = \frac{6 E_s J_s}{a^3} \quad (\text{レールの単位沈下に対する圧力})$$

$$D = \frac{C b}{k[\eta_p]} \quad (\text{まくらぎの単位沈下に対する圧力})$$

図-2.2 継目部压力



$$\kappa = \sqrt{\frac{Cb}{4EJ}}$$

$\eta_p$ : まくらぎのレール位置の沈下係数

$C$ : 道床沈下係数

$J_s$ : レールの断面二次モーメント

$J$ : まくらぎの断面二次モーメント

$i$ : 両継目板の断面二次モーメント

$E_s$ : レールのヤング率

$E$ : まくらぎのヤング率

$G$ : 軸圧

$\epsilon$ : レールと継目板との遊間

$b$ : まくらぎの幅

$a_0$ : 継目板の長さの 1/2

$a$ : 端まくらぎの中心間隔

$a_1$ : レール継目部まくらぎの中心間隔の 1/2

継目板の受ける曲げモーメントは

$$M=R(a_0-3)$$

(2 本のレール遊間を 6 mm とする)

継目板に生ずる応力は

$$\sigma = \frac{Mh}{i}$$

から求められる。

実際の軌道についてつぎの値

$$a_0=280 \text{ mm}$$

$$E_s=2.1 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$$

$$a=420 \text{ mm}$$

$$J_s=1.74 \times 10^7 \text{ mm}^4$$

$$a_1=192 \text{ mm}$$

$$i=5.76 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$C=1.3 \times 10^{-2} \text{ kg/mm}^3 \quad \epsilon=0.5 \text{ mm}$$

$$D=2.09 \times 10^3 \text{ kg/mm} \quad G=10000 \text{ kg}$$

$$E=4 \times 10^2 \text{ kg/mm}^2 \quad J=4.56 \times 10^7 \text{ mm}^4$$

$$b=200 \text{ mm}$$

をとて  $R$  を計算すれば、 $R=5020 \text{ kg}$  ( $\epsilon=0$  の場合  
 $R=6160 \text{ kg}$ )を得る。

∴ 継目板の受ける曲げモーメントは

$$M=R(a_0-3)=1.39 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{mm}$$

$$(\epsilon=0 : M=1.71 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{mm})$$

したがって、この時に継目板に生ずる応力は、 $\sigma_1=13.3 \text{ kg/mm}^2$  ( $\epsilon=0 : \sigma_1=16.3 \text{ kg/mm}^2$ ) となる。

これに対し、光弾性においてしま次数  $N$  を与える式

$$N=\alpha \cdot \sigma_2 \cdot t$$

ここに、 $\alpha$ : 高温時の光弾性感度 ( $\text{mm/kg}$ )

$t$ : スライスの厚さ ( $\text{mm}$ )

から必要最高応力度  $\sigma_2$  を求める。

$N=10$  (最高しま次数として 10 しま程度を予定する),  
 $\alpha=32 \text{ mm/kg}$  (模型材料についての実測値),  $t=6 \text{ mm}$  とすれば、 $\sigma_2=0.052 \text{ kg/mm}^2$  となる。

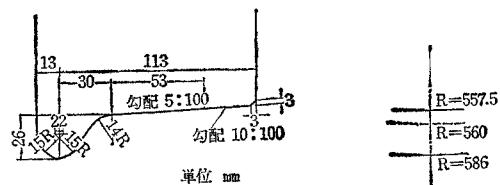
応力比 ( $\sigma_1/\sigma_2$ ) と縮尺比 ( $L/t$ ) から模型に加える荷重  $P$  は

$$P=\frac{(\text{実際の軸圧 } G)}{\text{応力比} \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right) \times \text{縮尺比} \left( \frac{L}{t} \right)^2}$$

で与えられ、実際の軸圧  $G=10 \text{ t}$  とすれば、 $P=4.3 \text{ kg}$  ( $\epsilon=0$  の場合、 $P=3.5 \text{ kg}$ ) となる。

以上の計算結果から、高温時の模型道床材料の  $C$  の低下等を考慮して載荷荷重を 3 kg とし、この荷重をレール継目部直上に加えることにした。なお荷重加压先端部の形状は 図-2.3 に示した寸法の 1/3 の大きさのものである。

