工業用水計画における水量・水質配分について*

QUANTITY-QUALITY DISTRIBUTION IN THE PLANNING OF INDUSTRIAL WATER SYSTEM

合田　健**・末石　冨太郎***・住友　恒****
By Takeshi Goda, Tomitaro Sueishi and Hisashi Sumitomo

1. まえがき

工業の進展とともに，その必要とする工業用水需要も年々増大し，用水確保は工業立地計画上のきわめて重要な要素となっている。いったん開発された工業地帯にあっては，生産の伸び，関連産業の誘致，人口の集中による用水の需要増にともなって，必然的に都市上水道，農業用水その他用水事業との競合を起こし，また一方，上流地域の開発や工業自身の廃液によっても水源汚濁の進行が避けられない。そこで限られた用水の有効利用をはかるため用水の回収再利用，生産設備の改善による水使用の合理化などの対策によって，用水原単位の低下がはかられつつある。ただし，このような施策は，一単独工業にとってはたしかに有利となるけれども，工業地帯全体としてみたときには，その地域の用水需給計画の合理化がまずはかられるべきことは当然なことである。ところで，工業地帯全体計画における問題点の一つとして，用水政策上の問題をとりあげてみると，つぎのような問題がある。

（1） 低価格制によるひずみの問題，（2） 均等価格制による格差の問題，（3） 全体計画の経済性の問題，などである。ここでの低価格制とは政府の助成策によって，用水単価が 4～5 円/m^3 にすえおかれた効果をさすが，低価格なるがゆえに用途によってむだの多い水使用も少なくなく，ひいてはこれが水不足を招くこともある。また，工業用水の用途内訳はきわめて多岐にわたっているにもかかわらず，均等な水価格が目標となることは，従来の工業用水が水量を第一義的に考えていたことの証拠であり，事実，水源水質が良好でかつその格差の少ない場合にはこのような考え方もある程度可能であった。さらに他の用水事業との均衡という点からも上記のような助成策は，結局のところ，ゆがめられた用水需要を誘発するのではないかという危惧[1]が想定されるので，工業用水道自身がもっと徹底した合理性，経済性の追求をはかったうえで，全用水計画に総合されるべきであろうと考える。水量のみに重点をおいた平均値的な計画は必ずしも最適なものとはならない点に留意すべきである。

上に述べた工業用水の利用のプロセスとの関連において，より合理的な需要水量の決定が重要となり，このためには，もっとも効果の大きくなるような用水の供給取得を研究目標とすべきであろう。このためにはまず工業用水の量的，質的価値といったものの評価が必要であろう。

以上のような目的をもって，本研究は工業用水の水量と水質を同時に考慮して，それらを水源と工業との間に合理的に配分することによって，用水取得法をいっそう経済的にすることを提案し，かつ，この方法に種々な角度から検討を加えるとともに，特に水量水質に関する制約条件の意義を十分究明することによって，量的，質的価値評価への足がかりとしようとしたものである。同時に問題を模型化して考えるので，これによって得られる数値解の精度を把握することにつとめた。

2. 工業用水の水量・水質配分計画の合理化

工業用水を合理的に取得し配分するためには需要水量条件を満たすのみならず，水質的にもおのおのの用途に応じた合理的なものでなければならない。しかも工業用水はボイラー用，原料用，洗浄用，冷却用など用途がきわめて多く，一工場内においてすら水質の異なる幾種もの水を要求する場合が少なくない。しかるに工業用水を得る場合，その用途を十分検討してそれに適合した用水を使用することは少なく，水質的に十分満足のゆく用水でさえあれば，無差別にこれを使用することが多かった。極端な場合には上水道水を雑用水として使用する例も決して少なくない。このような用水の取得利用はかなりのむだがあるものと考えられ，特に使用水量の多い工業ではきわめて不経済な結果となるであろう。著者らはさきにこの種の工業用水計画の合理化のための第1段階として工業用水水源の選定とその水量配分[2]の問題を線型計画の輸送問題の模型におきかえ，送水費の変動に対しては近似的な取扱いをすることによって，最適水量配分を求める方法を提案し，さらに将来計画決定への応用をも論じた。その際，使用用途の水質要求の変わることは需要地を別なものとして処理費を変えることによって表現したが，この方法は2項目以上の水質を対象にすることはできなかった。そこで本研究ではまず前の方法を

* 土木学会第19回年次学術講演会（昭. 39年）にて一部発表
** 正会員　工博　京都大学教授　衛生工学教室
*** 正会員　工博　京都大学助教授　衛生工学教室
**** 正会員　工修　京都大学助手　衛生工学教室

基礎とした模型をさらに拡張し，より一般的に水質をも取り扱うことをはかる一方，さらに実用化のための二，三の試みを行なうとともに，最適化のもつ意義についても検討することにした。

（1） 計画法の基本概念

工業用水需要地において用水を合理的に取得し配分するということは，一応次のように考えることができる。すなわち，要求されるすべての水質条件を十分満たす用水を必要な水量だけ取得しうるいろいろの方法のうち，最も用水経費の安価なものを採用することである。したがって用水をいろいろの水源から取水し，おのおのどの程度の水質にまで処理した水量をどのように組み合わせ配分するのが経済的であるかを考えてみる。ただし，ここでいう水源とは従来一般に考えられているように限定した意味でなく，いったん広い意味で用水を供給しうるあらゆる水系を水源として取り扱うべきである。たとえば河川水の無処理の水，河川水を沈殿処理した水，河川水を沈殿処理した後ろ過処理した水，回収水を冷却処理した水，あるいはまた下水処理場放流水なども一つの水源とみなしてゆくことである。いま上に述べたように水源および需要地に関し下記の記号によって示される水量，水質などが把握できているとする。

i：水源の番号 $(i=1,2,\cdots,\boldsymbol{I})$

$\boldsymbol{I}$：水源の総数

j：水質項目の番号 $(j=1,2,3,\cdots,\boldsymbol{J})$

$\boldsymbol{J}$：水質項目の総数

k：工業用水用途の番号 $(k=1,2,3,\cdots,\boldsymbol{K})$

$\boldsymbol{K}$：工業用水用途の総数

$a_{i\cdot j\cdot k}$：用途 k のために水源 i より取得する水の保有する水質項目 j の値

$a_{0\cdot j\cdot k}$：用途 k に必要な水質項目 j の制限値

$X_{i\cdot k}$：用途 k のために水源 i から取得する水量

X_k：用途 k の必要水量

X_i^*：水源 i の供給可能最大水量

$X_{i\cdot k}^*$：用途 k のために水源 i からの供給可能最大水量

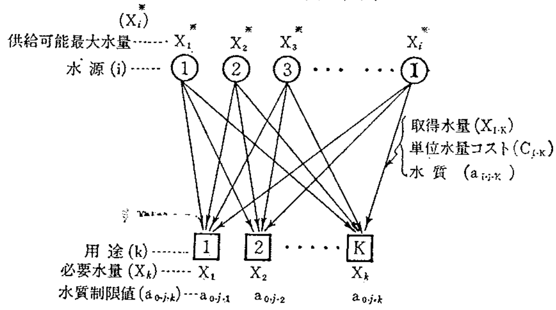
$$\left(X_i^*=\sum_{k=1}^{k=K} X_{i\cdot k}^*\right)$$

用水取得配分方法としては，水質制限値 $a_{0\cdot j\cdot k}$，必要水量 X_k の用途 k なる用水を得るのに，i なる水源より水質 $a_{i\cdot j\cdot k}$ の水を水量 $X_{i\cdot k}$ ずつ各水源より取水して，これを適当に組み合わせればよいから，問題は図―1のように模型化することができる。この模型を数学的に表現するとつぎのようになる。まず水量の制約条件として，用途 k では i 個の水源から水量 $X_{i\cdot k}$ ずつ取水して必要水量 X_k を満たすのであるから各 k について，

$$X_k=X_{1\cdot k}+X_{2\cdot k}+\cdots+X_{I\cdot k}=\sum_{i=1}^{i=I} X_{i\cdot k} \cdots\cdots(1)$$

$(k=1,2,\cdots,\boldsymbol{K})$

図―1 問題の模型化図



が成立する。一方水源 i にも供給能力が限定されているので各 i について次式が成立しなければならない。

$$X_i^* \geqq \sum_{k=1}^{k=K} X_{i\cdot k} \geqq 0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

$(i=1,2,3,\cdots,\boldsymbol{I})$

つぎにおのおのの $X_{i\cdot k}$ を混合した場合混合水の水質が目的とする用途 k の用水の水質制限値を越えてはならないので，各 j について次式が成立する必要がある。

$$f(a_{i\cdot j\cdot k}, X_{i\cdot k}, a_{0\cdot j\cdot k}, X_k) \geqq（\text{または，}<）0 \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

ところで，水温，浮遊固形物濃度，浊度など，水質項目のうち物理的な傾向の強い水質については混合操作にともない次式が成立する。

$$a_{1\cdot j\cdot k}\cdot X_{1\cdot k}+a_{2\cdot j\cdot k}\cdot X_{2\cdot k}+\cdots+a_{I\cdot j\cdot k}\cdot X_{I\cdot k}$$
$$\leqq（\text{または，}\geqq）a_{0\cdot j\cdot k}\cdot X_k \cdots\cdots\cdots\cdots(3)'$$

$(j=1,2,3,\cdots,\boldsymbol{J})$，$(k=1,2,3,\cdots,\boldsymbol{K})$

また，COD，硬度など，その他の項目についてもほぼ上式が成立する水質は多い。ただ，pH など水質表示形式が一次式で表わしえないものについては厳密な意味では，上式は成立しないが，混合にともなう変化範囲が小さい場合，近似的に上式は成立するものとみなすこともできるので，式（3）′を近似的に水質制約に関する一般式とみなすことができよう。ただし，厳密解を要する場合とか，混合にともなう変化範囲の大きい場合については誤差の程度は無視できなくなるので特別の配慮が必要である。

