

# テーパのついているアーチに関する応力・変形の解析

## STRUCTURAL ANALYSIS OF STRESSES AND DEFORMATIONS FOR CONSTANTLY TAPERED ARCHES

奥村 敏 恵\*・松 浦 聖\*\*

By Toshie Okumura and Sei Matuura

### ま え が き

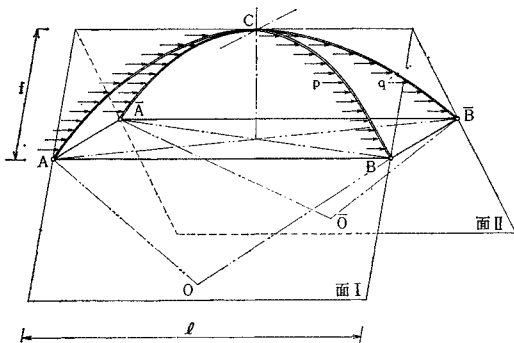
図-1 に示すアーチ構造に、材軸に沿ってアーチの面内中心方向等分布荷重(case I)、鉛直等分布荷重(case II) および等分布水平横荷重 (case III) ( $p$  kg/cm,  $q$  kg/cm) が満載されたとき、アーチに生ずる応力・変形を解析した。

とくにアーチのテーパの角度  $\phi$  の変化の影響に注目して、アーチの任意断面の応力や変形を、 $O$  の関数として求める基本式を示し、つづいて、圧縮、ねじりに対して有利であり、断面2次半径が大きく、風圧を考えると抵抗係数が小さいなどの有利性からも、最近注目されてきた、パイプ断面のアーチを対象として、テーパ  $\phi$ 、パイプ直径  $D$ 、スパン  $l$ 、ライズ  $f$ 、肉厚  $t$  をパラメーターにとって数値計算を行ない、かかる新しい形式のアーチに対する基本的な研究を行なって、新しく発生する問題についての若干の考察も加えた。なおアーチ始点の差違による問題、さらに影響線の求め方についても触れている。

### 1. 緒 言

アーチに対する種々なる研究は、すでに数多くみられ、参考文献<sup>2)</sup> も非常に多い。ここでは構造物としてのアーチは、図-1 に示すような、2本のアーチが、お互いに各支点では一定の間隔があるが、支間中央では一体となっているような、テーパのついた、いわゆるバス

図-1 アーチおよび水平横荷重載荷状態



ケット ハンドル形式のアーチの、応力・変形を問題にしている。かかる形式のアーチ構造の応力・変形、安定の問題などは、従来は、あまり取り扱われていなくて、目新しい問題としても興味があり、とくに長径間の橋梁として適用する場合には、種々考察すべき問題があると思われるが、ここでは応力・変形のみを解析に限定する。

さて、従来のアーチ橋は、応力・変形に対しても平面的に取り扱いかい、たとえば水平横荷重に対しては、横構でもって、それに対応させてきた。しかし、ここで考えるテーパのついたアーチは立体的なものと考えている。しかし一方新しく断面力として考慮すべき面外方向の曲げや、ねじりモーメントも、 $\phi$  の変化と関連させて考察する必要が起って来る。さらに、支間中央剛節部の補強補剛のために、ここに集中する断面力に対する考慮が、とくに重要である。またかかる新しい形式のアーチでは、その支点の構造にも関連して、支点における応力の問題も考察する必要がある。そこで水平横荷重、すなわち風荷重、水平地震力などが作用する場合の、アーチの応力・変位を考察して、その特異性、有利性を確かめ、また横方向の安定性と関連して、長径間のアーチになれば、その死荷重にも関連して問題となる、鉛直・アーチ面内中心方向の荷重が作用する場合を考察してみる。

なおかかる形式の橋梁としては、すでに Rio Blanco 橋 (Mexico) があり、また 1962 年には読売モノレール橋がある。さらに最近ドイツ・デンマーク間に Fehmarnsund 橋が架設されて、その模型実験や、架設施工のことも含めて、詳細な論文<sup>3)</sup> も発表されている。

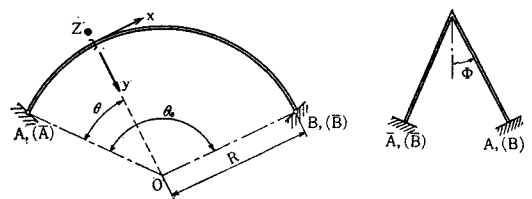
### 2. 理論的考察

#### (1) アーチと座標のとり方

解析の対象としたアーチは、図-1, 2, 3 のように2

図-2 アーチの実形図

図-3 アーチの横断面図



\*正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

\*\*正会員 名古屋工業大学助教授 土木工学科

本のアーチはその中央で剛節されて、一体となり、かつ傾斜角  $\phi$  なるテーパがついたアーチである。

なおアーチは円弧アーチとし、その断面は円形パイプを考えておくこととする。

支点としては、一応  $A, B, \bar{A}, \bar{B}$  ではアーチの面 I あるいは面 II 内の回転のみ自由で（回転軸は面 I, 面 II に垂直）、そのほかは移動、回転は拘束されていると考えておくこととする。

座標の中心はアーチ部材断面に座標系を固定し、その原点はせん断中心、この場合は断面の中心にとる（図-2, 4 参照）。 $x$  軸は橋軸接線方向に、 $y$  軸はアーチ曲率中心方向に、 $z$  軸は  $xy$  面に垂直方向に、それぞれ図-2 のように正の方向を定めることとする。

(2) 変位・断面力の符号

座標  $x, y, z$  方向の変位を、それぞれ  $u, v, w$  とし、変位の符号は座標系と一至させ、ねじり回転角  $\varphi$  の正の方向は、ねじりモーメント  $M_x$  の正の方向にとる（図-4 参照）。

断面力の符号は、図-5 のようにとることとする。

図-4 変位の符号

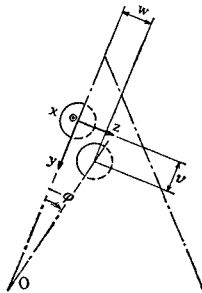
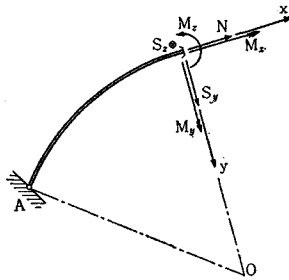


図-5 断面力の符号



(3) 応力-ひずみ関係式

以上のように応力・変位を規定すれば、幾何学的条件を考慮し、フックの法則を適用すれば、つぎのような関

係式が得られる。

$$M_x = GJ_T \left( \frac{d\varphi}{ds} + \frac{1}{R} \frac{dw}{ds} \right) \dots\dots\dots(3.1)$$

$$M_y = -EI_y \left( \frac{d^2w}{ds^2} - \frac{\varphi}{R} \right) \dots\dots\dots(3.2)$$

$$M_z = -EI_z \left( \frac{d^2v}{ds^2} + \frac{v}{R^2} \right) \dots\dots\dots(3.3)$$

$$N = EA \left( \frac{du}{ds} - \frac{v}{R} \right) \dots\dots\dots(3.4)$$

ここに、 $GJ_T$  はアーチの  $x$  軸まわりのねじり剛性、 $EI_y, EI_z$  はアーチの  $y$  軸および  $z$  軸まわりの曲げ剛性で、なお  $A$  はアーチの横断面積であり、 $ds$  は材軸に沿った線素である。

(4) アーチ中央の剛節構造に関する考慮

構造物の対称性および荷重状態により、面内および鉛直荷重の場合は、図-6 のように、また水平横荷重の場合は、図-7 のように、アーチの中央における不静定量を考えればよい。

図-6 面内、鉛直荷重のときの不静定量

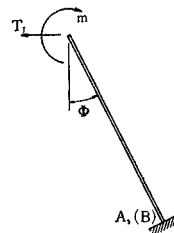
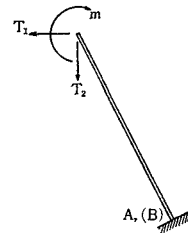


図-7 水平横断荷重のときの不静定量



(5) アーチのつりあい条件式

問題の各荷重に対するアーチのつりあいを<sup>5)</sup>考えれば、表-1 に列挙する式が得られる。

ただし case III でアーチ  $\bar{A}\bar{B}$  のときは、左辺の応力の記号には、- をつけたものとする。

(6) アーチの面内変形に対する弾性曲線方程式の解

表-1

左 辺	右		辺	
	中心方向荷重載荷	鉛直荷重載荷	水平横荷重載荷 case III	
	case I	case II	ア - チ A B	ア - チ $\bar{A}\bar{B}$
$S_y - \frac{dN}{d\theta}$	0.....(5.1.1)	$-R \cos \phi \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \cos \theta - \cos \frac{\theta_0}{2} \sin \theta \right) p \dots$ (5.2.1)	$R \sin \phi \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \cos \theta - \cos \frac{\theta_0}{2} \sin \theta \right) p \dots$ (5.3.1)	$-R \sin \phi \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \cos \theta - \cos \frac{\theta_0}{2} \sin \theta \right) q \dots$ (5.3.1)
$\frac{dS_y}{d\theta} + N$	$-Rp \dots$ (5.1.2)	$-R \cos \phi \left( \cos \frac{\theta_0}{2} \cos \theta + \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \theta \right) p \dots$ (5.2.2)	$R \sin \phi \left( \cos \frac{\theta_0}{2} \cos \theta + \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \theta \right) p \dots$ (5.3.2)	$-R \sin \phi \left( \cos \frac{\theta_0}{2} \cos \theta + \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \theta \right) q \dots$ (5.3.2)
$\frac{dS_z}{d\theta}$	0.....(5.1.3)	$-\sin \phi Rp \dots$ (5.2.3)	$-\cos \phi Rp \dots$ (5.3.3)	$\cos \phi Rq \dots$ (5.3.3)
$S_y - \frac{1}{R} \frac{dM_z}{d\theta}$	0.....(5.1.4)	0.....(5.2.4)	0.....(5.3.4)	0.....(5.3.4)
$M_y - \frac{dM_x}{d\theta}$	0.....(5.1.5)	0.....(5.2.5)	0.....(5.3.5)	0.....(5.3.5)
$S_z - \frac{1}{R} \frac{dM_y}{d\theta} - \frac{M_x}{R}$	0.....(5.1.6)	0.....(5.2.6)	0.....(5.3.6)	0.....(5.3.6)

表-2

左 辺	右 辺			
	中心方向荷重載荷	鉛直荷重載荷	水平横荷重載荷 case III	
	case I	case II	ア - チ A B	ア - チ $\bar{A} \bar{B}$
$F_1 \frac{d^2 u}{d\theta^2} - F_1 \frac{dv}{d\theta}$ $+ F_2 \frac{d^2 v}{d\theta^2} + F_2 \frac{dv}{d\theta}$ $- F_2 \frac{d^4 v}{d\theta^4} - F_2 \frac{d^2 v}{d\theta^2}$ $+ F_1 \frac{du}{d\theta} - F_1 v$	0	$R \cos \phi \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \cos \theta \right.$ $\left. - \cos \frac{\theta_0}{2} \sin \theta \right) p$ $- R \cos \phi \left( \cos \frac{\theta_0}{2} \cos \theta \right.$ $\left. + \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \theta \right) p$	$- R \sin \phi \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \cos \theta \right.$ $\left. - \cos \frac{\theta_0}{2} \sin \theta \right) p$ $R \sin \phi \left( \cos \frac{\theta_0}{2} \cos \theta \right.$ $\left. + \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \theta \right) p$	$R \sin \phi \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \cos \theta \right.$ $\left. - \cos \frac{\theta_0}{2} \sin \theta \right) q$ $- R \sin \phi \left( \cos \frac{\theta_0}{2} \cos \theta \right.$ $\left. + \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \theta \right) q$

式(3.3),(3.4)の関係を使い、各式(5.1.1),(5.1.2), (5.1.4) や (5.2.1), (5.2.2), (5.2.4) および(5.3.1), (5.3.2), (5.3.4) から、つぎに示すような、 $u$  と  $v$  に 関する連立微分方程式が表-2のように得られる。

ここで、 $F_1 \equiv \frac{EA}{R}$ ,  $F_2 \equiv \frac{EI_z}{R^3}$

上の式を解けば、変位  $u, v$  はつぎの式のように求め られる。ただし、 $C_1, C_2, \dots, C_6$  を積分定数とする。

case I :  $v = (C_1 + C_2 \theta) \cos \theta + (C_3 + C_4 \theta) \sin \theta + C_5 \dots \dots \dots (6.1.1)$

$u = C_1 \sin \theta + C_2 (\cos \theta + \theta \sin \theta) - C_3 \cos \theta + C_4 (\sin \theta - \theta \cos \theta) + C_5 \theta + C_6$   
 $+ \frac{2 F_2}{F_1} (-C_2 \cos \theta - C_4 \sin \theta) - \frac{R \theta}{F_1} p \dots \dots \dots (6.1.2)$

case II :  $v = (C_1 + C_2 \theta) \cos \theta + (C_3 + C_4 \theta) \sin \theta + C_5 - \frac{R \cos \phi \theta^2}{4 F_2} \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \theta + \cos \frac{\theta_0}{2} \cos \theta \right) p \dots \dots \dots (6.2.1)$