図-2.3 荷重加压先端部 (実験に用いたものはこの寸法の 1/3 模型である)



#### 2.4 ボルト緊締トルクの計算

模型ボルト緊締トルクはつぎのようになる。実際の軌道における緊締トルクを 3500 kg·cm, 軸圧を 10 t, ねじ山ピッチによる補正を 1.26 とすれば

模型ボルトの緊締トルク

$$= 3500 \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{10000} \times 1.26 = 0.441 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

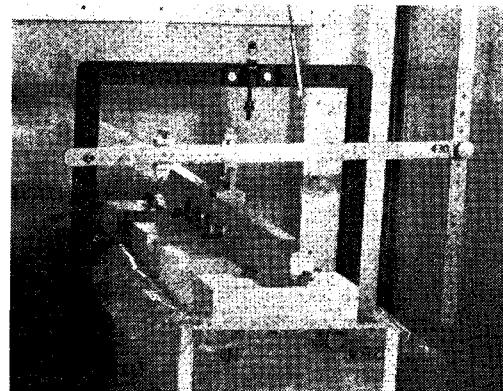
写真-1 に示した模型供試体のボルトを上記のトルクで緊締し、ねじくぎを用いてまくらぎに固定した。ロックナットワッシャーに相当するものとしてピアノ線を曲げて作ったバネを入れ、荷重載荷時のねじのゆるみによるトルクの低下を防止した。

#### 2.5 応力凍結、スライス、光弾性写真的撮影

組立てた供試体を所定の道床沈下係数をもつ道床模型上に配置し (写真-2), これを負荷装置を内蔵する電気炉に入れ, 炉内温度を 室温 から 凍結最適温度 (120°C) に徐々に上げた後 (約 20 時間後), 2.3 で決めた荷重を載荷した。その後 120°C に 1 時間保ち, 5°C/h の降下速度で温度降下を始め, 応力凍結を完了した。

以上のようにして得た応力凍結模型を 図-2.4 のように縦横方向にスライスし (厚さ 6 mm), 供試体と同じ屈

写真-2



折率の浸漬液(流動パラフィンと $\alpha$ -モノブロムナフタリンの配合)の中に試験片を入れて、光弾性写真の撮影を行なった。

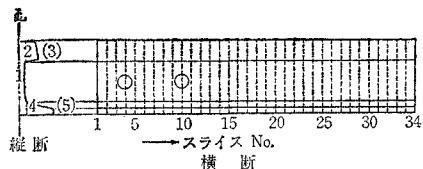
### 3. 実験結果

#### 3.1 横断スライスについて

写真-3、写真-4は多数の実験結果のうちレールおよび継目板の各横断スライスの等色線の一例を示したものである。写真-3(a)は載荷点下、(b)はボルト孔附近、(c)は継目板端との接触点付近の等色線をそれぞれ示している。

図-2.4 レール・継目板の縦・横断スライス

(a) レール縦・横断スライス



(a)

(b) 継目板・縦断スライス

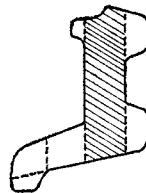
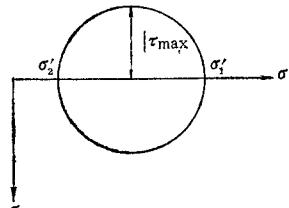


写真-3

(b)

図-3.1



(c)

