大量輸送機関の運転計画について*

OPTIMUM OPERATION ROUTES AND CAR ASSIGNMENT IN MASS TRANSPORTATION SYSTEM

河　上　省　吾**
By Shogo Kawakami

1. はじめに

人口と経済活動の集中した大都市においては，大量輸送機関の役割はきわめて重要である。これは都市内旅客輸送の大部分を占める通勤通学客のほとんどが，高速鉄道，路面電車，バスなどの大量輸送機関に依存していることを見ても明らかである。しかるに，わが国では大量輸送機関の整備がその需要に追いつかず，ラッシュ時における混雑の激しさは大きな社会問題となっており，その対策が種々検討されている。

ラッシュ時の混雑を緩和するには，軌道，道路，車両などの輸送施設を充実することが第一であるが，同時に限られた保有車両を効率的に運用することを考えなければならない。そこで，本研究においては，後者，すなわち大量輸送機関の合理的な運転方式について検討する。

ところで，合理的な運転方式とはいかなるものであろうか。それは，まず第一に乗客に対してよりよいサービスを与えるものでなければならない。また，大量輸送機関の公共性から考えて，全乗客に均等なサービスを与えるものでなければならない。サービスの形態としては，時間的なもの(たとえば目的駅により早く到着すること)と肉体の疲労を軽減するものの2つが考えられるが，これら両者を全乗客に対して均等化し，かつ向上させる運転方式を見つけることは容易なことではない。

ここでは，余裕度なる混雑の程度を表わす値を用いて，路線全体にわたって，これが一様となるような運転方式と，それぞれの乗客が乗車駅に到着してから乗車するまでの待ち時間の総和を最小にする運転方式の2つについて研究する。前者は肉体の疲労の軽減を，後者は時間的なサービスの向上を主たる目的とした運転方式である。

これら2つの運転方式はそれぞれ異なった観点にたっているが，前者においては輸送需要の多い区間には，それに見合う多くの車両が配備されることになり，後者においては，乗客の到着の多い駅をそれに見合う多くの車両が通過することになり，結局いずれも輸送需要の大きい区間に，より多くの車両を配備してサービスの均等化をはかることを意図している。

ここでとりあげる大量輸送機関の運転は路線単位で行なうものとする。すなわち，ある路線に配置された車両は，その路線のみに使用され，各路線の運転間隔はそれぞれ独立で，他の路線の影響を受けることはないものとする。

つぎにここで用いる路線の定義をしておこう。路線とは，その両端点の間を車両が往復運行する1本の経路である。その中間駅を折返し駅とする往復運転がいくつか存在することはあるが，分岐はしないものとする。そして，この路線の両端点を折返し駅とする往復運転を大循環系統とよび，これに含まれる他の往復運転を小循環系統と名づける。

都市内の旅客輸送は，バス，路面電車，高速鉄道などの路線網によって行なわれているので，運転計画も最終的には1路線にとどまらず，路線網における最適計画を求める必要がある。基本的な問題として，旅客輸送網が与えられたとき，この輸送網においていかなる路線を設けるべきかという問題があるが，本文では，輸送網上に路線がすでに設定されたものとして最適な運転計画を検討する。なお，ここでは主にバスと路面電車を対象とする。

2. 交通需要調査

大量輸送機関の合理的な運転計画を作成するためには，まず，各路線ごとの時間別輸送需要を知る必要がある。そこで各駅相互間の乗車人員を調査し，その結果から**表—1** のような旅客 OD 表を路線別，時間別に作成する。

各路線において，路線末端駅をそれぞれ O, N とし，中間駅を $1, 2, \cdots, n, \cdots$ によって表わす。**表—1** の a_{ij} は単位時間に i 駅で乗車し，j 駅で降車する乗客数とする。このとき $a_{ii}(i=0, 1, 2, \cdots, N)$ はすべて0である。いま O 駅から N 駅に向う方向を「上り」，逆方向を「下り」とする。

つぎに各隣接駅間を単位時間内に通過する乗客数の総和を上，下方向別に計算する。$(i-1)$, i 駅間の上り方向乗客数 p_i, 下り方向乗客数 q_i は **表—1** の A_j, B_j, X_j, Y_j を用いると次式で計算される。

---

* 第19回土木学会年次学術講演会で発表（昭和39年5月）

** 正会員　工修　名古屋大学講師　工学部土木工学科

$$\left.\begin{aligned} p_i &= \sum_{j=0}^{i-1}(Y_j - A_j) \\ q_i &= \sum_{j=i}^{N}(X_j - B_j) \end{aligned}\right\} \quad (i=1,2,\cdots,N) \quad \cdots\cdots(1)$$

表—1

乗＼降	0	1	2	……	j	……	N	部分和		計
0	a_{00}	a_{01}	a_{02}		a_{0j}		a_{0N}	X_0	Y_0	λ_0
1	a_{10}	a_{11}	a_{12}		a_{1j}		a_{1N}	X_1	X_1	λ_1
2	a_{20}	a_{21}	a_{22}	.	a_{2j}		a_{2N}	X_2	Y_2	λ_2
⋮										
i	a_{i0}	a_{i1}	a_{i2}		a_{ij}		a_{iN}	X_i	Y_i	λ_i
⋮										
N	a_{N0}	a_{N1}	a_{N2}		a_{Nj}		a_{NN}	X_N	Y_N	λ_N
部分和	A_0	A_1	A_2		A_j		A_N			
	B_0	B_1	B_2		B_j		B_N			

ただし $\begin{cases} A_j = \sum_{i=0}^{j-1} a_{ij} & X_i = \sum_{j=0}^{i-1} a_{ij} \\ B_j = \sum_{i=j+1}^{N} a_{ij} & Y_i = \sum_{j=i+1}^{N} a_{ij} \end{cases}$

3. 余裕度（混雑度）を用いる運転計画

（1） 単一路線の運転計画

大量輸送機関の混雑の程度を表わす尺度として，乗客1人が乗車中の車両内に占有するスペースの大きさを用い，これを余裕度とよぶことにして，記号 b で表わす。この余裕度 b がその路線の各隣接駅間において大きく異なる場合は，車両の配送方法が悪く，むだな配車や，不当に少ない配車を行なっているものと考えられる。このような欠陥を除き，輸送需要に応じた適切な車両の運行を行なうためには，路線全体にわたって余裕度 b を均等化するように車両を配送すべきである。これは，換言すれば，路線全体にわたってサービスを均等化することである。

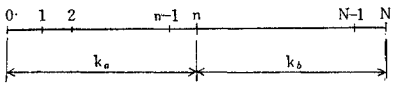
さて，ある隣接駅間における輸送能力，すなわちその駅間における単位時間内通過車両数に1台当たりの乗車定員を乗じたものを k とする。ここでは，車両は1両ずつ往復運転するものと考える。そうすると同一隣接駅間においては上，下方向の輸送能力は等しくなる。式 (1) により求められた隣接駅間における乗客数 p_i, q_i を用いると，余裕度は上り方向では k/p_i，下り方向では k/q_i と表わされる。

考えている路線全体にわたってサービスが均等であるかどうかを判断する基準としては，各隣接駅間における上，下方向の余裕度の偏差平方和 E を用いる。E は式 (2) で表わされ，この値が小さいほどその路線全体にわたるサービスはより均等であると見なして大きな誤まりはないと考えられる。

$$E = \Sigma(b_i - \bar{b})^2 \quad \cdots\cdots(2)$$

ここに $\bar{b}$ は $2N$ 個の b_i の平均値である。

図—1



ところで 図—1 に示すような路線 O, N の乗客に対して均等なサービスを与えるためには，この路線の各隣接駅間にその間の乗客数に相応した多数の小循環運転系統を設けるのが理論上は最適となるが，現実には使用車両数，乗換え回数，折返し困難などの制約から不可能なことである。ここでは，1路線を路線全体を運転する大循環系統と，路線の一端と途中駅 n の間を循環する小循環系統の2系統で運転する場合を考える。これを図示したのが 図—1 で，n 駅を折返し駅と仮定し，o, n 間および n, N 間の輸送能力をそれぞれ k_a, k_b とすると $\min(k_a, k_b)$ が大循環系統の輸送能力を表わし $|k_a - k_b|$ が小循環系統の輸送能力を表わす。このとき小循環系統は $k_a > k_b$ の場合 o, n 間に，$k_a < k_b$ の場合 n, N 間に設けることになる。

つぎに，この路線で使用可能な車両数が与えられたとき k_a, k_b の比率をいかにしたら乗客へのサービスが均等になるか，すなわち，さきに述べた E の値を最小にできるかを考察する。

図—1 の場合の E の値を求めるとつぎのようになる。

$$E = k_a^2 \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{p_i^2} + \frac{1}{q_i^2}\right) + k_b^2 \sum_{i=n+1}^{N}\left(\frac{1}{p_i^2} + \frac{1}{q_i^2}\right) - \frac{1}{2N}\left\{k_a \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{p_i} + \frac{1}{q_i}\right) + k_b \sum_{i=n+1}^{N}\left(\frac{1}{p_i} + \frac{1}{q_i}\right)\right\} \quad \cdots\cdots(2)$$

いまこの路線で稼働し得る車両数を D 台とする。このうち on 間に k_a の，nN 間に k_b の輸送能力をもたらすために使用される台数を D_a, D_b とする。そして on 間を車両が1循環するのに要する時間を T_a, nN 間のそれを T_b とする。このとき，1台の車両の輸送能力を C（人）とするとつぎの関係式が成立する。

$$k_a = \frac{CD_a}{T_a}, \quad k_b = \frac{CD_b}{T_b} \quad \cdots\cdots(3)$$

そして，$D_a + D_b = D$ ……(4)

