

曲線格子桁の極限解析について*

ON THE LIMIT ANALYSIS OF CURVED GRILLAGE GIRDERS

米 沢 博**・三 上 市 蔵***
By Hiroshi Yonezawa and Ichizou Mikami

1. ま え が き

近年、高速道路が普及するにともなって、曲線橋の必要性が高まり、曲線単独桁および曲線格子桁などの弾性解析に関する研究がさかんに行なわれてきた。しかし、その安全度などを確認するためには崩壊荷重を知る必要があり、それには極限解析が簡便かつ適当な方法の一つと考えられる。直線格子桁^{1),2)}や曲線単独桁^{3),4),5)}の極限解析については、理論的考察とともに実験的検討も若干ではあるがなされている。これに対し曲線格子桁の極限解析に関する研究はあまり見当たらないようである。

ここでは、2本の曲線主桁と1本の横桁よりなる曲線格子桁に集中荷重が作用した場合の崩壊形式および崩壊荷重を理論的に解析した。その解析結果に基づいて崩壊形式および崩壊荷重と、曲線格子桁の各主桁、横桁などの断面比、断面形、幅員とスパンの比および中心角などの関係を理論的に考察した。さらに小型模型による載荷試験を行なって、理論より得られる崩壊形式および崩壊荷重の値が妥当なものであることを確かめた。

2. 降 伏 条 件 式

格子桁構造の各部材は完全塑性体であると仮定し、かつ実際の構造では箱桁などのような薄肉構造があるが、すべて線構造物とし、かつ崩壊するまでに座屈などの不安定現象は生じないものとして取り扱う。

図-1に示すように内外各主桁は同心円弧上にあり、その両端で曲げおよびねじりに抵抗できるように固定されているものとする。

降伏条件式としては、せん断力および軸力の影響を無視して、つぎの式を用いることにする。

$$m^2 + t^2 = 1 \dots\dots\dots(1)$$

ただし、 $m = M/M_0$ 、 $t = T/T_0$ で、 M および T は任意断面の曲げモーメントおよびねじりモーメントであり、

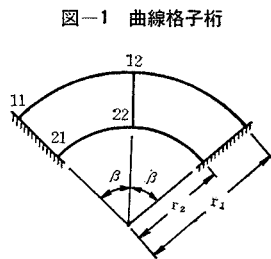


図-1 曲線格子桁

M_0 および T_0 はそれぞれその断面の全塑性曲げモーメントおよび全塑性ねじりモーメントである。断面の形状によって決まる定数 ν を用いると $T_0 = \nu M_0$ なる関係がある。

式(1)は曲げとねじりが同時に作用した場合の降伏相関曲線(Interaction Curve)の下界の値を採用したもので、断面形状に関係なく下界⁶⁾となる。薄肉円管に対しては正解、正方形断面に対しては精度のよい近似解となるが、長方形断面、I断面、箱形断面⁷⁾などに対しても降伏条件の下界として採用すれば計算上安全側の崩壊荷重の近似値を与える。

3. つ り あ い 条 件 式

ここでは、図-2に示すように集中荷重が外桁のスパン中央に作用する場合(以後Case 1と呼ぶ)と、内桁のスパン中央に作用する場合(以後Case 2と呼ぶ)を取り扱う。

普通の曲線橋として考えられる範囲内の β 、 ν などの値に対しては****、塑性ヒンジは固定端と、主桁と横桁の格点以外の点では生じないことが判明した。したがって図-3に示すように各部材を固定

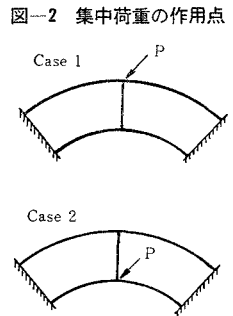
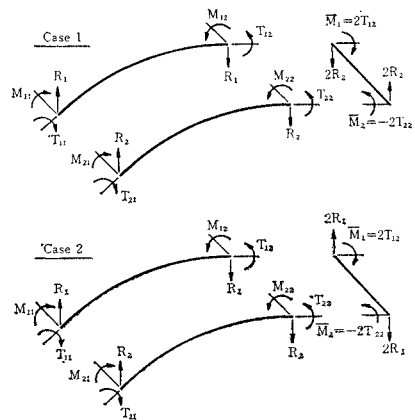