ここに，式（3）′の不等号の向きは水質制限値が上限の値を示すものか下限の値を示すものかなどによって適宜決定される。

以上に示した制約式を満たす $X_{i\cdot k}$ は数多くあり，そのいずれであっても工業の用水需要を満たすうえで実行可能である。しかしこれらのうち，総用水経費を最小にするような $X_{i\cdot k}$ の各値を求めることが最も経済的で，その意味で合理的な方法といえよう。すなわち，全用水経費を Z と表わせば，Z は一般につぎのような関数となるであろう。

$$Z=f(C_{i\cdot k}, X_{i\cdot k}) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

ここに，$C_{i\cdot k}$ は $X_{i\cdot k}$ の用水単位コストを表わし，

$X_{i \cdot k}$ の単位水量を水源から購入，輸送，浄化，配水などの処置をするに要する全経費から定まる単位コストをさしている。

すなわち，

$$C_{i \cdot k}=f(C_0, l, a_{i \cdot j \cdot k}, a'_{i \cdot j \cdot k}, X_{i \cdot k}, \text{etc} \cdots)$$

と表わされる。ここで，C_0 は原水購入費，l は輸送距離，$a'_{i \cdot j \cdot k}$ は浄化水水質である。

ところで，この $C_{i \cdot k}$ として，場合によっては，この水を使用することによって生じる工業での単位水量当りの利益，収入を表わすこともできる。数学的には式（1），（2），（3）の各式によって表わされる制約条件のもとに式（4）の Z を最小にする $X_{i \cdot k}$ の値を解くことによって合理的な用水取得配分計画を行なうことができる。同様に $C_{i \cdot k}$ が単位水量当りの収益を表わす場合は式（4）を最大にする $X_{i \cdot k}$ を解くことである。以下には，Z が総用水経費を表わす場合についてのみ述べるが Z が総収益を表わす場合も全く同様に考えることができる。

なお，以上のごとき概念は，水を使用する側の共通的な要望条件を基礎として，それらの集合した一つのシステムにおいての最適配分形態を求めることを考えたものであり，水利用者の経済性をより追究するという意味でその適用対象は広範囲にわたるものであるといえよう。

たとえば，一工場における用水取得に適用すれば，その用水取得を合理化しうることはもちろん，多数の工場を有する工業地域にこれを適用しても，全域の総括的な合理化をも可能ならしめるものであり，ひいては当地域内各工場に，その合理化が波及しうるものである。あるいは，対象として工業地域をとり上げる場合，厳密な意味において，全体地域の合理化と地域内単位工場の合理化目標とが必ずしも一致しない場合があり，地域内工場に部分的に非合理化されるものが出現することがあっても，全単位工場が非合理化されないよう各工場の要求事項を新たに制約条件として加味することによって，全体の満足のゆく合理化も可能となるのである。

（2） 計画法の実用化とその解法

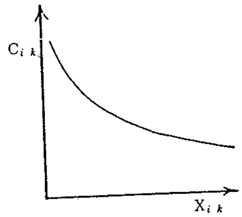
上記のような計画法の基本概念を実用化するためには，合理化の目標を表わす式（4）をさらに具体的に表示しなければならない。Z を $C_{i \cdot k}$ と $X_{i \cdot k}$ のいかなる関数とするかについては検討すべき問題も多いが，ここでは問題の要求する精度と計算の簡便さとから判断して前の論文[2]と同様に Z を一次式で表わすことにした。すなわち，

$$Z=\sum_{k=1}^{k=K}\sum_{i=1}^{i=I} C_{i \cdot k}X_{i \cdot k} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)'$$

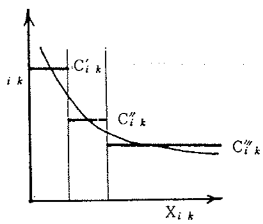
ただし，ここでは $C_{i \cdot k}$ を定数として取り扱う場合に限り Z は一次式である。

したがって問題は式（1），（2），（3）′ の制約条件のもとに式（4）′ を最小にする $X_{i \cdot k}$ を求めることになるが解法としていく通りもの方法がある。しかし特に式（1），（2），（3）′，（4）′ すべてが線型である場合，線型計画法（リニヤープログラミング）[3]の解法を適用するのが実用的であろう。解法の詳細については多くの文献があるのでここでは省略するが，結局，シンプレックス表[3]を用いた簡単な数値計算によって解を得ることができる。ただここで注意しなければならない点は，一般に線型計画法においては $C_{i \cdot k}$ を常に定数として取り扱うのに対して，本計画法では $C_{i \cdot k}$ が 図—2 に示すように水量の増加とともに減少して，必ずしも一定として取り扱うことのできない場合が少なくないので，無批判に線型計画法の解法を使用することができない。したがって，なんらかの方法でこれを近似的に定数化する必要がある。たとえば常に $C_{i \cdot k}$ を一定とみなしてしまう方法とか，あるいは図—3 に示すように水量の区間分けを行ない。その範囲内で $C_{i \cdot k}$ を一定とみなしてゆくなどの方法がある。なお，式（4）が式（4）′ のごとく一次式に表わせない場合は他の解法によらねばならないが，その一例としてダイナミックプログラミングの解法[4] などもこれに利用することができる。あるいはまた，電子計算機の普及によって膨大な数値計算を短時間内に行なわしめて解を得ることもできる。結局，合理的な用水配分計画法は，式（4）の表わし方によって種々の解法が存在することになるが，これらすべてをここに論ずることは必ずしも本文の目的でないので，これを省略する。しかし，問題の性格，精度，解法の簡便さ，および従来の著者らの研究過程などから判断して，最小化すべき目標を式(4)′のごとく表わし，解法としては線型計画法を用いて計算を行なうとともに，$C_{i \cdot k}$ の定数化に若干の工夫を加えるのが最も実用的にすぐれた方法といえるようである。

図—2　$C_{i \cdot k}$ と $X_{i \cdot k}$ の関係図（C_0, l, $a_{i \cdot j \cdot k}$, $a'_{i \cdot j \cdot k}$, $X_{i \cdot k}$ などが一定のとき）



図—3　$C_{i \cdot k}$ 定数化



（3） 実用化のための二，三の考察

以上に記したごとき計画法をより実用化するためには計画対象の性格，必要とする精度などを考慮して，適宜計算の精度，あるいは近似の程度を変化すべきであろう。そこで以下実用化のための近似計算法などについて二，三の検討を加えてみた。

A．水質制約式を省略できる場合および制約式を分割

できる場合の近似解法

a)　水質制約式を省略できる場合　　用水配分計画において近似的に式（3）′の水質条件が省略できれば，さきに述べた著者らの水量配分のモデルを取り扱うことに相当する。このように水量条件のみを考えてもよい場合をいま一度明確にしておくと，

1．候補としている水源がいずれも非常に良質な水を供給する場合
2．用途から考えて水質上の制約が事実上問題にならない場合
3．用水の単位水量コスト（$C_{i\cdot k}$）の値が水質上の制約をも考慮した値であるとみなせる場合

などであろう。

3　はすなわち，$C_{i\cdot k}$ の値を決定するに当たり，その水の水質をあらかじめ十分考慮しておけば $C_{i\cdot k}$ によって逆にある程度の水質保証を得ることができるからである。たとえば，河川水を急速ろ過処理した水の $C_{i\cdot k}$ を決定するに当たり，ろ過水の水質をも十分考慮して，薬注量，ろ過速度などをきめ，それらの諸条件から算出した $C_{i\cdot k}$ を用いて計算すれば得られた解 $X_{i\cdot k}$ の水質は，ほぼ急速ろ過水の水質程度と考えられ，特に厳密な水質制約を設けなくてもこの $C_{i\cdot k}$ が近似的に水質制約を表わしているとみなせよう。特に水質項目が一つの場合には，水源 i の水質条件を改善してちょうど用途 k の水質要求を満たすような $C_{i\cdot k}$ を決定することができ，$C_{i\cdot k}$ が水質制約を代表する。以上のごとく水質制約式を省略すれば解法自身も簡単になり，輸送問題[3]の解法が近似的に適用できる[2]。

b)　制約式を分割できる場合　　すでに 2.(1) で示した解法において I, J, K のそれぞれが大きい値の場合，制約式，および未知数の数が増大して計算は手数を要し，シンプレックス表による計算が実用的でない場合も生じることがあろう。そういった場合精度を若干犠牲にしてつぎに示すような近似法によって検討することもできる。すなわち，もし各水源において，

$$X_i{}^*=\sum_{k=1}^{k=K} X_{i\cdot k}{}^*=X_{i\cdot 1}{}^*+X_{i\cdot 2}{}^*+\cdots+X_{i\cdot K}{}^* \qquad \cdots\cdots(5)$$

$(i=1,2,3,\cdots,I)$

が成立するように $X_i{}^*$ を各 $X_{i\cdot k}{}^*$ に配分して，各 $X_{i\cdot k}{}^*$ を既知数とすることができる場合は，式（1）～（3）′に示した制約式，および式（4）′の目標式を分割して，つぎのように計算を容易にすることができる。

（用途 k について）；

1．水量制約式

$$\left.\begin{array}{l} X_k=\sum_{i=1}^{i=I} X_{i\cdot k} \\ X_{i\cdot k}{}^*\geqq X_{i\cdot k}\geqq 0 \end{array}\right\} \qquad \cdots\cdots(6)$$

2．水質制約式

$$\sum_{i=1}^{i=I} a_{i\cdot j\cdot k}X_{i\cdot k}\leqq(\text{または，}\geqq)a_{0\cdot j\cdot k}X_{i\cdot k}\cdots(7)$$

$(j=1,2,3,\cdots,J)$

3．目　標　式

$$Z=\sum_{i=1}^{i=I} C_{i\cdot k}X_{i\cdot k} \qquad \cdots\cdots(8)$$

上記の計算を各用途ごとに K 回 $(k=1,2,\cdots,K)$ 行なうことによって，最終的に全体の経済的用水配分計画を決定することができる。すなわち，この近似法の目的はめんどうな計算を一度に行なうことを避けて，K 回の簡単な計算に分割したものである。ところで先述の $X_i{}^*$ の $X_{i\cdot k}{}^*$ への配分と各用途ごとの K 回の分割計算は，厳密には，くり返し試算法によって徐々に全体の合理化へと導くべきであろう。