であるから式 (3) を式 (4) に代入すると，

$$\frac{k_a T_a}{CD} + \frac{k_b T_b}{CD} = 1 \quad \cdots\cdots(5)$$

を得る。ここで，

$$x_a = k_a T_a / CD, \quad x_b = k_b T_b / CD \quad \cdots\cdots(6)$$

とおくと，式 (2),(5) は次式 (7),(8) のようになる。

$$E = C^2 D^2 \left[\frac{x_a^2}{T_a^2} \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{p_i^2} + \frac{1}{q_i^2}\right) + \frac{x_b^2}{T_b^2} \sum_{i=n+1}^{N}\left(\frac{1}{p_i^2} + \frac{1}{q_i^2}\right) - \frac{1}{2N}\left\{\frac{x_a}{T_a} \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{p_i} + \frac{1}{q_i}\right) + \frac{x_b}{T_b} \sum_{i=n+1}^{N}\left(\frac{1}{p_i} + \frac{1}{q_i}\right)\right\}^2\right] \quad \cdots\cdots(7)$$

$$x_a + x_b = 1 \quad \cdots\cdots(8)$$

式 (8) を式 (7) に代入して x_b を消去し，$dE/dx_a=0$ ならしめる x_a の値 x_a' を求めると，

$$x_a'=\frac{\frac{1}{T_b^2}\sum_{i=n+1}^{N}\left(\frac{1}{p_i^2}+\frac{1}{q_i^2}\right)+\frac{1}{2N}\times\frac{1}{T_b}\sum_{i=n+1}^{N}\left(\frac{1}{p_i}+\frac{1}{q_i}\right)\left\{\frac{1}{T_a}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{p_i}+\frac{1}{q_i}\right)-\frac{1}{T_b}\sum_{i=n+1}^{N}\left(\frac{1}{p_i}+\frac{1}{q_i}\right)\right\}}{\frac{1}{T_a^2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{p_i^2}+\frac{1}{q_i^2}\right)+\frac{1}{T_b^2}\sum_{i=n+1}^{N}\left(\frac{1}{p_i^2}+\frac{1}{q_i^2}\right)-\frac{1}{2N}\left\{\frac{1}{T_a}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{p_i}+\frac{1}{q_i}\right)-\frac{1}{T_b}\sum_{i=n+1}^{N}\left(\frac{1}{p_i}+\frac{1}{q_i}\right)\right\}^2} \quad \cdots\cdots(9)$$

を得る。そして，このときの x_b の値 x_b' は式 (8) より求められる。これらの値が n 駅を折返し駅と仮定した場合の E を最小にする x_a, x_b の値であり*，このときの E の値は式 (7) にこれらの値を代入することによって求められる。

以上の計算を O 駅を基点として順次 1, 2, ,…, N 駅を折返し駅と仮定し，そのつど E の最小値および x_a', x_b' の値を求め，そのうち最も小さい E を与える場合の折返し駅および x_a', x_b' の値を知れば最もサービスの均等化された運転計画をたてることができる。

なお，輸送能力の比率を x_a', x_b' にするということはこの路線で使用できる車両 D 台のうち，大循環系統へ $\min(x_a'/T_a, x_b'/T_b)\times(T_a+T_b)D$ 台配車し，残りを小循環系統へ配車することである。

E の最小値および x_a', x_b' の計算に当っては，同様な計算のくり返しが多いので，電子計算機を用いるのが得策である。

（2）路線網における運転計画

単一路線についての余裕度の偏差平方和を最小にする方法は，路線網全体の混雑を一様化するのに応用することができる。**3.(1)** で述べた運転計画は他の路線とのつりあいはまったく考えておらず，その路線の稼働車両数をある一定値と仮定した場合の運転計画である。

ところで路線網全体における混雑の程度を一様化しようとすると，当然限られた車両を各路線に何台ずつ配車するかということが問題になる。この問題を解法するに当たり，ここでは一般的に m 個の路線が路線網を構成し，各路線内にはそれぞれ1カ所の折返し駅を設けることにする。したがって1路線を2つの運転系統で運行することになるので，この路線網には $2m$ 個の運転系統が設けられることになる。また，ここで使用する諸記号は **表—2** に示すとおりである。このとき路線網全体では $(N_1+N_2+\cdots+N_l+\cdots+N_m)$ 個の隣接駅間に $2(N_1+N_2+\cdots+N_l+\cdots+N_m)$ 個の余裕度が考えられ，それらの偏差平方和は次式で表わされる。

表—2

路線番号	駅数	折返し駅番号	輸送能力 on_l	輸送能力 n_lN_l	単位時間内隣接駅間通過客数
1	N_1+1	n_1	k_{a1}, k_{b1}		上り p_{i1} / 下り q_{i1} $(i=1,2,\cdots,N_1)$
2	N_2+1	n_2	k_{a2}, k_{b2}		上り p_{i2} / 下り q_{i2} $(i=1,2,\cdots,N_2)$
⋮	⋮	⋮	⋮		
m	N_m+1	n_m	k_{am}, k_{bm}		上り p_{im} / 下り q_{im} $(i=1,2,\cdots,N_m)$

* 式 (8) を式 (7) に代入したとき，E は x_a の2次式となり x_a の2次の項の係数は正であるから E は最小値をもつ。また E の最小値を与える x_a はつねに [0,1] にある。

$$\begin{aligned}E=&k_{a1}^2\sum_{i=1}^{n_1}\left(\frac{1}{p_{i1}^2}+\frac{1}{q_{i1}^2}\right)+k_{b1}^2\sum_{i=n_1+1}^{N_1}\left(\frac{1}{p_{i1}^2}+\frac{1}{q_{i1}^2}\right)+\\&\cdots+k_{al}^2\sum_{i=1}^{n_l}\left(\frac{1}{p_{il}^2}+\frac{1}{q_{il}^2}\right)\\&+k_{bl}^2\sum_{i=n_l+1}^{N_l}\left(\frac{1}{p_{il}^2}+\frac{1}{q_{il}^2}\right)+\cdots\\&+k_{am}^2\sum_{i=1}^{n_m}\left(\frac{1}{p_{im}^2}+\frac{1}{q_{im}^2}\right)\\&+k_{bm}^2\sum_{i=n_m+1}^{N_m}\left(\frac{1}{p_{im}^2}+\frac{1}{q_{im}^2}\right)\\&-\frac{1}{2(N_1+N_2+\cdots+N_l+\cdots+N_m)}\left\{k_{a1}\sum_{i=1}^{n_1}\left(\frac{1}{p_{i1}}+\frac{1}{q_{i1}}\right)\right.\\&+k_{b1}\sum_{i=n_1+1}^{N_1}\left(\frac{1}{p_{i1}}+\frac{1}{q_{i1}}\right)+\cdots\\&+k_{al}\sum_{i=1}^{n_l}\left(\frac{1}{p_{il}}+\frac{1}{q_{il}}\right)+k_{bl}\sum_{i=n_l+1}^{N_l}\left(\frac{1}{p_{il}}+\frac{1}{q_{il}}\right)+\\&\cdots+k_{am}\sum_{i=1}^{n_m}\left(\frac{1}{p_{im}}+\frac{1}{q_{im}}\right)\\&\left.+k_{bm}\sum_{i=n_m}^{N_m}\left(\frac{1}{p_{im}}+\frac{1}{q_{im}}\right)\right\}^2\end{aligned} \quad \cdots\cdots(10)$$

この E の値は各路線の折返し駅および k_a, k_b が変わることにより変化する。したがって，E の最小値を与える各路線の折返し駅および k_a, k_b を求めるためにはまず各路線の折返し駅を仮定し，そのときの E の最小値を求め，つぎにまた別の折返し駅について E の最小値を求めるという計算をくり返して，これらの最小値のうちで最も小さい E を路線網全体の最小値として採用するという方法が考えられるが，この方法は非常に多くの計算回数を要し，ほとんど不可能に近い。そこで，ここではつぎのような方法を用いる。

まず個々の路線について **3.(1)** で述べた方法によりそれぞれの路線のみを考えた場合の最適な折返し駅および k_b/k_a の値 e を求めておく。この場合式 (7) から個々の路線への配車台数に無関係に最適な折返し駅が決まることがわかり，また，式 (6) より，

$$e=\frac{k_b}{k_a}=\frac{CDx_b'/T_b}{CDx_a'/T_a}=\frac{x_b'T_a}{x_a'T_b} \quad \cdots\cdots(11)$$

であるから，配車台数に関係なく e の値は求められる。このようにして求めた各路線の折返し駅および e の値を

それぞれ$n_1, n_2, \cdots, n_l, \cdots, n_m$および$e_1, e_2, \cdots, e_l, \cdots, e_m$とするとき，これらは路線網全体で考えたときの最適値である。$k_{b1}=e_1k_{a1}, k_{b2}=e_2k_{a2}, \cdots, k_{bl}=e_lk_{al}, \cdots, k_{bm}=e_mk_{am}$であるから式(10)は$k_{a1}, k_{a2}, \cdots, k_{al}, \cdots, k_{am}$の$m$個の変数の関数となり，これらの変数の値を適当に決めることによってEの値を最小にすることができる。したがって式(10)はつぎのように書ける。

$$E=f_1(k_{a1}, k_{a2}, \cdots, k_{al}, \cdots, k_{am}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