$u = C_1 \sin \theta + C_2 (\cos \theta + \theta \sin \theta) - C_3 \cos \theta + C_4 (\sin \theta - \theta \cos \theta) + C_5 \theta + C_6 + \frac{2 F_2}{F_1} \left\{ -C_2 \cos \theta \right.$   
 $- C_4 \sin \theta + \frac{R \cos \phi}{4 F_2} \left( -\sin \frac{\theta_0}{2} \cos \theta + \cos \frac{\theta_0}{2} \sin \theta \right) p + \frac{R \cos \phi \theta}{2 F_2} \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \theta + \cos \frac{\theta_0}{2} \cos \theta \right) p \left. \right\}$   
 $- \frac{R \cos \phi}{4 F_2} \left[ \sin \frac{\theta_0}{2} \{ 2 \theta \sin \theta - (\theta^2 - 2) \cos \theta \} + \cos \frac{\theta_0}{2} \{ 2 \theta \cos \theta + (\theta^2 - 2) \sin \theta \} \right] p \dots \dots \dots (6.2.2)$

case III :  $v = (C_1 + C_2 \theta) \cos \theta + (C_3 + C_4 \theta) \sin \theta + C_5 + \frac{R \sin \phi \theta^2}{4 F_2} \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \theta + \cos \frac{\theta_0}{2} \cos \theta \right) p \dots \dots \dots (6.3.1)$

ア-チ AB

$u = C_1 \sin \theta + C_2 (\cos \theta + \theta \sin \theta) - C_3 \cos \theta + C_4 (\sin \theta - \theta \cos \theta) + C_5 \theta + C_6 + \frac{2 F_2}{F_1} \left\{ -C_2 \cos \theta \right.$   
 $- C_4 \sin \theta - \frac{R \sin \phi}{4 F_2} \left( -\sin \frac{\theta_0}{2} \cos \theta + \cos \frac{\theta_0}{2} \sin \theta \right) p - \frac{R \sin \phi \theta}{2 F_2} \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \theta + \cos \frac{\theta_0}{2} \cos \theta \right) p \left. \right\}$   
 $+ \frac{R \sin \phi}{4 F_2} \left[ \sin \frac{\theta_0}{2} \{ 2 \theta \sin \theta - (\theta^2 - 2) \cos \theta \} + \cos \frac{\theta_0}{2} \{ 2 \theta \cos \theta + (\theta^2 - 2) \sin \theta \} \right] p \dots \dots \dots (6.3.2)$

case III でア-チ  $\bar{A} \bar{B}$  に対する  $\bar{u}, \bar{v}$  は、式(6.3.1), (6.3.2) で荷重の項を  $p = -q$  ( $C_1, C_2, \dots, C_6$  は  $\bar{C}_1, \bar{C}_2, \dots, \bar{C}_6$  に) とおけばよい。

のうちから、計算に必要な式を適当に取捨選択して、つぎのように算定される。たとえば、式(3.3)に式(6.1.1)を代入すれば式(7.1.3)が、式(7.1.3)と式(5.1.4)から式(7.1.1)が、また式(7.1.1)と式(5.1.2)から式(7.1.2)が導かれる。

(7) 断面力の算定

面内変形に関連した断面力  $S_y, N, M_x$  は、式(6.1.1) ~ (6.3.2) と式(3.1)~(3.4), 式(5.1.1)~(5.3.6)

case I :  $S_y = F_2 (2 C_2 \cos \theta + 2 C_4 \sin \theta) \dots \dots \dots (7.1.1)$

$N = -R p - 2 F_2 (-C_2 \sin \theta + C_4 \cos \theta) \dots \dots \dots (7.1.2)$

$M_x = -R F_2 (-2 C_2 \sin \theta + 2 C_4 \cos \theta + C_5) \dots \dots \dots (7.1.3)$

case II :  $S_y = -F_2 \left\{ -2 C_2 \cos \theta - 2 C_4 \sin \theta - \frac{3 R \cos \phi}{2 F_2} \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \cos \theta - \cos \frac{\theta_0}{2} \sin \theta \right) p \right.$   
 $\left. + \frac{R \cos \phi \theta}{F_2} \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \theta + \cos \frac{\theta_0}{2} \cos \theta \right) p \right\} \dots \dots \dots (7.2.1)$

$N = +F_2 \left\{ 2 C_2 \sin \theta - 2 C_4 \cos \theta + \frac{3 R \cos \phi}{2 F_2} \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \theta + \cos \frac{\theta_0}{2} \cos \theta \right) p \right.$   
 $\left. + \frac{R \cos \phi \theta}{F_2} \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \cos \theta - \cos \frac{\theta_0}{2} \sin \theta \right) p \right\} \dots \dots \dots (7.2.2)$

$$M_z = -RF_2 \left\{ -2C_2 \sin \theta + 2C_4 \cos \theta + C_5 - \frac{R \cos \phi}{2F_2} \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \theta + \cos \frac{\theta_0}{2} \cos \theta \right) p \right. \\ \left. - \frac{R \cos \phi \theta}{F_2} \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \cos \theta - \cos \frac{\theta_0}{2} \sin \theta \right) p \right\} \dots \dots \dots (7.2.3)$$

case III :

アーチ AB

$$S_y = -F_2 \left\{ -2C_2 \cos \theta - 2C_4 \sin \theta + \frac{3R \sin \phi}{2F_2} \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \cos \theta - \cos \frac{\theta_0}{2} \cos \theta \right) p \right. \\ \left. - \frac{R \sin \phi \theta}{F_2} \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \theta + \cos \frac{\theta_0}{2} \cos \theta \right) p \right\} \dots \dots \dots (7.3.1)$$

$$N = F_2 \left\{ 2C_2 \sin \theta - 2C_4 \cos \theta - \frac{3R \sin \phi}{2F_2} \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \theta + \cos \frac{\theta_0}{2} \cos \theta \right) p \right. \\ \left. - \frac{R \sin \phi \theta}{F_2} \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \cos \theta - \cos \frac{\theta_0}{2} \sin \theta \right) p \right\} \dots \dots \dots (7.3.2)$$

$$M_z = -RF_2 \left\{ -2C_2 \sin \theta + 2C_4 \cos \theta + C_5 + \frac{R \sin \phi}{2F_2} \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \theta + \cos \frac{\theta_0}{2} \cos \theta \right) p \right. \\ \left. + \frac{R \sin \phi \theta}{F_2} \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \cos \theta - \cos \frac{\theta_0}{2} \sin \theta \right) p \right\} \dots \dots \dots (7.3.3)$$

case III でアーチ  $\overline{AB}$  に対する  $\overline{S}_y, \overline{N}, \overline{M}_z$  は、式 (7.3.1)~(7.3.3) で荷重の項を  $p = -q$  ( $C_1, C_2, \dots, C_6$  は  $\overline{C}_1, \overline{C}_2, \dots, \overline{C}_6$  に) とおけばよい。

(8) 積分定数の決定

境界条件として、つぎの (8.1.1)~(8.1.6) の 6 つを、それぞれ case I, case II, case III に対して考えておくこととすれば、結局表-3に示すような連立方程式を解けば、式 (6.1.1)~(6.3.2) および式 (7.1.1)~(7.3.3) に含まれる定数は決定されることとなる。

$$(v)_{\theta=0} = 0 \dots \dots \dots (8.1.1)$$

$$(M_z)_{\theta=0} = 0 \dots \dots \dots (8.1.2)$$

$$\left( \frac{dv}{ds} \right)_{\theta=\theta_0/2} = 0 \dots \dots \dots (8.1.3)$$

$$(u)_{\theta=0} = 0 \dots \dots \dots (8.1.4)$$

$$(u)_{\theta=\theta_0/2} = 0 \dots \dots \dots (8.1.5)$$

$$V + (N)_{\theta=0} \sin \frac{\theta_0}{2} - (S_y)_{\theta=0} \cos \frac{\theta_0}{2} = 0 \dots (8.1.6)$$

ここで、V は、アーチの面 I あるいは II 内で考えた

反力の鉛直上向き成分である。この条件を表にして示せば、表-3 のようになる。

ここで、解かれた積分定数を、表-4 のように示しておくこととする。

表-4

	case I ;	case III	
	case II	アーチ AB	アーチ $\overline{AB}$ ; ( $\overline{C}_i$ )
$C_1 =$	$a_{1,1}p + a_{1,2}T_1$	$a_{1,1}T_1 + a_{1,2}T_2 + a_{1,3}p$	$a_{1,1}T_1 - a_{1,2}T_2 - a_{1,3}q$
$-C_5$	$a_{2,1}p + a_{2,2}T_1$	$a_{2,1}T_1 + a_{2,2}T_2 + a_{2,3}p$	$a_{2,1}T_1 - a_{2,2}T_2 - a_{2,3}q$
$C_2$	$a_{3,1}p + a_{3,2}T_1$	$a_{3,1}T_1 + a_{3,2}T_2 + a_{3,3}p$	$a_{3,1}T_1 - a_{3,2}T_2 - a_{3,3}q$
$C_3$	$a_{4,1}p + a_{4,2}T_1$	$a_{4,1}T_1 + a_{4,2}T_2 + a_{4,3}p$	$a_{4,1}T_1 - a_{4,2}T_2 - a_{4,3}q$
$C_4$	$a_{5,1}p + a_{5,2}T_1$	$a_{5,1}T_1 + a_{5,2}T_2 + a_{5,3}p$	$a_{5,1}T_1 - a_{5,2}T_2 - a_{5,3}q$
$C_5$	$(-a_{1,1}p - a_{1,2}T_1)$	$(-a_{1,1}T_1 - a_{1,2}T_2 - a_{1,3}p)$	$(-a_{1,1}T_1 + a_{1,2}T_2 + a_{1,3}q)$
$C_6$	$a_{6,1}p + a_{6,2}T_1$	$a_{6,1}T_1 + a_{6,2}T_2 + a_{6,3}p$	$a_{6,1}T_1 - a_{6,2}T_2 - a_{6,3}q$

(9) アーチの面に垂直方向の変形に対する弾性曲線方程式の解

式 (3.1), (3.2) の関係を使い、式 (5.1.3), (5.1.5),

表-3

	左 辺					右 辺 (荷 重 項)			
	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5 = -C_1$	$C_6$	中心方向荷重	鉛直荷重	水平横荷重 case III	
						case I	case II	アーチ AB	アーチ $\overline{AB}$
(2)			2	1		0	$\frac{R \cos \phi \cos \theta_0/2}{2F_2} p$	$-\frac{R \sin \phi \cos \theta_0/2}{2F_2} p$	$\frac{R \sin \phi \cos \theta_0/2}{2F_2} q$
(3)	$\cos \frac{\theta_0}{2}$	$\cos \frac{\theta_0}{2}$	$\sin \frac{\theta_0}{2}$	$\sin \frac{\theta_0}{2}$		0	$\frac{\theta_0 R \cos \phi}{4F_2} p$	$-\frac{\theta_0 R \sin \phi}{4F_2} p$	$\frac{\theta_0 R \sin \phi}{4F_2} q$
(4)	$1 - \frac{2F_2}{F_1}$	-1	$+\frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2}$		1	0	$\frac{F_1 + F_2}{2F_1 F_2} R \cos \phi \sin \frac{\theta_0}{2} p$	$-\frac{F_1 + F_2}{2F_1 F_2} R \sin \phi \sin \frac{\theta_0}{2} p$	$\frac{F_1 + F_2}{2F_1 F_2} R \sin \phi \sin \frac{\theta_0}{2} q$
(5)	$\left(1 - \frac{2F_2}{F_1}\right) \cos$	$-\cos \frac{\theta_0}{2}$	$\left(1 - \frac{2F_2}{F_1}\right) \sin$	$\frac{\theta_0}{2} - \sin \frac{\theta_0}{2}$	1	$\frac{1}{2F_1} R \theta_0 p$	$\frac{F_1 - 2F_2}{4F_1 F_2} R \cos \phi \theta_0 p$	$-\frac{F_1 - 2F_2}{4F_1 F_2} R \sin \phi \theta_0 p$	$\frac{F_1 - 2F_2}{4F_1 F_2} R \sin \phi \theta_0 q$
(6)	$\frac{\theta_0 + \theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2}$		$\frac{\theta_0}{2} - \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2}$			$-\frac{1}{2} \sin \phi T_1$	$-\frac{1}{2} \sin \phi T_1$	$-\frac{\theta_0}{2} R \sin \phi p$	$\frac{\theta_0}{2} R \sin \phi q$
	$2F_2 \cos \frac{\theta_0}{2}$		$2F_2 \sin \frac{\theta_0}{2}$				$+\frac{\theta_0}{2} R \cos \phi p$	$-\frac{1}{2} \sin \phi T_1 + \frac{1}{2} \cos \phi T_2$	$-\frac{1}{2} \sin \phi T_1 - \frac{1}{2} \cos \phi T_2$

(5.1.6) や (5.2.3), (5.2.5), (5.2.6) および(5.3.3), (5.3.5), (5.3.6) から, つぎのような  $\varphi$  と  $w$  に関する連立微分方程式 (表-5) が得られる。

ここで,  $F_3 \equiv \frac{GJ_T}{R}$ ,  $F_4 \equiv \frac{EI_y}{R}$

結局, 変位  $w, \varphi$  はつぎの式のように求められる。ただし,  $C_1', C_2', \dots, C_6'$  を積分定数とする。

case I :  $\varphi = (C_1' + C_2' \theta) \cos \theta + (C_3' + C_4' \theta) \sin \theta$   
 ..... (9.1.1)

$$w = -C_1' R \cos \theta + C_2' R \left( -\theta \cos \theta + \frac{2F_4}{F_3 + F_4} \sin \theta \right) - C_3' R \sin \theta - C_4' R \left( \theta \sin \theta + \frac{2F_4}{F_3 + F_4} \cos \theta \right) + C_5' \theta + C_6' \dots (9.1.2)$$

case II :  $\varphi = (C_1' + C_2' \theta) \cos \theta + (C_3' + C_4' \theta) \sin \theta - \frac{F_3 + F_4}{F_3 F_4} \sin \phi R^2 p$  ..... (9.2.1)

$$w = -C_1' R \cos \theta + C_2' R \left( -\theta \cos \theta + \frac{2F_4}{F_3 + F_4} \sin \theta \right) - C_3' R \sin \theta - C_4' R \left( \theta \sin \theta + \frac{2F_4}{F_3 + F_4} \cos \theta \right) + C_5' \theta + C_6' - \frac{\sin \phi R^3 \theta^2}{2F_3} p \dots (9.2.2)$$

case III :  $\varphi = (C_1' + C_2' \theta) \cos \theta + (C_3' + C_4' \theta) \sin \theta - \frac{F_3 + F_4}{F_3 F_4} \cos \phi R^2 p$  ..... (9.3.1)

