

# 主桁のねじり剛性を考慮した任意の形状の格子桁の解法

## THE ANALYTICAL METHOD FOR ARBITRARILY SHAPED GRILLAGE UNDER THE CONSIDERATION OF THE TORSIONAL RIGIDITY OF ITS MAIN GIRDERS

小松 定夫\*・大山 峰\*\*  
By Sadao Komatsu and Mine Ōyama.

### 1. はじめに

近年、日本の橋梁界において、格子桁構造を採用することが高速道路の普及とともに、いちじるしく増大している。この構造が実橋の挙動に対してきわめて合理的な形式であることはいうまでもない。

さて、従来からの格子桁の解法は、そのほとんどが、Homberg, Leonhardt, あるいは Guyon-Massonnet の方法に準じていた。これらの方法はいずれも、図表化されて現在用いられているが、これらの大部分は、直角格子桁を対象としているため、たとえば、高速道路のランプ部分のように台形に開いた格子構造や、斜格子構造に、これをそのまま準用することには多くの難点がある。

本研究は、文献<sup>1),2)</sup>の理論を拡張して、主桁と横桁が一般に斜交する任意形状の格子桁構造の解析を行ない、数値計算例として台形に開いた単純格子桁を解き、直角格子桁に対する偏角の影響を明らかにしたものである。

主桁がねじり剛性をもつ格子構造は、一般に主桁  $N$  本、横桁  $\rho$  本のとき、横桁の midpoint で切断して基本形を作ることにより、不静定量として横桁 midpoint でのせん断力およびモーメントが存在するから  $2\rho(N-1)$  次の不静定構造物となる。したがって、一般にこれを机上計算で解くには多くの労力を要するため、数値計算例ではすべて、IBM 社 7090 型電子計算機を用いた。

つぎに、以下に取り扱う格子構造様式はつぎの仮定を満足するものとする。

- (1) 横桁のねじり剛性を無視する。
- (2) 横桁は全パネルにわたって直線を通っている。
- (3) 横桁はすべての主桁と剛結している。

### 2. 横桁の弾性方程式

#### (1) 主桁 $k+1$ と横桁 $km$ の変形量の関係

横桁 ( $km$ ) を主桁  $k$  と主桁  $k+1$  の桁軸線間の midpoint  $C_{km}$  で切断し、その断面でのたわみを  $y'_{ckm}$ 、回転角を  $\beta'_{ckm}$  とする。また、主桁  $k+1$  のせん断中心  $S_{k+1}$  のたわみを  $y_{k+1m}$ 、回転角を  $\beta_{k+1m}$  とし、断面  $C_{km}$  でのせん断力を  $V_{km}$ 、曲げモーメントを  $M_{km}$ 、横桁の曲げ剛性を  $E\bar{I}_{km}$  とし、直角格子に対する主桁の偏角を

図-1 主桁、横桁、横桁パネルの記号

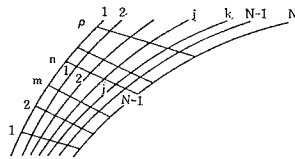
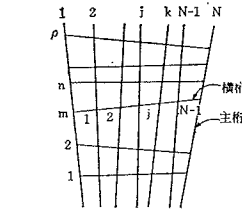
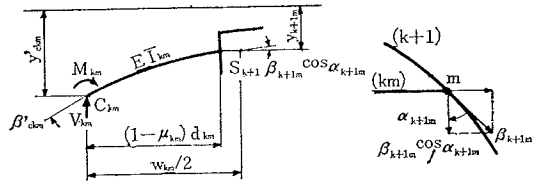


図-2 主桁  $k+1$  と横桁  $km$  の変形図



$\alpha_{k+1m}$  とする。

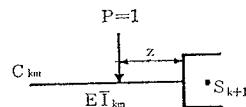
このとき、つぎのつりあい式が成り立つ。

$$y'_{ckm} = y_{k+1m} + \frac{\omega_{km}}{2} \beta_{k+1m} \cos \alpha_{k+1m} - \frac{V_{km}(1-\mu_{km})^3 d_{km}^3}{3E\bar{I}_{km}} - \frac{M_{km}(1-\mu_{km})^2 d_{km}^2}{2E\bar{I}_{km}} \dots \dots \dots (1)_1$$

$$\beta'_{ckm} = \beta_{k+1m} \cos \alpha_{k+1m} - \frac{V_{km}(1-\mu_{km})^2 d_{km}^2}{2E\bar{I}_{km}} - \frac{M_{km}(1-\mu_{km}) d_{km}}{E\bar{I}_{km}} \dots \dots \dots (2)_1$$

横桁上に単位荷重  $P=1$  が作用する場合には、式(1)<sub>1</sub>の右辺に  $f = z^2 \{3(1-\mu_{km})d_{km} - z\} / 6E\bar{I}_{km}$ 、式(2)<sub>1</sub>の右辺に  $\theta = z^2 / 2E\bar{I}_{km}$  をそれぞれ加える。

図-3 横桁  $E\bar{I}_{km}$  の上に載荷された場合<sup>1)</sup>



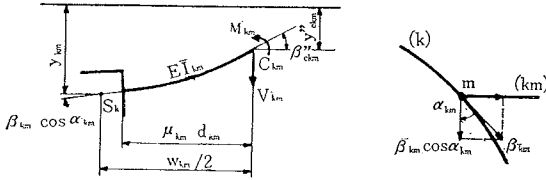
#### (2) 主桁 $k$ と横桁 $km$ の変形量の関係

横桁 ( $km$ ) の中央断面  $C_{km}$  のたわみを  $y'_{ckm}$ 、回転

\* 正会員 工博 大阪大学教授 土木工学科

\*\* 正会員 工修 KK橋梁設計事務所

図-4 主桁  $k$  と横桁  $km$  の変形図

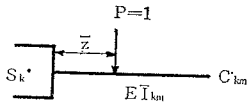


角を  $\beta''_{ckm}$  とし、主桁  $k$  のせん断中心  $S_k$  のたわみを  $y_{km}$ 、回転角を  $\beta_{km}$  とすれば、横桁に影響をおよぼす主桁の回転角は  $\beta_{km} \cos \alpha_{km}$  となるから、つぎのつりあい式が成り立つ。