ところで，$k_{a1}, k_{a2}, \cdots, k_{al}, \cdots, k_{am}$の間には路線網全体における使用可能台数$\boldsymbol{D}$による制限がある。式(3)の関係から第$l$路線の$on_l$間および$n_lN_l$間に使用する車両数をそれぞれ$D_{al}, D_{bl}$とし，また両区間の往復所要時間を$T_{al}, T_{bl}$とすると次式を得る。

$$D_{al}=\frac{k_{al}T_{al}}{C}, \quad D_{bl}=\frac{k_{bl}T_{bl}}{C} \quad (l=1, 2, \cdots, m) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

よって第l路線の使用車両数D_lはつぎのように表わされる。

$$D_l=D_{al}+D_{bl}=k_{al}T_{al}/C+k_{bl}T_{bl}/C \quad (l=1, 2, \cdots, m) \cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

ここで，$k_{bl}=e_lk_{al}$という関係を用いると，

$$D_l=(k_{al}/C)(T_{al}+e_lT_{bl}), \quad (t=1, 2, \cdots, m) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

を得る。いま，

$$D_1+D_2+\cdots+D_l+\cdots+D_m=\boldsymbol{D} \cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

であるから，これに式(15)を代入すると，

$$\sum_{l=1}^{m}\frac{k_{al}}{C}(T_{al}+e_lT_{bl})-\boldsymbol{D}=0 \cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

を得る。上式の左辺を$f_2(k_{a1}, k_{a2}, \cdots, k_{al}, \cdots, k_{am})$とおけば，

$$f_2(k_{a1}, k_{a2}, \cdots, k_{al}, \cdots, k_{am})=0 \cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

したがって，ここで考えている問題は条件式(18)のもとでEの最小値を与える$k_{a1}, k_{a2}, \cdots, k_{al}, \cdots, k_{am}$を見つける問題に帰着する。

この問題では条件式は一つであるから，k_{a1}を$k_{a2}, \cdots, k_{al}, \cdots, k_{am}$の関数と考えて，

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial(f_1, f_2)}{\partial(k_{a1}, k_{a2})}=0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \dfrac{\partial(f_1, f_2)}{\partial(k_{a1}, k_{al})}=0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \dfrac{\partial(f_1, f_2)}{\partial(k_{a1}, k_{am})}=0 \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

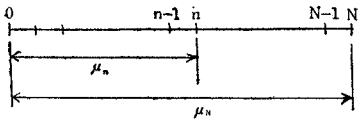
とおいて，式(18)および式(19)に示された合計m個の方程式よりなる連立1次方程式を解くことによって，最適な$k_{a1}, k_{a2}, \cdots, k_{al}, \cdots, k_{am}$を求めることができる。求められた$k_{a1}, k_{a2}, \cdots, k_{al}, \cdots, k_{am}$の値を式(15)に代入すると，各路線への最適配車台数$D_l(l=1, 2, \cdots, m)$を決めることができる。そして各路線においては，路線ごとの解析によって得られた折返し駅$n_l(l=1, 2, \cdots, m)$および$x_{al}, x_{bl}(l=1, 2, \cdots, m)$に基づいて路線別に運転計画を作成する。かくして，路線網全体の余裕度を均等化する運転計画をたてることができる。

4. 乗客の待ち時間総和を最小にする運転計画

(1) 単一路線における運転計画

ここでは乗客が駅に到着してから乗車するまでの待ち時間の総和を最小にするような運転方式を最適なものとして考察を進める。

図—2



まず図—2に示すような単一路線について考える。3.(1)の場合と同様に，この路線の末端駅をO, Nとし，中間駅を$1, 2, \cdots, n, \cdots$によって表わす。路線ONの各駅に集まる乗客の待ち時間を少なくするためには乗車客の多い駅は少ない駅に比較して多くの車両の通過回数があるのが望ましい。そこでこの路線でいかなる運転系統を設けるべきかということが問題となる。理論的には考えられる限りの運転系統を仮定し，それらのうちのどれを採用するのが望ましいかを検討すべきであるが，現実には3.(1)で述べたように1本の路線に多くの運転系統を設けるのは，折返し困難，短区間循環による車両の輸送効率の低下，乗客の乗換え回数の増加などから望ましくない。そのためここでは，図—2に示すようにn駅を途中折返し駅とするonまたはnN間を往復する小循環系統と，ON間を往復する大循環系統の2系統で運行する場合について考える。

このとき小循環系統としては，on間とnN間のうち乗客の待ち時間をより少なくする方を採用すべきであるが，ここではon間を往復する小循環系統を設けた場合について検討する。

いまμ_nを小循環系統の単位時間内の車両通過回数とし，μ_Nを大循環系統のそれとする。

ところで，on間に乗，降車駅の両方をもつ乗客は，大小両循環系統をまったく同等に利用できる。しかし，その他の乗客は小循環系統の車両に乗った場合，折返し駅nで大循環系統の車両に乗り換えなければならず，結局，つぎに来る大循環系統の車両の到着を待つことになり，最初の乗車駅において大循環系統の車両の到着を待った場合と同じ待ち時間を生ずることになる。したがって，乗客の待ち時間を問題にする場合は，on間に乗，降車駅の両方をもたない乗客は大循環系統だけを利用すると考えてよいことがわかる。

i駅の単位時間乗車客数を$\lambda_i(i=0, 1, \cdots, N)$とし，

このうち小循環系統内に乗，降車駅の両方を有する乗客数を $\lambda_i'(i=0,1,2,\cdots,n)$ とする。また，各駅への乗客の到着はランダムで，各駅での車両運転間隔は一定であるものと仮定する。

このとき，ある駅において λ なる単位時間乗車客数に対して μ なる単位時間車両通過回数であるものとすれば，単位時間内に生ずる乗客の総待ち時間は $\lambda/2\mu$ となる**。ただし，これは積残しのない場合である。したがって，図—2 の場合，$\lambda_0', \lambda_1', \cdots, \lambda_n'$ の乗客に利用される車両の単位時間通過回数は $\mu_n+\mu_N, \lambda_0-\lambda_0', \lambda_1-\lambda_1', \cdots, \lambda_n-\lambda_n', \lambda_{n+1}, \cdots, \lambda_n$ の乗客に利用されるそれは μ_N であるから，単位時間内にこの路線において生ずる待ち時間の総和 W は次式で与えられる。

$$W=\frac{\lambda_0'+\lambda_1'+\cdots+\lambda_n'}{2(\mu_n+\mu_N)}+\frac{\lambda_0-\lambda_0'+\cdots+\lambda_n-\lambda_n'+\lambda_{n+1}+\cdots+\lambda_N}{2\mu_N} \quad\cdots\cdots(20)$$

ここで，

$$S=\sum_{i=0}^{N}\lambda_i,\ F_n=\sum_{i=0}^{n}\lambda_i' \quad\cdots\cdots(21)$$

とおくと，式 (20) はつぎのようにかける。

$$W=\frac{F_n}{2(\mu_n+\mu_N)}+\frac{S-F_n}{2\mu_N} \quad\cdots\cdots(22)$$

式 (22) で与えられる W は μ_n と μ_N の値を大きくすることにより，いくらでもその値を小さくすることができるが，μ_n, μ_N には必然的にこの路線の使用可能台数 D による制限が加わる。いま，小循環系統に使用される車両数を D_n，この循環に要する時間を T_n とし，大循環系統のそれらを D_N, T_N とすると，これらの間にはつぎの関係式が成立する。

$$\mu_nT_n=D_n,\ \mu_NT_N=D_N \quad\cdots\cdots(23)$$

また，$D_n+D_N=D$ であるから，式 (23) を用いると式 (24) を得る。

$$\mu_nT_n+\mu_NT_N=D \quad\cdots\cdots(24)$$

よって，式 (22) の W の最小値を与える μ_n, μ_N の値は条件式 (24) を満足するものでなければならない。ここで $\mu_nT_n/D=x_n$，$\mu_NT_N/D=x_N$ とおくと，式 (22)，(24) はつぎのようになる。

$$W=\frac{1}{2D}\left[\frac{F_nT_nT_N}{T_Nx_n+T_nx_N}+\frac{T_N(S-F_n)}{x_N}\right] \quad\cdots\cdots(25)$$

$$x_n+x_N=1 \quad\cdots\cdots(26)$$

式 (26) を式 (25) に代入して W を x_N のみで表わすと，

$$W=\frac{1}{2D}\left[\frac{F_nT_nT_N}{T_N-(T_N-T_n)x_N}+\frac{T_N(S-F_n)}{x_N}\right] \quad\cdots\cdots(27)$$

を得る。このとき $dW/dx_N=0$ とおいて W の極値を与える x_N の値を求めると，

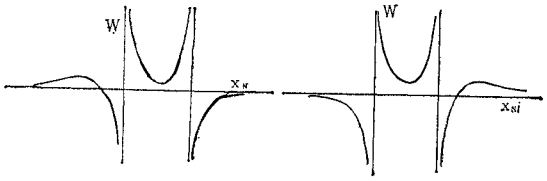
$$x_N=\frac{T_N\sqrt{S-F_n}}{(T_N-T_n)\sqrt{S-F_n}\pm\sqrt{F_nT_n(T_N-T_n)}} \quad\cdots\cdots(28)$$

となる。ここで W と x_N の関係を図示すると，図—3 のようになる。したがって，いずれの場合も $0\leqq x_N\leqq T_N/(T_N-T_n)$，$(>1)$ の区間において W の最小値を与える x_N の値は式(29)で与えられる。

$$x_N=\frac{T_N\sqrt{S-F_n}}{(T_N-T_n)\sqrt{S-F_n}+\sqrt{F_nT_n(T_N-T_n)}} \quad\cdots\cdots(29)$$