アーチ AB

$$w = -C_1' R \cos \theta + C_2' R \left( -\theta \cos \theta + \frac{2F_4}{F_3 + F_4} \sin \theta \right) - C_3' R \sin \theta - C_4' R \left( \theta \sin \theta + \frac{2F_4}{F_3 + F_4} \cos \theta \right) + C_5' \theta + C_6' - \frac{\cos \phi R^3 \theta^2}{2F_3} p \dots (9.3.2)$$

case III でアーチ  $\overline{AB}$  に対する  $\bar{\varphi}, \bar{w}$  は, 式(9.3.1), (9.3.2) で荷重の項を  $p = -q$  ( $C_1', C_2', \dots, C_6'$  は  $\bar{C}_1', \bar{C}_2', \dots, \bar{C}_6'$  に) とおけばよい。

(10) 断面力の算定

アーチの面に垂直方向の変形に関連した断面力  $M_x, M_y, S_z$  は, 式 (9.1.1)~(9.3.2) と式 (3.1)~(3.4), 式 (5.1.1)~(5.3.6) のうちで, 計算に必要な式を取捨選択してつぎのように算定される。たとえば, 式 (3.1) と式 (9.1.1), (9.1.2) から式 (10.1.1) が導かれる。

case I :  $M_x = \frac{2F_3 F_4}{F_3 + F_4} (C_2' \cos \theta + C_4' \sin \theta) + \frac{F_3}{R} C_5'$   
 ..... (10.1.1)

$$M_y = \frac{2F_3 F_4}{F_3 + F_4} (-C_2' \sin \theta + C_4' \cos \theta) \dots (10.1.2)$$

$$S_z = \frac{F_3}{R^2} C_5' \dots (10.1.3)$$

case II :  $M_x = \frac{2F_3 F_4}{F_3 + F_4} (C_2' \cos \theta + C_4' \sin \theta) + \frac{F_3}{R} C_5' - \sin \phi R^2 \theta p \dots (10.2.1)$

$$M_y = \frac{2F_3 F_4}{F_3 + F_4} (-C_2' \sin \theta + C_4' \cos \theta) - \sin \phi R^2 p \dots (10.2.2)$$

$$S_z = \frac{F_3}{R^2} C_5' - \sin \phi R \theta \cdot p \dots (10.2.3)$$

表-5

左 辺	右 辺			
	case I	case II	case III	
			アーチ AB	アーチ $\overline{AB}$
$\frac{F_3}{R} \frac{d^2 w}{d\theta^2} + F_3 \frac{d^2 \varphi}{d\theta^2} + \frac{F_4}{R} \frac{d^2 w}{d\theta^2} - F_4 \varphi$	0	0	0	0
$-\frac{F_4}{R} \frac{d^2 w}{d\theta^2} + F_4 \frac{d^2 \varphi}{d\theta^2} + \frac{F_3}{R} \frac{d^2 w}{d\theta^2} + F_3 \frac{d^2 \varphi}{d\theta^2}$	0	$-\sin \phi R^2 p$	$-\cos \phi R^2 p$	$\cos \phi R^2 p$

case III :  
 アーチ AB

$$M_x = \frac{2F_3 F_4}{F_3 + F_4} (C_2' \cos \theta + C_4' \sin \theta) + \frac{F_3}{R} C_5' - \cos \phi R^2 \theta p \dots (10.3.1)$$

$$M_y = \frac{2F_3 F_4}{F_3 + F_4} (-C_2' \sin \theta + C_4' \cos \theta) - \cos \phi R^2 p \dots (10.3.2)$$

$$S_z = \frac{F_3}{R^2} C_5' - \cos \phi R \theta p \dots (10.3.3)$$

case III でアーチ  $\overline{AB}$  に対する  $\bar{M}_x, \bar{M}_y, \bar{S}_z$  は, 式 (10.3.1)~(10.3.3) で荷重の項を  $p = -q$  ( $C_1', C_2', \dots, C_6'$  は  $\bar{C}_1', \bar{C}_2', \dots, \bar{C}_6'$  に) とおけばよい。

(11) 積分定数の決定

境界条件として, つぎの (11.1.1)~(11.1.6) の6つを, それぞれ case I, case II, case III に対して考えておくこととすれば, 結局表-6 に示すような連立方程式を解けば, 式 (9.1.1)~(9.3.2) および式 (10.1.1)~(10.3.3) に含まれる定数は決定されることとなる。

$$(w)_{\theta=0} = 0 \dots (11.1.1)$$

$$(\varphi)_{\theta=0} = 0 \dots (11.1.2)$$

$$\left( \frac{dw}{ds} \right)_{\theta=\epsilon} = 0 \dots (11.1.3)$$

$$\left( \frac{dw}{ds} \right)_{\theta=\theta_0/2} = 0 \dots (11.1.4)$$

表-6

	左 辺				右 辺 (荷 重 項)			
	C <sub>2</sub> '	C <sub>3</sub> '	C <sub>4</sub> '	C <sub>6</sub> '	中心方向荷重	鉛直荷重	水平横荷重 case III	
					case I	case II	ア - チ A B	ア - チ $\bar{A} \bar{B}$
(1)			$-\frac{2F_4}{F_3+F_4}$	$\frac{1}{R}$	0	$\frac{F_3+F_4}{F_3F_4} \sin \phi R^2 p$	$\frac{F_3+F_4}{F_3F_4} \cos \phi R^2 p$	$-\frac{F_3+F_4}{F_3F_4} \cos \phi R^2 q$
(3)	$\frac{-F_3+F_4}{F_3+F_4}$	-1			$-\frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \cos \phi T_1$	$-\frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \cos \phi T_1$	$-\frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \cos \phi T_1 - \frac{1}{2} \frac{R}{F_3}$	$-\frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \cos \phi T_1 + \frac{1}{2} \frac{R}{F_3}$
(4)	$-\cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2}$ $+\frac{2F_4}{F_3+F_4} \cos \frac{\theta_0}{2}$	$-\cos \frac{\theta_0}{2}$	$-\sin \frac{\theta_0}{2} - \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2}$ $+\frac{2F_4}{F_3+F_4} \sin \frac{\theta_0}{2}$		$-\frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \cos \phi T_1$	$-\frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \cos \phi T_1$	$-\frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \cos \phi T_1$	$-\frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \cos \phi T_1$
(6)	$\cos \frac{\theta_0}{2} \frac{2F_3F_4}{F_3+F_4}$		$\sin \frac{\theta_0}{2} \frac{2F_3F_4}{F_3+F_4}$	$\frac{m}{2} - \frac{1}{2}$	$\cos \phi RT_1$	$\frac{m}{2} - \frac{1}{2} \cos \phi RT_1$	$\frac{m}{2} - \frac{1}{2} \cos \phi RT_1$	$\frac{m}{2} - \frac{1}{2} \cos \phi RT_1$
							$-\frac{1}{2} \sin \phi RT_2$	$+\frac{1}{2} \sin \phi RT_2$

表-7

	case I	case II	case III	
			ア - チ A B	ア - チ $\bar{A} \bar{B}$ ; ( $\bar{C}_i'$ )
C <sub>1</sub> '	0	$b_{1,3}p = \frac{F_3+F_4}{F_3F_4} \sin \phi R^2 p$	$b_{1,3}p = \frac{F_3+F_4}{F_3F_4} \cos \phi R^2 p$	$-b_{1,3}q = -\frac{F_3+F_4}{F_3F_4} \cos \phi R^2 q$
C <sub>2</sub> '	$b_{2,1}m + b_{2,2}T_1$	$b_{2,1}m + b_{2,2}T_1 + b_{2,3}p$	$b_{2,1}T_1 + b_{2,2}T_2 + b_{2,3}p + b_{2,4}m$	$b_{2,1}T_1 - b_{2,2}T_2 - b_{2,3}q + b_{2,4}m$
C <sub>3</sub> '	$b_{3,1}m + b_{3,2}T_1$	$b_{3,1}m + b_{3,2}T_1 + b_{3,3}p$	$b_{3,1}T_1 + b_{3,2}T_2 + b_{3,3}p + b_{3,4}m$	$b_{3,1}T_1 - b_{3,2}T_2 - b_{3,3}q + b_{3,4}m$
C <sub>4</sub> '	$b_{4,1}m + b_{4,2}T_1$	$b_{4,1}m + b_{4,2}T_1 + b_{4,3}p$	$b_{4,1}T_1 + b_{4,2}T_2 + b_{4,3}p + b_{4,4}m$	$b_{4,1}T_1 - b_{4,2}T_2 - b_{4,3}q + b_{4,4}m$
C <sub>5</sub> '	$b_{5,2}T_1 = \frac{1}{2} \frac{R^2}{F_3} \cos \phi T_1$	$b_{5,2}T_1 + b_{5,3}p = \frac{1}{2} \frac{R^2}{F_3} \cos \phi T_1 + \frac{R^3}{F_3} \sin \phi \frac{\theta_0}{2} p$	$b_{5,1}T_1 + b_{5,2}T_2 + b_{5,3}p = \frac{1}{2} \frac{R^2}{F_3} \cos \phi T_1 + \frac{1}{2} \frac{R^2}{F_3} \sin \phi T_2 + \frac{R^3}{F_3} \cos \phi \frac{\theta_0}{2} q$	$b_{5,1}T_1 - b_{5,2}T_2 - b_{5,3}q = \frac{1}{2} \frac{R^2}{F_3} \cos \phi T_1 - \frac{1}{2} \frac{R^2}{F_3} \sin \phi T_2 - \frac{R^3}{F_3} \cos \phi \frac{\theta_0}{2} q$
C <sub>6</sub> '	$b_{6,1}m + b_{6,2}T_1$	$b_{6,1}m + b_{6,2}T_1 + b_{6,3}p$	$b_{6,1}T_1 + b_{6,2}T_2 + b_{6,3}p + b_{6,4}m$	$b_{6,1}T_1 - b_{6,2}T_2 - b_{6,3}q + b_{6,4}m$

$$(S_z)_{\theta=0} = \frac{1}{2} T_1 \cos \phi + R_z \dots\dots\dots(11.1.5)$$

$$(M_y)_{\theta=0} \sin \frac{\theta_0}{2} + (M_x)_{\theta=0} \cos \frac{\theta_0}{2} = \frac{m}{2} - \frac{T_1 \cos \phi}{2} R \left( 1 - \cos \frac{\theta_0}{2} \right) + \dots\dots(11.1.6)$$

ここに、R<sub>z</sub>は荷重(z方向分力)の総和(θ=0~θ<sub>0</sub>/2)、Σは荷重(z方向分力)の支点に対するモーメントの総和(θ=0~θ<sub>0</sub>/2)(M<sub>x</sub>と符号は一致させて考える)である。この条件を表にして示せば、表-6のようになる。

ここで、解かれた積分定数を、表-7のように示しておくこととする。

(12) 不静定量 T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub>, m の決定

以上求められた応力・変位を表わす式に含まれてい

case I :  $d_{1,1} = b_{2,1} \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + b_{3,1} \sin \frac{\theta_0}{2} + b_{4,1} \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2}$

$$d_{1,2} = b_{2,2} \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + b_{3,2} \sin \frac{\theta_0}{2} + b_{4,2} \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2}$$

$$d_{1,4} = 0, \quad d_{2,1} = b_{2,1} R \left( -\frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{2F_4}{F_3+F_4} \sin \frac{\theta_0}{2} \right) - b_{3,1} R \sin \frac{\theta_0}{2} - b_{4,1} R \left( \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} + \frac{2F_4}{F_3+F_4} \cos \frac{\theta_0}{2} \right) + b_{6,1}$$

$$d_{2,2} = b_{2,2} R \left( -\frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{2F_4}{F_3+F_4} \sin \frac{\theta_0}{2} \right) - b_{3,2} R \sin \frac{\theta_0}{2} - b_{4,2} R \left( \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} + \frac{2F_4}{F_3+F_4} \cos \frac{\theta_0}{2} \right) + b_{5,2} \frac{\theta_0}{2} + b_{6,2} - \tan \phi \left( a_{1,2} \cos \frac{\theta_0}{2} + a_{2,2} \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + a_{3,2} \sin \frac{\theta_0}{2} + a_{4,2} \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} + a_{5,2} \right)$$

る、積分定数のなかの未知量 T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub>, m は、つぎの連続条件式を考慮すれば決定される。

case I および case II

$$(\varphi)_{\theta=\theta_0/2} = 0 \dots\dots\dots(12.1.1)$$

$$(\omega)_{\theta=\theta_0/2} = \tan \phi (\nu)_{\theta=\theta_0/2} \dots\dots\dots(12.1.2)$$

case III (φ)<sub>θ=θ<sub>0</sub>/2</sub> + (φ̄)<sub>θ=θ<sub>0</sub>/2</sub> ……(12.3.1)

$$(\omega)_{\theta=\theta_0/2} + (\bar{\omega})_{\theta=\theta_0/2} = \tan \phi [(\nu)_{\theta=\theta_0/2} + (\bar{\nu})_{\theta=\theta_0/2}] \dots\dots(12.3.2)$$

$$\tan \phi [(\omega)_{\theta=\theta_0/2} - (\bar{\omega})_{\theta=\theta_0/2}] \tan \phi = (\bar{\nu})_{\theta=\theta_0/2} - (\nu)_{\theta=\theta_0/2} \dots\dots\dots(12.3.3)$$