$$y''_{ckm} = y_{km} - \frac{w_{km}}{2} \beta_{km} \cos \alpha_{km} + \frac{V_{km} \mu^3_{km} d^3_{km}}{3 E I_{km}} - \frac{M_{km} \mu^2_{km} d^2_{km}}{2 E I_{km}} \dots \dots \dots (1)_2$$

$$\beta''_{ckm} = \beta_{km} \cos \alpha_{km} - \frac{V_{km} \mu^2_{km} d^2_{km}}{2 E I_{km}} + \frac{M_{km} \mu_{km} d_{km}}{E I_{km}} \dots \dots \dots (2)_2$$

図-5 横桁  $E I_{km}$  の上に載荷された場合



$$\left\{ (M_{kn} - M_{k-1n}) - \left( \frac{w_{k-1n}}{2} V_{k-1n} + \frac{w_{kn}}{2} V_{kn} \right) \right\} \sin \alpha_{kn}$$

ねじりモーメントの方向に

$$\left\{ (M_{kn} - M_{k-1n}) - \left( \frac{w_{k-1n}}{2} V_{k-1n} + \frac{w_{kn}}{2} V_{kn} \right) \right\} \cos \alpha_{kn}$$

なる外力が作用することになる。そして主桁  $k$  の任意断面  $x$  での変形量はつぎのようになる。

たわみ;

$$y_{kx} = y_{kx_0} + \sum_{m=1}^0 (V_{km} - V_{k-1m}) \delta_{kxm} + \sum_{m=1}^0 \left\{ M_{km} - M_{k-1m} - \left( \frac{w_{km}}{2} V_{km} + \frac{w_{k-1m}}{2} V_{k-1m} \right) \right\} (\delta_{tkxm} \cos \alpha_{kx} + \delta^0_{kxm} \sin \alpha_{kx})$$

回転角;

$$\beta_{kx} = \beta_{kx_0} + \sum_{m=1}^0 (V_{km} - V_{k-1m}) \phi_{kxm} + \sum_{m=1}^0 \left\{ M_{km} - M_{k-1m} - \left( \frac{w_{km}}{2} V_{km} + \frac{w_{k-1m}}{2} V_{k-1m} \right) \right\} (\phi_{tkxm} \cos \alpha_{kx} + \phi^0_{kxm} \sin \alpha_{kx})$$

ここで、 $y_{kx_0}$ 、 $\beta_{kx_0}$  は、第  $k$  主桁を単一桁とした場合の外力荷重による任意断面  $x$  におけるたわみおよび回転角、 $\delta_{kxm}$ 、 $\phi_{kxm}$  は単一主桁  $k$  の格点  $m$  に単位集中荷重  $P=1$  が作用する場合の任意断面  $x$  のたわみおよび回転角、 $\delta_{tkxm}$ 、 $\phi_{tkxm}$  は、単一主桁  $k$  の格点  $m$  に単位集中トルク  $T=1$  が作用する場合の任意断面  $x$  のたわみおよび回転角、 $\delta^0_{kxm}$ 、 $\phi^0_{kxm}$  は、単一主桁  $k$  の格点  $m$  に単位集中モーメント  $M=1$  が作用する場合の任意断面  $x$  のたわみおよび回転角を示す。

横桁上に単位荷重  $P=1$  が作用する場合には、式(1)<sub>2</sub> の右辺に  $\bar{f} = \bar{z}^2 (3 \mu_{km} d_{km} - \bar{z}) / 6 E I_{km}$ 、式(2)<sub>2</sub> の右辺に  $\bar{\theta} = \bar{z}^2 / 2 E I_{km}$  をそれぞれ加える。

さて、断面  $C_{kn}$  における連続条件は、

$$y'_{ckn} = y'_{ckn} \dots \dots \dots (3)$$

$$\beta''_{ckn} = \beta''_{ckn} \dots \dots \dots (4)$$

であるから、式(1)<sub>1</sub>、(2)<sub>1</sub>、(1)<sub>2</sub>、(2)<sub>2</sub>と(3)、(4)より次式が成り立つ。

$$y_{k+1n} - y_{kn} + \frac{w_{kn}}{2} (\beta_{k+1n} \cos \alpha_{k+1n} + \beta_{kn} \cos \alpha_{kn}) = \frac{V_{kn} d^3_{kn}}{3 E I_{kn}} \{ \mu^3_{kn} + (1 - \mu_{kn})^3 \} + \frac{M_{kn} d^2_{kn}}{2 E I_{kn}} \{ (1 - \mu_{kn})^2 - \mu^2_{kn} \} \beta_{k+1n} \cos \alpha_{k+1n} - \beta_{kn} \cos \alpha_{kn} = \frac{V_{kn} d^2_{kn}}{2 E I_{kn}} \{ (1 - \mu_{kn})^2 - \mu^2_{kn} \} + \frac{M_{kn} d_{kn}}{E I_{kn}} \dots \dots \dots (5)$$

3. 不静定量  $V_{km}$ 、 $M_{km}$  に関する方程式とその解

主桁  $k$  の断面  $n$  において、曲げモーメントの方向に

図-6 断面  $n$  における不静定量

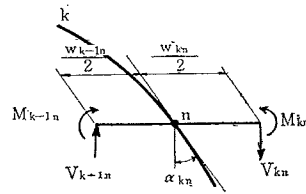
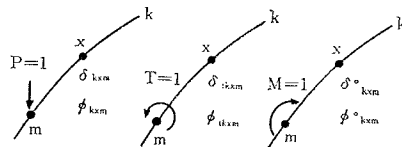