図—3

i) $F_nT_N+S(T_n-T_N)\geqq 0$　　ii) $F_nT_N+S(T_n-T_N)<0$



もし，式 (29) で求められた x_N の値が1より小さければ，その値が実際に W を最小にする値であるが，1より大きいか，または等しい場合は，$x_N=1$，$(x_n=0)$ が実際に待ち時間総和 W を最小にする値である。

以上の計算を O 駅を基点として折返し駅番号 n を順次 $0,1,\cdots,N-1$ と仮定し，そのつど W を最小にする x_N, x_n の値とそのときの待ち時間総和の最小値 $W_{\min}$ を計算し，これら N 個の $W_{\min}$ のうち最も小さい $W_{\min}$ を与える場合の折返し駅番号 n および x_N, x_n の値を知れば，この路線において，単位時間内の待ち時間総和を最小にする運転計画をたてることができる。このとき，O 駅を折返し駅とすることは N 駅を折返し駅とすることと同じであり，いずれか一方を検討すれば十分である。

また，この方法で用いる F_n なる乗客数は表—1 によ

** 各駅での車両の運転間隔を一定であると仮定したが，大小両循環系統を設ける運転方式でこれを行なうことは不可能である。あえてこの仮定を設けたのは，厳密には一定間隔で運転できなくても，ほぼ一定間隔で運転することはでき，またこうすることが望ましいからである。

等間隔運転でないものを等間隔運転と見なしたとき，ある駅での待ち時間総和は実際より小さくなり，その差 ΔW はつぎのようになる。ただし，これは T 時間についての値である。

$$\Delta W=\frac{\lambda}{2\mu}\{(t_1-t_2)^2+(t_1-t_3)^2+\cdots+(t_1-t_\mu)^2+(t_2-t_3)^2+\cdots+(t_2-t_\mu)^2+\cdots+(t_{\mu-1}-t_\mu)^2\}$$

ここに，λ は単位時間（分）当たりの乗客の到着率，t_i（分）$(i=1,2,\cdots,\mu)$ は T 時間内の通過車両の運転間隔

$$\sum_{i=1}^{\mu}t_i=T$$

ゆえに，ほぼ一定間隔で運転するなら，等間隔運転と見なしても大きな差はない。

りつぎのように計算でき，$S=F_N$ である。

$$F_n=\sum_{i=0}^{n}(A_i+X_i) \quad \cdots\cdots(30)$$

ここでは，O駅を基点として話を進めてきたが，逆にN駅を基点とした場合についても計算し，両者のうちでより小さい $W_{\min}$ を与える方を最適運転方式として採用すべきである。

（2） 路線網における運転計画

つぎに，前述の単一路線における最適運転計画の決定法を，一般的な m 個の複数路線に対して応用する。すなわち，路線網全体での乗客の待ち時間総和が最小になるような運転方式を検討する。このとき路線網全体としての使用可能車両数 $\boldsymbol{D}$ を各路線にどのように配分するかが問題となる。いま，路線を番号 $1, 2, \cdots, l, \cdots, m$ で表わす。

各路線においては，**4.(1)** で述べた方法によりその路線に配分される車両数に関係なく折返し駅および x_N, x_n の最適値を求めることができるので，その結果を利用して路線 l に $D_l(l=1, 2, \cdots, m)$ 台の車両が配分されたときの，その路線での待ち時間総和の最小値 $g_l(D_l)$ を計算することができる。したがって，路線網全体での待ち時間総和 W は式 (31) によって与えられる。

$$W=\sum_{l=1}^{m} g_l(D_l) \quad \cdots\cdots(31)$$

ここに，

$$\sum_{l=1}^{m} D_l=\boldsymbol{D} \quad \cdots\cdots(32)$$

いま，**4.(1)** において用いた文字 n（折返し駅），x_n, x_N, S, F_n, T_n, T_N, μ_n, μ_N などに路線番号 $1, 2, \cdots, l, \cdots, m$ なる suffix をつけて各路線の値であることを表わす。これらの値は各路線別の解析によって決められ，これらを用いると路線網全体における待ち時間の総和 W はつぎのように書ける。

$$\begin{aligned} W=&\frac{F_{n1}}{2(\mu_{n1}+\mu_{N1})}+\frac{S_1-F_{n1}}{2\,\mu_{N1}}+\frac{F_{n2}}{2(\mu_{n2}+\mu_{N2})}\\ &+\frac{S_2-F_{n2}}{2\,\mu_{N2}}+\cdots+\frac{F_{nl}}{2(\mu_{nl}+\mu_{Nl})}+\frac{S_l-F_{nl}}{2\,\mu_{Nl}}+\cdots\\ &+\frac{F_{nm}}{2(\mu_{nm}+\mu_{Nm})}+\frac{S_m-F_{nm}}{2\,\mu_{Nm}} \quad \cdots\cdots(33)\end{aligned}$$

$$\frac{\mu_{nl}T_{nl}}{D_l}=x_{nl},\quad \frac{\mu_{Nl}T_{Nl}}{D_l}=x_{Nl},\ (l=1, 2, \cdots, m)$$

であるから，これを式 (33) に代入すると，

$$W=\sum_{l=1}^{m}\frac{1}{2\,D_l}\left\{\frac{T_{nl}T_{Nl}F_{nl}}{T_{Nl}x_{nl}+T_{nl}x_{Nl}}+\frac{T_{Nl}(S_l-F_{nl})}{x_{Nl}}\right\} \quad \cdots\cdots(34)$$

を得る。いま，

$$\frac{1}{2}\left\{\frac{T_{nl}T_{Nl}F_{nl}}{T_{Nl}x_{nl}+T_{nl}x_{Nl}}+\frac{T_{Nl}(S_l-F_{nl})}{x_{Nl}}\right\}=C_l$$

とおくと，

$$W=\sum_{l=1}^{m} C_l/D_l,\ (g_l(D_l)=C_l/D_l) \quad \cdots\cdots(35)$$

となる。ゆえに，式 (32) の条件のもとで式 (35) の W を最小にする D_l を求めれば，これが求める最適配車台数である。この D_l の値は Dynamic Programming の手法を応用することによって求めることができる。このとき，乗客の少ない路線に不当に少ない配車を行ない，その路線の存在を無視しないかということが問題になるが，W は $1/D_l\ (l=1, 2, \cdots, m)$ の一次結合であり，ある路線への配車台数を非常に小さくすれば W の値は非常に大きくなるので，そのような配車が W を最小にするものとして求められることはない。そのため各路線への配車台数は少なくとも1台以上であるから，つぎの条件式が成立する。

$$D_l \geqq 1,\ (l=1, 2, \cdots, m) \quad \cdots\cdots(36)$$

ここで，$D_l=d_l+1$ とおき，式 (35) および式 (32) を変形すると，

$$W=\sum_{l=1}^{m}\frac{C_l}{d_l+1} \quad \cdots\cdots(37)$$

$$\sum_{l=1}^{m} d_l=\boldsymbol{D}-m \quad \cdots\cdots(38)$$

となる。さらに $C_l/(d_l+1)=g_l'(d_l)$, $\boldsymbol{D}-m=D$ とおくと，待ち時間総和および使用車両数制限式はつぎのようになる。

$$W(d_1, d_2, \cdots, d_m)=\sum_{l=1}^{m} g_l'(d_l) \quad \cdots\cdots(39)$$

$$\sum_{l=1}^{m} d_l=D \quad \cdots\cdots(40)$$

$$d_l \geqq 0,\ (l=1, 2, \cdots, m) \quad \cdots\cdots(41)$$

以下に Dynamic Programming によって最適解を得る方法を示す。$W(d_1, d_2, \cdots, d_m)$ の最小値は D と m により決められるので $D \geqq D' \geq 0$ のとき $r=1, 2, \cdots, m$ に対して定義される関数列 $\{f_r(D')\}$ を導入する。

$$\left.\begin{aligned} &f_r(D')=\min_{\{d_1, d_2, \cdots, d_r\}} W(d_1, d_2, \cdots, d_r)\\ &d_l \geqq 0,\ \sum_{l=1}^{r} d_l=D'\end{aligned}\right\} \cdots(42)$$

$f_r(D')$ は D' を $1, 2, \cdots, r$ なる r 個の路線に配車するとき生ずる待ち時間総和の最小値を示している。そうすると，$f_m(D)$ が m 個の路線へ D を最適配車したときの待ち時間総和を表わし，このときの (d_l+1) が求める路線別配車台数である。

このとき，

$$f_r(0)=\sum_{l=1}^{r} C_l,\ (r=1, 2, \cdots, m) \quad \cdots\cdots(43)$$

が成立することは明らかである。また $D' \geqq 0$ に対して

$$f_1(D')=C_1/D' \quad \cdots\cdots(44)$$

が明らかに成立する。

さて任意の r と D' について $f_r(D')$ と $f_{r-1}(D')$ を結ぶくり返しの関係を得るためにつぎのように考えることにする。r 番目の路線に配車される車両数を d_r とし，$D' \geqq d_r \geqq 0$ ならしめる。そうすると d_r の値とは