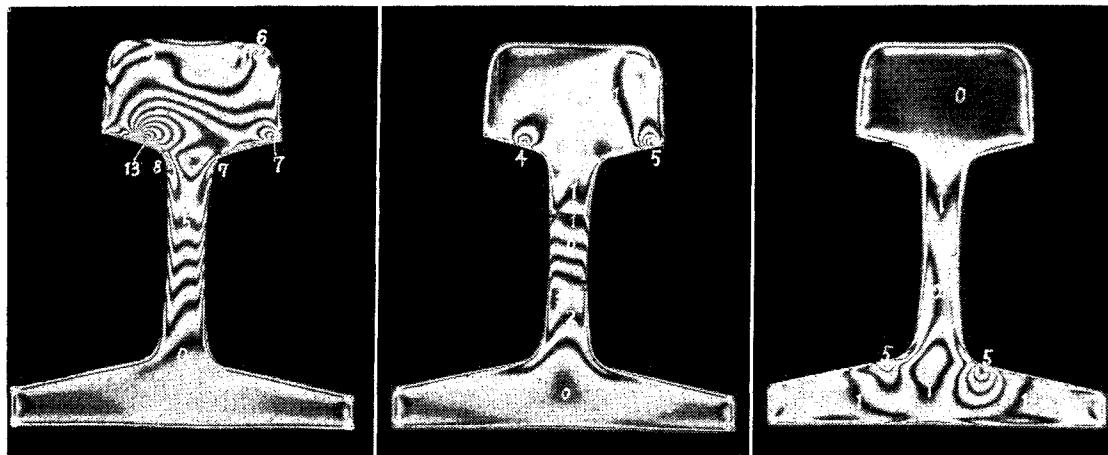
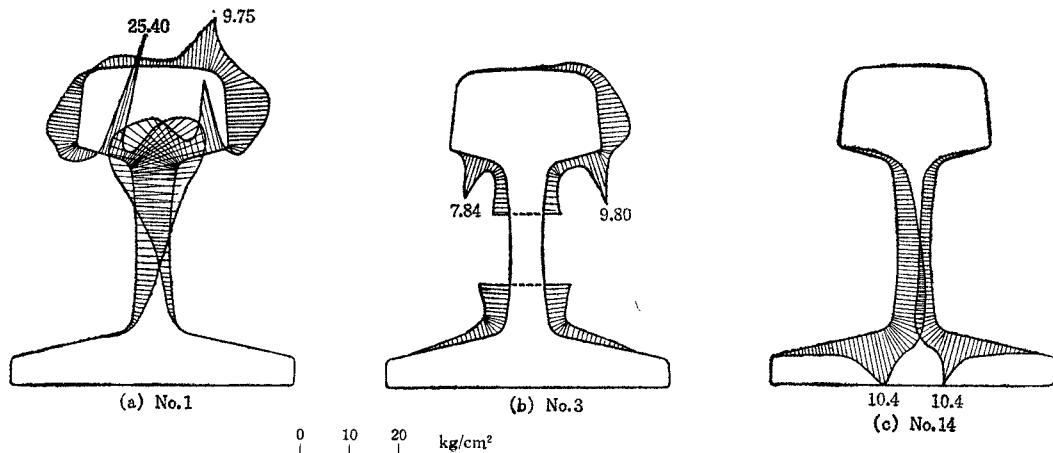


図-3.2 レール横断面の応力分布



等色線一しまの二次主応力差すなわち、(二次最大せん断応力度) $\times 2$ は $\sigma = 1/(32 \times d)$  kg/mm<sup>2</sup> ( $d$ :スライスの厚さ)で、これを実際の10t荷重の場合に換算すると

$$\sigma' = \sigma \times \frac{\frac{10000}{3^2}}{3} = 370.4 \sigma \text{ (kg/mm}^2\text{)}$$

この $\sigma'$ は実際軌道のスライス面内に存在する応力成分に関する二次主応力差( $\sigma_1' - \sigma_2'$ )に等しく、最大せん断応力度 $\tau_{max}$ の2倍に等しい。すなわち