図-7 荷重と変位の説明図



とくに、第  $n$  番目横桁取付点  $n$  における変形量は、式(6)において  $x=n$  とおけばよい。

$$\left. \begin{aligned}
 y_{kn} &= y_{kn0} + \sum_{m=1}^{\rho} (V_{km} - V_{k-1m}) \delta_{knm} \\
 &+ \sum_{m=1}^{\rho} \left\{ M_{km} - M_{k-1m} - \left( \frac{\omega_{km}}{2} V_{km} + \frac{\omega_{k-1m}}{2} V_{k-1m} \right) \right\} (\delta_{tknm} \cos \alpha_{kn} + \delta^0_{knm} \sin \alpha_{kn}) \\
 \beta_{kn} &= \beta_{kn0} + \sum_{m=1}^{\rho} (V_{km} - V_{k-1m}) \phi_{knm} \\
 &+ \sum_{m=1}^{\rho} \left\{ M_{km} - M_{k-1m} - \left( \frac{\omega_{km}}{2} V_{km} + \frac{\omega_{k-1m}}{2} V_{k-1m} \right) \right\} (\phi_{tknm} \cos \alpha_{kn} + \phi^0_{knm} \sin \alpha_{kn})
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

式(7)を式(5)に代入して、 $V, M$  に関して整理すれば、結局、つぎの行列形式に変換される。

$$\begin{bmatrix} AC \\ BD \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G \\ H \end{bmatrix} \dots\dots\dots(8)$$

ここで、 $A, B, C, D$  は係数行列、 $V, M$  は不静定量、 $G, H$  は荷重項を示す。

したがって、不静定量は次式に解き得る。

$$\begin{bmatrix} V \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} AC \\ BD \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} G \\ H \end{bmatrix} \dots\dots\dots(9)$$

(1) 係数行列  
係数行列はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & & & \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & \\ & a_{kk-1} & a_{kk} & a_{kk+1} & \\ 0 & a_{N-2N-3} & a_{N-2N-2} & a_{N-2N-1} & \\ & & a_{N-1N-2} & a_{N-1N-1} & \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & & & \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & 0 & \\ & c_{kk-1} & c_{kk} & c_{kk+1} & \\ 0 & c_{N-2N-3} & c_{N-2N-2} & c_{N-2N-1} & \\ & & c_{N-1N-2} & c_{N-1N-1} & \end{bmatrix} \\
 B &= \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & & & \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & \\ & b_{kk-1} & b_{kk} & b_{kk+1} & \\ 0 & b_{N-2N-3} & b_{N-2N-2} & b_{N-2N-1} & \\ & & b_{N-1N-2} & b_{N-1N-1} & \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & & & \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & 0 & \\ & d_{kk-1} & d_{kk} & d_{kk+1} & \\ 0 & d_{N-2N-3} & d_{N-2N-2} & d_{N-2N-1} & \\ & & d_{N-1N-2} & d_{N-1N-1} & \end{bmatrix}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

さらに、

$$\left. \begin{aligned}
 a_{kk-1} &= \begin{bmatrix} a_{kk-111} & a_{kk-112} & \dots & a_{kk-11\rho} \\ a_{kk-121} & a_{kk-122} & \dots & a_{kk-12\rho} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{kk-1\rho 1} & a_{kk-1\rho 2} & \dots & a_{kk-1\rho\rho} \end{bmatrix}, \quad a_{kk+1} = \begin{bmatrix} a_{kk+111} & a_{kk+112} & \dots & a_{kk+11\rho} \\ a_{kk+121} & a_{kk+122} & \dots & a_{kk+12\rho} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{kk+1\rho 1} & a_{kk+1\rho 2} & \dots & a_{kk+1\rho\rho} \end{bmatrix} \\
 a_{kk} &= \begin{bmatrix} a_{kk11} & a_{kk12} & \dots & a_{kk1\rho} \\ a_{kk21} & a_{kk22} & \dots & a_{kk2\rho} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{kk\rho 1} & a_{kk\rho 2} & \dots & a_{kk\rho\rho} \end{bmatrix} + \frac{1}{3E} \begin{bmatrix} \frac{d_{k1}^3(1-3\mu_{k1}+3\mu_{k1}^2)}{\bar{I}_{k1}} & & 0 \\ & \dots & \\ 0 & & \frac{d_{k\rho}^3(1-3\mu_{k\rho}+3\mu_{k\rho}^2)}{\bar{I}_{k\rho}} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

であり、 $b, c$  および  $d$  も同様に  $\rho$  次正方行列でつぎのようになる。

$$b_{kk} = (b_{kknm}) + \text{Diag.} \left[ \frac{d^2_{kn}(1-2\mu_{kn})}{2E\bar{I}_{kn}} \right] \dots\dots\dots(12)$$

$$b_{kk-1} = (b_{kk-1nm}), \quad b_{kk+1} = (b_{kk+1nm}), \quad n, m = 1, 2, \dots, \rho$$

$$c_{kk} = (c_{kknm}) + \text{Diag.} \left[ \frac{d^2_{kn}(1-2\mu_{kn})}{2E\bar{I}_{kn}} \right] \dots\dots\dots(13)$$

$$c_{kk-1} = (c_{kk-1nm}), \quad c_{kk+1} = (c_{kk+1nm}), \quad n, m = 1, 2, \dots, \rho$$

$$d_{kk} = (d_{kknm}) + \text{Diag.} \left[ \frac{d_{kn}}{E\bar{I}_{kn}} \right] \dots\dots\dots(14)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned}
 a_{kk-1nm} &= -\delta_{knm} + \frac{\omega_{kn}}{2} \cos \alpha_{kn} \phi_{knm} - \frac{\omega_{k-1m}}{2} \delta_{tknm} \cos \alpha_{kn} + \frac{\omega_{kn}\omega_{k-1m}}{4} \phi_{tknm} \cos^2 \alpha_{kn} \\
 &- \frac{\omega_{k-1m}}{2} \delta^0_{knm} \sin \alpha_{kn} + \frac{\omega_{kn}\omega_{k-1m}}{4} \phi^0_{knm} \sin \alpha_{kn} \cos \alpha_{kn} \\
 a_{kknm} &= \delta_{k+1nm} + \delta_{knm} + \frac{\omega_{km}}{2} (\delta_{tk+1nm} \cos \alpha_{k+1n} - \delta_{tknm} \cos \alpha_{kn})
 \end{aligned} \right\}$$