無関係に残りの $(D'-d_r)$ 台の車両は残っている $(r-1)$ 個の路線において最小の待ち時間総和を生ずるように配車することができる。

$(D'-d_r)$ 台の車両を $1,2,\cdots,(r-1)$ なる $(r-1)$ 個の路線に最適配車したときの待ち時間総和は定義により $f_{r-1}(D'-d_r)$ であるから，r 番目の路線に d_r 台配車したとき，$1,2,\cdots,r$ なる r 個の路線における待ち時間総和は $g'_r(d_r)+f_{r-1}(D'-d_r)$ となり，d_r の最適な選択の仕方は明らかにこの関数の値を最小にする。

このようにして $r=2,3,\cdots,m$ に対して，非負の D' と式 (44) によって決まる $f_1(D')$ について基本的な関数方程式，

$$f_r(D')=\min_{0\leqq d_r\leqq D'}\left[g'_r(d_r)+f_{r-1}(D'-d_r)\right] \quad\cdots\cdots(45)$$

を得る。この関係式を用いると $f_1(D')$ が $f_2(D')$ を，$f_2(D')$ が $f_3(D')$ を，$\cdots$，$f_{m-1}(D')$ が $f_m(D)$ を決定する。このようにして得られた $f_m(D)$ からまず d_m を求め，順次さきに行なった計算を逆にたどって，残るそれぞれの路線に対する $d_{m-1},\cdots,d_2,d_1$ を決めることができる。結局，$D_1=d_1+1, D_2=d_2+1,\cdots,D_m=d_m+1$ が各路線への最適配車台数である。そして，各路線内で，配車された車両をさきに求められている最適な折返し駅 n, x_N, x_n に基づいて運転すれば，これが路線網全体における待ち時間の総和を最小にする最適運転方式である。

5. 余裕度および待ち時間による運転計画の補足

(1) 余裕度（混雑度）を用いる運転計画について

3. においては，1路線内の中途に折返し駅を設け，路線末端駅の O または N 駅を他方の折返し駅とする小循環系統と路線全体を循環する大循環系統の2つで運転する場合について考察した。この運転方式は，ON 駅間の距離が短く，駅数が少ない場合によく用いられるものである。しかし，この場合小循環系統の一方の末端駅を固定しているので，1路線を大，小2循環系統で運転するときの最適運転方式が得られるとは限らない。そこで，ここでは小循環系統の末端駅を両側とも自由に選び得るようにし，その中で余裕度の偏差平方和を最小にする方式をさがし，1路線を大，小2循環系統で運転する場合の最適な運転計画をたてる方法を考察する。ここで考える運転方式は 図—**4** のように図示される。

小循環系統の折返し駅を n_1, n_2 とする。そしてその輸送能力を k_s，大循環系統のそれを k_L とする。このとき余裕度の偏差平方和 E は式 (46) で与えられる。

$$E=C^2D^2\Bigg[\frac{x_L^2}{T_L^2}\sum_{i=1}^{n_1}\left(\frac{1}{p_i^2}+\frac{1}{q_i^2}\right)+\left(\frac{x_L}{T_L}+\frac{x_S}{T_S}\right)\times\sum_{i=n_1+1}^{n_2}\left(\frac{1}{p_i^2}+\frac{1}{q_i^2}\right)+\frac{x_L^2}{T_L^2}\sum_{i=n_2+1}^{N}\left(\frac{1}{p_i^2}+\frac{1}{q_i^2}\right)-\frac{1}{2N}\left\{\frac{x_L}{T_L}\sum_{i=1}^{n_1}\left(\frac{1}{p_i}+\frac{1}{q_i}\right)+\left(\frac{x_L}{T_L}+\frac{x_S}{T_S}\right)\times\sum_{i=n_1+1}^{n_2}\left(\frac{1}{p_i}+\frac{1}{q_i}\right)+\frac{x_L}{T_L}\sum_{i=n_2+1}^{N}\left(\frac{1}{p_i}+\frac{1}{q_i}\right)\right\}^2\Bigg] \quad\cdots\cdots(46)$$

ここに，$x_L=k_LT_L/CD$, $x_S=k_ST_S/CD$ であり，

$$x_L+x_S=1 \quad\cdots\cdots(47)$$

である。ただし，ここで用いた文字は **3**. における定義にしたがうものとする。式 (46),(47) から n_1, n_2 駅を小循環系統の末端駅とした場合に E を最小にする x_L, x_S の値をもとめることができる。この計算を n_1, n_2 の考えられるすべての組み合わせについて行ない，そのつど $E_{\min}$ を求め，これらの中で最小の $E_{\min}$ を与える場合の n_1, n_2, x_L, x_S を求めれば，最適運転方式が得られる。さらに，路線網における最適運転計画も **3**. とまったく同様にして決めることができる。

(2) 待ち時間を用いる運転計画について

4. においては小循環系統の折返し駅の一方を路線中間駅の1つとし，他方を路線末端駅の O または N のいずれかに固定したわけであるが，ここでは **5**.(**1**) と同様な理由から 図—**4** に示すような運転方式を仮定し，n_1, n_2 駅を小循環系統の折返し駅とする。大，小循環系統の単位時間内車両通過回数をそれぞれ μ_L, μ_S とすると，待ち時間総和 W は次式で表わされる。

$$W=\frac{F_S}{2(\mu_S+\mu_L)}+\frac{S-F_S}{2\mu_L} \quad\cdots\cdots(48)$$

ここに，S は全乗客数，F_S は n_1, n_2 駅間に乗，降車駅の両方を有する乗客総数であり，表—**1** の記号を用いるとつぎのように表わされる。

$$F_S=\sum_{i=n_1}^{n_2}\sum_{j=n_1}^{n_2}a_{ij},\ \text{ただし}\ n_1\leqq n_2 \quad\cdots\cdots(49)$$

いま，$x_S=\mu_ST_S/D$, $x_L=\mu_LT_L/D$, (D はこの路線での使用可能車両数，T_L, T_S は大小両循環に要する時間) とおくと，式 (48) はつぎのようになる。

$$W=\frac{1}{2D}\left[\frac{F_ST_ST_L}{T_Lx_S+T_Sx_L}+\frac{T_L(S-F_S)}{x_L}\right] \quad\cdots\cdots(50)$$

また，式 (26) と同様に次式が成立する。

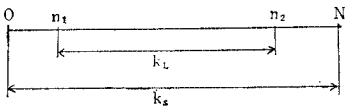
$$x_S+x_L=1 \quad\cdots\cdots(51)$$

式 (50) の W の最小値を与える x_L の値を式 (51) を用いて求めると，

$$x_L=\begin{cases}\theta & \theta\leqq 1\ \text{のとき}\\ 1 & \theta>1\ \text{のとき}\end{cases}$$

ただし，

図—4



$$\theta=\frac{T_L\sqrt{S-F_S}}{(T_L-T_S)\sqrt{S-F_S}+\sqrt{F_S T_S(T_L-T_S)}}$$

を得る。

したがって，以上の計算を n_1, n_2 の考えられるすべての組み合わせについて行ない，最小の $W_{\min}$ を与える n_1, n_2 およびそのときの x_L, x_S を求め，それに基づいて運転計画をたてれば，乗客の待ち時間総和を最小にする運転方式が得られる。

6. 京都市バス路線（一部）に対する適用

京都市バス路線1,2,3,4,5号の午前7時から8時までの交通需要調査に基づいて，**3.**,**4.** で述べた手法により各路線の途中折返し駅，大小両循環系統への車両配分比，各路線への最適配車台数などの決定を行なった。ここで用いた交通需要調査は，京都市交通局が昭和 35 年6月7日に時間帯別に行なったものである。また，この5つの路線に使用できる車両数は 50 台として配分計算を行なった。各路線の起終点と主な通過位置を **表—3** に示した。

表—3

系統番号	系統末端駅所在場所		主な通過場所
1	若松町0	玄琢下31	洛北高校12，鳥丸車庫15
2	御園橋0	京都駅25	鳥丸車庫 9，四条鳥丸19
3	西大路三条0	仕伏町26	四条車庫 2，四条大宮 5，四条河原町12，百万遍20
4	三哲0	深泥ケ池31	京都駅 1，四条鳥丸 7，四条河原町10，洛北高校24
5	三哲0	向畑町32	京都駅 1，四条鳥丸 7，四条河原町10，三条京阪13

駅名の後につけられた数字はその駅番号を表わす

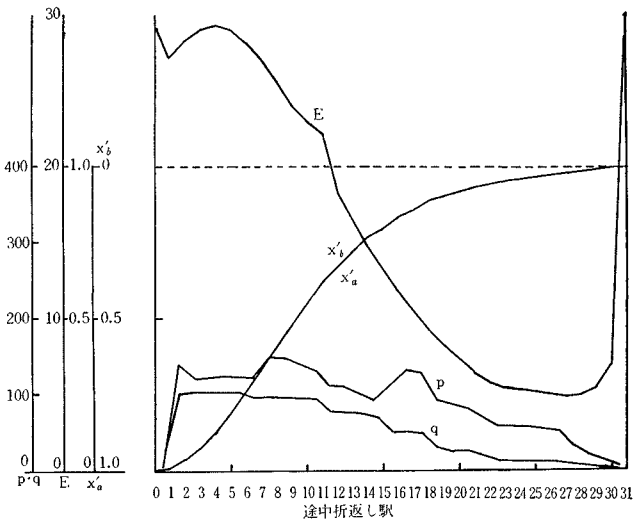
（1） 個々の路線における運転計画

a） 余裕度を用いる方法の適用　**図—5,6,7,8,9** における p および q は各路線の上り，下り両方向の隣接駅間乗客数を，E は折返し駅を i と仮定したときの余裕度の偏差平方和の最小値を，また x_a', x_b' はそのときの大小循環系統への車両の配分比率を示している。以下に各路線ごとの計算結果を述べる（E は相対値である）。