結局 case I, case II の条件式、すなわち式 (12.3.1),

(12.3.2) を d<sub>i,1</sub>m + d<sub>i,2</sub>T<sub>1</sub> = d<sub>i,4</sub>p, (i=1, 2) のように整理すれば、各係数はつぎのようになる。

$$d_{2,4} = \tan \phi \left( a_{1,1} \cos \frac{\theta_0}{2} + a_{2,1} \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + a_{3,1} \sin \frac{\theta_0}{2} + a_{4,1} \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} + a_{5,1} \right)$$

case II :  $d_{1,1} = b_{2,1} \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + b_{3,1} \sin \frac{\theta_0}{2} + b_{4,1} \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2}$

$$d_{1,2} = b_{2,2} \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + b_{3,2} \sin \frac{\theta_0}{2} + b_{4,2} \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2}$$

$$d_{1,4} = \frac{F_3 + F_4}{F_3 F_4} \sin \phi R^2 \left( 1 - \cos \frac{\theta_0}{2} \right) - b_{2,3} \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} - b_{3,3} \sin \frac{\theta_0}{2} - b_{4,3} \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2}$$

$$d_{2,1} = b_{2,1} R \left( -\frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{2 F_4}{F_3 + F_4} \sin \frac{\theta_0}{2} \right) - b_{3,1} R \sin \frac{\theta_0}{2} - b_{4,1} R \left( \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} + \frac{2 F_4}{F_3 + F_4} \cos \frac{\theta_0}{2} \right) + b_{6,1}$$

$$d_{2,2} = b_{2,2} R \left( -\frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{2 F_4}{F_3 + F_4} \sin \frac{\theta_0}{2} \right) - b_{3,2} R \sin \frac{\theta_0}{2} - b_{4,2} R \left( \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} + \frac{2 F_4}{F_3 + F_4} \cos \frac{\theta_0}{2} \right) + b_{5,2} \frac{\theta_0}{2} + b_{6,2} - \tan \phi \left( a_{1,2} \cos \frac{\theta_0}{2} + a_{2,2} \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + a_{3,2} \sin \frac{\theta_0}{2} + a_{4,2} \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} + a_{5,2} \right)$$

$$d_{2,4} = b_{1,3} R \cos \frac{\theta_0}{2} - b_{2,3} R \left( -\frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{2 F_4}{F_3 + F_4} \sin \frac{\theta_0}{2} \right) + b_{3,3} R \sin \frac{\theta_0}{2} + b_{4,3} R \left( \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} + \frac{2 F_4}{F_3 + F_4} \cos \frac{\theta_0}{2} \right)$$

$$- \frac{R^3}{2 F_3} \sin \phi \left( \frac{\theta_0}{2} \right)^2 - b_{5,3} + \tan \phi \left\{ a_{1,1} \cos \frac{\theta_0}{2} + a_{2,1} \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + a_{3,1} \sin \frac{\theta_0}{2} + a_{4,1} \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} + a_{5,1} - \frac{1}{4} \left( \frac{\theta_0}{2} \right)^2 \frac{R \cos \phi}{F_2} \right\}$$

また、case III の条件式を、 $d_{i,1} m + d_{i,2} T_1 = d_{i,4} (p - q)$ , ( $i = 1, 2$ ) および  $d_{3,3} T_2 = d_{3,4} (p + q)$  のように整理すれば、各係数はつぎのようになる。

case III :  $d_{1,1} = 2 b_{2,4} \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + 2 b_{3,4} \sin \frac{\theta_0}{2} + 2 b_{4,4} \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2}$

$$d_{1,2} = 2 b_{2,1} \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + 2 b_{3,1} \sin \frac{\theta_0}{2} + 2 b_{4,1} \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2}$$

$$d_{1,4} = -b_{1,3} \cos \frac{\theta_0}{2} - b_{2,3} \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} - b_{3,3} \sin \frac{\theta_0}{2} - b_{4,3} \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} + b_{1,3}$$

$$d_{2,1} = 2 b_{2,4} R \left( -\frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{2 F_4}{F_3 + F_4} \sin \frac{\theta_0}{2} \right) - 2 b_{3,4} R \sin \frac{\theta_0}{2} - 2 b_{4,4} R \left( \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} + \frac{2 F_4}{F_3 + F_4} \cos \frac{\theta_0}{2} \right) + 2 b_{6,4}$$

$$d_{2,2} = 2 b_{2,1} R \left( -\frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{2 F_4}{F_3 + F_4} \sin \frac{\theta_0}{2} \right) - 2 b_{3,1} R \sin \frac{\theta_0}{2} - 2 b_{4,1} R \left( \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} + \frac{2 F_4}{F_3 + F_4} \cos \frac{\theta_0}{2} \right) + 2 b_{5,1} \frac{\theta_0}{2} + 2 b_{6,1} - \tan \phi \left( 2 a_{1,1} \cos \frac{\theta_0}{2} + 2 a_{2,1} \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + 2 a_{3,1} \sin \frac{\theta_0}{2} + 2 a_{4,1} \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} - 2 a_{1,1} \right)$$

$$d_{2,4} = b_{1,3} R \cos \frac{\theta_0}{2} - b_{2,3} R \left( -\frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{2 F_4}{F_3 + F_4} \sin \frac{\theta_0}{2} \right) + b_{3,3} R \sin \frac{\theta_0}{2} + b_{4,3} R \left( \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} + \frac{2 F_4}{F_3 + F_4} \cos \frac{\theta_0}{2} \right)$$

$$+ \frac{\cos \phi R^3}{2 F_3} \left( \frac{\theta_0}{2} \right)^2 - b_{5,3} \frac{\theta_0}{2} - b_{6,3} + \tan \phi \left\{ a_{1,3} \cos \frac{\theta_0}{2} + a_{2,3} \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + a_{3,3} \sin \frac{\theta_0}{2} + a_{4,3} \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} - a_{1,3} + \frac{R \sin \phi (\theta_0/2)^2}{4 F_2} \right\}$$

$$d_{3,3} = \tan \phi \left\{ 2 b_{2,2} R \left( -\frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{2 F_4}{F_3 + F_4} \sin \frac{\theta_0}{2} \right) - 2 b_{3,2} R \sin \frac{\theta_0}{2} - 2 b_{4,2} R \left( \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} + \frac{2 F_4}{F_3 + F_4} \cos \frac{\theta_0}{2} \right) \right.$$

$$\left. + 2 b_{5,2} \frac{\theta_0}{2} + 2 b_{6,2} \right\} + 2 a_{1,2} \cos \frac{\theta_0}{2} + 2 a_{2,2} \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + 2 a_{3,2} \sin \frac{\theta_0}{2} + 2 a_{4,2} \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} - 2 a_{1,2}$$

$$d_{3,4} = -\tan \phi \left\{ -b_{1,3} R \cos \frac{\theta_0}{2} + b_{2,3} R \left( -\frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{2 F_4}{F_3 + F_4} \sin \frac{\theta_0}{2} \right) - b_{3,3} R \sin \frac{\theta_0}{2} \right.$$

$$\left. - b_{4,3} R \left( \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} + \frac{2 F_4}{F_3 + F_4} \cos \frac{\theta_0}{2} \right) - \frac{\cos \phi R^3}{2 F_3} \left( \frac{\theta_0}{2} \right)^2 + b_{5,3} \frac{\theta_0}{2} + b_{6,3} \right\} - a_{1,3} \cos \frac{\theta_0}{2}$$

$$- a_{2,3} \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} - a_{3,3} \sin \frac{\theta_0}{2} - a_{4,3} \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} + a_{1,3} - \frac{R \sin \phi (\theta_0/2)^2}{4 F_2}$$

### 3. 数値計算およびその考察

以上の基本式の数値計算例およびその計算結果の考察のために、case I, case II, case III それぞれに対して、

$t/D = 1/50, 1/75, 1/100$  ( $D$ : パイプの直径,  $t$ : パイプの肉厚), また  $f/l = 1/6, 1/8, 1/10$  ( $l$ : 支間,  $f$ : ライズ) を考え, かつ  $D$  として, 50 cm, 75 cm, 100 cm を,  $l$  として 60 m, 80 m, 100 m, 120 m を考え, なおさら

に、 $\phi=0^\circ, 5^\circ, 15^\circ, 25^\circ, 35^\circ, 45^\circ$  をとり、以上の各種組合せに対して、まず  $m, T_1$  および  $T_2$  を決定した。それからさらに断面力としては  $(M_x)_{\theta=0, \theta_0/2}, (M_y)_{\theta=0, \theta_0/2}, (M_z)_{\theta=\theta_0/2}$  を、また変位としては、 $\theta=\theta_0/2, \theta_0/4$  の鉛直変位  $\delta_V$  を、ただし、水平横荷重の場合は  $\theta=\theta_0/2$  の水平変位  $\delta_H$  を、電子計算機を使用して計算した。つぎにその結果の一部を図-8~31 と表-8~12 に示し、さらに計算結果に対して、二、三の一般的考察も加える。なお  $\theta=l/4$  の断面(スパン  $l$  の  $1/4$  断面のことを表わし、以下の記述でも同じことを意味する。なお  $l/4$  はこの論文での計算ではもちろん角度に換算しておく必要がある)の応力に関しても若干考察している。

(1) 中心方向荷重載荷の場合

① 計算結果より一般的にみて、 $D, t, (t/D), f/l, \phi$  を一定にすれば、 $l$  の変化は  $T_1$  および変位にのみ影響して、 $m, (M_x)_{\theta=0, \theta_0/2}, (M_y)_{\theta=0, \theta_0/2}, (M_z)_{\theta=\theta_0/2}$  には、ほとんど変化をおよぼさない。その一例を表-8 に示している。

②  $D, f/l, \phi$  を一定にして考えれば、 $t/D$  の変化すなわち肉厚の変化は、変位をのぞいて、 $m, T_1, (M_x)_{\theta=0, \theta_0/2}, (M_y)_{\theta=0, \theta_0/2}, (M_z)_{\theta=\theta_0/2}$  におよぼす変化はわずかであり、この結果は ① の結果とも関連した考察もできる。この一例を表-9 に示す(表-8 の一部も参照)。

③ つぎに図-8~14 に示す図表は断面力や変位の値に対する  $\phi$  の変化の影響に着目して示したものである。ここでも計算結果の一部として、図-8~13 までは  $l=120\text{ m}, t/D=1/50$  に限定し、 $\phi$  の影響を例示するため、 $D=50\text{ cm}, 75\text{ cm}, 100\text{ cm}$  と  $l/f=1/6, 1/8, 1/10$  とを組み合わせて計算した結果を示している。なお図-14 は、 $l=120\text{ m}, D=100\text{ cm}$  に限定し、 $\phi$  の影響と、とくに各  $f/l$  に対するパイプの肉厚  $t$  の変化 ( $t/D=1/50, 1/75, 1/100$ ) の影響にも着目した図表である。

④ アーチ部材において、とくに剛節部の関係からも問題となる  $\theta=\theta_0/2$  での  $M_y, M_z$  の値を比較検討してみると、一般的に、どちらが支配的な大きさを示すか

図-8  $l=120\text{ m}, t/D=1/50$  の  $m, \text{kg-cm}$  (case I)

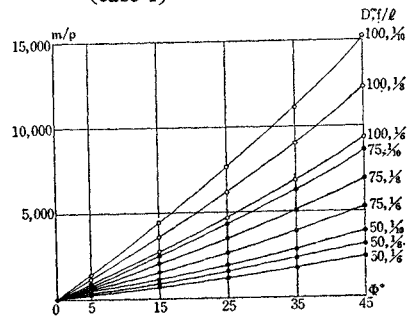


表-8  $D=100\text{ cm}, t/D=1/50$  の断面力, 変位 (case I), ( $t$  の変化に着目)

$f/l$	$\phi$ ( $^\circ$ )	$l$ (m)	$f$ (m)	$R$ (m)	$m$ (kg-cm)	$T_1$ (kg)	$(M_x)_{\theta=0, \theta_0/2}$ (kg-cm)	$(M_y)_{\theta=0} = -(M_y)_{\theta=\theta_0/2}$ (kg-cm)	$(M_z)_{\theta=\theta_0/2}$ (kg-cm)	$(\delta_V)_{\theta=\theta_0/4}$ (cm)	$(\delta_V)_{\theta=\theta_0/2}$ (cm)
1/6	5	60	10	50	893.79 p	2.9772 p	446.89 p	-2 322.6 p	8 989.9 p	0.0212 19 p	0.0302 93 p
		100	16.67	83.33	894.79	1.7883	447.39	-2 325.2	9 000.1	0.0590 08	0.0842 43
		120	20	100	894.96	1.4905	447.48	-2 325.6	9 001.8	0.0849 88	0.1213 33
	15	60	10	50	2 718.9	9.3407	1 359.4	-7 065.5	8 218.7	0.0215 45	0.0310 32
		100	16.67	83.33	2 722.9	5.6126	1 361.4	-7 075.8	8 230.7	0.0599 35	0.0863 26
		120	20	100	2 723.6	4.6783	1 361.8	-7 077.6	8 232.8	0.0863 28	0.1243 41
1/10	5	60	6	78	1 457.8	8.2039	728.91	-6 228.9	26 724	0.0518 95	0.0733 58
		100	10	130	1 463.2	4.9406	731.62	-6 252.1	26 824	0.1446 91	0.2045 3
		120	12	156	1 464.1	4.1198	732.09	-6 256.1	26 841	0.2084 8	0.2947 1
	15	60	6	78	4 431.0	25.717	2 215.5	-18 932	24 676	0.0526 29	0.0750 85
		100	10	130	4 451.8	15.502	2 225.9	-19 021	24 791	0.1468 7	0.2095 4
		120	12	156	4 455.4	12.929	2 227.7	-19 037	24 811	0.2116 7	0.3019 9

表-9 断面力, 変位 (case I), ( $t/D$  の変化に着目)