ここで、 $j$  は横断方向のパネル番号で、 $j=1, 2, \dots, N-1$  であり、 $k$  は主桁番号で、 $k=1, 2, \dots, N$ 、さらに  $n$ 、 $m$  は橋軸方向の格点番号で、 $n, m=1, 2, \dots, \rho$  である。

$G, H$  はつぎのように表わされる。

a) 単位集中荷重  $P=1$  が格点  $(k, m)$  に作用する場合

$$\left. \begin{aligned} \bar{G}_{k-1nm} &= \delta_{knm} + \frac{\omega_{k-1n}}{2} \phi_{knm} \cos \alpha_{kn} \\ G_{knm} &= -\delta_{knm} + \frac{\omega_{kn}}{2} \phi_{knm} \cos \alpha_{kn} \\ \bar{H}_{k-1nm} &= \phi_{knm} \cos \alpha_{kn} \\ H_{knm} &= -\phi_{knm} \cos \alpha_{kn} \\ G_{rnm} &= H_{rnm} = 0 \quad (r \neq k-1, k) \end{aligned} \right\} \dots(22)$$

b) 単位集中トルク  $T=1$  が格点  $(k, m)$  に作用する場合

$$\left. \begin{aligned} \bar{G}_{k-1nm} &= \delta_{tknm} + \frac{\omega_{k-1n}}{2} \phi_{tknm} \cos \alpha_{kn} \\ G_{knm} &= -\delta_{tknm} + \frac{\omega_{kn}}{2} \phi_{tknm} \cos \alpha_{kn} \\ \bar{H}_{k-1nm} &= \phi_{tknm} \cos \alpha_{kn} \\ H_{knm} &= -\phi_{tknm} \cos \alpha_{kn} \\ G_{rnm} &= H_{rnm} = 0 \quad (r \neq k-1, k) \end{aligned} \right\} \dots(23)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{G}_{k-1nm} &= \{ \delta_{knm} + Y_{km} (\delta_{tknm} \cos \alpha_{km} + \delta^0_{knm} \sin \alpha_{km}) \} \\ &\quad + \frac{\omega_{k-1n}}{2} \{ \phi_{knm} + Y_{km} (\phi_{tknm} \cos \alpha_{km} + \phi^0_{knm} \sin \alpha_{km}) \} \cos \alpha_{kn} \\ G_{knm} &= -\{ \delta_{knm} + Y_{km} (\delta_{tknm} \cos \alpha_{km} + \delta^0_{knm} \sin \alpha_{km}) \} \\ &\quad + \frac{\omega_{kn}}{2} \{ \phi_{knm} + Y_{km} (\phi_{tknm} \cos \alpha_{km} + \phi^0_{knm} \sin \alpha_{km}) \} \cos \alpha_{kn} \\ \bar{H}_{k-1nm} &= \{ \phi_{knm} + Y_{km} (\phi_{tknm} \cos \alpha_{km} + \phi^0_{knm} \sin \alpha_{km}) \} \cos \alpha_{kn} \\ H_{knm} &= -\bar{H}_{k-1nm} \\ G_{rnm} &= H_{rnm} = 0 \quad (r \neq k-1, k) \end{aligned} \right\} \dots(25)$$

ここで、 $Y_{km}$  については、格点  $(k, m)$  に接合された  $k-1$  側の横桁上に集中荷重が作用する場合には正、 $k$  パネル側の横桁上に作用する場合には負とする。

$$\left[ \begin{matrix} V \\ M \end{matrix} \right] = \left[ \begin{matrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_j \\ \vdots \\ V_{N-1} \\ M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_j \\ \vdots \\ M_{N-1} \end{matrix} \right] = \left[ \begin{matrix} V_{11} & V_{12} & \dots & V_{1r} & \dots & V_{1k} & \dots & V_{1N} \\ V_{21} & V_{22} & \dots & V_{2r} & \dots & V_{2k} & \dots & V_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ V_{j1} & V_{j2} & \dots & V_{jr} & \dots & V_{jk} & \dots & V_{jN} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ V_{N-11} & V_{N-12} & \dots & V_{N-1r} & \dots & V_{N-1k} & \dots & V_{N-1N} \\ M_{11} & M_{12} & \dots & M_{1r} & \dots & M_{1k} & \dots & M_{1N} \\ M_{21} & M_{22} & \dots & M_{2r} & \dots & M_{2k} & \dots & M_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ M_{j1} & M_{j2} & \dots & M_{jr} & \dots & M_{jk} & \dots & M_{jN} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ M_{N-11} & M_{N-12} & \dots & M_{N-1r} & \dots & M_{N-1k} & \dots & M_{N-1N} \end{matrix} \right] \dots(26)$$

ここに、 $V_{jk}, M_{jk}$  は第  $k$  主桁に単位荷重が作用する場合の第  $j$  パネル横桁の断面力を表わし、つぎのような部分行列となる。