B．最適化の近似的取り扱い

一般に線型計画法を適用する場合，解の最適性を検討するのにつぎに示すようなシンプレックス判定基準式を用いて，かなりのくり返し計算が必要である。なお，計算くり返し数が増加するにつれて $X_{i\cdot k}$ の補正量は小さくなり，計算の手数ほどには，急速に最適解に近づかなくなり，いたずらに計算手数のみ多くなることが少なくない。

$$Z-Z_0=-X_{i'+l,\,k'+m}(Z_j-C_j) \qquad \cdots\cdots(9)$$

ただし，

$$Z_j=C_{1\cdot 1}\cdot\alpha_{1\cdot 1\cdot i'+l,\,k'+m}+C_{1\cdot 2}\cdot\alpha_{1\cdot 2\cdot i'+l,\,k'+m}+\cdots+C_{i'\cdot k'}\cdot\alpha_{i'\cdot k'\cdot i'+l,\,k'+m}$$

$$C_j=C_{i'+l,\,k'+m},\ (i'<i,\ k'<k)$$

ただし，$\alpha_{i'\cdot k'\cdot i'+l,\,k'+m}$ は $X_{i'+l,\,k'+m}$ が0から有限解をとるよう変化するときに $X_{i',k'}$ が変化をうける割合である。また，$(Z-Z_0)$ はこのときの目標式の増加量を表わす。

上式はつぎのごとく変形される。

$$Z_j-C_j=-(Z-Z_0)/X_{i'+l,\,k'+m} \qquad \cdots\cdots(10)$$

ところで一組の基底解から $X_{i'+l,k'+m}$ だけ補正することによって生じる目標式の変化量 $(Z-Z_0)$ がある所定値以下の場合は，解法の精度に応じて近似的にこれを無視して，この $X_{i'+l,\,k'+m}$ の補正によって Z は改善されないとみなすことができる。$\varDelta Z=(Z-Z_0)$ と表わすと上式はつぎのようになる。

$$Z_j-C_j=-\varDelta Z/X_{i'+l,\,k'+m}>-A/X_{i'+l,\,k'+m} \qquad \cdots\cdots(11)$$

ただし，$\varDelta Z<A$，A は定数とする。

そこで，近似計算法として，問題の精度を十分考慮すれば，定数 A を求めることができ上式によって最適化の判定を行なうことができる。これによって計算手数をいちじるしく減少することができよう。

以上本計画法の実用化のために，二，三の近似的取り扱いについて述べたが，各近似法の特徴は結局つぎのようにまとめることができる。

1. (2.(3)A) a)：水質保証が必ずしも十分でないが，計算は最も簡単
2. (2.(3)A) b)：制約式を分割できさえすれば精度は高く，計算も比較的簡単
3. (2.(3)B)：最終解の精度がかなり正確に予測できる場合はきわめて有効

これらの特徴を十分検討して，適宜要求される精度によって，いずれかの近似法を利用すれば便利である。

3．制約条件および最適解の評価

以上工業用水計画における合理的な水量および水質の配分法について述べてきたが，これらは単にその考え方と解法について記したにすぎない。しかるにここに取り上げた方法では，解かれた解をいかに実用化してゆくかがむしろ非常に重要であるとともに，一般の工業用水計画に対しても，根幹となる指針を与えるようなものでなくてはならない。そのためには最適解の意義を十分把握する必要がある。そこで以下この観点から最も重要と考えられる各制約条件と最適解の意義について若干考察してみた。なお，ここでいう最適解とは数学的な意味での解をさし，先述の合理解とは，この数学的最適解を実際計画に取り入れた段階での解をさすことにした。

(1) 水量・水質に対する制約条件の評価

工業用水にかかわらず，一般に物質の取得，配分などの場合，その物質移動法の最適化問題とその物質の価値問題とは不可分の関係にある。すなわち，最適な物質移動の方法を見い出すことができればおのおの移動される物質の価値は最大限に発揮されている状態にあると判断することができよう。したがって工業用水の合理的な取得配分方法は前述のごとく総用水経費の最小化などの点から考えてゆく方法であると同時に，取得しうる種々の水源に潜在する価値を常に考慮しつつ，この総潜在価値を最大限に発揮させるような方法を見い出すことでもある。したがって，合理的な用水配分計画法によって最終的に得られた方法に対して，各水源はいかなる貢献をしているのか，いかなる価値を有するものかを検討してみることは非常に有益で興味深いことであろう。同時にまた，全く同様の考え方から各水質制約条件はこの取得方法にいかなる障害をもたらしているものかなど，各制約条件を同一観点から比較，検討，評価することができれば各制約条件の意味，あるいは各制約条件相互間の関係などを把握するうえにも非常に好都合である。そこで以下水源水の価値判断の行ない方（水源の水量制約条件の評価の行ない方）を中心として各制約条件の評価について若干基礎的検討を加えてみた。

評価の基準については種々の方法が考えられるがここではつぎの観点からこれを評価してみる。

一般に経済学の分野においては，ある企業が一組の資源を入手して企業活動を行ない，これからある収入を得ている場合，そのおのおのの資源の価値をつぎのように定義することがある[5]。すなわち，一組の資源から得られる全収入とその総資源からある資源の1単位を減少したときに得られる全収入額との差額はその減少した資源1単位が収入に対していかに貢献していたかを表わしていると考えて，これを減少した資源1単位の限界価値とみなすことがある。

これと同様の考え方を工業用水取得配分計画に適用しようとする場合，資源1単位すなわち，水源水が1単位減少したときの必要総経費と元の総経費との差額を，直接その水源の価値と呼ぶことにはなお検討の余地があるので，ここでは単にこれをその水源の限界費用と呼ぶことにする。しかし，この限界費用と価値とは非常に密接な関係にあり，限界費用が価値を決定する大きな要素であることはいうまでもない。

いま，先述の最適化計算から水源 i がその保有する水量 X_i^* のうち $X_i^{*\prime}$ の水量を各用途 k に $\overline{X}_{i\cdot k}$ ずつ供給すべきという解を得た場合，水量の制約条件からは，

$$X_i^* \geqq X_i^{*\prime} = \sum_{k=1}^{k=K} \overline{X}_{i\cdot k},\ (i=1,2,3,,\boldsymbol{I}) \quad \cdots(12)$$

$$X_k = \sum_{i=1}^{i=I} \overline{X}_{i\cdot k},\ (k=1,2,3,\cdots,\boldsymbol{K}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

が成立し，水質の制約条件式(3)′においても $X_{i\cdot k} = \overline{X}_{i\cdot k}$ とおきかえられる。また式(4)はつぎのようになっている。

$$Z = Z_{\min} = f(C_{i\cdot k}, \overline{X}_{i\cdot k}) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

ここでまず各制約条件のうち，水源水の限界費用を検討するという意味で，水源の水量上の制約条件を評価する方法について考えてみる。水源 i の水量制約が取得計画最終解に与えている意義を評価することはその限界費用を求めることによって得られるので，まず，水源 i の水量制約値 X_i^* から微小単位水量 ΔX_i だけ減少させてみる。この ΔX_i のとり方（大きさ）によっては得られる限界費用の値に若干差が生じ，厳密にはこの ΔX_i のとり方を設定する必要がある。しかも後述文章からもわかるように，ΔX_i はあまり大きすぎると得られる結果が平均費用化して，限界費用の意義がうすれる。また小さすぎても，有意の値が得られず，目的を達することができない。したがって，現研究段階では一応，X_i^* の大きさと，解法の精度から考慮して適当な値を定めることにする（X_i^* の 10〜50% 程度）。ところで，$X_i^* > X_i^{*\prime}$ で，$X_i^* - X_i^{*\prime} \geqq \Delta X_i$ のとき，ΔX_i だけの減少があれば，厳密には X_i^*（または $X_i^{*\prime}$）の微小変化によって $C_{i\cdot k}$ などごく微小量変化すると考えられるが近似的に $\overline{X}_{i\cdot k}$ の最終結果は一般にほぼなんら影響をうけないといえるので，ΔX_i 減少したときの全用水経費 Z は式(14)の $Z_{\min}$ に等しく，ΔX_i の減少が用水経費に与

える影響は近似的に0であるといえよう。ゆえにこのとき X_i^* の限界費用は0であり，この制約条件は0と評価される。

一方，$X_i^*-X_i^{*\prime}<\Delta X_i$，または $X_i^*=X_i^{*\prime}$ のときは，この ΔX_i の減少によって取得配分状況は次のように変化し，限界費用を生ずる（ただし，ΔX_i の減少によって $\sum_{i=1}^{i=I} X_i^*<\sum_{k=1}^{k=K} X_k$ となるときは，便宜的に ΔX_i の増加によって限界費用を求めてもよい）。ΔX_i の減少にともなう配分状況の変化量は次式から求めることができる。すなわち，式（2）のうち，第 i 式のみを，

$$X_i^*-\Delta X_i \geq \sum_{k=1}^{k=K} X_{i\cdot k} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

のごとく変化させ，新たに同じ方法で最終解 $\overline{X}'_{i\cdot k}$ を求める。このとき得られる Z は次式のとおりである。

$$Z=Z'_{\min}=f(C_{i\cdot k}, \overline{X}'_{i\cdot k}) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

このとき水源 i の供給可能水量 $(X_i^*-\Delta X_i)$ は $\overline{X}_{i\cdot k}$ の値からもわかるように，全量取水されて，水源 i の限界費用 (V_i) はつぎのように求まる。

$$\left.\begin{array}{l} \text{(A)}\quad X_i^*=X_i^{*\prime} \text{ のとき，} \\ \qquad V_i=\dfrac{Z'_{\min}-Z_{\min}}{\Delta X_i} \\ \text{(B)}\quad X_i^*-X_i^{*\prime} \leq \Delta X_i \text{ のとき，} \\ \qquad V_i=\dfrac{Z'_{\min}-Z_{\min}}{\Delta X_i-(X_i^*-X_i^{*\prime})} \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