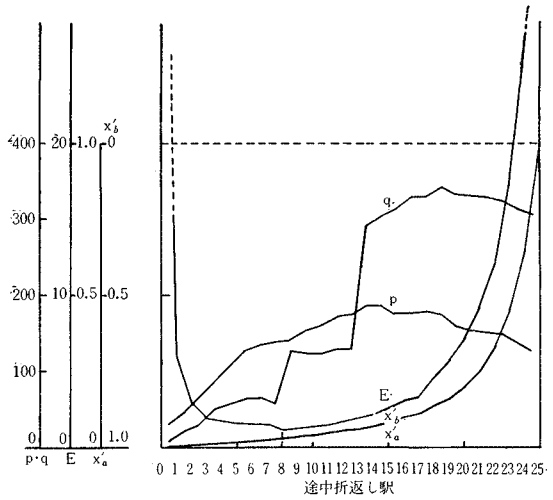
1号路線（**図—5** 参照）：E が最小となるのは $n=27$, $x_a=0.983$, $x_b=0.017$ のときである。よって，土天井町駅（$n=27$）を折返し駅として，若松町，土天井町駅間に，この路線で使用する全車両の 98.3% を用い，残る 1.7% を土天井町，玄琢下駅間に使用するとき，この路線における余裕度の偏差平方和は最小になる。すなわち，この路線では若松町，土天井町駅間に小循環系統を設けることになる。

2号路線（**図—6** 参照）：E が最小となるのは $n=8$, $x_a=0.032$, $x_b=0.968$ のときである。よって，北大路新町を折返し駅とし，北大路新町，御薗橋駅間に全車両の 3.2% を，残る 96.8% を北大路新町，京都駅間に使用

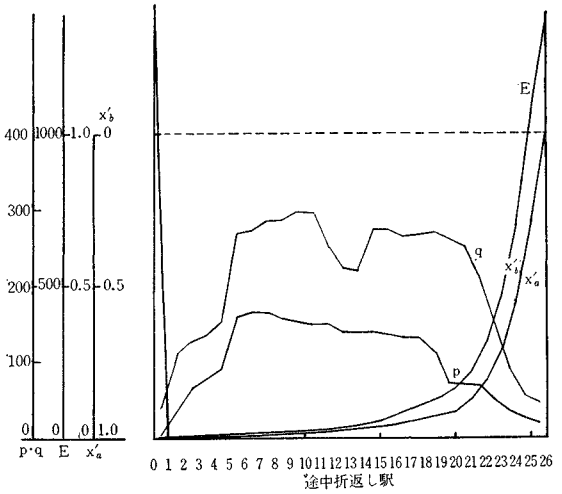
図—5　1 号路線（午前 7～8 時）



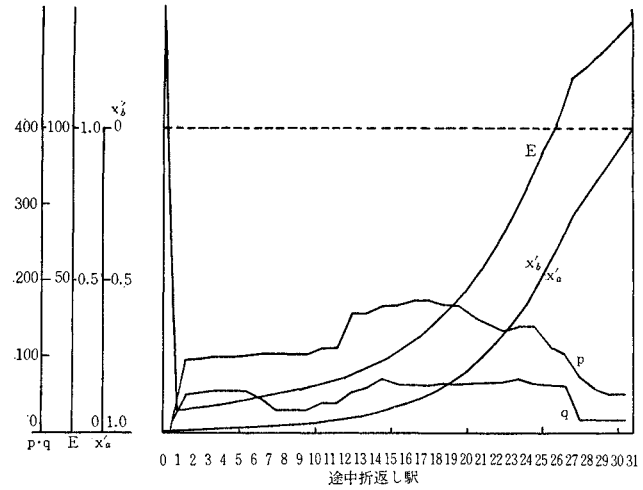
図—6　2 号路線（午前 7～8 時）



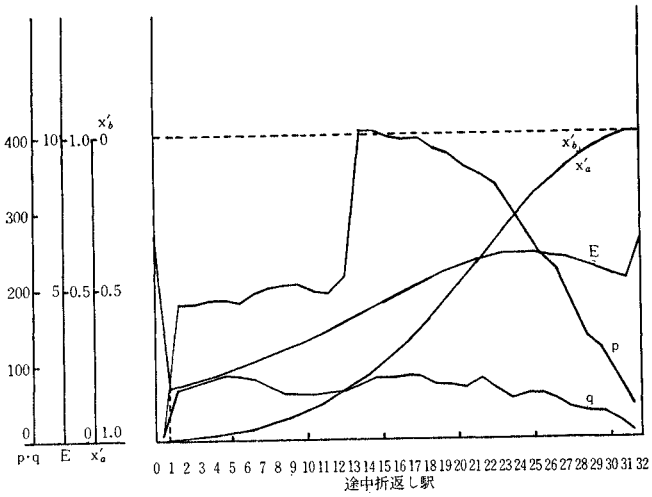
図—7　3 号路線（午前 7～8 時）



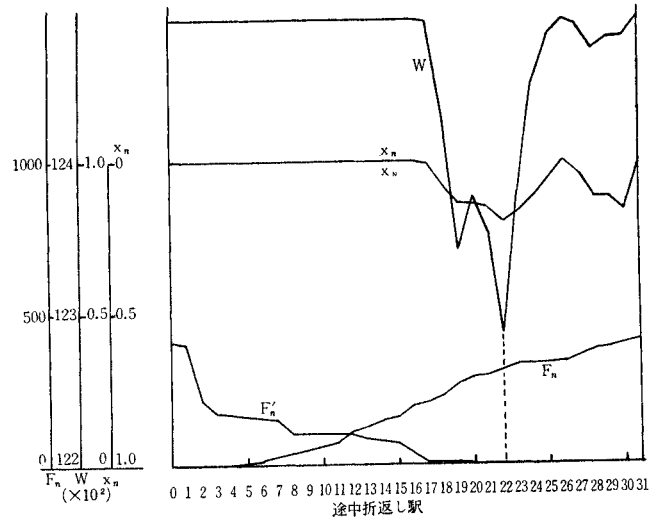
図—8　4号路線（午前 7～8 時）



図—9　5 号路線（午前 7～8 時）



図—10　1 号路線（午前 7～8 時）



するように配車する。この路線では北大路新町，京都駅間に小循環系統を設けることになる。

3号路線（図—7 参照）：E が最小になるのは $n=1, x_a=0, x_b=1.00$ のときである。よって，西大路四条（$n=1$）を系統末端駅とし，全車両を西大路四条，仕伏町駅間に使用すべきである。ところで 図—7 の x_a' をみると，この路線の中間部の駅を折返し駅とした場合の x_a' の値があまりに小さすぎることがわかる。

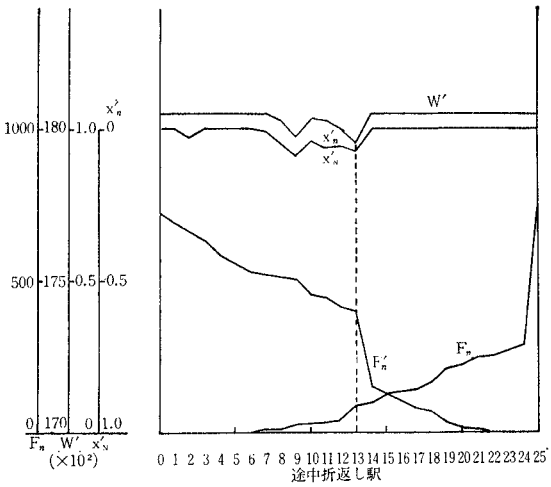
これは E の定義式の構造によるもので，区間 01 の上り方向の通過客数 p が1人であるのにくらべ，その他の区間の通過客数が100人以上の大きな数であるからである。したがって余裕度の偏差平方和を最小にする運転方式を乗客へのサービス向上の点から合理的であるとしたのは，必ずしも正しくなかったわけである。このことは，さきの2号路線においても見られる。

4号路線（図—8 参照）：この路線では $n=1$, $x_a=0.001$, $x_b=0.999$ のとき E が最小になる。よって折返し駅を京都駅（$n=1$）とし，三哲，京都駅間に全車両の0.1%を，そして京都駅，深泥池駅間に残る 99.1% を使用する。図—8 を見ると，3号路線で見られた余裕度を用いる方法の計算式の構造による欠点（x_a' が小さすぎること）が表われている。ところで，三哲，京都駅間は隣接駅で，しかもその区間の使用車両数は少ないので，この路線から除いてもよいだろう。

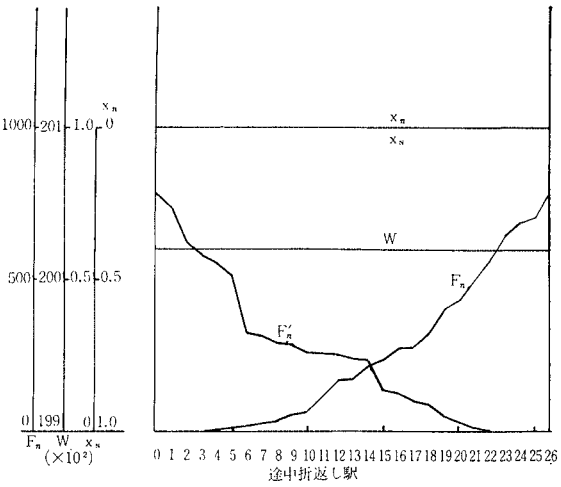
5号路線（図—9 参照）：E が最小になるのは $n=1$, $x_a=0.003$, $x_b=0.997$ のときである。京都駅を折返し駅とし，京都駅，向畑町間に小循環系統を設けるわけだが，この場合，小循環系統に含まれない三哲，京都駅間は隣接駅であり，しかもこの区間に使用すべき車両数はきわめて少ないので，この区間は路線から除いてもよいだろう。

b） 待ち時間を用いる方法の適用　1～5 号路線の計算結果を 図—10～14 に示した。これらの図において F_n は O 駅を基点として n 駅を途中折返し駅とした場合の小循環系統利用客の総数を示し，F_n' はもう一方の路線末端駅 N を基点とした場合の小循環系統利用客の総数を示す。また W, x_N, x_n は $F_n(n=1, 2, \cdots, N)$ を基にして計算した待ち時間総和，大小両循環系統への車両の配分比を示す。そして，W', x_N', x_n' は $F_n'(n=1, 2, \cdots, N)$ を基にして計算した値を示す。ここでは O 駅を小循環系統