図-2 集中荷重の作用点

図-3 曲げおよびねじりモーメント、反力の方向



*土木学会第20回、同関西支部昭和40年度年次学術講演会および第15回応用力学連合講演会にてそれぞれ一部発表
**正会員 工博 京都大学教授 工業教員養成所土木工学科
***正会員 京都大学助手 同上

**** β が大きくなると固定端と格点の間にヒンジが発生し、そのような場合についても解析したが、ここでは省略する。

端および格点で切断して各部分のつりあいを考えることにする。

曲げモーメントは部材の下側に引張を生ずるものを、ねじりモーメントは部材の切断面に向って時計回転方向に作用するものをそれぞれ正とする。

内外主桁の断面形は相似であるとし、 $\rho=r_1/r_2$, $\eta_1=R_1r_1/M_{10}$, $\eta_2=R_2r_2/M_{20}$, $i=M_{20}/M_{10}=T_{20}/T_{10}$, $j=\bar{M}_0/M_{10}$ とおく。ここに、 M_{10} , M_{20} , \bar{M}_0 および T_{10} , T_{20} はそれぞれ外桁、内桁、横桁の全塑性曲げモーメントおよび外桁、内桁の全塑性ねじりモーメントである。

外桁および内桁におけるつりあいを考えると、**Case 1**, **Case 2** のいずれの場合においてもつぎの式がなりたつ。

$$m_{11}=m_{12} \cos \beta - (\nu t_{12} + \eta_1) \sin \beta \dots\dots\dots(2)$$

$$\nu t_{11}=m_{12} \sin \beta + (\nu t_{12} + \eta_1) \cos \beta - \eta_1 \dots\dots\dots(3)$$

$$m_{21}=m_{22} \cos \beta - (\nu t_{22} + \eta_2) \sin \beta \dots\dots\dots(4)$$

$$\nu t_{21}=m_{22} \sin \beta + (\nu t_{22} + \eta_2) \cos \beta - \eta_2 \dots\dots\dots(5)$$

横桁においてはそれぞれつぎのつりあい式が得られる。

$$\text{Case 1; } \nu t_{12} + i \nu t_{22} - i(\rho - 1) \eta_2 = 0 \dots\dots\dots(6)$$

$$\text{Case 2; } \nu t_{12} + i \nu t_{22} + (\rho - 1) \eta_1 / \rho = 0 \dots\dots\dots(7)$$

4. 崩壊荷重

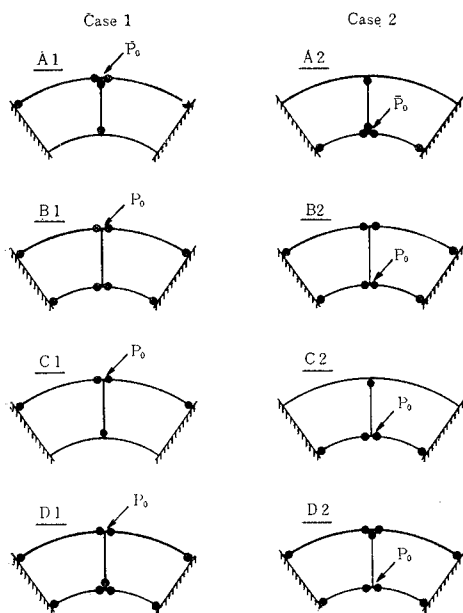
崩壊荷重を P_0 としてつぎのように置き換える。

$$\mu = P_0 r_1 / M_{10} = 2(\eta_1 + i \rho \eta_2) \dots\dots\dots(8)$$

したがって、降伏条件式とつりあい条件式とから、無次元化した反力 η_1 , η_2 を決めれば式 (8) より崩壊荷重 P_0 が求められる。

いま、崩壊形式として、**Case 1** および **Case 2** について図-4 に示した A~D の 4 種類の形式を仮定する。

図-4 崩壊形式



これらの各崩壊形式に対して、ヒンジにおける曲げモーメントとねじりモーメントの正負は下界定理⁹⁾によって決定される。各崩壊形式が生ずるときの荷重を決めることができれば、それぞれの塑性ヒンジを仮定した断面以外の断面で降伏条件を犯していない ($m^2 + t^2 > 1$) のものうち、最小値が求める崩壊荷重と考えられる。

ここに仮定した 4 種類の崩壊形式以外で、生ずる可能性のある崩壊形式についても崩壊荷重を誘導したが、普通の曲線橋として考えられる範囲内の ν , β , i , j などの値に対しては、崩壊荷重がこれら 4 種類の崩壊形式より大きくなるか、あるいは塑性ヒンジを仮定した断面以外の断面で降伏条件を犯すことが判明した。したがって、ここでは上述の 4 種類の崩壊形式について論ずることにする。