以上水源 i に関する限界費用の求め方を示したが，この限界費用の意味は結局，変量 ΔX_i の有無によってどれだけの損益がもたらされるかを金額によって表現したものであるから，(A)の場合，水源の水量制約条件 X_i^* は全体計画の総経費にいかなる増減をもたらすものであるかという意味で価値評価されるといえよう。したがってこの限界費用が正の大きい値をとればとるほど，この制約条件は全体計画に重要な制約を加えていることが明らかとなり，計画案改良の方向とか，水源 i の再開発の方向などがこの値によってかなり明確に判断されるものと思われる。また同様に（B）の場合は，水源 i の保有水量のうち現に使用されている水量の最終1単位の水量がいかに評価されるかを示していることはいうまでもない。

一般に，以上の考え方から，最終一単位に限らず，使用される水のあらゆる水量での水の評価を行なうことが可能である。すなわち，任意の点での水の限界費用はその時点の水量を最大水量であると仮想した状態で，以上に記したごとく微小水量の有無の効果を算定することによって求めることができるけれども，各制約条件の拘そく力の評価を目的とする本文においては，必ずしも使用水の任意点での限界費用を求めることが目的ではなく，これを求めるための必要諸条件をここに詳記することを省略した。

つぎに，以上と全く同様の考えから，各水質制限値 $a_{0\cdot j\cdot k}$ の評価について述べる。考え方，および各計算の意味は先の X_i^* の評価のしかたと同じであり，容易に理解しうるので重複をさけて簡単に説明する。

先に示した取得計画によって最終結果，$\overline{X}_{i\cdot k}$, $Z_{\min}$ が求まればひきつづき，つぎの計算を行なう。式（1），（2），（4）′は元のままで，式（3）′のうち水質項目 j に関するものを

$$\sum_{i=1}^{i=I} a_{i\cdot j\cdot k}\cdot X_{i\cdot k} \leqq (\text{または，} \geqq)(a_{0\cdot j\cdot k}-\Delta a_{0\cdot j\cdot k})X_k \cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

と変化させて，再度 Z の最小化計算を行なう。これによって得られた新たな解 $\overline{X}''_{i\cdot k}$, $Z''_{\min}$ から $a_{0\cdot j\cdot k}$ の限界費用 $V_{j\cdot k}$ はつぎのように求まる。

$$V_{j\cdot k}=(Z''_{\min}-Z_{\min})/\Delta a_{0\cdot j\cdot k} \cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

この $V_{j\cdot k}$ の値による $a_{0\cdot j\cdot k}$ の評価の仕方は先の V_i の場合と全く同じであり，特に V_i と $V_{i\cdot k}$ との評価の基準が同一であるから，X_i^* と $a_{0\cdot j\cdot k}$ 相互の比較検討を行なうことも容易である。

以上，X_i^*（あるいは $X_i^{*\prime}$），$a_{0\cdot j\cdot k}$ の各制約条件の評価の行ない方，および評価の意義などについて述べたが，さらに他の制約条件も全く同様の考え方から評価することができよう。たとえば各水源水の水質 $a_{i\cdot j\cdot k}$ の評価についても近似的に $a_{i\cdot j\cdot k}$ の微小変化によって他の要素（$C_{i\cdot k}$ など）がなんら影響をうけないと仮定しうる場合，同様に $(a_{i\cdot j\cdot k}-\Delta a_{i\cdot j\cdot k})$ を $a_{i\cdot j\cdot k}$ と置きかえた式（1），（2），（3）′，（4）′を解き，$a_{i\cdot j\cdot k}$ の限界費用計算値を求めることができる。なお，ここで $\Delta a_{0\cdot j\cdot k}$，$\Delta a_{i\cdot j\cdot k}$ のとり方は ΔX_i の場合と同様に考える。

このように上記以外の各制約条件についても容易に評価しうるものであり，かつこれを評価することの意義も十分大きいことを示すことができたが，ただ計算の手数は必ずしも少なくないので計算は極力能率よく行なう必要がある。電子計算機の利用，線型計画法における双対問題解法の利用，あるいは線型計画法における計算便法などを十分利用して計算することが必要であろう。

（2） 最適解の評価

現在われわれの取り扱う工業用水の水量および水質の配分では，種々の制約条件を満たさねばならないという前提に立ち，これら制約条件を模型化して多くの不等式条件によって表現し，そして計画合理化のための目標関数を最小にする方法について述べてきた。

ところで，問題を模型化して得られる数学的に唯一の解，いわゆる最適解が実際計画にとっていかなる意味があるかを検討してみることはきわめて重要である。したがって数学的最適解を前もって予測評価したり，得られた解の評価検討を行なって，その精度，合理化の程度を知ることができれば非常に好都合である。

ところで，本計画法における最適解が，実際計画にお

ける真の最適解と誤差が生じる要素としては

《1》 問題を模型化して水源数，用途数，あるいはとり上げる水質項目数など影響範囲を選定（限定）することによる誤差

《2》 問題の模型化において諸現象を数式化することによる誤差

《3》 数式の諸係数に諸定数を定めることによる誤差（非定常な数を定数化することによる誤差，あるいは，ある範囲内を変動する数値を代表値によって定数化して取り扱うことによる誤差などを含む）

《4》 解法上の誤差

《5》 その他

などがある。これらのうち，《1》については諸項目を十分余裕をとり，広範囲に数多くとりさえすればその誤差をなくすことが可能であり，《4》についても近似解法については論外とすれば計算誤差以外，なんら外部誤差は入らないともいえるので一般的解法では無視しうるものとすることもできよう。結局，最も重要な誤差は《2》と《3》であるともいえる。しかし，《2》の誤差については，さらに検討すべき問題も多いが，ここでは式（1），式（2）ともに完全に成立するうえに式（3）′も完全に成立することが多く，式（3）′の一部と式（4）′のみ問題を残す状態であるので，一応この《2》の誤差は《3》に包含させうるものとして，考察した。そこで以下においては，問題を数式化するときに生じる誤差はその式中の諸係数の誤差に含めて取り扱うことにした。したがって，ここでの最適解の精度（あるいは誤差）とは厳密には，数式化に生じる誤差を諸係数の誤差の中に含ませうるという仮定のもとでの実際計画における真の最適解を基準として，これと本計画法によって得られる最適解との差について評価検討したものであり，数学的な意味での精度とは若干ニュアンスを異にしている。

まず合理化の程度は簡単に次式によって表わすことができよう。

$$E \doteqdot \frac{\bar{Z}-Z_{\min}}{\bar{Z}} \times 100 \quad \cdots\cdots(20)$$

ただし，E は合理化の程度（%），$\bar{Z}$ は本計画法を用いないで行なった計画での必要総用水経費，$Z_{\min}$ は本計画法によって得られる数学的な最適解による必要総用水経費である。ところで E の精度は $Z_{\min}$ の精度を求めることによって知ることができるので，ここではこの $Z_{\min}$ の精度を求める方法について一つの簡便法を示してみる。

上記数学的最適解と実際計画での最適解との誤差を検討するためには，問題を模型化する段階で各式の諸係数に含まれる誤差がいかに最適解に影響を与えているかを検討すればよい。ところで模型化したときの各式の諸係数が実際値とどの程度の差があるかはその諸係数を定めるときに比較的容易にこれを概略推測することができる。

いま各式の諸係数の誤差の程度を推定することができたとする。**3.(1)** に述べた原理によって，たとえばある制約式中の一係数 K_l を評価してこの限界費用計算を行なってみると，K_l の微小1単位 $\varDelta K_l$ の存在が総用水経費 $Z_{\min}$ に $\varDelta Z_{K_l}$ の貢献をしている，あるいは $Z_{\min}$ に $\varDelta Z_{K_l}$ の差を生ずることがわかるはずである。

K_l の精度が $P_{K_l}(\%)$ であれば，K_l の誤差量 δK_l は

$$\delta K_l = K_l \times \frac{100-P_{K_l}}{100} \quad \cdots\cdots(21)$$

であるから，この誤差が $Z_{\min}$ に与える影響量 δZ_{K_l} は近似的に比例配分することによって

$$\delta Z_{K_l} \doteqdot \frac{\varDelta Z_{K_l}}{\varDelta K_l} \times \delta K_l = V_{K_l} \times \frac{100-P_{K_l}}{100} \times K_l \quad \cdots\cdots(22)$$

と表わせよう。ただし V_{K_l} は K_l の限界費用計算値。

したがって係数 K_l の誤差が $Z_{\min}$ に与える影響は次式によって求められる。

$$\frac{\delta Z_{K_l}}{Z_{\min}} \times 100 = \frac{V_{K_l} \times K_l}{Z_{\min}}(100-P_{K_l}),\ (\%) \quad \cdots\cdots(23)$$

この結果，$Z_{\min}$ の精度は次式により求められる。

$$P_Z = 100 - \frac{\delta Z_{K_l}}{Z_{\min}} \times 100 = 100\left(1-\frac{V_{K_l}\cdot K_l}{Z_{\min}}\right) + \frac{V_{K_l}\cdot K_l \cdot P_{K_l}}{Z_{\min}},\ (\%) \quad \cdots\cdots(24)$$

以上は一係数に含まれる誤差がいかに $Z_{\min}$ に影響をおよぼしているかを求める方法について，その原理を記したものである。したがって誤差を含む数多くの係数が存在するとき，これらの誤差がいかに $Z_{\min}$ に影響をおよぼすかについても上と全く同じ考え方からこれを検討することができよう。すなわち，方法としては係数 K_l $(l=1,2,3,\cdots,L)$ を同時に微小量変化させたときの限界費用計算値を求めることによってこれを求めることができるはずである。