$$\sigma' = \sigma_1' - \sigma_2' = 2\tau_{max}$$

等色線から応力分布を求めれば図-3.2のようであ

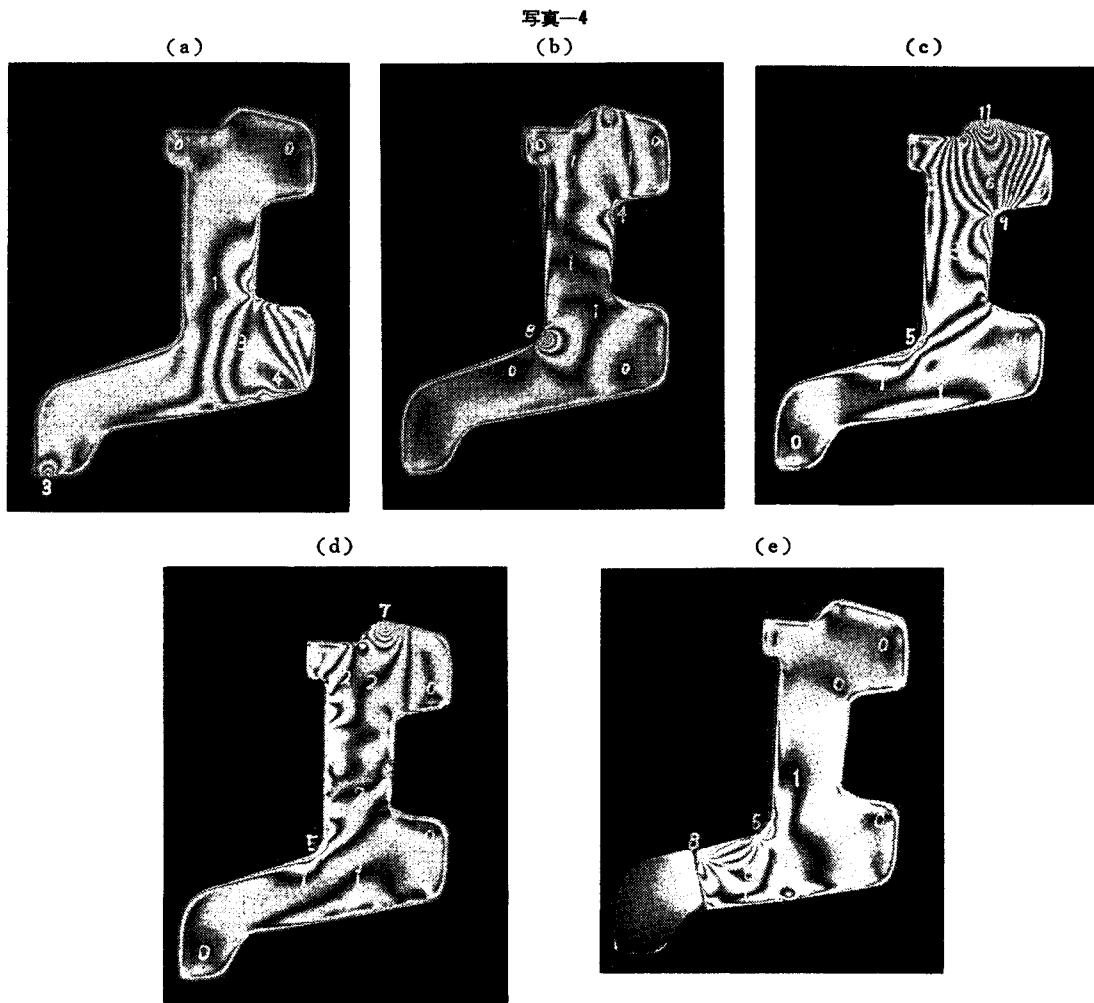
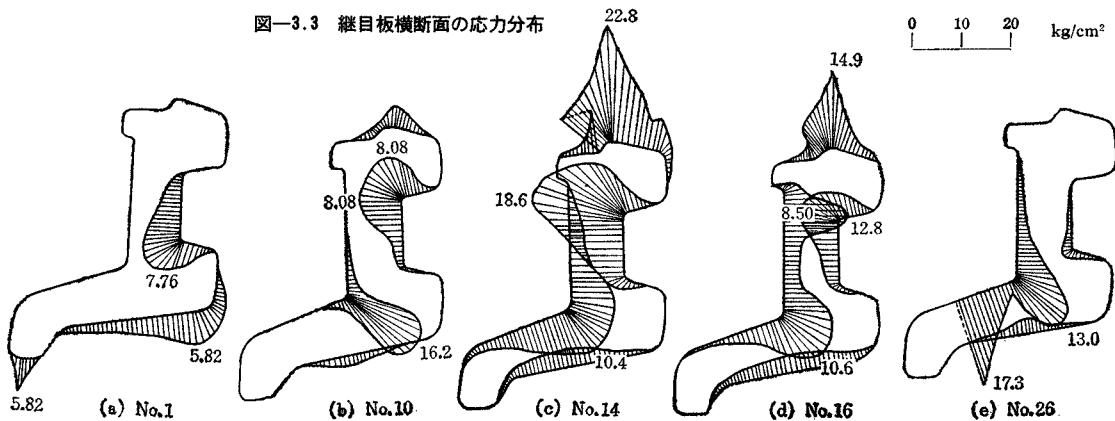