崩壊形式 A 1

この場合、下界定理から $m_{11} < 0$, t_{11} , m_{12} , t_{12} , t_{22} , $\bar{m}_1 > 0$, $\bar{m}_2 < 0$ となる。横桁の両端において曲げのみによる塑性ヒンジが生じていることから、つぎの降伏条件式が得られる。

$$\bar{m}_1 = \bar{M}_1 / \bar{M}_0 = 2 \nu t_{12} / j = 1, \therefore t_{12} = j / 2 \nu \dots\dots(9)$$

$$\bar{m}_2 = \bar{M}_2 / \bar{M}_0 = -2 \nu t_{22} / j = -1,$$

$$\therefore t_{22} = j / 2 \nu i \dots\dots(10)$$

また、外桁では式 (1) より、

$$m_{11}^2 + t_{11}^2 = 1 \dots\dots\dots(11)$$

$$m_{12}^2 + t_{12}^2 = 1 \dots\dots\dots(12)$$

がなりたつ。したがってつりあい条件式 (2), (3), (6) と降伏条件式 (9), (10), (11), (12) の 7 個の方程式から m_{11} , t_{11} , m_{12} , t_{12} , t_{22} , η_1 , η_2 の 7 個の未知数を求めれば式 (8) から P_0 が決定される。

いま、解析の便宜上つぎのようにおく。

$$\lambda_{pq} = \nu m_{pq} / t_{pq} \quad (p, q = 1 \text{ or } 2) \dots\dots\dots(a)$$

降伏条件式 (11), (12) から、無次元化した曲げモーメントおよびねじりモーメントは式 (a) の λ_{pq} を用いてつぎのようになる。

$$m_{pq}^2 = \lambda_{pq}^2 / (\lambda_{pq}^2 + \nu^2), \quad t_{pq}^2 = \nu^2 / (\lambda_{pq}^2 + \nu^2) \quad (b)$$

式 (2), (3) から η_1 を消去し式 (b) を代入するとつぎのようになる。

$$\frac{-\lambda_{11} \tan \frac{\beta}{2} + \nu^2}{\sqrt{\lambda_{11}^2 + \nu^2}} = \frac{\lambda_{12} \tan \frac{\beta}{2} + \nu^2}{\sqrt{\lambda_{12}^2 + \nu^2}} \dots\dots\dots(c)$$

式 (c) において $\lambda_{11} < 0$, $\lambda_{12} > 0$ であることを考慮するとつぎの関係が得られる。

$$\lambda_{11} = -\lambda_{12} \dots\dots\dots(d)$$

また式 (9), (12) より

$$\lambda_{12} = \nu m_{12} / t_{12} = \nu \sqrt{4 \nu^2 / j^2 - 1} \dots\dots\dots(e)$$

となる。式 (b), (d), (e), (10) から決まる m , t を式 (2) あるいは式 (3) に代入すると η_1 がつぎのように求められる。

$$\eta_1 = \sqrt{1 - \frac{j^2}{4\nu^2}} \cot \frac{\beta}{2} - \frac{j}{2} \dots\dots\dots(13)$$

また、式(9)、(10)を式(6)に代入すれば η_2 はつぎのようになる。

$$\eta_2 = j/i(\rho - 1) \dots\dots\dots(14)$$

したがって式(13)、(14)を式(8)に代入すれば崩壊荷重はつぎのようになる。

$$\mu = j \left[\frac{1}{\nu} \sqrt{\frac{4\nu^2}{j^2} - 1} \cot \frac{\beta}{2} + \frac{\rho + 1}{\rho - 1} \right] \dots\dots\dots(15)$$

崩壊形式 A 2

$m_{21}, t_{21}, t_{12}, t_{22}, \bar{m}_1 < 0, m_{22}, \bar{m} > 0$ であることを考慮して、つりあい条件式(4)、(5)、(7)と降伏条件式4個を解けば、崩壊荷重はつぎのようになる。

$$\mu = \rho j \left[\frac{1}{\nu} \sqrt{\frac{4\nu^2}{j^2} - 1} \cot \frac{\beta}{2} + \frac{\rho + 1}{\rho - 1} \right] \dots\dots\dots(16)$$