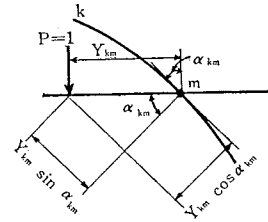
$$V_{jk} = \left[ \begin{matrix} V_{j_1k_1} & V_{j_1k_2} & \dots & V_{j_1k_m} & \dots & V_{j_1k_\rho} \\ V_{j_2k_1} & V_{j_2k_2} & \dots & V_{j_2k_m} & \dots & V_{j_2k_\rho} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ V_{j_nk_1} & V_{j_nk_2} & \dots & V_{j_nk_m} & \dots & V_{j_nk_\rho} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ V_{j_\rho k_1} & V_{j_\rho k_2} & \dots & V_{j_\rho k_m} & \dots & V_{j_\rho k_\rho} \end{matrix} \right]$$

c) 単位集中モーメント  $M=1$  が格点  $(k, m)$  に作用する場合

$$\left. \begin{aligned} \bar{G}_{k-1nm} &= \delta^0_{knm} + \frac{\omega_{k-1n}}{2} \phi^0_{knm} \cos \alpha_{kn} \\ G_{knm} &= -\delta^0_{knm} + \frac{\omega_{kn}}{2} \phi^0_{knm} \cos \alpha_{kn} \\ \bar{H}_{k-1nm} &= \phi^0_{knm} \cos \alpha_{kn} \\ H_{knm} &= -\phi^0_{knm} \cos \alpha_{kn} \\ G_{rnm} &= H_{rnm} = 0 \quad (r \neq k-1, k) \end{aligned} \right\} \dots(24)$$

したがって、一般に荷重が、格点  $(k, m)$  より  $Y_{km}$  なる距離の横桁上に作用する場合には、上の a, b, c を合成すれば、つぎようになる。

図-8 横桁の上に  $P=1$  が作用した場合



(3) 不静定量

不静定量  $V, M$  はつぎようになる。

同様に

$$M_{jk} = (M_{jnk_m}) \quad (n, m=1, 2, \dots, \rho) \dots(27)$$

ここで、 $V_{jnk_m}, M_{jnk_m}$  は、格点  $(k, m)$  に単位荷重が作用するときの横桁  $(jn)$  の中点の断面力を示す。したがって、式 (26), (27) によって表わされる行列は、各横桁中央断面における  $V, M$  の影響線を表わす

ものである。

4. 主桁の断面力および変形量

断面力および変形量はつぎのようになる。

$$S_{kn} = S_{kno} + \sum_{m=1}^p (\bar{V}_{km} - \bar{V}_{k-1m}) \bar{S}_{knm} + \sum_{m=1}^p \left\{ \bar{M}_{km} - \bar{M}_{k-1m} - \left( \frac{\omega_{km}}{2} \bar{V}_{km} + \frac{\omega_{k-1m}}{2} \bar{V}_{k-1m} \right) \right\} \times (\bar{S}_{tknm} \cos \alpha_{kn} + \bar{S}^0_{knm} \sin \alpha_{kn}) \dots\dots\dots (28)$$

ここで、 $S_{kn}$  は第  $k$  主桁格点  $n$  の断面力または変形量、 $S_{kno}$  は基本形において、外力荷重による第  $k$  主桁格点  $n$  の断面力または変形量で、格点  $(k, m)$  の両側についている片持ばり状の横桁の直上に外力集中荷重が作用する場合には、

$$S_{kno} = \bar{S}_{knmo} + Y_{km} (\bar{S}_{tknmo} \cos \alpha_{km} + \bar{S}^0_{knmo} \sin \alpha_{km}) \dots\dots\dots (29)$$

となる。

ここで、 $\bar{S}_{knmo}$  は基本形において、外力集中荷重が第

$$\left. \begin{aligned} h_{kn} &= \left[ \bar{S}_{kn1} + \frac{\omega_{k-11}}{2} \bar{S}_{tkn1} \cos \alpha_{kn} + \frac{\omega_{k-11}}{2} \bar{S}^0_{kn1} \sin \alpha_{kn}, \dots\dots\dots, \right. \\ &\quad \bar{S}_{knm} + \frac{\omega_{k-1m}}{2} \bar{S}_{tknm} \cos \alpha_{kn} + \frac{\omega_{k-1m}}{2} \bar{S}^0_{knm} \sin \alpha_{kn}, \dots\dots\dots, \\ &\quad \left. \bar{S}_{kn\rho} + \frac{\omega_{k-1\rho}}{2} \bar{S}_{tkn\rho} \cos \alpha_{kn} + \frac{\omega_{k-1\rho}}{2} \bar{S}^0_{kn\rho} \sin \alpha_{kn} \right] \\ i_{kn} &= \left[ \bar{S}_{tkn1} \cos \alpha_{kn} + \bar{S}^0_{kn1} \sin \alpha_{kn}, \dots\dots\dots, \right. \\ &\quad \bar{S}_{tknm} \cos \alpha_{kn} + \bar{S}^0_{knm} \sin \alpha_{kn}, \dots\dots\dots, \\ &\quad \left. \bar{S}_{tkn\rho} \cos \alpha_{kn} + \bar{S}^0_{kn\rho} \sin \alpha_{kn} \right] \\ k_{kn} &= \left[ \bar{S}_{kn1} - \frac{\omega_{k1}}{2} \bar{S}_{tkn1} \cos \alpha_{kn} - \frac{\omega_{k1}}{2} \bar{S}^0_{kn1} \sin \alpha_{kn}, \dots\dots\dots, \right. \\ &\quad \bar{S}_{knm} - \frac{\omega_{km}}{2} \bar{S}_{tknm} \cos \alpha_{kn} - \frac{\omega_{km}}{2} \bar{S}^0_{knm} \sin \alpha_{kn}, \dots\dots\dots, \\ &\quad \left. \bar{S}_{kn\rho} - \frac{\omega_{k\rho}}{2} \bar{S}_{tkn\rho} \cos \alpha_{kn} - \frac{\omega_{k\rho}}{2} \bar{S}^0_{kn\rho} \sin \alpha_{kn} \right] \\ j_{kn} &= \left[ \bar{S}_{tkn1} \cos \alpha_{kn} + \bar{S}^0_{kn1} \sin \alpha_{kn}, \dots\dots\dots, \right. \\ &\quad \bar{S}_{tknm} \cos \alpha_{kn} + \bar{S}^0_{knm} \sin \alpha_{kn}, \dots\dots\dots, \\ &\quad \left. \bar{S}_{tkn\rho} \cos \alpha_{kn} + \bar{S}^0_{kn\rho} \sin \alpha_{kn} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