$D$ (cm)	$t/D$	$f/l$	$\phi$ ( $^\circ$ )	$l$ (m)	$f$ (m)	$R$ (m)	$m$ (kg-cm)	$T_1$ (kg)	$(M_x)_{\theta=0, \theta_0/2}$ (kg-cm)	$(M_y)_{\theta=0} = -(M_y)_{\theta=\theta_0/2}$ (kg-cm)	$(M_z)_{\theta=\theta_0/2}$ (kg-cm)	$(\delta_V)_{\theta=\theta_0/2}$ (cm)
100	1/75	1/6	5	60	10	50	905.75 p	3.0171 p	452.87 p	-2 353.7 p	9 110.3 p	0.0451 32 p
				120	20	100	906.97	1.5105	453.48	-2 356.8	9 122.5	0.1807 69
	1/100	1/6	5	60	10	50	911.80	3.0372	455.90	-2 369.4	9 171.1	0.0599 72
				120	20	100	913.03	1.5206	456.51	-2 372.6	9 183.5	0.2402 1
75	1/50	1/8	5	120	15	127.5	663.25	1.4863	331.62	-2 277.0	9 461.2	0.3504 2
	672.14						1.5063	336.07	-2 307.5	9 588.1	0.5220 8	
	676.63						1.5163	338.31	-2 322.9	9 652.2	0.6937 6	
50	1/50	1/10	5	120	12	156	366.44	1.0310	183.22	-1 565.7	6 717.6	1.1801 5
	371.36						1.0449	185.68	-1 586.7	6 807.7	1.7582	
	373.84						1.0519	186.92	-1 597.3	6 853.2	2.3364	



図-9  $l=120\text{ m}$ ,  $t/D=1/50$  の  $T_1$ , kg  
(case I)

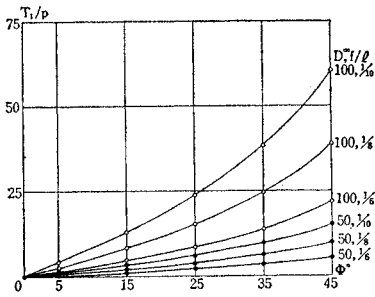


図-10  $l=120\text{ m}$ ,  $t/D=1/50$  の  $(M_x)_{\theta=0, \theta_0/2}$ , kg-cm (case I)

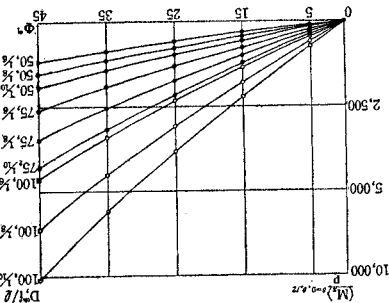


図-11  $l=120\text{ m}$ ,  $t/D=1/50$  の  $(M_y)_{\theta=0, \theta_0/2}$ , kg-cm (case I)

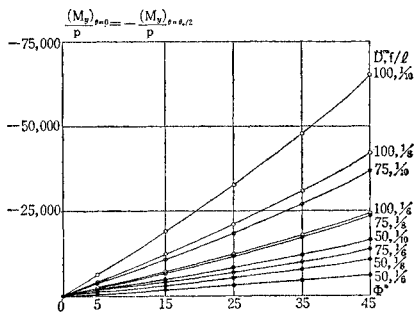
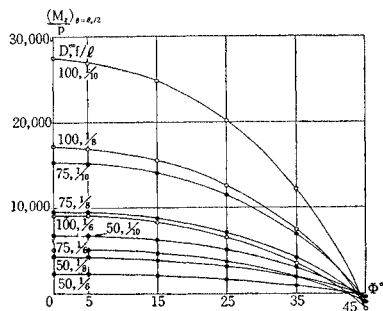


図-12  $l=120\text{ m}$ ,  $t/D=1/50$  の  $(M_z)_{\theta=\theta_0/2}$ , kg-cm (case I)



は、パラメーター  $D$ ,  $f/l$ ,  $t$ ,  $l$  に影響なく、 $\phi$  のみが問題となって、約  $\phi=20^\circ$  を境にして、これより小さければ、 $M_z$  が  $M_y$  より、つねに支配的であるが、 $20^\circ$  を越せば  $M_y$  の方が  $M_z$  より、つねに支配的断面力となる。

図-13  $l=120\text{ m}$ ,  $t/D=1/50$  の  $(\delta_v)_{\theta=\theta_0/2}$ , cm (case I)

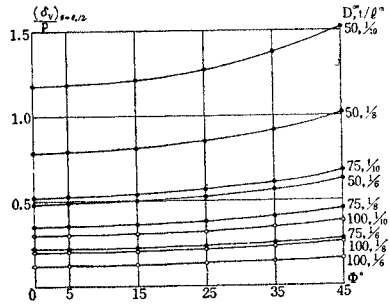
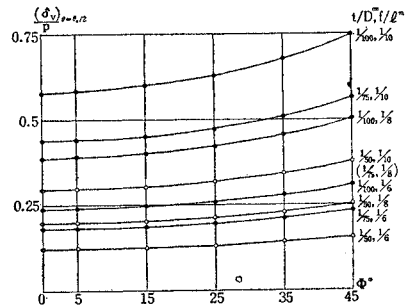


図-14  $l=120\text{ m}$ ,  $D=100\text{ cm}$  の  $(\delta_v)_{\theta=\theta_0/2}$ , cm (case I)



る。

(2) 鉛直方向荷重載荷の場合

数値計算の結果より、つぎのようなことが考察できる。

① 一般的に  $D$ ,  $f/l$ ,  $\phi$ ,  $l$  を一定にして考えれば、 $t/D$  の変化すなわち  $t$  の変化は、変形には影響するが、 $m$ ,  $T_1$ ,  $(M_x)_{\theta=0, \theta_0/2}$ ,  $(M_y)_{\theta=0, \theta_0/2}$ ,  $(M_z)_{\theta=\theta_0/2}$  には影響を、ほとんどおよぼさない。一例を表-10 に示した。

② 同じようなこと、すなわち、 $t/D$ ,  $f/l$ ,  $\phi$ ,  $l$  を一定にすれば、 $D$  の変化は、算定した断面力のうちで、 $(M_y)_{\theta=0, \theta_0/2}$ ,  $(M_z)_{\theta=\theta_0/2}$  には、ほとんど影響がない。一例を表-11 に示した。

なお表-11 では  $\phi$  に着目して、 $\phi$  だけの变化による、各断面力の値の変化のようすも一例としてわかる。

③ つぎに図-15~21 は、主として  $\phi$  の変化による、変位や断面力の変化を示すために、計算結果より、その一部を例示したものである。とくに表-11 に示した数値にも関連させて、図表をかいている。図-15~20 は  $t/D$  は  $1/100$  に限定し、 $D$ ,  $f/l$  そして  $l$  を各種組み合わせ、それぞれ  $\phi$  の変化による、断面力、変位の変化をグラフにしている。図-21 は  $D=100\text{ cm}$ ,  $l=120\text{ m}$  に限定し、 $t/D$ ,  $f/l$  の各種組み合わせに対して、スパン中央での鉛直変位を、 $\phi$  の変化と関連させて例示している。

④ とくに、 $M_y$ ,  $M_z$  の  $\theta=l/2$  と  $l/4$  の断面での比較をすると、 $(M_y)_{\theta=l/4}/(M_y)_{\theta=l/2}$  は一般的に、およそ

表-10 断面力 (case II), (とくに  $t/D$  の変化に着目)

$D$ (cm)	$t/D$	$f/l$	$\phi$ (°)	$l$ (m)	$m$ (kg-cm)	$T_1$ (kg)	$(M_x)_{\theta=0}$ (kg-cm)	$(M_y)_{\theta=0}$ (kg-cm)	$(M_x)_{\theta=\theta_0/2}$ (kg-cm)	$(M_y)_{\theta=\theta_0/2}$ (kg-cm)	$(M_z)_{\theta=\theta_0/2}$ (kg-cm)
50	1/50	1/6	5	80	212.92 $p$	-371.46 $p$	1438.2 $p$	-14 0612 $p$	106.46 $p$	-13 2584 $p$	10 7607 $p$
			15		3408.4	-1130.5	5659.0	-42 4779	1704.24	-38 6510	22 8144
	1/100	1/6	5	217.41	-371.45	1440.4	-14 0624	108.70	-13 2572	10 7652	
			15	3422.3	-1130.4	5666.0	-42 4815	1711.19	-38 6474	22 8186	
75	1/50	1/6	5	100	485.37	-464.02	2323.5	-22 0103	242.68	-20 6766	16 9671
			15		5798.7	-1412.1	9078.8	-66 4946	2899.3	-60 2693	35 7905
	1/100	1/6	5	495.45	-464.00	2328.6	-22 0130	247.72	-20 6740	16 9773	
			15	5829.9	-1412.1	9094.4	-66 5028	2914.9	-60 2611	35 7999	
100	1/50	1/6	5	60	882.07	-276.06	1190.1	-8 1075	441.03	-7 2597	6 8196
				120	867.67	-556.55	3430.3	-31 7388	433.83	-29 7304	24 6024
			15	60	4277.7	-839.78	4363.4	-24 5072	2138.8	-21 1278	13 5466
				120	8872.8	-1693.73	1 3334	-95 8881	4436.4	-86 6519	51 6963
	1/100	1/6	5	60	899.95	-276.00	1199.1	-8 1121	449.97	-7 2551	6 8376
				120	885.60	-556.52	3439.2	-31 7434	442.80	-29 7258	24 6205
			15	60	4333.0	-839.59	4391.1	-24 5216	2166.5	-21 1134	13 5633
				120	8928.3	-1693.63	1 3362	-95 9026	4464.1	-86 6375	51 7131

表-11  $l=120$  m の断面力 (case II), (とくに  $D$  の変化に着目)

$D$ (cm)	$t/D$	$f/l$	$t$ (cm)	$\phi$ (°)	$m$ (kg-cm)	$T_1$ (kg)	$(M_x)_{\theta=0}$ (kg-cm)	$(M_y)_{\theta=0}$ (kg-cm)	$(M_x)_{\theta=\theta_0/2}$ (kg-cm)	$(M_y)_{\theta=\theta_0/2}$ (kg-cm)	$(M_z)_{\theta=\theta_0/2}$ (kg-cm)
75	1/100	1/6	0.75	5	489.17 $p$	-557.18	3241.0 $p$	-31 6404 $p$	244.58 $p$	-29 8288 $p$	24 2217 $p$
				15	7700.3	-1695.7	1 2748	-95 5835	3850.1	-86 9566	51 3419
	1/100	1/8	0.75	5	740.39	-542.05	1630.4	-29 3962	370.19	-28 0225	15 3284
				15	6687.5	-1649.7	7086.3	-88 8367	3343.7	-81 6752	41 0935
	1/100	1/10	0.75	5	907.86	-534.45	1097.6	-28 4442	453.93	-27 1183	11 7017
				15	6237.5	-1626.5	5030.3	-85 9816	3118.7	-79 0178	36 8240
100	1/100	1/6	1.0	5	885.6	-556.52	3439.2	-31 7434	442.80	-29 7258	24 6205
				15	8928.3	-1693.6	1 3362	-95 9026	4464.1	-86 6375	51 7131
	1/100	1/8	1.0	5	1264.3	-540.87	1892.4	-29 5761	632.19	-27 8427	16 0759
				15	8310.2	-1646.0	7897.6	-89 3938	4155.1	-81 1181	41 7944
	1/100	1/10	1.0	5	1559.8	-532.61	1423.6	-28 7228	779.91	-26 8397	12 8969
				15	8256.2	-1620.7	6039.6	-86 8441	4128.1	-78 1553	37 9482

図-15  $t/D=1/100$  の  $m$ , kg-cm (case II)

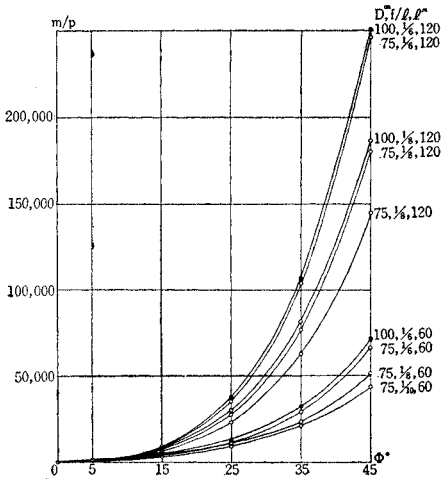
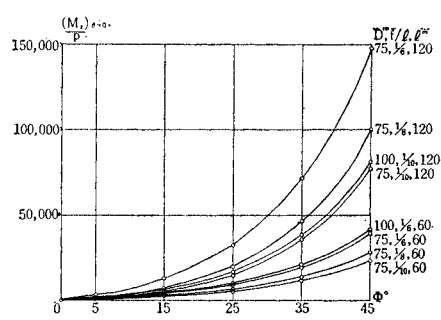


図-16  $t/D=1/100$  ( $M_x)_{\theta=0}$ , kg-cm (case II)



0.5~0.7 の値をとり、 $\phi$  に着目すれば、 $\phi$  が増すにしたがって、0.5から0.7と変化する。 $(M_x)_{\theta=1/4}/(M_x)_{\theta=1/2}$  は一般的に、およそ0.2~0.4の値をとる (図-22 参

照)。以上のことは、 $\phi$  が0の通常のアーチの場合は、 $M_y$  は  $\theta=l/2, l/4$  で0であり、一方  $M_z$  は  $\theta=l/2$  では0であり、 $\theta=l/4$  ではある値を有するが、この場合テーパのついたアーチでは、その頂点、始点がとくに問題となることを示している。

⑤  $\theta=l/2$  での  $M_y$  と  $M_z$  の値を比較検討してみると、どちらが支配的断面力かは、一般に、パラメーター

図-17  $t/D=1/100$  の  $(M_x)_{\theta=\theta_0/2}$ , kg-cm (case II)