以上のごとく最適解の精度を近似的に求めることができるので，これによって本計画法の合理解が実際計画に対していかなる精度のものであるかほぼ推定できよう。

4. 適　用　例

以上のごとく一つの合理的な工業用水取得における水量・水質配分法を示すことができたので，この方法によって某工業地帯の用水取得計画を再検討してみたところ，さらに経済的な取得法が残されていることが明らかとなった。その検討過程，および結果の概要を適用例として以下に記しておく。

表—1　需要水量と供給水量
（単位 m³/日）

水源	名　称	A.上水道	B.工業用水道	C.河　川	D.海　水	E.回収水
水源	供給可能最大水量	20 000	655 000	30 000	1 000 000	175 900
用途	名　称	1.飲料・その他	2.ボイラ一用	3.直接冷却用	4.間接冷却用	合　計
用途	必要水量	47 100	18 200	527 600	947 300	1 540 200

注）Dの最大水量は無限であるが，計算の都合上，一つの有限値を与えたにすぎない。

当工業地帯の用水用途，その必要水量および利用可能な水源，その供給可能最大水量は表—1に記すとおりであった。ところで前述のごとく，計画を具体的に行なうために，水源をつぎに示すような処理程度によって，細分し，そのおのおのを独立した水源とみなして検討を行なった。

A．上水道水：{$i=1$,…上水道水，$i=2$,…上水道水を軟化処理した水}

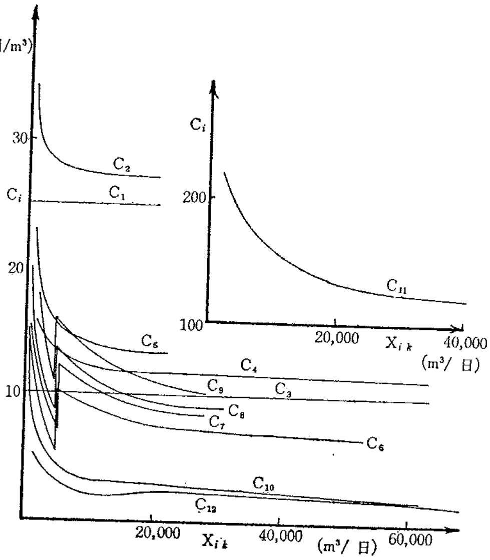
B．工業用水道水：{$i=3$,…工業用水道水，$i=4$,…工業用水道水を砂ろ過し，殺菌処理した水，$i=5$,…工業用水道水を砂ろ過し，軟化処理した水}

C．河川水：{$i=6$,…河川水の無処理の水，$i=7$,…河川水を沈殿処理した水，$i=8$,…河川水を沈殿させた後，ろ過し，殺菌処理した水，$i=9$,…河川水を沈殿させた後，砂ろ過し，軟化処理した水}

D．海水：{$i=10$,…海水に塩素注入処理した水，$i=11$,…海水を淡水化処理した水}

E．回収水：{$i=12$,…冷却水を回収し，冷却処理し

図—4　用水単位水量コスト C_i 図



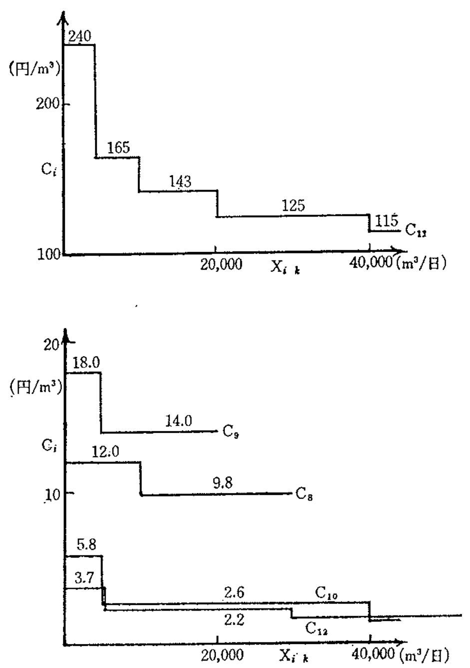
表—2　着水井，ろ過池，配水池，配水塔，汚水池，管理室の建設費

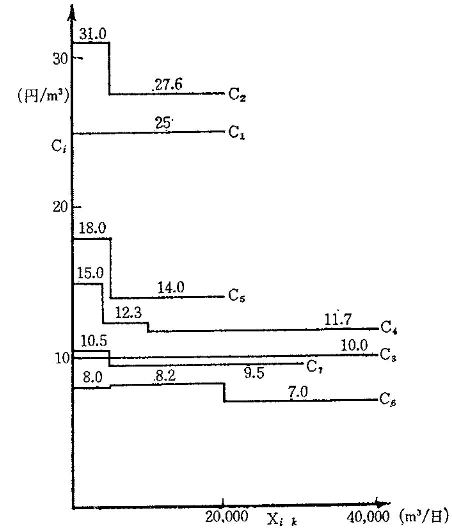
種別	内訳	処理量 500 m³/日 数量	処理量 500 m³/日 金額（千円）	処理量 2 000 m²/日 数量	処理量 2 000 m²/日 金額（千円）	処理量 5 000 m³/日 数量	処理量 5 000 m³/日 金額（千円）	処理量 10 000 m³/日 数量	処理量 10 000 m³/日 金額（千円）	処理量 20 000 m³/日 数量	処理量 20 000 m³/日 金額（千円）	処理量 50 000 m³/日 数量	処理量 50 000 m³/日 金額（千円）
建造物建設費	駆体工事費												
	コンクリート工	29.4	188.0	52.0	333.0	124	794.0	213	1 365.0	420	2 690.0	932	5 990.0
	鉄筋工	2.0	98.0	3.65	179.0	8.18	400.0	14.9	782.0	29.4	1 445.0	65.2	3 200.0
	型わく工	155	158.0	465	475.0	754	769.0	1 288	1 315.0	2 360	2 405.0	4 273	4 350.0
	栗石工	5	18.7	17	43.0	45.5	115.0	73.2	185.0	122	309.0	305	772.0
	防水モルタル	71	49.0	96	66.0	324.5	223.0	445	314.0	815	562.0	1 742	1 200.0
	掘削工	78	57.8	190	140.0	330	244.5	566	418.0	1 100	815.0	2 323	1 720.0
	うめもどし工	10	8.5	25	6.3	35	8.8	50	12.5	100	25.0	200	50.0
	残土処理	70	7.0	170	17.0	285	29.5	516	51.6	1 000	100.0	2 123	213.8
	雑工事		29.0		63.0		130.0		22.9		420.0		875.7
	仮設工		57.0		126.7		260.0		444.0		840.0		1 750.0
	諸経費		61.0		121.8		276.7		450.0		839.0		1 750.0
	小計		720.0		1 570.0		3 250.0		5 360.0		9 611.0		21 850.0
付属物設置費	砂		13.0		56.2		125.0		250.0		500.0		1 250.0
	砂利		2.0		9.0		20.0		40.0		80.0		200.0
	多孔管		4.0		11.0		342		86.5		128.0		221.5
	多孔管加工		1.0		2.2		7.4		17.0		25.6		44.0
	浄水場内配管　材料		113.0		388.0		462.0		655.0		1 150.0		4 600.0
	浄水場内配管　施工		56.0		194.0		231.0		328.0		575.0		2 300.0
	トラフ		50.0		108.0		216.0		270.0		700.0		1 620.0
	バルブ（施工共）		200.0		504.0		703.0		1 200.0		1 500.0		2 000.0
	ポンプ（kW）	0.33	50.0	1.16	174.0	2.56	284.0	3.78	567.0	7.56	1 135.0	18.9	2 840.0
	塩素注入機		69.0		277.0		690.0		1 386.0		2 770.0		6 935.0
	（土地代）		620.0		200.0		2 000.0		4 300.0		7 400.0		17 300.0
建設費合計			1 898.0		4 093.4		8 028.6		14 459.0		26 413.6		61 160.5
金利7分・20年返還，利子含む			2 650.0		5 730.0		11 230.0		20 220.0		37 000.0		85 750.0

表—3　単位水量コスト（C_8）の算出

摘要 ＼ 規模		単位	処理量 500 m³/日	処理量 2 000 m³/日	処理量 5 000 m³/日	処理量 10 000 m³/日	処理量 20 000 m³/日	処理量 50 000 m³/日
取水門，沈砂池		円	334 100	970 000	1 478 000	2 480 000	3 421 000	7 540 000
導水施設	配管費	〃	11 490 000	36 520 000	47 020 000	69 490 000	91 060 000	173 000 000
	ポンプ費	〃	197 000	228 000	459 000	324 000	306 000	0（自然流下）
着水井～沈殿池	各池建造費	〃	943 600	2 690 000	5 110 000	8 470 000	14 510 000	35 250 000
	バンド注入器	〃	99 000	397 000	990 000	1 980 000	3 962 000	9 900 000
	急速撹拌機	〃	240 000	551 000	950 000	1 440 000	2 180 000	3 780 000
	緩速撹拌機	〃	1 068 000	2 450 000	4 223 300	6 400 000	9 700 000	16 700 000
	沈殿池クラリファイヤ	〃	267 000	612 000	1 055 000	1 600 000	2 422 000	4 200 000
	土地代	〃	620 000	1 542 000	3 700 000	5 240 000	10 800 000	29 390 000
ろ過池～配水池*		〃	1 898 000	4 093 400	8 025 600	14 459 500	26 413 600	61 160 500
貯水池	貯水池建造費	〃	0	0	44 000 000	88 000 000	176 000 000	440 000 000
	ポンプ費	〃	0	0	284 000	567 000	1 130 000	2 800 000
	土地代費	〃	0	0	20 390 000	39 780 000	78 870 000	203 200 000
送水施設費		〃	1 159 500	5 740 000	9 030 000	17 665 000	42 970 000	79 700 000
以上総計		〃	18 049 200	55 795 400	146 714 900	257 895 500	463 744 600	1 066 720 500
総計×1.4（安全，修理）		〃	25 250 000	78 200 000	205 300 000	361 000 000	649 000 000	1 479 000 000
金利を含む総建設費		〃	43 800 000	135 700 000	356 300 000	626 500 000	1 126 300 000	2 565 000 000
イニシャルコスト		円/m³	13.28	9.97	貯水池なし 6.05 貯水池あり 10.81	9.49	8.27	7.78
電力費		円/d	257	292.2	602	576	927	2 300
人件費		〃	6 670	8 000	10 680	13 350	14 700	16 000
薬品費		〃	200	800	2 000	4 300	8 600	17 500
合計		〃	7 127	9 092.2	13 282	18 226	24 227	36 800
ランニングコスト		円/m³	14.25	4.54	2.66	1.82	1.21	0.80
単位水量コスト C_8	貯水池のないとき	〃	27.53	14.51	8.71			
	貯水池のあるとき	〃			13.47	11.31	9.48	8.58