その他の崩壊形式についても、同様にして崩壊荷重を求めることができる。ただし、崩壊形式 **B**、**C** では未知数の数に比べて条件式の数が1個不足する。このような場合は、未知数の一つを崩壊荷重 μ を最大にするように働く独立変数と考えて、 $\partial\mu/\partial\eta_1 = 0$ あるいは $\partial\mu/\partial\eta_2 = 0$ などとおくことによって不足した条件式を得ることができる。

崩壊形式 B 1

この場合、未知数が $m_{11}, t_{11}, m_{12}, t_{12}, m_{21}, t_{21}, m_{22}, t_{22}, \eta_1, \eta_2$ の合計10個に対して、つりあい条件式(2)、(3)、(4)、(5)、(6)と降伏条件式4個の計9個の式が得られる。不足した条件式は、式(8)より

$$\partial\mu/\partial\eta_1 = 2[1 + i\rho(\partial\eta_2/\partial\eta_1)] = 0 \dots\dots\dots(f)$$

となる。ここで上記の9個の条件式を η_1 について偏微分し、 $\partial m_{11}/\partial\eta_1, \partial t_{11}/\partial\eta_1, \partial m_{12}/\partial\eta_1, \partial t_{12}/\partial\eta_1, \partial m_{21}/\partial\eta_1, \partial t_{21}/\partial\eta_1, \partial m_{22}/\partial\eta_1, \partial t_{22}/\partial\eta_1$ を消去して、 $\partial\eta_2/\partial\eta_1$ を未知数で表わし、式(f)に代入すると、つぎの式が得られる。

$$\frac{(\lambda_{11} - \lambda_{12}) \cos \beta + (\lambda_{11}\lambda_{12} + 1) \sin \beta}{\lambda_{11} \cos \beta - \lambda_{12} + \sin \beta} = \rho \frac{(\lambda_{21} - \lambda_{22}) \cos \beta + (\lambda_{21}\lambda_{22} + 1) \sin \beta}{\lambda_{21} \cos \beta - \lambda_{22} + \sin \beta} \dots\dots(g)$$

この崩壊形式の場合、下界定理より $m_{11}, m_{21}, \bar{m}_2 < 0, m_{12}, m_{22}, t_{11}, t_{12}, t_{21}, t_{22}, \bar{m}_1 > 0$ となるから、崩壊形式 **A 1** と同様にして式(c)が得られ、 $\lambda_{pq}(p, q = 1 \text{ or } 2)$ の関係はつぎのようになる。

$$\lambda_{11} = -\lambda_{12} < 0, \lambda_{21} = -\lambda_{22} < 0 \dots\dots\dots(h)$$

式(h)を式(g)に代入するとつぎのようになる。

$$\lambda_{21} = \left[\lambda_{11} + (\rho - 1) \cot \frac{\beta}{2} \right] / \rho \dots\dots\dots(17)$$

したがって、つりあい条件式(2)、(3)、(4)、(5)、(6)と降伏条件式4個および式(17)を解くと、崩壊荷重はつぎのように表わされる。

$$\mu = 2 \cot \frac{\beta}{2} \left[\frac{-\lambda_{11}'}{\sqrt{(\lambda_{11}')^2 + (\nu')^2}} \right]$$

$$+ i \frac{-(\lambda_{11}' + \rho - 1)}{\sqrt{(\lambda_{11}' + \rho - 1)^2 + (\rho\nu')^2}} \dots\dots\dots(18)$$

ただし、 $\lambda_{11}' = \lambda_{11} \tan \frac{\beta}{2}, \nu' = \nu \tan \frac{\beta}{2}$ であり、 λ_{11}' はつぎの式から求める。

$$-\lambda_{11}' = (\rho - 1) + \frac{(\rho\nu')^2}{\rho - 1} + \frac{(\nu')^2}{i(\rho - 1)} \sqrt{\frac{(\lambda_{11}' + \rho - 1)^2 + (\rho\nu')^2}{(\lambda_{11}')^2 + (\nu')^2}} \dots\dots(19)$$

崩壊形式 B 2

$\partial\mu/\partial\eta_1 = 0$ とおくと崩壊形式 **B 1** の場合と同様に式(17)が得られる。したがってつりあい条件式(2)、(3)、(4)、(5)、(7)と降伏条件式4個および式(17)を解くとつぎのようになる。

$$\mu = 2\rho \cot \frac{\beta}{2} \left[\frac{\lambda_{11}'}{\sqrt{(\lambda_{11}')^2 + (\nu')^2}} + i \frac{(\lambda_{11}' + \rho - 1)}{\sqrt{(\lambda_{11}' + \rho - 1)^2 + (\rho\nu')^2}} \right] \dots\dots\dots(20)$$