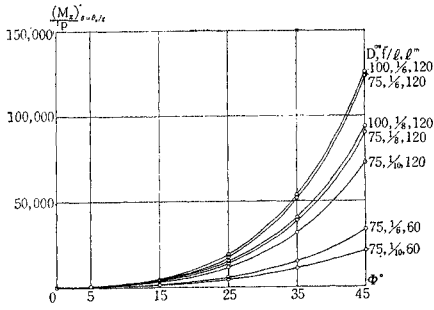


図-18  $t/D=1/100$  の  $(M_x)_{\theta=\theta_0/2}$ , kg-cm (case II)

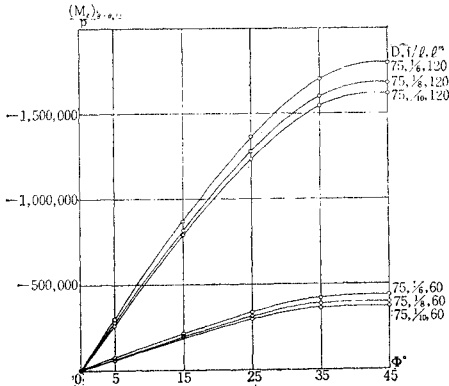


図-19  $t/D=1/100$  の  $(M_x)_{\theta=\theta_0/2}$ , kg-cm (case II)

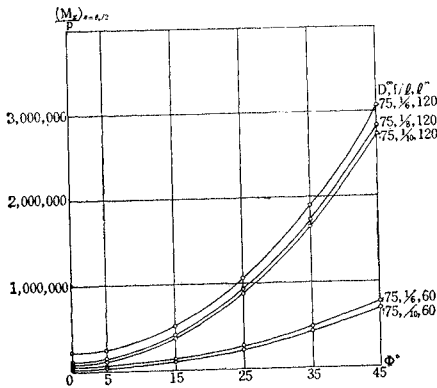


図-20  $t/D=1/100$  の  $(\delta_V)_{\theta=\theta_0/2}$ , cm (case II)

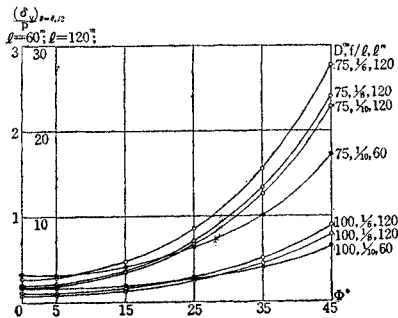


図-21  $D=100$  cm,  $l=120$  m の  $(\delta_V)_{\theta=\theta_0/2}$ , cm (case II)

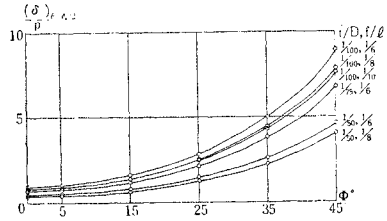
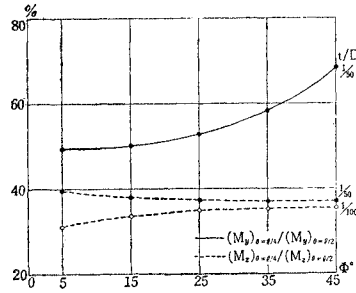


図-22  $l=60$  m,  $D=50$  cm,  $f/l=1/6$  の  $(M_y)_{\theta=1/4}$ ,  $(M_x)_{\theta=1/4}$ ,  $(M_y)_{\theta=1/2}$ ,  $(M_x)_{\theta=1/2}$  (case II)



$\phi$  のみに関係し,  $D, f/l, t, l$  には関係しない。すなわち,  $\phi=0$  の近傍では  $M_x$  が  $M_y$  より大きい, およそ  $\phi=5^\circ$  より  $30^\circ$  までは  $M_y$  が  $M_x$  より支配的となり,  $\phi=30^\circ$  を越せば,  $M_x$  が  $M_y$  より支配的断面力となる。

(3) 水平横荷重載荷の場合

計算結果からは, およそつぎのようなことが, 考察される。なお表-12 や 図-23~31 で,  $p, q$  に関連した単位で示す事項は, それぞれアーチ  $AB$  に  $p$  荷重のみ, またあるいはアーチ  $\bar{A}\bar{B}$  に  $q$  荷重のみ載荷した場合の断面力, 変位を示す。

① 一般的に  $D, f/l, \phi, l$  が一定ならば,  $t/D$  の変化すなわち肉厚の変化は, 変位をのぞいて,  $T_1, m, (M_x)_{\theta=0, \theta_0/2}, (M_y)_{\theta=0, \theta_0/2}$  には, ほとんど影響せず,  $T_2, (M_x)_{\theta=\theta_0/2}$  に対しても, ごくわずかの影響しか与えない。一例として,  $t/D=1/50$  のときの各種の値を表-12 に示している。なおこの表によっても,  $\phi$  の変化による影響, とくに水平変位の,  $\phi$  の増すことによる減小が注目できる。

② また  $t/D, f/l, D$  を一定にして, とくに  $\phi$  の変化に対する断面力の影響に着目し, かつ  $l$  の変化とも関連させて考察したのが, 図-23~27 で, ここでは  $t/D=1/50, f/l=1/6, D=50$  cm として,  $\phi, l$  を変化させて, 断面力を求めている。また同じような考えで, スパン中央での水平・鉛直変位を求めたのが, 図-28, 29 である。

③ 図-30 は, とくに  $f/l=1/6$  にとり,  $D$  を一定にして  $t/D$  を変化させる, すなわち  $D=100$  cm で  $t$  を 2 cm, 1.33 cm, 1 cm と変えてとったときの,  $(\delta_H)_{\theta=\theta_0/2}$  の変化を  $\phi$  の変化とも関連させて示した。

図-23  $t/D=1/50, f/l=1/6, D=50\text{ cm}$  の  $T_1, \text{ kg}, T_2, \text{ kg}$  (case III)

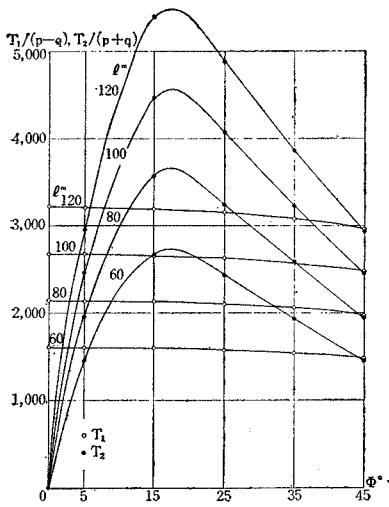


図-24  $t/D=1/50, f/l=1/6, D=50\text{ cm}$  の  $m, \text{ kg-cm}, (M_x)_{\theta=\theta_0/2}, \text{ kg-cm}$  (case III)

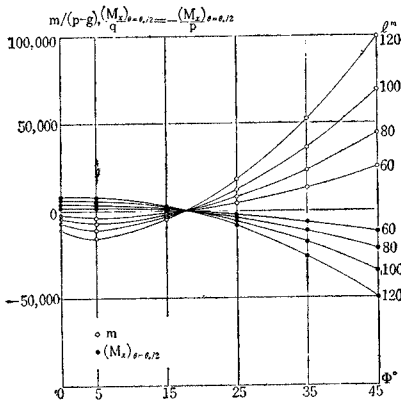


図-25  $t/D=1/50, f/l=1/6, D=50\text{ cm}$  の  $(M_x)_{\theta=0}, \text{ kg-cm}$  (case III)

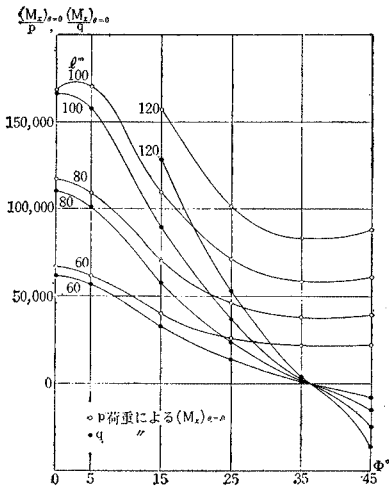


図-26  $t/D=1/50, f/l=1/6, D=50\text{ cm}$  の  $(M_y)_{\theta=\theta_0/2}, \text{ kg-cm}$  (case III)

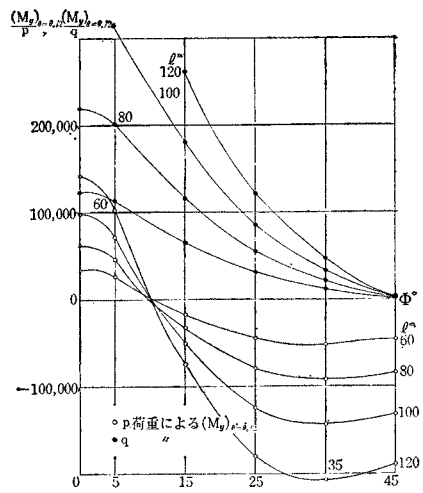
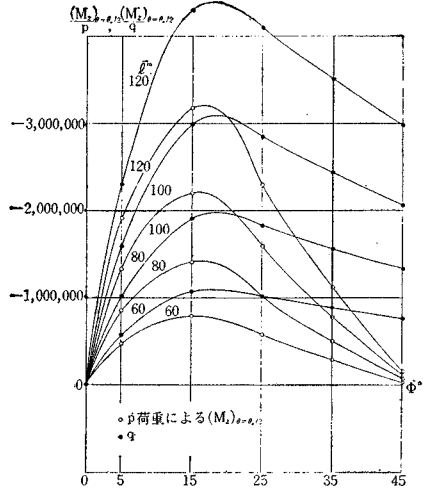


図-27  $t/D=1/50, f/l=1/6, D=50\text{ cm}$  の  $(M_z)_{\theta=\theta_0/2}, \text{ kg-cm}$  (case III)



④ つぎに、 $l, D, t$  を一定にとり、 $f/l$  を変化させたときの、 $(\delta_H)_{\theta=\theta_0/2}$  の値の変化をみると、その一例としては、図-31 に示すごとく、 $1/8, 1/9, 1/10$  として行くと、その値はかなり大きくなっている。なお  $1/7, 1/8$  のときは、 $\phi$  の増加による水平変位への好影響はない。しかし、またさらに  $1/9, 1/10$  にとって行けば、 $\phi$

$D$ (cm)	$t$ (cm)	$\phi$ (°)	$l$ (m)	$f$ (m)	$R_c$ (m)	$T_1$ (kg)	$m$ (kg-cm)
50	1.0	5	60	10	50	-1607.6	-3952.8
			80	13.33	66.67	-2143.5	-7025.7
		15	60	10	50	-1598.5	-1182.1
			80	13.33	66.67	-2131.3	-2087.3
100	2.0	5	60	10	50	-1607.6	-3958.8
			80	13.33	66.67	-2143.5	-7031.7
		15	60	10	50	-1598.7	-1237.2
			80	13.33	66.67	-2131.5	-2142.4

図-28  $t/D=1/50, f/l=1/6$  の  $(\delta_V)_{\theta=\theta_0/2}$ , cm (case III)

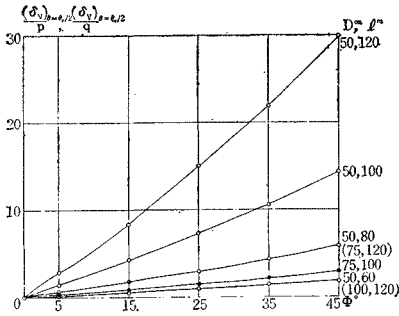
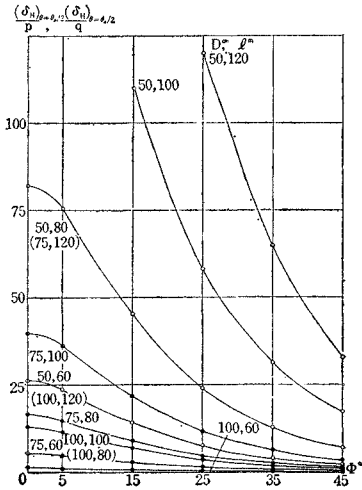


図-29  $t/D=1/50, f/l=1/6$  の  $(\delta_H)_{\theta=\theta_0/2}$ , cm (case III)



の増加による効果は期待できることがわかる。とくに計算結果からみて、 $f/l$  の値が、一般的に  $1/7$  付近では、 $\phi$  の増加は、もっとも水平変位の増加をとまうと判断される。この傾向は、 $l=60$  m,  $D=100$  cm,  $t=2$  cm に、限定せず、さきに述べた、 $l, D, t$  を一定にとれば、一般的なものである。これらのことは、 $T_1, m, T_2$  の計算結果からみても、その符号も正や負を、 $l, D, t, f, \phi$  の特定な値により、種々変化し、このことからひいて、 $\delta_H$  に対しアーチは互いに、曲げ剛性かまたはねじり剛性かが、場合に応じてまさって作用し合うためと思われる。

⑤ アーチ  $AB, \bar{A}\bar{B}$  に  $p$  と  $q=p$  が同時に満載さ

表-12  $f/l=1/6, t/D=1/50$  の断面力、変位 (case III)