図—11　2 号路線（午前 7～8 時）



図—12　3 号路線（午前 7～8 時）



の基点駅とした場合と N 駅を基点駅とした場合について検討し，待ち時間総和の小さい方を最適運転方式として採用することにした。以下に路線別に計算結果を述べる。

1 号路線（図—**10** 参照）：待ち時間総和 W が最小となるのは泉堂町駅を折返し駅とし，若松町，泉堂町駅間に小循環系統を設けて，この路線で用いる車両のうち 79.7% を大循環系統へ，20.3% を小循環系統へ配分する場合である。

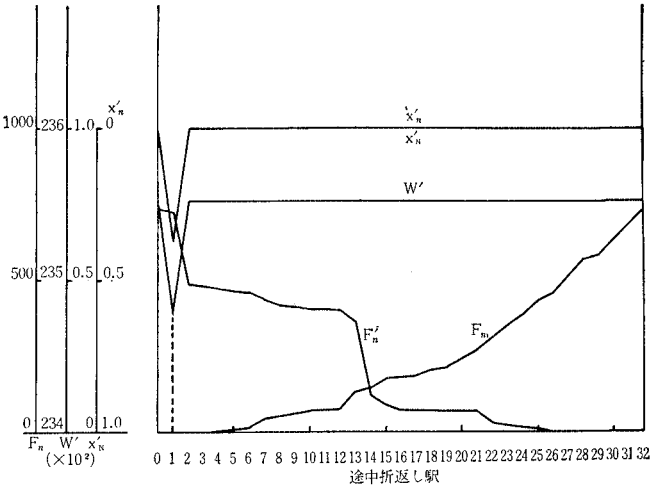
2 号路線（図—**11** 参照）：京都駅，烏丸今出川駅間に，小循環系統を設け，これに全体の 7.1% の車両を，残りの 92.9% の車両を大循環系統に用いるとき，待ち時間総和は最小になる。この路線では小循環系統に用いる車両数が少ないことからもわかるように，小循環系統を設ける効果はあまり大きくない。

3 号路線（図—**12** 参照）：路線内のどの駅を折返し駅としても $x_N = 1$ となり，小循環系統を設ける必要がないことがわかる。

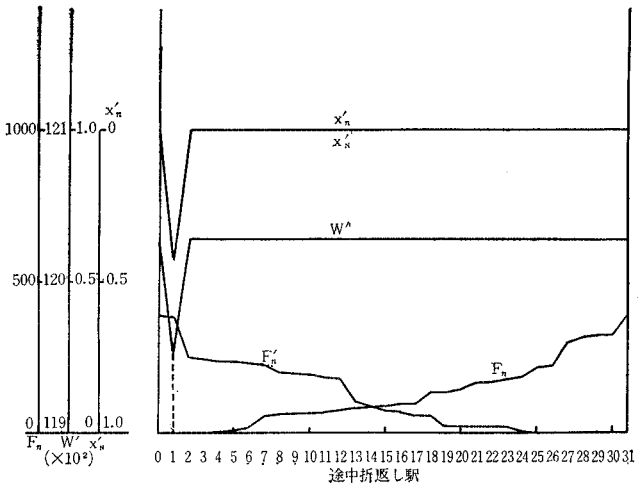
4 号路線（図—**13** 参照）：京都駅，深泥池駅間を循環する小循環系統を設け，その使用車両数を全体の 43.3% とし，残りを大循環系統に使用するのが最適運転方式である。この場合小循環系統に含まれない京都駅，三哲駅間は 1 区間（隣接している）であり，また待ち時間総和から見たとき大循環系統のみで運転しても最適運転方式の場合とそれほど差がないので，実際上は三哲，深泥池駅間の大循環系統のみで運転してもよいだろう。

5 号路線（図—**14** 参照）：京都駅，向畑町駅間に小循環系統を設け，これに全体の 30.7% の車両を，残る 69.3% を大循環系統に使用す

図—13　4 号路線（午前 7～8 時）



図—14　5 号路線（午前 7～8 時）



るのが望ましい。

小循環系統に含まれない京都駅，三哲駅間は1区間であるから，この路線において小循環系統を設ける意義はあまり大きくないことがわかる。

c) 各路線への車両の配分　以上で路線別の分析を行なったが，ここではその結果を用いて路線網全体で使用可能車両数が 50 台の場合について，各路線への最適配車台数を決定する。

4.(2) で述べた手法を用いる。式 (35) における C_l(l=路線番号) の値はさきの計算結果から得られ，

$C_1=0.614\times10^4$, $C_2=0.898\times10^4$, $C_3=1.001\times10^4$

$C_4=0.598\times10^4$, $C_5=1.174\times10^4$

である。これらの値を用いて，路線網全体の待ち時間総和を最小にする路線別配車台数 D_l を式 (42), (43), (44), (45) により求めると，

$$d_1=8,\ d_2=9,\ d_3=10,\ d_4=7,\ d_5=11$$

という結果を得た。

したがって，午前7時から8時のラッシュ時においては，全使用車両数が 50 台のときは $D_1=9$, $D_2=10$, $D_3=11$, $D_4=8$, $D_5=12$ となり，1～5 号の各路線にはそれぞれ 9, 10, 11, 8, 12 台の車両を配車するのが最適であることがわかる。

これらの計算には京都大学に設置されている電子計算機 KDC-1 を利用した。

7. 考　　察

各路線ごとに余裕度，待ち時間による方法を適用した結果を比較検討するとつぎのことがいえる。

1 号路線：余裕度による場合は 0～27 駅間に，待ち時間による場合は 0～22 駅間に小循環系統を設ける。

2 号路線：余裕度による場合は 8～25 駅間に，待ち時間による場合は 13～25 駅間に小循環系統を設ける。

3 号路線：余裕度を用いる場合は 1～26 駅間に小循環系統を設け，待ち時間を用いる場合は大循環系統のみで運転するが，両者の差はあまりない。

4 号路線：いずれの場合も 1～31 駅間に小循環系統を設けることになるが，大小両循環系統への配車比率は大きく異なっている。余裕度を用いる場合は小循環系統へほぼ全車両を配車するのに対して，待ち時間を用いる場合は全体の 43.3% を配車する。

5 号路線：いずれの場合も 1～32 駅間に小循環系統を設ける。しかし，大小両循環系統への配車比率には差があり，余裕度を用いる場合は小循環系統へほぼ全車両を配車するが，待ち時間を用いる場合は 30.7% を配車する。

以上を総合すると，余裕度を用いる方法と待ち時間を用いる方法との差はあまりないが，前者は，**6.** で述べたように E の計算式の構造上，各区間の通過人員の差が大きい場合，特に 10 人以下の区間が 100 人以上の区間に 2,3 混合しているような場合，通過人員が 10 人以下の区間を含む運転系統への配車台数が不当に少なくなるという欠点をもっている。この欠点は E の計算式を $E=\sum p_i(b_i-\bar{b})^2$ とすれば除くことができるであろう。

ここで大小両循環系統への配車比率を求めたが，車両数は整数値なので，最適配車比率で配分することができないことがある。このとき，余裕度の場合は E が x_a の2次式なので，1台未満を四捨五入すればよいが待ち時間の場合は無条件に四捨五入するのは危険である。しかし，この場合も待ち時間総和が四捨五入のために大きく増加するということは考えられないので，実用上は四捨五入してよいだろう。

路線網において，路線別の配車台数を決めるのに，ここでは Dynamic Programming を用いたが，これはさきに述べたように車両数は整数値のみをとるからで，この点を無視すれば，Lagrange の乗数を用いることができる。この計算例でみると，1台未満を四捨五入した解(配車台数)の (D.P で求めた) 厳密解との差は認められないから，実用上は計算の簡単な Lagrange の乗数を用いるのが得策である***。

ここでは5路線に合計 50 台の車両を配車したが，合計台数が 50 台でない場合でも，この場合の比率で配車すればほぼ最適配車になっていると考えられる。ここで，"ほぼ" という理由は，バス台数は整数値のみをとらなければならないからである。

輸送需要は路線別に与えられるものと考えたが，2または3路線が重なっている部分があると，その区間の乗客のうち，重複部分に乗，降車駅の両方をもつ人は，いずれの路線でも利用することができる。したがって，重複部分の路線別輸送需要を正確にとらえることは不可能である。本研究ではこの点を無視しているが，路線の重複部分があまり長くない場合，または，重複部分に乗，降車駅の両方をもつ乗客が少ない場合はこれでよいだろう。重複部分に，乗，降車駅の両方をもつ乗客が多い場合は，重複した2または3路線からなる分岐した路線を新たに1路線と見なし，この路線での最適運転方式を考えるべきである。この場合も，本研究で述べた考え方を適用すれば計算はめんどうになるが，最適運転方式を求めることができる。