ただし、 λ_{11}' はつぎの式より決まる。

$$\lambda_{11}' = \frac{(\nu')^2}{\rho - 1} + \frac{i(\rho\nu')^2}{\rho - 1} \sqrt{\frac{(\lambda_{11}')^2 + (\nu')^2}{(\lambda_{11}' + \rho - 1)^2 + (\rho\nu')^2}} \dots\dots\dots(21)$$

式(19)および(21)を満足する λ_{11}' の値は逐次近似法を用いれば、それほど手数を要しないで求められる。

崩壊形式 C 1

$\partial\mu/\partial\eta_1 = 0$ とおくとつぎの式が得られる。

$$\lambda_{12} = (\rho - 1) \frac{\lambda_{11} \cos \beta + \sin \beta}{\lambda_{11} \sin \beta + \rho - \cos \beta} \dots\dots\dots(22)$$

したがってつりあい条件式(2)、(3)、(6)と降伏条件式(10)、(11)、(12)および式(22)を解くと崩壊荷重はつぎのように求められる。

$$\mu = \frac{1}{\rho - 1} \left[\rho j + 2\sqrt{(\rho - 1)^2 \cot^2 \frac{\beta}{2} + \nu^2} \right] \dots\dots(23)$$

崩壊形式 C 2

$\partial\mu/\partial\eta_2 = 0$ とおくとつぎの式が得られる。

$$\lambda_{21} = (1 - 1/\rho) \cot \frac{\beta}{2} \dots\dots\dots(24)$$

つりあい条件式(4)、(5)、(7)と降伏条件式3個および式(24)を解くと崩壊荷重はつぎのように求められる。

$$\mu = \frac{\rho}{\rho - 1} \left[j + 2i\sqrt{(\rho - 1)^2 \cot^2 \frac{\beta}{2} + (\rho\nu)^2} \right] \dots\dots(25)$$

崩壊形式 D 1

つりあい条件式(2)、(3)、(4)、(5)、(6)と降伏条件式5個を解くと崩壊荷重はつぎのように求められる。

$$\mu = \frac{j}{\nu'} \left[\sqrt{\frac{4\nu^2}{j^2} - 1} + \sqrt{\frac{4\nu^2}{j^2} - \left(\frac{\rho - 1}{\nu'} \sqrt{\frac{4\nu^2}{j^2} - 1} - \rho \right)^2} \right] \dots\dots(26)$$

崩壊形式 D 2

つりあい条件式 (2), (3), (4), (5), (7) と降伏条件式 5 個を解いて崩壊荷重を求めるとつぎようになる。

$$\mu = \frac{i\rho}{\nu'} \left[\sqrt{\frac{4\nu'^2}{j^2} - 1} + \sqrt{\frac{4\nu'^2 i^2}{j^2} - \left(\frac{\rho-1}{\rho\nu'} \sqrt{\frac{4\nu'^2}{j^2} - 1} - \frac{1}{\rho} \right)^2} \right] \quad (27)$$

なお、崩壊形式 **A1**, **A2** において、横桁のないときすなわち $j=0$ とおくと、式 (15), (16) はそれぞれつぎようになる。

$$\mathbf{A1}; \mu = 2 \cot \frac{\beta}{2} \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$\mathbf{A2}; \mu = 2 i \rho \cot \frac{\beta}{2} \quad \dots\dots\dots (29)$$

これらの式は、外桁あるいは内桁のみが単独の曲線桁として支間中央に集中荷重を受けた場合の崩壊荷重⁵⁾ に一致している。

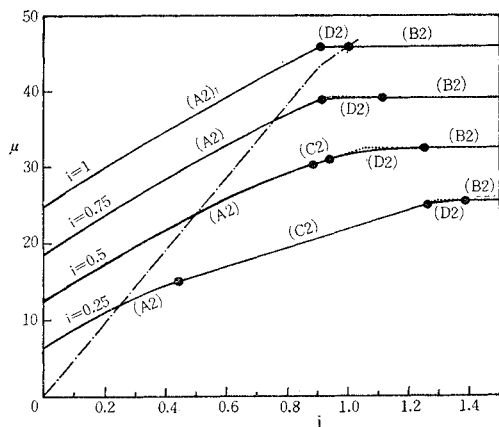
5. 崩壊荷重の数値計算

スパンと幅員の比 a^* , 中心角 2β , 主桁のねじり抵抗をあらわす断面定数 ν , 内外各主桁および横桁の全塑性曲げモーメントの比 i および j などの値と、崩壊形式および崩壊荷重との関係を明らかにするために数値計算を行なってみよう。