図—5　C_i の定数化曲線図





た水｝

まず上記各水源からの処理水の単位水量コスト（$C_{i\cdot k}$）を求めるために，各必要処理施設の見積り設計を行ない，導水，配水施設のための費用，維持費を加味して C_i を決定した。算定過程の一例を表—2，表—3に示し，全結果を図—4に示す。

ところで種々の解法のうち，ここでは 2.（2）に示した線型計画法を導入する解法を適用することにしたので $C_{i\cdot k}$ は定数でなければならない。そこで C_i の範囲分けを行ない，各曲線を階段状に直線化して図—5のごとく

変形して取り扱った。

（1）　水質制約条件を省略した近似法への適用

本適用例では水源を前述のごとく細分し，かつそれぞれの処理程度も明確にしたので各水源水の単位水量コストはその処理程度も十分考慮して決定したものである。逆にいえば，これらの単位水量コストは，各水源がおのおのの処理に相当した水質をもつものであるとみなすことができよう。ただし，ここでは全水源から，最適解を自由に選択させることをさけ，ある程度，用途水質を考慮して水源の選択範囲を前もって限定することにした。たとえば，$C_{i\cdot 1}$ すなわち，$k=1$（飲料用）としては $i=1,4,8,11,12$ のみを各水源 A, B, C, D, E の代表とし，しかもそのうち，$i=12$ が $k=1$ に使用されることを最初から避けるために，$C_{E\cdot 1}=C_{12}=1\,000$ 円/m³ として最終解に採用されないよう工夫した。結局，$C_{A\cdot 1}=C_1$, $C_{B\cdot 1}=C_4$, $C_{C\cdot 1}=C_8$, $C_{D\cdot 1}=C_{11}$, $C_{E\cdot 1}=C_{12}=1\,000$ としたもので，その他の $C_{i\cdot k}$ については表—4 に示す。このように河川水でも，沈殿，ろ過，殺菌処理して供給するものであることを前もって限定してあるので，特に水質制約条件を設けなくても，海水が未処理で飲料水に混入することなどは当然起こらない。このようにして，制約条件は水量に関するものだけとなる。以上求めた各値から，制約式および目標式はつぎのようになる。

表—4　$C_{i\cdot k}$ と C_i の関係

用途, k ＼ i, 水源	A	B	C	D	E
1	$C_{A\cdot 1}=C_1$	$C_{B\cdot 1}=C_4$	$C_{C\cdot 1}=C_8$	$C_{D\cdot 1}=C_{11}$	$C_{E\cdot 1}=C_{12}$
2	$C_{A\cdot 2}=C_2$	$C_{B\cdot 2}=C_5$	$C_{C\cdot 2}=C_9$	$C_{D\cdot 2}=C_{11}$	$C_{E\cdot 2}=C_{12}$
3	$C_{A\cdot 3}=C_1$	$C_{B\cdot 3}=C_3$	$C_{C\cdot 3}=C_7$	$C_{D\cdot 3}=C_{10}$	$C_{E\cdot 3}=C_{12}$
4	$C_{A\cdot 4}=C_1$	$C_{B\cdot 4}=C_3$	$C_{C\cdot 4}=C_6$	$C_{D\cdot 4}=C_{10}$	$C_{E\cdot 4}=C_{12}$

（制約式）

$$\sum_{k=1}^{k=5} X_{A\cdot k}=20\,000,\qquad \sum_{k=1}^{k=5} X_{B\cdot k}=655\,000,$$

$$\sum_{k=1}^{k=5} X_{C\cdot k}=30\,000,\qquad \sum_{k=1}^{k=5} X_{D\cdot k}=1\,000\,000,$$

$$\sum_{k=1}^{k=5} X_{E\cdot k}=175\,900,$$

$$\sum_{i=A}^{i=E} X_{i\cdot 1}=47\,100,\qquad \sum_{i=A}^{i=E} X_{i\cdot 2}=18\,200,$$

$$\sum_{i=A}^{i=E} X_{i\cdot 3}=527\,600,\qquad \sum_{i=A}^{i=E} X_{i\cdot 4}=947\,300,$$

$$\sum_{i=A}^{i=E} X_{i\cdot 5}=340\,700,\qquad X_{i\cdot k}\geqq 0$$

（目標式）

$$\begin{aligned}Z=&25\,X_{A\cdot 1}+11.7\,X_{B\cdot 1}+9.8\,X_{C\cdot 1}+115\,X_{D\cdot 1}\\&+1\,000\,X_{E\cdot 1}+27.6\,X_{A\cdot 2}+14.0\,X_{B\cdot 2}\\&+12.3\,X_{C\cdot 2}+1\,000\,X_{D\cdot 2}+1\,000\,X_{E\cdot 2}\\&+25\,X_{A\cdot 3}+10\,X_{B\cdot 3}+9.5\,X_{C\cdot 3}+1\,000\,X_{D\cdot 3}\\&+1.7\,X_{E\cdot 3}+25\,X_{A\cdot 4}+10\,X_{B\cdot 4}+7.0\,X_{C\cdot 4}\\&+1.5\,X_{D\cdot 4}+1.7\,X_{E\cdot 4}+0\,X_{A\cdot 5}+0\,X_{B\cdot 5}\\&+0\,X_{C\cdot 5}+0\,X_{D\cdot 5}+0\,X_{E\cdot 5}\end{aligned}$$

ただし，Z は計算開始時の $C_{i\cdot k}$ を代入したものであり，図—5 のように $X_{i\cdot k}$ が所定の範囲外にくれば，$C_{i\cdot k}$ を書きかえる。また $X_{i\cdot 5}$ はみかけの需要で，実際には利用しない余剰水量である。以上の最適化計算の結果はつぎのとおりであった。

$k=1$（飲料，その他用水）

工業用水道水を砂ろ過し殺菌処理した水

（$X_{B\cdot 1}$），17 100 m³/日

河川水を沈殿させた後砂ろ過し殺菌処理した水

（$X_{C\cdot 1}$），30 000 m³/日

以上の混合水，47 100 m³/日

$k=2$（ボイラー用水）

工業用水道水を砂ろ過し軟化処理した水

（$X_{B\cdot 2}$），18 200 m³/日

$k=3$（直接冷却用水）

工業用水道水（$X_{B\cdot 3}$），351 700 m³/日

冷却水を回収して，冷却処理した水

（$X_{E\cdot 3}$），175 900 m³/日

以上の混合水，527 600 m³/日

$k=4$（間接冷却用水）

海水に塩素注入処理した水，（$X_{D\cdot 4}$），947 300 m³/日

以上に要する用水総経費は 5 985 850 円/日 であった。

（2）　一般解法への適用

表—5　各種水質および用途別水質制限値

j ＼ i	各水源の水質 ($a_{i\cdot j\cdot k}$) 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	水質制限値 ($a_{0\cdot j\cdot k}$) 飲料用	ボイラー用	直接冷却用
1. 水温 (°C)	17.4	17.4	17.3	17.4	17.4	16.8	17.4	17.4	17.4	17.5	17.5	30.0	—	—	25.0
2. 濁度 (°)	0	0	0.7	0	0	22.5	0,7	0	0	26.0	0	10.0	2.0	0.5	—
3. 色度 (°)	1.4	1.4	2.7	1.5	1.5	23.8	2.7	1.5	1.5	100.0	0	55.0	5.0	—	—
4. 塩素イオン (ppm)	10.2	10.2	8.1	8.7	8.7	8.2	8.1	8.7	8.7	19 300	550	20.0	200.0	25.0	—
5. $KMnO_4$ 消費量 (ppm)	3.64	36.4	2.82	2.34	2.34	7.25	2.82	2.34	2.34	10.00	0	1.81	10.00	—	—
6. 総硬度 ($CaCO_3$・ppm)	32.3	0	29.6	29.4	0	30.0	29.6	29.4	0	3 290	94.0	62.4	300.0	5.0	50.0
7. 蒸発残留物 (ppm)	67.0	66.0	71.6	67.2	66.8	84.9	71.6	67.2	66.8	24 700	706.0	552.0	500.0	—	—
8. 鉄イオン (ppm)	0.02	0	0.05	0.01	0	0.49	0.05	0.01	0	0.60	0	0.27	0.30	—	0.50
9. 大腸菌 (MPN)	0	0	1.1	0.3	0.3	130 000	1.1	0.3	0.3	50.0	0	1.1	0.30	—	—