であり、 $\bar{V}_k, \bar{M}_k$  は、第  $k$  パネル横桁の midpoint の断面力  
で、第  $k$  主桁の格点  $(k, m)$  に作用する断面力  $\bar{V}_{km}$ 、  
 $\bar{M}_{km}$  を要素としてもつベクトルである。

$$\bar{V}_k = \begin{bmatrix} \bar{V}_{k1} \\ \bar{V}_{k2} \\ \vdots \\ \bar{V}_{km} \\ \vdots \\ \bar{V}_{k\rho} \end{bmatrix}, \quad \bar{M}_k = \begin{bmatrix} \bar{M}_{k1} \\ \bar{M}_{k2} \\ \vdots \\ \bar{M}_{km} \\ \vdots \\ \bar{M}_{k\rho} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (32)$$

つぎに、第  $k$  主桁の各格点の断面力または変形量は次式で与えられる。

$$S_k = S_{k0} + [h_k i_k] \begin{bmatrix} \bar{V}_{k-1} \\ \bar{M}_{k-1} \end{bmatrix} + [k_k j_k] \begin{bmatrix} \bar{V}_k \\ \bar{M}_k \end{bmatrix} \dots (33)$$

$k$  主桁格点  $m$  に作用した場合の第  $k$  主桁格点  $n$  の断面力または変形量、 $\bar{S}_{tknmo}$  は基本形において、横桁上に直接荷した集中荷重が主桁  $k$  に集中トルクとして作用した場合の主桁  $k$  の格点  $n$  における断面力または変形量、 $\bar{S}^0_{knmo}$  は基本形において、横桁上に直接荷した集中荷重が主桁  $k$  に集中モーメントとして作用した場合の主桁  $k$  の格点  $n$  における断面力または変形量である。

$\bar{S}_{tknm}$  は基本形の格点  $(k, m)$  に単位集中荷重が作用した場合の格点  $n$  の断面力または変形量、 $\bar{S}_{tknm}$  は基本形の格点  $(k, m)$  に単位集中トルクが作用した場合の格点  $n$  の断面力または変形量、 $\bar{S}^0_{knm}$  は基本形の格点  $(k, m)$  に単位集中モーメントが作用した場合の格点  $n$  の断面力または変形量である。

また、 $\bar{V}_{km}, \bar{M}_{km}$  は、ある荷重が作用するときの第  $k$  パネル横桁  $m$  の midpoint における断面力である。

式 (28) を行列表示すればつぎのようになる。

$$S_{kn} = S_{kno} + [h_{kn} i_{kn}] \begin{bmatrix} \bar{V}_{k-1} \\ \bar{M}_{k-1} \end{bmatrix} + [k_{kn} j_{kn}] \begin{bmatrix} \bar{V}_k \\ \bar{M}_k \end{bmatrix} \dots\dots\dots (30)$$

ここに、

ただし、 $\bar{V}_0 = \bar{M}_0 = \bar{V}_N = \bar{M}_N = 0$   
ここに、

$$\left. \begin{aligned} h_k &= \begin{bmatrix} h_{k1} \\ \vdots \\ h_{kn} \\ \vdots \\ h_{k\rho} \end{bmatrix}, \quad k_k = \begin{bmatrix} k_{k1} \\ \vdots \\ k_{kn} \\ \vdots \\ k_{k\rho} \end{bmatrix} \\ i_k &= \begin{bmatrix} i_{k1} \\ \vdots \\ i_{kn} \\ \vdots \\ i_{k\rho} \end{bmatrix}, \quad j_k = \begin{bmatrix} j_{k1} \\ \vdots \\ j_{kn} \\ \vdots \\ j_{k\rho} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