図-3.3 継目板横断面の応力分布



る。応力図はすべて 10 t 荷重に対する（最大せん断応力） $\times 2 = 2\tau_{max}$  で表わされている。

写真-4 のうち、(c) は継目板中央部、(e) は大くぎ切欠部の等色線である。これらから応力分布を求めれば図-3.3 のようになる。

図-3.4、図-3.5 は、レールおよび継目板の各横断

面応力の軸方向分布を示したものである。

### 3.2 縦断スライスについて

写真-5、写真-6 は、レールおよび継目板の各縦断スライスの等色線である。これより縦方向応力の分布状態は図-3.6、図-3.7 のようになる。また、継目板ボルト孔（内側 2 孔）周辺の応力分布を図-3.8 に示した。

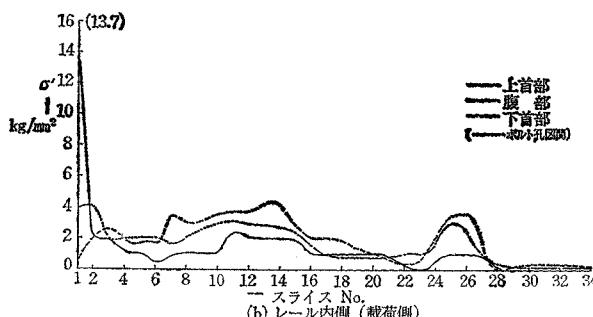
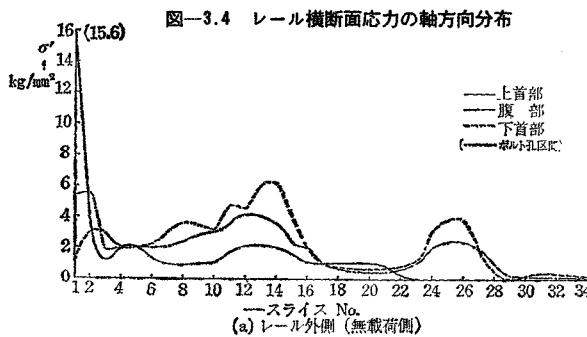


図-3.6 レール縦断面応力の分布

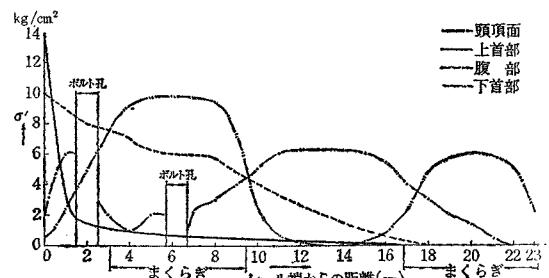


図-3.7 繼目板と縦断面応力の分布

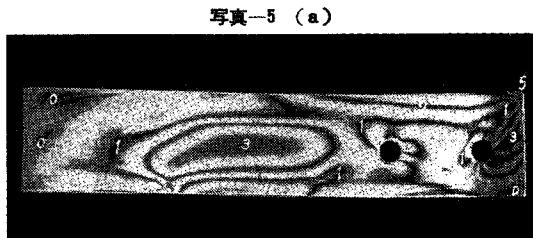
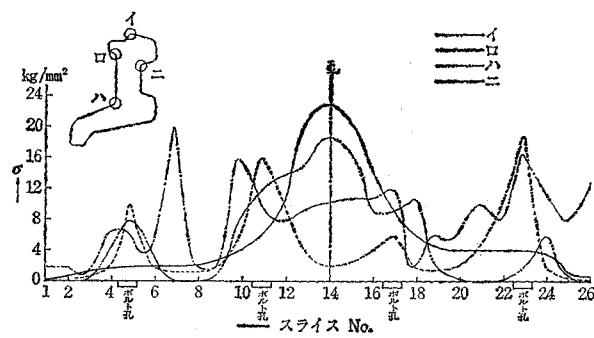
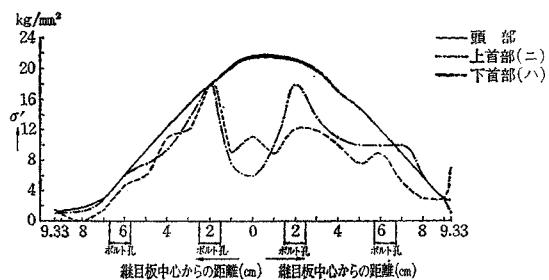