$T_2$ (kg)	$(M_x)_{\theta=0}$ (kg-cm)	$(M_x)_{\theta=0}$ (kg-cm)	$(M_x)_{\theta=\theta_0/2}$ (kg-cm)	$(M_y)_{\theta=\theta_0/2}$ (kg-cm)	$(M_y)_{\theta=\theta_0/2}$ (kg-cm)	$(M_z)_{\theta=\theta_0/2}$ (kg-cm)	$(M_z)_{\theta=\theta_0/2}$ (kg-cm)	$(\delta_V)_{\theta=\theta_0/2}$ (cm)	$(\delta_H)_{\theta=\theta_0/2}$ (cm)
$(p+q)$	$p$	$q$	$p$ or $-q$	$p$	$q$	$p$	$q$	$p$ or $-q$	$p$ or $q$
-1456.6	6 1308	5 6698	-1976.4	+26 0420	113 6960	-47 0967	-56 6025	0.1781 6	23.870
-1960.5	10 8913	10 0716	-3512.8	+46 1323	201 9607	-84 5257	-101 4281	0.5645 9	75.379
-2670.0	3 9505	3 2384	-591.08	-17 8454	65 7676	-78 3982	-106 4592	0.5422 0	14.384
-3581.6	6 9959	5 7286	-1043.6	-32 2965	116 3414	-140 2257	-190 1207	1.7182 8	45.240
-1367.8	6 1595	5 6991	-1979.4	+26 6368	114 2938	-44 2140	-53 7079	0.0109 33	1.4997
-1891.2	10 9212	10 1021	-3515.8	+46 7523	202 5838	-81 5205	-98 4109	0.0349 27	4.7257
-2563.2	4 0512	3 3446	-618.60	-15 7292	67 9123	-75 2456	-103 2734	0.0332 60	0.9278 7
-3499.4	7 0993	5 8375	-1071.2	-30 1252	118 5413	-136 9912	-186 8529	0.1062 7	2.8801

れたとき、 $M_y, M_z$  の  $\theta=l/2$  と  $l/4$  の断面での値を比較してみると、 $(M_y)_{\theta=l/4}/(M_y)_{\theta=l/2}, (M_z)_{\theta=l/4}/(M_z)_{\theta=l/2}$  の値には、とくに  $f/l$  の影響が大きく、前者は  $f/l=1/6$  で  $\phi=25^\circ$  の近傍では 3~5 と大きな値を示すが、 $f/l=1/8, 1/10$  となれば、逆に非常に小さくなり 0.01, ぐらいの値となる。後者も  $f/l$  に、とくに影響される

図-30  $f/l=1/6, D=100$  cm の  $(\delta_H)_{\theta=\theta_0/2}$ , cm (case III)

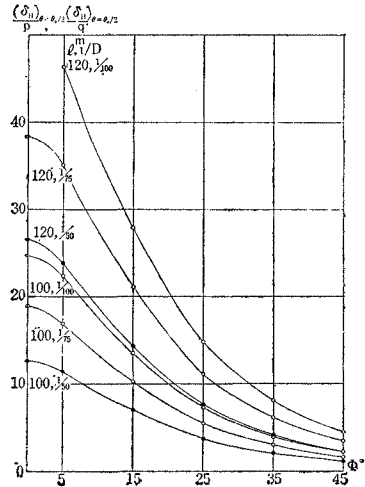
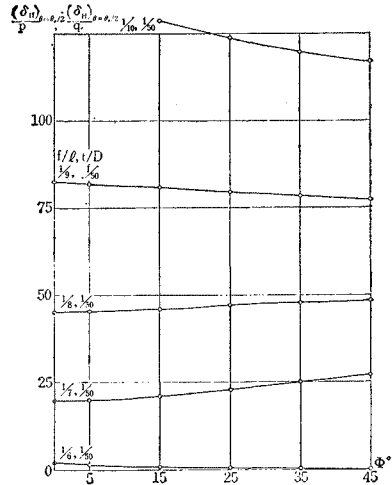


図-31  $D=100$  cm,  $l=60$  m の  $(\delta_H)_{\theta=\theta_0/2}$ , cm (case III)



	左					辺					case I'
	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub> =-C <sub>1</sub>	C <sub>6</sub>	C <sub>1</sub> '	C <sub>2</sub> '	C <sub>3</sub> '	C <sub>4</sub> '	C <sub>6</sub> '	
(2)			$-2RF_2 \cos \phi$	$-RF_2 \cos \phi$			$-\sin \frac{\theta_0}{2} \sin \phi \frac{2F_3F_4}{F_3+F_4}$		$\cos \frac{\theta_0}{2} \sin \phi \frac{2F_3F_4}{F_3+F_4}$		$\frac{R}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \phi \cdot \cos \phi \cdot T_1$
(3)	$\cos \frac{\theta_0}{2} - \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2}$		$\sin \frac{\theta_0}{2} + \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2}$	$\sin \frac{\theta_0}{2}$							0
(4)	$1 - \frac{2F_2}{F_1}$	-1			+1						0
(5)	$\left(1 - \frac{2F_2}{F_1}\right) \cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2}$	$-\cos \frac{\theta_0}{2}$	$\left(1 - \frac{2F_2}{F_1}\right) \sin \frac{\theta_0}{2} - \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2}$	$-\sin \frac{\theta_0}{2}$	+1						$\frac{1}{F_1} \frac{\theta_0}{2} R \cdot p$
(6)	$2F_2 \cos \frac{\theta_0}{2}$		$2F_2 \sin \frac{\theta_0}{2}$								$-\frac{1}{2} \sin \phi T_1$
(1')						-1			$-\frac{2F_4}{F_3+F_4}$	$\frac{1}{R}$	0
(2')	$-\frac{1}{R} \sin \phi$	$-\frac{1}{R} \sin \phi$				$\cos \phi \sin \frac{\theta_0}{2}$	$\cos \phi \cos \frac{\theta_0}{2} \frac{F_4-F_3}{F_3+F_4}$	$-\cos \phi \cdot \cos \frac{\theta_0}{2}$			$-\frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \cos \frac{\theta_0}{2} \cos^2 \phi T_1$
(3')						$\cos \frac{\theta_0}{2}$	$-\sin \frac{\theta_0}{2} \frac{F_4-F_3}{F_3+F_4}$	$\sin \frac{\theta_0}{2}$			$\frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \sin \frac{\theta_0}{2} \cos \phi T$
(4')						$\sin \frac{\theta_0}{2}$	$-\cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} + \frac{2F_4}{F_3+F_4} \cos \frac{\theta_0}{2}$	$-\cos \frac{\theta_0}{2}$	$-\sin \frac{\theta_0}{2} - \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{2F_4}{F_3+F_4} \sin \frac{\theta_0}{2}$		$-\frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \cos \phi T_1$
(6')							$\cos \frac{\theta_0}{2} \frac{2F_3F_4}{F_3+F_4}$		$\sin \frac{\theta_0}{2} \frac{2F_3F_4}{F_3+F_4}$		$\frac{m}{2} - \frac{R}{2} \cos \phi T_1$

が、 $\phi, f/l$  の特定の値で大きくなることはなく、大体 0.1~0.4 ぐらいの値をとり、 $\phi$  が大きく、 $f/l$  が小さくなれば、その値は大きくなる。

なお  $\theta=l/2$  では  $M_y$  より  $M_x$  の方が、 $f/l=1/8, 1/10$  では支配的な断面力であるが、 $f/l$  が  $1/6$  では、 $\phi, D, l$  に関連して  $M_y$  の方が、やや支配的となる場合があるので、上記のことと合せて、 $f/l$  が大きくなれば、 $l/4$  断面の  $M_y$  が問題となるが、普通はアーチの頂点の  $M_x$  が問題である。

なお、 $M_y, M_x$  の値として、 $p$  荷重のみ、あるいは  $q$  荷重のみ作用した場合を考えた方が、大きくなる場合もあるので注意する必要がある。

#### 4. 支点に関連した二、三の考察

① 以上考えて来たアーチは、その始点におけるヒンジの回転軸として、面Iや面II (図-1 参照) に垂直方向の  $x$  軸をとっているが、この軸として、つぎに始点  $A$  と  $\bar{A}$ 、および  $B$  と  $\bar{B}$  とを結ぶ軸、すなわち橋軸に直交し、水平な軸のまわりの回転のみ自由な構造に関して若干考察してみる。この場合は境界条件 (8), (11) のうち、式 (8.1.2), (11.1.2), (11.1.3) のみをそれぞれつぎのように改めればよい。

$$(8.1.2) \quad : (M_x)_{\theta=0} \cos \phi - (M_x)_{\theta=0} \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \phi$$

$$+ (M_y)_{\theta=0} \cos \frac{\theta_0}{2} \sin \phi = 0 \dots (13.1.2)$$

$$(11.1.2) \quad \left[ \left( \frac{dw}{ds} \right)_{\theta=0} \cos \frac{\theta_0}{2} + (\varphi)_{\theta=0} \sin \frac{\theta_0}{2} \right] \cos \phi$$

$$: - \left( \frac{dv}{ds} \right)_{\theta=0} \sin \phi = 0 \dots (13.1.2')$$

$$(11.1.3) \quad (\varphi)_{\theta=0} \cos \frac{\theta_0}{2} - \left( \frac{dw}{ds} \right)_{\theta=0} \sin \frac{\theta_0}{2} = 0$$

$$\dots (13.1.3')$$

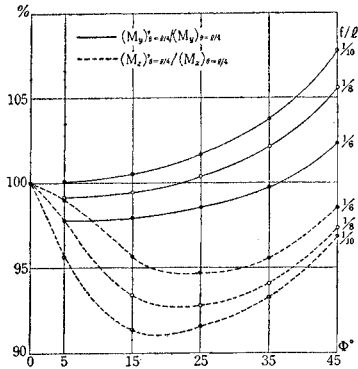
結局この場合は、アーチの面内変形と面外変形を独立させて求めた表-3と表-5とを連立させて解くこととなり、つぎの表-13を解いて式 (6.1.1)~(6.3.2) および式 (9.1.1)~(9.3.2) の変位、式 (7.1.1)~(7.3.3) および式 (10.1.1)~(10.3.3) の応力に含まれる積分定数が決定されることとなる。

なお不静定量は、式 (12.1.1), (12.1.2), 式 (12.3.1)~(12.3.3) の関係を、そのまま使って、決定できる。

② 鉛直等分布満載の場合(以下の説明で、4. ①の支点状態のに対しては'をつける)、とくに  $l/4$  断面における  $M_y, M_x$  に対して case II と case II' とを比較してみると、一例として、図-32に示しているが、図の値は一般的に  $D$  の変化に対しては影響がなく、 $l$  の変化に対しても変化がなく、 $l/D$  の変化に対しても、ほとんど変わらない。図-32からも、わかるように case II' の方が  $M_x$  に対しては一般的に有利で、とくに  $\phi$  から

右	case II'	case III' アーチ AB	case III' アーチ $\bar{A}\bar{B}$
	$\frac{R}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \phi \cos \phi T_1 + R^2 \left( -\frac{1}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} \cos^2 \phi \right.$ $\left. + \sin \frac{\theta_0}{2} \frac{\theta_0}{2} \sin^2 \phi + \cos \frac{\theta_0}{2} \sin^2 \phi \right) p$ $\frac{\theta_0 R \cos \phi}{4 F_2} p$ $\frac{F_1 + F_2}{2 F_1 F_2} R \cos \phi \sin \frac{\theta_0}{2} p$ $\frac{F_1 - 2 F_2}{4 F_1 F_2} R \cos \phi \theta_0 p$ $-\frac{1}{2} \sin \phi T_1 + \frac{\theta_0}{2} R \cos \phi p$ <p style="text-align: center;">0</p> $-\frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \cos \frac{\theta_0}{2} \cos^2 \phi T_1$ $+ R^2 \sin \phi \cos \phi \left( -\frac{\theta_0}{2} \frac{1}{F_3} \cos \frac{\theta_0}{2} + \sin \frac{\theta_0}{2} \frac{F_2 + F_4}{F_3 F_4} \right) p$ $\frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \sin \frac{\theta_0}{2} \cos \phi T_1$ $+ R^2 \sin \phi \cos \phi \left( \cos \frac{\theta_0}{2} \frac{F_3 + F_4}{F_3 F_4} + \frac{\theta_0}{2} \frac{1}{F_3} \sin \frac{\theta_0}{2} \right) p$ $-\frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \cos \phi T_1$ $\frac{m}{2} - \frac{R}{2} \cos \phi T_1$	$\frac{R}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \phi \cos \phi T_1 + \frac{R}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} \cdot \sin^2 \phi T_2$ $+ R^2 \sin \phi \cos \phi \left( \frac{3}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} \right) p$ $-\frac{\theta_0 R}{4 F_2} \sin \phi p$ $-\frac{F_1 + F_2}{2 F_1 F_2} R \sin \phi \sin \frac{\theta_0}{2} p$ $-\frac{F_1 - 2 F_2}{4 F_1 F_2} R \sin \phi \theta_0 p$ $-\frac{\theta_0}{2} R \sin \phi p - \frac{1}{2} \sin \phi T_1 + \frac{1}{2} \cos \phi T_2$ <p style="text-align: center;">0</p> $-\frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \cos \frac{\theta_0}{2} \cos^2 \phi T_1 - \frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \cos \frac{\theta_0}{2} \sin \phi \cos \phi T_2$ $+ R^2 \cos^2 \phi \left( -\frac{\theta_0}{2} \frac{1}{F_3} \cos \frac{\theta_0}{2} + \sin \frac{\theta_0}{2} \frac{F_3 + F_4}{F_3 F_4} \right) p$ $\frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \sin \frac{\theta_0}{2} \cos \phi T_1 + \frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \phi T_2$ $+ R^2 \cos \phi \left( \frac{\theta_0}{2} \frac{1}{F_3} \sin \frac{\theta_0}{2} + \cos \frac{\theta_0}{2} \frac{F_3 + F_4}{F_3 F_4} \right) p$ $-\frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \cos \phi T_1 - \frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \sin \phi T_2$ $-\frac{1}{2} R \cos \phi T_1 - \frac{1}{2} R \sin \phi T_2 + \frac{m}{2}$	$\frac{R}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \phi \cos \phi T_1 - \frac{R}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} \sin^2 \phi T_2$ $- R^2 \sin \phi \cos \phi \left( \frac{3}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} \right) q$ $\frac{\theta_0 R}{4 F_2} \sin \phi q$ $\frac{F_1 + F_2}{2 F_1 F_2} R \sin \phi \sin \frac{\theta_0}{2} q$ $\frac{F_1 - 2 F_2}{4 F_1 F_2} R \sin \phi \theta_0 q$ $\frac{\theta_0}{2} R \sin \phi q - \frac{1}{2} \sin \phi T_1 - \frac{1}{2} \cos \phi T_2$ <p style="text-align: center;">0</p> $-\frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \cos \frac{\theta_0}{2} \cos^2 \phi T_1 + \frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \cos \frac{\theta_0}{2} \sin \phi \cos \phi T_2$ $- R^2 \cos^2 \phi \left( -\frac{\theta_0}{2} \frac{1}{F_3} \cos \frac{\theta_0}{2} + \sin \frac{\theta_0}{2} \frac{F_3 + F_4}{F_3 F_4} \right) q$ $\frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \sin \frac{\theta_0}{2} \cos \phi T_1 - \frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \phi T_2$ $- R^2 \cos \phi \left( \frac{\theta_0}{2} \frac{1}{F_3} \sin \frac{\theta_0}{2} + \cos \frac{\theta_0}{2} \frac{F_3 + F_4}{F_3 F_4} \right) q$ $-\frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \cos \phi T_1 + \frac{1}{2} \frac{R}{F_3} \sin \phi T_2$ $-\frac{1}{2} R \sin \phi T_1 + \frac{1}{2} R \sin \phi T_2 + \frac{m}{2}$