である。

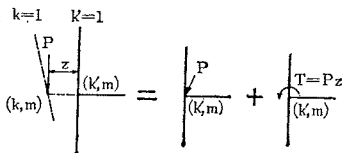
$S_{k0}$  は、基本形における第  $k$  主桁の外力による断面力



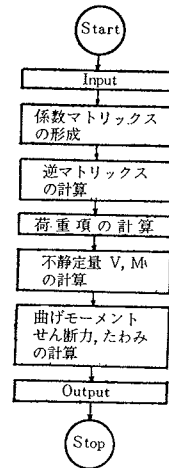
表一 モデル 1, 2, 3 の断面諸値および形状

		スパン $l(\text{cm})$	断面 2 次 モーメント $I(\text{cm}^4)$	ねじり剛性 $GJ(\text{kg-cm})$	主桁間隔 $w(\text{cm})$ ( $j=1,2$ )	横桁の長さ $d(\text{cm})$ ( $j=1,2$ )	$\mu$	
							$j=1$	$j=2$
モ	$k=1, 3$	5 800.0	$3.73 \times 10^7$	$2.369 \times 10^{13}$				
	$k=2$	5 800.0	$3.37 \times 10^7$	$2.301 \times 10^{13}$				
デ ル 1 ( $\alpha=0^\circ$ )	$m=1$		$4.45 \times 10^6$		990.0	570.0	0.5000	0.5000
	$m=2$		"		"	"	"	"
	$m=3$		"		"	"	"	"
	$m=4$		"		"	"	"	"
	$m=5$		"		"	"	"	"
	$m=6$		"		"	"	"	"
	$m=7$		"		"	"	"	"
モ	$k=1, 3$	5 822.2	$3.73 \times 10^7$	$2.369 \times 10^{13}$				
	$k=2$	5 800.0	$3.37 \times 10^7$	$2.301 \times 10^{13}$				
デ ル 2 ( $\alpha=5^\circ$ )	$m=1$		$4.45 \times 10^6$		709.7	379.1	0.4992	0.5008
	$m=2$		"		773.1	442.5	0.4993	0.5007
	$m=3$		"		836.6	505.9	0.4994	0.5006
	$m=4$		"		900.0	569.4	0.4994	0.5006
	$m=5$		"		963.4	632.8	0.4995	0.5005
	$m=6$		"		1 026.9	696.2	0.4995	0.5005
	$m=7$		"		1 090.3	759.7	0.4996	0.5004
モ	$k=1, 3$	5 889.5	$3.73 \times 10^7$	$2.369 \times 10^{13}$				
	$k=2$	5 880.0	$3.37 \times 10^7$	$2.301 \times 10^{13}$				
デ ル 3 ( $\alpha=10^\circ$ )	$m=1$		$4.45 \times 10^6$		516.5	183.9	0.4931	0.5069
	$m=2$		"		644.3	311.8	0.4959	0.5011
	$m=3$		"		722.2	439.6	0.4971	0.5029
	$m=4$		"		900.0	567.6	0.4978	0.5022
	$m=5$		"		1 027.8	695.3	0.4982	0.5018
	$m=6$		"		1 155.7	823.1	0.4985	0.5015
	$m=7$		"		1 283.5	951.0	0.4987	0.5013

図一11 横桁の延長上に載荷された場合



図一12 Flow Chart



さて、偏角のない場合の断面力および変形量を求めるとき、荷重点が格子桁上にない場合が生じる。このときは、 $(k, m)$  には集中荷重  $P$  のみが作用しているが、 $(k', m)$  には集中荷重  $P$  とねじりモーメント  $P \cdot z$  が作用しているものと仮定して取り扱った (図一11)。上の仮定を用いれば、実橋の張り出し部に載荷された場合も同様な取り扱いが可能である。また、偏角のある場合にも同様の取り扱いが可能であり、たとえば張り出し部に載荷された場合には、着目格点に集中荷重、ねじりモーメント、および曲げモーメントが作用するものとして取り扱えばよい (モデル2およびモデル3の張り出し部を3M75とした)。

以上に述べたように、本数値計算例では、荷重載荷点はすべて、格点を含めた横桁上とし、張り出し部には横桁の延長上にブラケットを考慮し、このときの着目点はすべて格点上であるとした。

(3) 電子計算機による数値計算

電子計算機は IBM 7090 型 Digital Computer を用いた。概略の Flow Chart は 図一12 のようである。

本文では、計算結果のうち、代表的なもののみを 図一13, 14, 15 に示す。ここで、実線は直角格子桁を、点線は  $5^\circ$  偏角した台形格子桁を、1点鎖線は  $10^\circ$  偏角した台形格子桁を示し、張り出し部に載荷点をとった場合を含んでいる。

さらに、曲げモーメントの影響面において、載荷点を



図-13 格点 (1, 2) における曲げモーメントの影響面  
(—  $\alpha=0^\circ$ , .....  $\alpha=5^\circ$ )

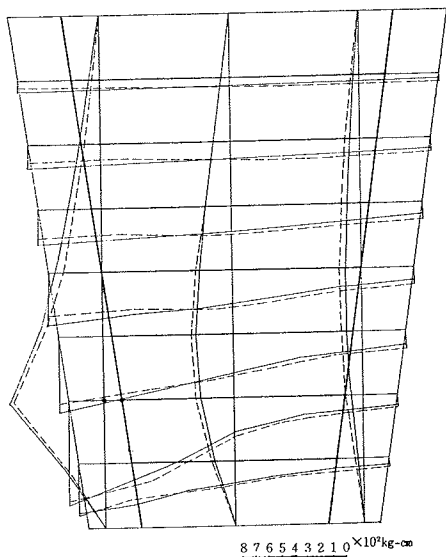


図-15 格点 (2, 4) におけるせん断力の影響面  
(—  $\alpha=0^\circ$ , .....  $\alpha=5^\circ$ , - - - -  $\alpha=10^\circ$ )