注）間接冷却用としては水質制限を定めない。

表—6 制約式および目標式

制約式

$$0.7\,X_{3\cdot1} + 22.5\,X_{6\cdot1} + 0.7\,X_{7\cdot1} + 26.0\,X_{10\cdot1} + 10\,X_{12\cdot1} \leq 2\times 47\,100$$ （色　度）

$$1.4\,X_{1\cdot1} + 1.4\,X_{2\cdot1} + 2.7\,X_{3\cdot1} + 1.5\,X_{4\cdot1} + 1.5\,X_{5\cdot1} + 23.8\,X_{6\cdot1} + 2.7\,X_{7\cdot1} + 1.5\,X_{8\cdot1} + 1.5\,X_{9\cdot1} + 100\,X_{10\cdot1} + 55\,X_{12\cdot1} \leq 5\times 47\,100$$ （濁　度）

$$10.2\,X_{1\cdot1} + 10.2\,X_{2\cdot1} + 8.1\,X_{3\cdot1} + 8.7\,X_{4\cdot1} + 8.7\,X_{5\cdot1} + 8.2\,X_{6\cdot1} + 8.1\,X_{7\cdot1} + 8.7\,X_{8\cdot1} + 8.7\,X_{9\cdot1} + 19\,300\,X_{10\cdot1} + 550\,X_{11\cdot1} + 20\,X_{12\cdot1} \leq 200\times 47\,100$$ （塩素イオン）

$$4.64\,X_{1\cdot1} + 3.64\,X_{2\cdot1} + 2.82\,X_{3\cdot1} + 2.34\,X_{4\cdot1} + 2.34\,X_{5\cdot1} + 7.25\,X_{6\cdot1} + 2.82\,X_{7\cdot1} + 2.34\,X_{8\cdot1} + 2.34\,X_{9\cdot1} + 10\,X_{10\cdot1} + 1.81\,X_{12\cdot1} \leq 10\times 47\,100$$ （$KMnO_4$ 消費量）

$$32.3\,X_{1\cdot1} + 29.6\,X_{3\cdot1} + 29.4\,X_{4\cdot1} + 30\,X_{6\cdot1} + 29.6\,X_{7\cdot1} + 29.4\,X_{8\cdot1} + 3\,290\,X_{10\cdot1} + 94\,X_{11\cdot1} + 62.4\,X_{12\cdot1} \leq 300\times 47\,100$$ （総硬度）

$$67.0\,X_{1\cdot1} + 66.6\,X_{2\cdot1} + 71.6\,X_{3\cdot1} + 67.2\,X_{4\cdot1} + 66.8\,X_{5\cdot1} + 84.9\,X_{6\cdot1} + 71.6\,X_{7\cdot1} + 67.2\,X_{8\cdot1} + 66.8\,X_{9\cdot1} + 24\,700\,X_{10\cdot1} + 706\,X_{11\cdot1} + 552\,X_{12\cdot1} \leq 500\times 47\,100$$ （蒸発残留物）

$$0.02\,X_{1\cdot1} + 0.05\,X_{3\cdot1} + 0.01\,X_{4\cdot1} + 0.49\,X_{6\cdot1} + 0.05\,X_{7\cdot1} + 0.01\,X_{8\cdot1} + 0.6\,X_{10\cdot1} + 0.27\,X_{12\cdot1} \leq 0.30\times 47\,100$$ （鉄イオン））

$$1.1\,X_{3\cdot1} + 0.3\,X_{4\cdot1} + 0.3\,X_{5\cdot1} + 130\,000\,X_{6\cdot1} + 1.1\,X_{7\cdot1} + 0.3\,X_{8\cdot1} + 0.3\,X_{9\cdot1} + 50\,X_{10\cdot1} + 1.1\,X_{12\cdot1} \leq 0.30\times 47\,100$$ （大腸菌 MPN）

$$0.7\,X_{3\cdot2} + 22.5\,X_{6\cdot2} + 0.7\,X_{7\cdot2} + 26.0\,X_{10\cdot2} + 10\,X_{12\cdot2} \leq 0.5\times 18\,200$$ （濁　度）

$$32.3\,X_{1\cdot2} + 29.6\,X_{3\cdot2} + 29.4\,X_{4\cdot2} + 30\,X_{6\cdot2} + 29.6\,X_{7\cdot2} + 29.4\,X_{8\cdot2} + 3\,290\,X_{10\cdot2} + 94\,X_{11\cdot2} + 62.4\,X_{12\cdot2} \leq 5.00\times 18\,200$$ （総硬度）

$$17.4\,X_{1\cdot3} + 17.4\,X_{2\cdot3} + 17.3\,X_{3\cdot3} + 17.4\,X_{4\cdot3} + 17.4\,X_{5\cdot3} + 16.8\,X_{6\cdot3} + 17.4\,X_{7\cdot3} + 17.4\,X_{8\cdot3} + 17.4\,X_{9\cdot3} + 17.5\,X_{10\cdot3} + 17.5\,X_{11\cdot3} + 30\,X_{12\cdot3} \leq 25\times 527\,600$$ （水　温）

$$32.3\,X_{1\cdot3} + 29.6\,X_{3\cdot2} + 29.4\,X_{4\cdot3} + 30.0\,X_{6\cdot3} + 29.6\,X_{7\cdot3} + 29.4\,X_{8\cdot3} + 3\,290\,X_{10\cdot3} + 94\,X_{11\cdot3} + 62.4\,X_{12\cdot3} \leq 50\times 527\,600$$ （総硬度）

$$0.02\,X_{1\cdot3} + 0.05\,X_{3\cdot3} + 0.01\,X_{4\cdot3} + 0.49\,X_{6\cdot3} + 0.05\,X_{7\cdot3} + 0.01\,X_{8\cdot3} + 0.60\,X_{10\cdot3} + 0.27\,X_{12\cdot3} \leq 0.5\times 527\,600$$ （鉄イオン）

$$X_{1\cdot1}+X_{1\cdot2}+X_{1\cdot3}+X_{2\cdot1}+X_{2\cdot2}+X_{2\cdot3}=20\,000$$

$$X_{3\cdot1}+X_{3\cdot2}+X_{3\cdot3}+X_{4\cdot1}+X_{4\cdot2}+X_{4\cdot3}+X_{5\cdot1}+X_{5\cdot2}+X_{5\cdot3}=655\,000$$

$$X_{6\cdot1}+X_{6\cdot2}+X_{6\cdot3}+X_{7\cdot1}+X_{7\cdot2}+X_{7\cdot3}+X_{8\cdot1}+X_{8\cdot2}+X_{8\cdot3}+X_{9\cdot1}+X_{9\cdot2}+X_{9\cdot3}=30\,000$$

$$X_{10\cdot1}+X_{10\cdot2}+X_{10\cdot3}+X_{11\cdot1}+X_{11\cdot2}+X_{11\cdot3}\geq 0$$

$$X_{12\cdot1}+X_{12\cdot2}+X_{12\cdot3}=175\,900$$

$$X_{1\cdot1}+X_{2\cdot1}+X_{3\cdot1}+X_{4\cdot1}+X_{5\cdot1}+X_{6\cdot1}+X_{7\cdot1}+X_{8\cdot1}+X_{9\cdot1}+X_{10\cdot1}+X_{11\cdot1}+X_{12\cdot1}=47\,100$$

$$X_{1\cdot2}+X_{2\cdot2}+X_{3\cdot2}+X_{4\cdot2}+X_{5\cdot2}+X_{6\cdot2}+X_{7\cdot2}+X_{8\cdot2}+X_{9\cdot2}+X_{10\cdot2}+X_{11\cdot2}+X_{12\cdot2}=18\,200$$

$$X_{1\cdot3}+X_{2\cdot3}+X_{3\cdot3}+X_{4\cdot3}+X_{5\cdot3}+X_{6\cdot3}+X_{7\cdot3}+X_{8\cdot3}+X_{9\cdot3}+X_{10\cdot3}+X_{11\cdot3}+X_{12\cdot3}=527\,600$$

目標式

$$\begin{aligned}Z=\,&25\,X_{1\cdot1}+25\,X_{1\cdot2}+25\,X_{1\cdot3}+27.6\,X_{2\cdot1}+27.6\,X_{2\cdot2}+27.6\,X_{2\cdot3}+10\,X_{3\cdot1}+10\,X_{3\cdot2}+10\,X_{3\cdot3}+11.7\,X_{4\cdot1}+11.7\,X_{4\cdot2}+11.7\,X_{4\cdot3}\\&+14.0\,X_{5\cdot1}+14.0\,X_{5\cdot2}+14.0\,X_{5\cdot3}+7_{\,6\cdot1}+8.2\,X_{6\cdot2}+7.0\,X_{6\cdot3}+9.5\,X_{7\cdot1}+9.5\,X_{7\cdot2}+9.5_{\,7\cdot3}+9.8X_{\,8\cdot1}+9.8\,X_{8\cdot2}+9.8\,X_{8\cdot3}\\&+14.0\,X_{9\cdot1}+14.0\,X_{9\cdot2}+14.0\,X_{9\cdot3}+5.8\,X_{10\cdot1}+5.8\,X_{10\cdot2}+5.8\,X_{10\cdot3}+125\,X_{11\cdot1}+143\,X_{11\cdot2}+115\,X_{11\cdot3}+3.7\,X_{12\cdot1}+3.7\,X_{12\cdot2}+1.7_{\,12\cdot3}\rightarrow \min\end{aligned}$$

ここでは水質制約条件をも考慮した一般解法によって検討してみる。ただし目標式は式（4）′を用いて，計算はシンプレックス表によって検討した。この方法では水質的保証がえられるので，$j=1$ から $j=9$ の水質を特にとり上げ，各用途の水質制限値 $a_{0\cdot j\cdot k}$ および各水源水の水質 $a_{i\cdot j\cdot k}$ を調査したところ，表―5 に示すような値であることがわかった。これらの水質については近似的に式（3）′が成立するものとみなして以下検討を行なった。$C_{i\cdot k}$, $X_i{}^*$ については 4.（1）で決定した 図―5, 表―1 の値をふたたび利用することにした。ただし，$C_{i\cdot k}=C_i$ として利用した。

以上の各値を式（1），（2），（3）′，（4）′に適用して，これを表示したものが 表―6 である。これらの式から各制約式のもとに目標式を最大にする $X_{i\cdot k}$ の解を求めるために先述のシンプレックス表を用いてこれを解くと，つぎに示すような解が得られた。