図-32  $l=60\text{ m}$ ,  $D=50\text{ cm}$ ,  $t/D=1/50$  の  
 $(M_y')_{\theta=1/4}$ ,  $(M_z')_{\theta=1/4}$  (case II, II')



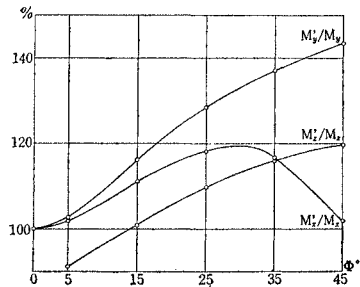
みれば、 $20^\circ \sim 22^\circ$  がとくに有利となる。 $M_y$  に対してみれば、 $f/l$  にも関連するが、 $\phi$  は増すにつれ、有利性はだんだん減じ、しかも  $f/l=1/10$  では  $\phi$  に関係なく不利となる。

つぎに不静定力の変化をみると、 $T_1'$  の値は  $l, D, f/l, t/D$  の変化には、ほとんど影響されず、 $\phi$  の変化に着目すれば、 $T_1'/T_1$  の値は、一般的に  $\phi=45^\circ$  で約 0.99、 $\phi=45^\circ$  で約 108 と単調に変化する。しかし一方  $m$  には、大きな変化がみられる。すなわち、 $m'/m$  は、一般的に  $\phi$  が約  $15^\circ$  より小さいときは、 $f/l$  が大きいほど

( $1/10$  より  $1/6$ )、しかも  $l$  が大きいほど、 $1.0$  より大きな値をとり、 $5 \sim 10$  の値をとることもあるが、 $\phi$  が約  $15^\circ$  より大きくなれば、 $l$  による影響もあまりなく、しかも順次  $0.4$  ぐらいの値にまでなる。

③ 水平等分布横荷重の場合で、アーチ  $AB, \bar{A}\bar{B}$  に同じ大きさの荷重が作用するとき、 $l/4$  断面では図-33に示すように  $M_x'/M_x, M_y'/M_y$  は、考えている  $\phi$  のすべてで、 $1.0$  より大きい。 $M_z'/M_z$  は  $\phi$  が約  $15^\circ$  より小さい間は有利である。これらのことは、図-33に示した値が、 $t/D$  では変化せず、 $f/l, l$  についても、ほとんど影響がないので、一般的にいえよう。なおアーチ  $AB$  に  $p$  荷重のみ、あるいは  $\bar{A}\bar{B}$  に  $q$  荷重のみ作用

図-33  $D=100\text{ cm}$ ,  $t/D=1/50$ ,  $f/l=1/6$  の  
 $(M_x')_{\theta=1/4}$ ,  $(M_y')_{\theta=1/4}$ ,  $(M_z')_{\theta=1/4}$   
 $(M_x)_{\theta=1/4}$ ,  $(M_y)_{\theta=1/4}$ ,  $(M_z)_{\theta=1/4}$   
 (case II, II')



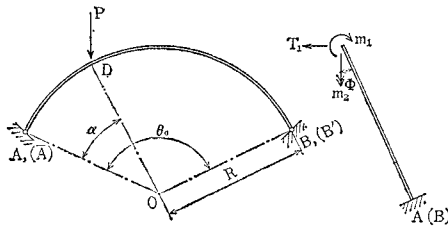
した場合を考察すれば、 $\phi$  が約  $25^\circ$  以上になると、 $M_x'/M_x, M_y'/M_y, M_z'/M_z$  の値だけからいえば、case III' の場合が、非常に不利になる場合があるが、この載荷状態が、断面力の大きさからいえば、支配的な載荷状態ではないが、一応は注意を要する。

なお不静定力には著しい変化がある。すなわち、アーチ  $AB, \bar{A}\bar{B}$  に同じ大きさの分布荷重 ( $p, q=p$ ) が作用するとき、とくに  $f/l$  に関連するが、 $1/8, 1/10$  になると、 $m'/m$  は著しく小さくなり、 $1/20, 1/30$  にもなり、 $T_2'/T_2$  は著しく大きくなり、 $20, 30$  にもなる。この値は  $m$  と  $T_2$  の値が、 $f/l$  が  $1/6$  のときはあまり差がない (1けた違うか同じ) が、 $1/8, 1/10$  となると非常に異なってくる (5けたも) が、 $m'$  と  $T_2'$  はせいぜい2けた違う程度だからである。 $T_1'/T_1$  の値も、とくに  $f/l$  に影響されるが、ほぼ  $1\sim 0.5$  の値をとる。

5. 変位・断面力の影響線に関する一つの考察

任意断面を考えて、その断面に関する変位・応力の影響線をかこうとすれば、2.の考察を、ほとんど準用すればよい。一例として、図-34(a) に示すような集中荷重  $P$  がアーチ  $AB$  の任意点  $D$  (角度  $\alpha$ , 面 I 内) に作用するとき (アーチ  $\bar{A}\bar{B}$  の載荷状態もアーチ  $AB$  と同じ)、任意断面 (角度  $\theta$ ) の断面力・変位は、つぎのようにして求まる (case IV)<sup>6)</sup>。したがって、影響線を取

図-34(a) 単一集中荷重載荷状態 (case IV)      図-34(b) case IV の不静定量



めたい断面を  $\theta_X$  とすれば、 $\alpha$  を任意に変えて求まる変位・断面力 ( $\theta$  の関数で求まっている) に、値  $\theta_X$  を代入していけば影響線がかかる。以下にその計算方法のみ簡単に記述するとどめる。

- ① 座標のとり方、変位・断面力の符号を 2.(1), 2.(2) と同じにとると 2.(3) の応力-ひずみ関係式は、そのまま成立する。
- ② アーチ中央剛節部で考えるべき断面力は図-34(b) に示している。
- ③ アーチのつりあい条件式は表-1 に示す左辺はそのまま、右辺の値のみ、すべて 0 にすればよい。
- ④ アーチ面内変形に対する弾性曲線方程式の解として、 $v$  は式 (6.1.1) そのまま、 $u$  は式 (6.1.2) で荷重項だけとればよい。
- ⑤ 断面力  $S_y, N, M_x$  は ④ の  $u, v$  と、式(3) や

つりあい式を使えば変位で表わす式ができる。

⑥ ④ と ⑤ における変位、応力に含まれる積分定数は、つぎの 18 の条件式を考えれば決定できる。つぎに示す応力・変位の添字 I, II, III は、それぞれ図-34(a) における  $AD, DC, CB$  部分における値を示している。

$$\left. \begin{aligned}
 (u_I)_{\theta=0} &= (v_I)_{\theta=0} = (M_{xI})_{\theta=0} = (u_{III})_{\theta=0} \\
 &= (v_{III})_{\theta=0} = (M_{zIII})_{\theta=0} = 0, \\
 (u_I)_{\theta=\alpha} &= (u_{II})_{\theta=\alpha}, (v_I)_{\theta=\alpha} = (v_{II})_{\theta=\alpha}, \\
 \left(\frac{dv_I}{ds}\right)_{\theta=\alpha} &= \left(\frac{dv_{II}}{ds}\right)_{\theta=\alpha}, \\
 (S_{yI})_{\theta=\alpha} &= P \cos\left(\frac{\theta_0}{2} - \alpha\right) + (S_{yII})_{\theta=\alpha}, \\
 (N_I)_{\theta=\alpha} + P \sin\left(\frac{\theta_0}{2} - \alpha\right) &= (N_{II})_{\theta=\alpha}, \\
 (M_{xI})_{\theta=\alpha} &= (M_{zII})_{\theta=\alpha}, \\
 (u_{II})_{\theta=\theta_0/2} &= (u_{III})_{\theta=\theta_0/2}, \\
 (v_{II})_{\theta=\theta_0/2} &= (v_{III})_{\theta=\theta_0/2}, \\
 \left(\frac{dv_{II}}{ds}\right)_{\theta=\theta_0/2} &= \left(\frac{dv_{III}}{ds}\right)_{\theta=\theta_0/2}, \\
 (S_{yII})_{\theta=\theta_0/2} &= -T_1 \sin \phi + (S_{yIII})_{\theta=\theta_0/2}, \\
 (N_{II})_{\theta=\theta_0/2} &= (N_{III})_{\theta=\theta_0/2}, \\
 (M_{zII})_{\theta=\theta_0/2} &= (M_{zIII})_{\theta=\theta_0/2} - m_2 \sin \phi
 \end{aligned} \right\} (14)$$

⑦ アーチの面に垂直方向の変形に対する弾性曲線方程式の解、 $\varphi, w$  は、 $\varphi$  は式 (9.1.1) そのまま、 $w$  も式 (9.1.2) そのままである。

⑧ 断面力  $S_x, M_x, M_y$  は ⑦ の  $\varphi, w$  で、式 ③ やつりあい式を使えば変位で表わす式ができる。

⑨ ⑦ と ⑧ における変位・応力に含まれる積分定数はつぎの 6 つの条件式から決定できる。ここで添字 I, II は図-34(a) の  $AC, CB$  部分での値を示す ( $C$  は剛節点)。

$$\left. \begin{aligned}
 (w_I)_{\theta=0} &= (\varphi_I)_{\theta=0} = \left(\frac{dw_I}{ds}\right)_{\theta=0} = 0, \\
 (w_I)_{\theta=\theta_0/2} &= (w_{II})_{\theta=\theta_0/2}, \\
 (\varphi_I)_{\theta=\theta_0/2} &= (\varphi_{II})_{\theta=\theta_0/2}, \\
 \left(\frac{dw_I}{ds}\right)_{\theta=\theta_0/2} &= \left(\frac{dw_{II}}{ds}\right)_{\theta=\theta_0/2}
 \end{aligned} \right\} (15)$$

⑩ 以上求めた応力・変位を表わす式に含まれている、不静定未知量の  $m_1, m_2, T_1$  は、つぎの変形の連続条件を考慮すれば決定される。

$$\left. \begin{aligned}
 (\varphi)_{\theta=\theta_0/2} &= 0, \left(\frac{dw}{ds}\right)_{\theta=\theta_0/2} = 0, \\
 (w)_{\theta=\theta_0/2} &= \tan \phi \cdot (v)_{\theta=\theta_0/2}
 \end{aligned} \right\} (16)$$

⑪ 以上 ①~⑩ の計算から影響線をかくに必要な式は求められる。

6. 結 語

以上はテーパーのついたアーチに、分布荷重が満載された場合の応力変位に対して  $\phi$  の影響を主として考察して来たが、応力・変位に対しては、ここで考えた各種



パラメーターが影響するが、case I, case II, のときは他のパラメーターよりとくに  $\phi$  と  $f/l$  が大きな影響を与え、case III では、とくにパラメーター  $\phi$  と  $f/l$  とが大きく影響し、しかも  $\phi$  と  $f/l$  の間の相関関係でも、その影響を考える必要があり、これらのことはまた支点の構造を変えたときの比較検討に際しても同じことがいえる。

なおかかる構造物に対し、単一荷重を載荷させ、各種影響線を求める計算も、ほぼ同じような計算方法で進められることも述べた。

また、かかる構造物に対する弾性安定を論ずることも、重要な問題と思われ、さらに塑性崩壊荷重を求めてみるのも興味のある問題であるが、これらは、また別に考察する予定である。

#### 参考文献

- 1) 小西・奥村・上原・繁戸：パイプ アーチ橋の格点構造，土木学会誌，48-4
- 2-1) 平井 敦：鋼橋 III
- 2-2) 岡本舜三：軸線を含む面に垂直なる荷重を受ける円形曲り梁の研究，土木学会誌，9-3，昭和18年3月
- 2-3) 倉西 茂：水平横荷重を受けるアーチ橋について，土木学会論文集，73号，1961年
- 2-4) J. Courbon : Théorie des Ponts Courbes, Annales des Ponts et Chaussées, September-October, 1961
- 2-5) J. Courbon : Déversement d'un Arc Circulaire de Section Constante, Annales des Ponts et Chaussées, Mai-Juin, 1962
- 2-6) 深沢泰明：軸圧縮力を受ける円弧アーチの曲げねじれ座屈に関する研究，土木学会論文集，96号，1963年
- 2-7) 山崎徳也・太田俊昭：円弧部材をもつラーメンの立体解析，土木学会論文集，107号，1964年
- 3) P. Stein, H. Wild : Das Bogentragwerk der Fehmarnsundbrücke, Der Stahlbau 6/1965
- 4) たとえば 倉西正嗣：応用弾性学
- 5) Love, Mathematical theory of Elasticity
- 6) 奥村・松浦：テーパーの著しくついたアーチの応力・変形の解析，土木学会年次学術講演会，1965年5月  
(1965.11.15・受付)