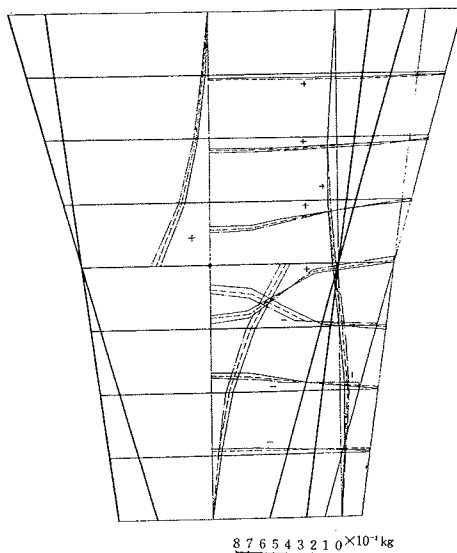
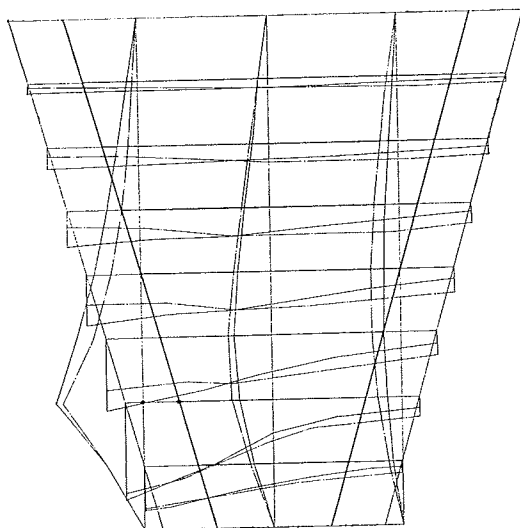
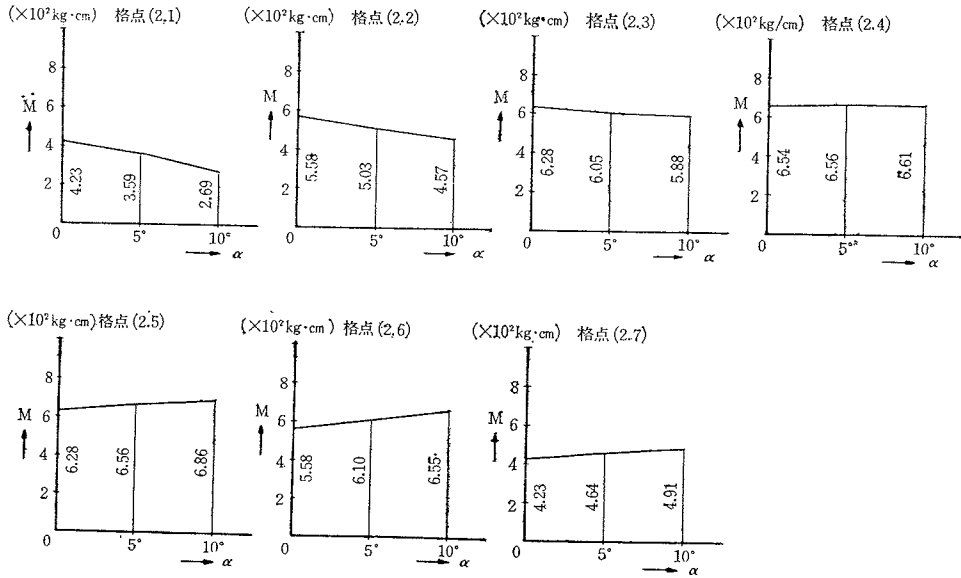


図-14 格点 (1, 2) における曲げモーメントの影響面  
(—  $\alpha=0^\circ$ , .....  $\alpha=10^\circ$ )



図一16 中主桁の曲げモーメントと偏角( $\alpha$ )との関係

中間主桁上にとつた場合の、同一格点における曲げモーメント縦距と偏角 $\alpha$ との関係を図一16に示す。ここで、たとえば、格点(2,1)においては、 $\alpha=0^\circ$ (直角)に対して、 $\alpha=5^\circ$ の場合は約85%、 $\alpha=10^\circ$ の場合は約64%になり、格点(2,7)においては、 $\alpha=0^\circ$ に対して、 $\alpha=5^\circ$ の場合で約110%、 $\alpha=10^\circ$ の場合で約116%となる。

## 6. 数値計算結果の考察

一般に、台形格子桁を直角格子桁と見なして設計する場合、現行の示方書の  $L$  荷重載荷に際しては、端主桁よりも中間主桁においてかなり大きな差異を示し、さらに偏角が大きくなるにつれて、その差異も増大するため、安全性および経済性の検討が必要となる。

つぎに、各断面力および変形量に対して、直角格子桁と台形格子桁の影響面の比較について考察を加えれば、つぎのようになる。

### (1) 曲げモーメント

(a) 端主桁の影響面は、偏角  $5^\circ$  の場合には、あまり大きな差異は認められないが、偏角  $10^\circ$  の場合には、かなり大きな差異が認められる。直角格子として計算すると、端主桁の設計に対しては、 $m=1, 2, 3$  は安全側に、 $m=5, 6, 7$  は危険側の誤差を生ずるため十分な考慮が必要である。

(b) 中主桁の影響面は、偏角による影響がいちじるしく、直角格子として計算すると、 $m=1, 2, 3$  は明らかに不経済断面となるが、 $m=5, 6, 7$  では危険となり、中主桁の設計には十分な考慮が払われねばならない。

(2) せん断力の影響面は、偏角した格子桁の場合には、直角格子桁にくらべて、端断面では大差ない。しか

しスパン中央に近づくにつれて差異が大きくなる。

(3) たわみの影響面は、あまり大きな差異が認められない。

## 7. 結 言

最近、高架構造物に関連して、任意平面形状の格子桁の架設の機会が多くなっている。したがって、主桁が箱型断面で構成された場合に、主桁のねじり剛性を考慮した実用的解法の確立が非常に重要となった。さらに、一般に、弾性構造物の計算が複雑化するにつれ、電子計算機の利用の機会がますます増大し、計算の複雑さや間違いを回避する意味で、系統的かつ統一的な理論式の表現が望ましい。とくに、影響線を必要とする橋梁構造物では、行列表示がもっとも簡明で、上記の目的に適しているといえよう。

本文では、そのような観点に立って、主桁のねじり剛性を考慮した任意平面形状格子桁の理論式を応力法により誘導したものであり、さらに、数値計算例として、台形に開いた単純支持格子桁を解き、直角格子桁の場合との比較を行ない、偏角による影響を調べた。

なお、今回は数値計算例として台形に開いた単純支持格子桁のみを取り扱ったが、理論としては桁間隔の異なる曲線格子桁、斜交格子桁などにも適用できるものであり、近年、大型高速電子計算機の開発が大いに発達しているので、これらの諸形式に対するプログラムの開発も大いに望まれる次第である。

### 参 考 文 献

- 1) 小松定夫：連続曲線格子桁橋の構造解析，第17回土木学会年次学術講演会，昭.37.5，pp. 43~44.
- 2) 小松定夫：曲線橋の理論と設計，土木学会関西支部技術講座1号，昭.38.9，pp. 55~60.

(1966.1.31・受付)