8. む す び

本研究においては，大量輸送機関の合理的な運転計画を作成するに当たり，その合理性の尺度として余裕度の偏差平方和と，待ち時間の総和の2つをとりあげ，これ

*** Lagrange の乗数を用いると W の最小値を与える D_l は次式で与えられる。

$$D_l=\sqrt{C_l}\,D/\sum_{l=1}^{m}\sqrt{C_l}$$

らの値をより小さくする運転方式を，乗客へのサービス向上という観点からより合理的なものであると考えた。

余裕度を用いる方法と待ち時間を用いる方法とは巨視的には同様な運転方式を与えるものであるが，後者の方が，乗客の大，小循環系統の選択を考慮している点と適切な配車比率を与える点において，より優れた方式であると考えられる。

最後に，本研究を行なうに際して終始ご指導下さいました京都大学工学部米谷栄二教授，同佐佐木　綱教授，資料整理，その他に協力して下さった東京都交通局平出亨氏の各位に感謝の意を表する。

参考文献

1) R. Bellman and S. Dreyfus : Applied Dynamic Programming, Princeton Univ. Press, 1962.
2) 米谷栄二・河上省吾：運転系統の合理化に関する一考察，関西支部年次学術講演会講演概要，昭和 38 年 11 月.
3) 高木貞次：解析概論，岩波書店，昭和 36 年 4 月.
4) 米谷栄二・河上省吾・平出　亨：運転系統への配車台数の合理的な決定法，第 19 回年次学術講演会講演概要，昭和 39 年 5 月.

(1965.12.13・受付)

論文集への討議について

論文集編集委員会では，論文集に掲載した全論文に対しての討議を受付けておりますので，討議をされる方は下記の要項をご参照のうえ論文集編集委員会あてご提出下さい。

記

1. 討議は論文集掲載全論文を対象とします。
2. 討議の受付は論文集掲載後6ヵ月以内とします。
3. 討議原稿を提出するときは学会原稿用紙に必要事項を記入のうえ論文集編集委員会あてご提出下さい。
4. 討議原稿の取扱いは論文編集委員会にご一任下さい。
5. 討議に関する問合せは論文集編集委員会へご連絡下さい。

昭和41年8月15日印刷
昭和41年8月20日発行

土木学会論文集 第132号　　定価 200円（〒20円）

編集兼発行者　東京都新宿区四谷一丁目　社団法人 土木学会　羽田　巌
印刷者　東京都港区赤坂1—3—6　株式会社 技報堂　大沼正吉

発行所　社団法人 土木学会　振替東京 16828番
東京都新宿郵便局区内　新宿区四谷一丁目　電話（351）代表 5138番

土木学会論文集在庫一覧

申込先：土木学会へ

編著者名	論文名	判型	ページ数	定価	送料
小西一郎	論文集 9 号 一般剛節構造物の解法およびその極限状態付近における性状について	B 5	10	**20**	10
猪股俊司	論文集 17 号 プレストレストコンクリート桁に関する研究	B 5	90	**250**	30
高野俊介	論文集 26 号 打込み温度がマッスコンクリートの強度におよぼす影響の研究	B 5	56	**180**	30
仁杉巌	論文集 27 号 支間 30 m のプレストレストコンクリート鉄道橋（信楽線第一大戸川橋梁）の設計，施工およびこれに関連して行った実験研究の報告	B 5	56	**160**	20
伊丹康夫	論文集 37 号 ブルドーザによる土工の設計に関する研究	B 5	50	**120**	30
猪股俊司	論文集 48 号 プレストレスト コンクリート スラブ式 2 ヒンジ ラーメン橋の設計法に関する研究	B 5	68	**200**	30
岩佐義朗	論文集 59 号（別冊 3-1） 巾の漸変する水路における水流の遷移現象と境界特性との関連に関する理論的研究	B 5	32	**150**	20
奥田秋夫	論文集 59 号（別冊 3-2） コンクリート舗装の施工合理化に関する研究	B 5	54	**250**	30
大久保・西原 相馬	論文集 61 号（別冊 3-1） 発電用河川流量の研究	B 5	32	**150**	20
太田誠一郎	論文集 61 号（別冊 3-3） 骨材の表面積と新面積法による構築混合物の検討とその応用に関する研究	B 5	48	**220**	30
三村・鈴木 上野・細谷	論文集 65 号（別冊 3-2） ロッドミルによる製砂方法に関する研究	B 5	15	**80**	20
永井荘七郎	論文集 65 号（別冊 3-3） 防波堤に働く砕波の圧力に関する研究	B 5	38	**160**	20
国分・河原・太斎	論文集 68 号（別冊 3-2） 各種フライアッシュの共通試験報告	B 5	32	**100**	20
井田至春	論文集 69 号（別冊 3-2） 広巾員開水路の定常流 —断面形の影響について—	B 5	18	**100**	20
室田明	論文集 70 号（別冊 1-1） 開水路分水工の研究	B 5	34	**200**	20
嶋・荻原	論文集 71 号（別冊 4-1） **On Water-Hammer Pressure due to Periodic Opening and Closure of Valve**（英文）	B 5	12	**70**	20
国分ほか 12 名	論文集 71 号（別冊 4-3） フライアッシュ・シンポジウム提出論文集録	B 5	66	**230**	30
森麟	論文集 71 号（別冊 4-4） 舗装後の路床状態の変化についての研究とそれにもとづく CBR 試験法の改善に対する一提案	B 5	16	**100**	20
島田静雄	論文集 72 号（別冊 3-1） 弾性針金の変形と応力	B 5	16	**100**	20
山本稔	論文集 72 号（別冊 3-3） 不完全合成 T 型桁橋の曲げ理論とその応用	B 5	24	**150**	20

土木学会出版案内

申込先：土木学会　電・東京 351—5130

編著者名	図書名	判型	ページ数	会員特価	定価	送料	備考
吉田徳次郎	コンクリート・ライブラリー ■第1号 コンクリートの話 —吉田徳次郎先生御遺稿より—	B 5	48	**150**	200	20	
土木学会編	コンクリート・ライブラリー ■第2号 第1回異形鉄筋シンポジウム	B 5	98	**350**	450	20	10編を収録
同	コンクリート・ライブラリー ■第3号 異形鉄筋を用いた鉄筋コンクリート構造物の設計例	B 5	42	**300**	380	40	付図5枚付
国分・三村 上野・細谷	コンクリート・ライブラリー ■第4号 ペーストによるフライアッシュの使用に関する研究	B 5	22	**100**	120	20	吉田賞受賞
和仁・川口・菅原・野口・羽田野	コンクリート・ライブラリー ■第5号 小丸川 PC 鉄道橋の架替え工事ならびに，これに関連して行なった実験研究の報告	B 5	38	**150**	200	30	吉田賞受賞
川口輝夫	コンクリート・ライブラリー ■第6号 鉄道橋としてのプレストレストコンクリート桁の設計方法に関する研究	B 5	62	**220**	250	40	
村田二郎	コンクリート・ライブラリー ■第7号 コンクリートの水密性の研究	B 5	36	**100**	120	30	吉田賞受賞
山崎寛司	コンクリート・ライブラリー ■第8号 鉱物質微粉末がコンクリートのウォカビリチーおよび強度におよぼす効果に関する基礎研究	B 5	56	**160**	200	40	吉田賞受賞
石田一郎	コンクリート・ライブラリー ■第9号 添えばりを用いるアンダーピンニング工法の研究	B 5	18	**100**	120	20	吉田賞受賞
土木学会編	コンクリート・ライブラリー ■第10号 構造用軽量骨材シンポジウム	B 5	96	**400**	500	50	13編を収録
樋口芳朗	コンクリート・ライブラリー ■第11号 微細な空げきてん充のためのセメント注入における混和材料に関する研究	B 5	28	**100**	120	30	吉田賞受賞
岩間滋	コンクリート・ライブラリー ■第12号 コンクリート舗装の構造設計に関する実験的研究	B 5	32	**100**	120	30	吉田賞受賞
運輸省港研編	コンクリート・ライブラリー ■第13号 プレパックドコンクリート施工例集	B 5	330				絶版
土木学会編	コンクリート・ライブラリー ■第14号 第2回異形鉄筋シンポジウム	B 5	240	**900**	1 100	100	19編を収録
土木学会編	コンクリート・ライブラリー ■第15号 ディビダーク工法設計施工指針(案)	B 5	88	**500**	700	100	新刊発売

土質実験指導書改訂版頒布

土質実験指導書が刊行されてから2年半……この間多くの学校や職場で実験指導参考書としてご利用いただき好評を得ております。今回の改訂では各使用者の声を取り入れ，従来の 15 項目に新たに「土の三軸圧縮試験方法」を追加し 16 項目とし，それぞれの項目を 1. 目標，2. 試験器具，3 .試料，4. 試験方法，5. 計算および結果の整理，6. 注意事項，等々に分けて解説し，必要に応じて設問を設けるとともにデーターシートの記入例もとり入れましたので広くご利用下さるようご案内いたします。

体　裁：B 5 判　64 ページ　データーシート　26 葉

定　価：320 円

昭和三十七年五月二十八日第三種郵便物認可
昭和四十一年八月十五日印刷（毎月一回二十日発行）
昭和四十一年八月二十日発行

土木学会論文集第一三二号

定価二〇〇円