図-3.8 繼目板のボルト孔周辺応力分布 (kg/mm²)

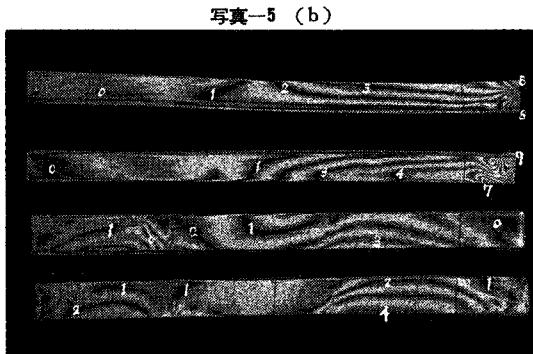
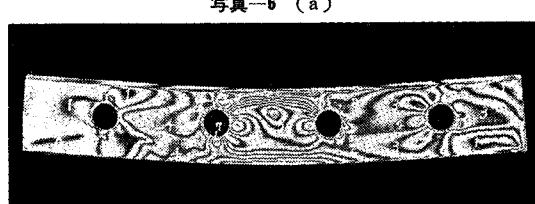
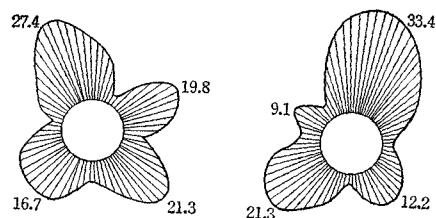
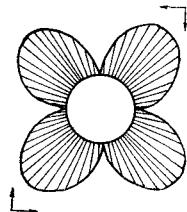


図-3.9 一様なせん断応力（相等しい引張力および圧縮力の2主応力）を受けた場合の応力分布



応力分布図は横断面の場合と同じく、10 t 荷重に対する（最大せん断応力） $\times 2 = 2\tau_{\max}$  で表わされている。

## 4. 考 察

### 4.1 横断スライス

(1) 大きなせん断応力を生ずる部分は、レール、継目板とも載荷点直下で、レールでは上首部に、継目板では頭頂部および上・下首部に応力集中がみられる。載荷点以外では、継目板端が接するレール下首部に、また継目板ではボルト孔周辺に応力集中が生ずる。

(2) レール横断面応力の軸方向分布状態は、載荷点を除けば上首部の応力より下首部の応力の方が一般に大きい傾向にある。

(3) 継目板横断面応力の軸方向分布状態は、ボルト孔およびねじくぎの影響でかなり攪乱されている。継目板中央部の頭頂面応力は  $2\tau_{\max} = 22.8 \text{ kg/mm}^2$ 、上首部で  $2\tau_{\max} = 18.6 \text{ kg/mm}^2$  とかなり大きな値である。

(4) 継目板下足の“大くぎ切欠き部”（図-3.3 No. 26）も応力が集中するので、この部分にクラックが生じ、継目板破損の原因と考えられる。

(5) 最大主せん断破壊説による最大破壊せん断応力（ST 75 :  $2\tau_{\max} = 75 \text{ kg/mm}^2$ ）を越えるせん断応力が生ずる点はないが、レール横断面応力のうち、レール頭部の載荷点下で  $2\tau_{\max} = 39.6 \text{ kg/mm}^2$ （No. 2 横断試験片）のせん断応力を示す。いま、衝撃振動等を考慮して安全率を 3 にとると、許容せん断応力は  $2\tau_{\max} = 25 \text{ kg/mm}^2$  となるから、載荷点は許容応力を越えている。

(6) Zimmermann 氏の式では、縦方向の応力のみを考え、横方向の応力は無視しているが、実際には図-3.4、図-3.5 のように横方向応力も無視できないほど大きなものである。