数学的最適解

$k=1$（飲料その他用水）

工業用水道水を砂ろ過し，殺菌処理した水

($X_{4\cdot 1}$)，47 100 m³/日

$k=2$（ボイラー用水）

工業用水道水を砂ろ過し，軟化処理した水

($X_{5\cdot 2}$)，15 447 m³/日

工業用水道水（$X_{3\cdot 2}$），2 375 m³/日

河川水の無処理の水（$X_{6\cdot 2}$），378 m³/日

以上の混合水 18 200 m³/日

$k=3$（直接冷却用水）

工業用水道水（$X_{3\cdot 3}$）320 179 m³/日

冷却水を回収し，冷却処理した水

($X_{12\cdot 3}$)，175 424 m³/日

河川水の無処理の水（$X_{6\cdot 3}$），29 699 m³/日

海水に塩素注入処理した水（$X_{10\cdot 3}$），2 298 m³/日

以上の混合水，527 600 m³/日

$k=4$（間接冷却用水）

この $k=4$ については水質上の制約を一応無視したので，計算してみるまでもなく，コストが最も安価で，かつその水源水量に余裕のある $X_{10\cdot 4}$，海水に塩素注入処理した水 947 300 m³/日をきめた。

以上に要する用水総経費は 5 936 360 円/日であった。

（3） 計算結果の考察

以上某大工業地帯の用水取得とその配分計画を２通りの計算法によって検討したが両者ほぼ同一の結果を得た（その差，1% 弱）。ここで特に注意しなければならないことは，一般に 4.（1）は近似計算法であり 4.（2）にくらべて計算精度が低いにもかかわらず上記のごとく両者がほぼ同一の結果を得ていることである。しかし，これは 4.（1）の各係数を定めるに当たって極力精度を高め，4.（2）と全く同じ精度の係数を用いたこと，計算に当たって水源の選定をあらかじめ慎重に検討したことによるものであり，一般には 4.（1）がさらに精度の低いものであることはいうまでもない。また 4.（2）では一応数値解として１の位まで表示されているうえに，解として 378 m³/日という微小水量があるが，これらは各式の係数の精度および計算過程による誤差であり，実際的な数値ではない。したがってこの数値解を実際に計画化するに当たっては，厳密には先述のごとく，この解の精度を検討してその精度に応じた適当な実際解に補正する必要がある。ここでは厳密な精度検討を省略して，ほぼ数値解からつぎのごとく実施計画案をきめることができよう。

4.（2）の実施計画案

$k=1$, $k=4$ は数値解をそのまま適用する。

$k=2$（ボイラー用水）

工業用水道水を砂ろ過し軟化処理した水

15 700 m³/日

工業用水道水 2 500 m³/日

以上の混合水 18 200 m³/日

$k=3$（直接冷却用水）

工業用水道水 320 000 m³/日

冷却水を回収して冷却処理した水 177 600 m³/日

表―7 既存計画との比較

計画種類 ＼ 用途	新しく行なった用水取得計画			既存用水取得計画			両者の差額 (円/日)
	水の種類	水量 (m³/日)	水経費 (円/日)	水の種類	水量 (m³/日)	水経費 (円/日)	
飲料・その他	工業用水（ろ過）（殺菌）	47 100	551 070	上水道水	47 100	1 153 000	601 930
ボイラー	工業用水（ろ過）（軟化） 工業用水道水	15 700 2 500	219 800 25 000	上水（軟化）	18 200	546 000	301 200
直接冷却	工業用水道水 回収水 河川水（無処理）	320 000 177 600 30 000	3 200 000 301 920 210 000	工業用水道水 回収水	439 600 88 000	4 396 000 149 500	833 580
間接冷却	海水（塩素注入）	947 300	1 420 950	工業用水道水 海水（塩素注入）	190 000 757 300	1 900 000 1 136 000	1 615 050
合計		1 540 200	5 927 820		1 540 200	9 280 500	3 351 760

注）（　）内は添加処理を示す。たとえば工業用水（ろ過）（殺菌）は工業用水道水を購入し，さらにこれを砂ろ過し，殺菌処理を加えることをさす。

河川水の無処理の水 30 000 m^3/日

以上の混合水 527 600 m^3/日

以上要する用水総経費は，5 957 820 円/日である。

そこでここに求めた計画案の意義を検討するために既存計画との比較を行なってみたところ表—7に示す結果を得た。表からもわかるように本計画は既存計画よりほぼ 330 万円/日 の用水経費を節約できるものであることが明らかとなった。すなわち，ほぼ

$$E=\frac{\bar{Z}-Z_{\min}}{\bar{Z}}\times 100$$
$$=\frac{9\,280\,500-5\,927\,820}{9\,280\,500}\times 100 \fallingdotseq 36\%$$

程度の合理化（経費の低減）を行なうことができたのである。ただし上記検討のうち，既存計画の数値には，仮定値，推定値が含まれているのでこの E の値はあくまで概数を示しているにすぎないけれども，本計画案は既存計画に比較して大幅に経済的な計画であることを明らかにすることができた。なお，**3.(1)** に示した各制約条件の評価の一例として，**4.(1)** の計算に用いた各水源水量の限界費用を求めてみたところつぎの結果を得た。

水源 A（上水道），水源 B（工業用水道），水源 D（海水）の各限界費用は 0，すなわち各水源水量には余裕があり，計画案では各水源供給可能最大水量を下まわる水量しか使用しない。したがってこの計画のためにこれらの水源の供給可能最大水量を大きくするために，開発したりする必要は全くないことを示している。一方，水源C（河川）の限界費用は 1.8 円/m^3，水源 E（冷却水回収水）の限界費用は 8.3 円/m^3 であった。これによって両水源の供給可能最大水量は十分利用しつくされており，ともに最大水量を増せば増すほど，総用水経費の安い計画案を作ることができることがわかる。しかも限界費用は冷却水を回収し，処理した水の方がはるかに大きい値を示しているところから，この方が全体計画に大きな制約条件を与えていることが明らかとなった。もし必要水量が増大して各水源のうち，いずれかの水源の供給可能最大水量を増したいとき，限界費用の大きい冷却水の回収水の開発を行なうことが本計画案には最も有利であるといえる。つぎに水質の限界費用計算値の一例として各用途に対する浊度制限値の限界費用計算値を求めたところ 0 であった。これから本計画では浊度に対する制約はゆるく，各水源の水質については浊度よりも他の水質に注意を払ってゆかねばならないことが明確になった。

5. あとがき

工業用水取得配分計画は，従来ややもすると，各工場が単独で最も容易に取水しうる水源から用水取得を行なう例がかなりあり，不経済な用水取得を行なっていることも多く，全般的にみても，不合理な状態となっているのが多々見うけられるのである。また，全域をとり上げた計画でも水量を中心とした平均的な方策が主であった。本文はまずこの点の改善を目的とし，あわせて水量と水質の合理的な配分法について基礎的研究を行なったその研究成果の一部であり，水を使用する側の共通の要望条件を基礎として，それらの集合したシステムにおいての最適配分形態を求めることを考え，一つの方法論を展開したものである。このような計画の最適化の方法としては，近似解法に重点をおき簡単に解きえて利用しやすいことを第一と考え，主として問題を一次式に表現することと，その特性，応用の方法についても十分な考察を加えておいた。これらの方法は前報で提案した水量配分法をも一般的に包含するものであり，特に水量と水質配分の点から，その意義を明確にすることもできた。一方，問題を模型化して数式に表現する方法をとったため，この計画法には当然実際問題とは若干の差があることは認めざるをえない。したがってその差の程度を十分認識すべく **3.(2)** において模型化の段階の誤差がいかに最終解に影響をおよぼすものかを検討しうることを述べた。

さらに **3.(1)** においては各制約条件，あるいはその他の計画に影響をおよぼす諸因子の評価について論及し，将来の研究の方向づけを試みた。最後に適用例としてはこれら方法の一部の概要を簡単に示し，興味ある結果を得たうえ，現在の計画改良上にも大きな示唆を与えることができた。

以上のように本文においては，工業用水取得を中心にして，水量と水質の合理的な配分を論じたのであるが，処理方法の選択，処理単位の規模などの点において，より厳密な意味での水質配分法は未完成であると考えている。また最適解の精度についても，一つの前提のもとでの精度を述べたにすぎず，今後，より精度の高い最適化手法，より厳密な模型化を考えつつ，より広い水量・水質系を対象として研究をすすめる予定である。

参考文献

1) 黒沢俊一，他4名：工業用水概論，水利学大系，第5巻，工業用水資源，p. 13.
2) 合田・末石・林田：工業用水水源の選定とその水量配分について，工業用水，50 号，(1962).
3) 安井・福岡・渡部・小山共訳：ドーフマン，サミュエルソン，ソロー，線型計画と経済分析 I，岩波書店．
市橋・野志：線型計画法，共立出版社．
4) Richard E. Bellman : Dynamic Programming, (1957).
5) 3) p. 184.

(1966.1.21・受付)

論文集への討議について

論文集編集委員会では，論文集に掲載した全論文に対しての討議を受付けておりますので，討議をされる方は下記の要項をご参照のうえ論文集編集委員会あてご提出下さい。

記

1. 討議は論文集掲載全論文を対象とします。
2. 討議の受付は論文集掲載後6ヵ月以内とします。
3. 討議原稿を提出するときは学会原稿用紙に必要事項を記入のうえ論文集編集委員会あてご提出下さい。
4. 討議原稿の取扱いは論文編集委員会にご一任下さい。
5. 討議に関する問合せは論文集編集委員会へご連絡下さい。

昭和41年10月15日印刷
昭和41年10月20日発行　土木学会論文集 第134号　定価200円（〒20円）

編集兼発行者　東京都新宿区四谷一丁目　社団法人 土木学会　羽田巌
印刷者　東京都港区赤坂1—3—6　株式会社 技報堂　大沼正吉

発行所　社団法人 土木学会　振替東京 16828番
東京都新宿郵便局区内　新宿区四谷一丁目　電話（351）代表 5138番