### 4.2 縦断スライス

(1) レールの縦断スライスから求めた応力分布をみると、上首部応力は載荷点以外では小さな値を示している。腹部応力はまくらぎ間で最大となる。これに対し、下首部応力は、載荷点では小さく、レール継目部まくらぎ上で最大となり、まくらぎ間で最小となる。つまり、下首部応力の大きいまくらぎ上では腹部応力は小さくなっている。

(2) 継目板縦断面の応力分布についてみると、継目板頭部はほぼ対称の応力分布をしている。この部分の縦方向最大せん断応力は載荷点直下で、 $2\tau_{\max} = 21.6 \text{ kg}/$

$\text{mm}^2$  である。継目板上首部（二）の応力はボルト孔付近で、載荷点直下の応力の 3 倍の値 ( $2\tau_{\max} = 18.0 \text{ kg}/\text{mm}^2$ ) を示している。

(3) 継目板ボルト孔（内側 2 孔）周辺には、それぞれ  $2\tau_{\max} = 33.4 \text{ kg/mm}^2$ 、および  $2\tau_{\max} = 27.4 \text{ kg/mm}^2$  と非常に大きな応力が生ずる（図-3.8）。4.1(5) で求めた許容応力 ( $2\tau_{\max} = 25 \text{ kg/mm}^2$ ) をはるかに越えている。

このボルト孔周辺応力分布は、円孔を有する板が一様なせん断応力（相等しい引張力および圧縮力の 2 主応力）を受けた場合の円孔周辺応力分布（図-3.9 参照）にやや似ている。

(4) Zimmermann 氏の式から継目板応力を計算すると、 $2\tau_{\max} = 13.3 \text{ kg/mm}^2$  ( $\epsilon = 0$  の場合、 $2\tau_{\max} = 16.3 \text{ kg/mm}^2$ ) であるが、光弾性実験の結果は  $2\tau_{\max} = 21.6 \text{ kg/mm}^2$  であった。

## 5. 結 論

以上において、レール継目部におけるレール断面応力、継目板断面応力、およびボルト孔周辺応力等につき、三次元実験的に考察を行なった。

これらの実験結果から

(1) レール上首部の曲率半径が小さいため同部に応力が集中する。ゆえに同部の曲率半径を大きくする必要がある。

(2) 継目板の上首および下首部にも応力が集中する。継目板腹部内側の凹形はあまり意味がないようであるから、同部の厚さを増加した方がよいようと思われる。

(3) レール頭部の載荷点、および継目板ボルト孔周辺には許容応力を越えるような大きなせん断応力が生ずる。

(4) 継目板下足の“大くぎ切り欠き部”は、この部分に応力が集中するので継目板破損の原因と考えられる。したがって下足を短くし、この断面を腹部等他の部分で増加した方がよい。

## 参 考 文 献

- 1) Zimmermann, H. : Die Berechnung des Eisenbahn Oberbaus, Berlin 1888.
- 2) Frocht : Photoelasticity, I, II. Newyork, U.S.A.
- 3) 応力測定技術研究会編：応力測定法、昭和 30 年
- 4) 辻 二郎・河田幸三：光弾性実験法、昭和 32 年
- 5) 小西一郎・丹羽義次：レール継目部応力の光弾性学的研究、土木学会論文集第 55 号、昭和 33 年 5 月
- 6) 佐藤 裕：レールの局部応力、鉄道技術研究報告第 27 号 昭和 33 年 8 月
- 7) 宇塚範吉：継目板の形状、鉄道技術研究報告
- 8) 小山和雄・佐々木直樹：レール継目部に生ずる応力のボルト穴による影響、鉄道技術研究報告第 75 号、昭和 34 年 5 月
- 9) 宮入富人・佐々木直樹：二次元光弾性実験によるレール断面、鉄道技術研究報告第 187 号、昭和 36 年 1 月  
佐々木直樹・柿沢 実：各國主要レールに生ずる局部応力の実験的研究、鉄道技術研究報告第 189 号、昭和 36 年 2 月
- 10) 佐藤 裕：レールの寿命、鉄道技術研究報告 第 476 号、昭和 40 年 6 月

(1966.2.25・受付)