通常の曲線橋では、内桁の断面は外桁の断面より小さく、かつ横桁の断面は両主桁の断面に比べて小さいのが普通である。また中心角は $10 \sim 50^\circ$ 程度のもものが多く、幅員がスパンより大きいものなどはあまりないようである。これらの諸点を考慮して、 $a=2 \sim 10$, $\beta=5^\circ \sim 30^\circ$, $i=0.25 \sim 1$, $j=0 \sim 1$ の範囲を数値計算の主な対象とした。また降伏条件としては von Mises の条件を採用した。

まず、**A**, **B**, **C**, **D** 4 種類の崩壊形式の相互間の関係を説明するために一例を示そう。両主桁はねじりに対す

図-5 i, j の値と崩壊形式および崩壊荷重との関係



* 橋軸に沿ったスパン $l = \beta(r_1 + r_2)$ と主桁間隔 $(r_1 - r_2)$ の比をとり、 $a = \beta(\rho + 1)/(\rho - 1)$ とした。

る抵抗の大きい箱型断面、すなわち $\nu=2/\sqrt{3}$ で、 $a=4$, $\beta=10^\circ$ の場合に対して **Case 2** についての計算結果は図-5 となる。図において **A2**, **B2**, $\mathbf{C2}$, $\mathbf{D2}$ などは崩壊形式を示す。この図からわかるように、 $j = \bar{M}_0/M_{10}$ を 0 から大きく、すなわち横桁の断面を大きくしてゆくと、生ずる崩壊形式は **A2**→**C2**→**D2**→**B2**, あるいは **C2** が生じないで、**A2**→**D2**→**B2** の順序に

図-6 $\nu=2/\sqrt{3}$ の場合の崩壊荷重 (Case 1)

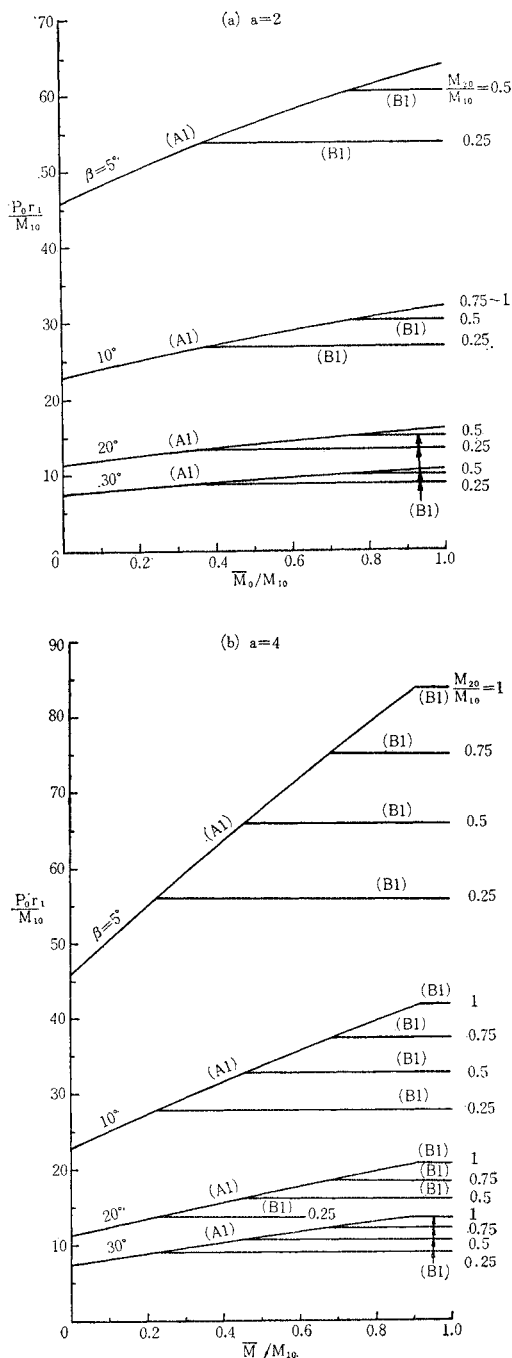


図-6

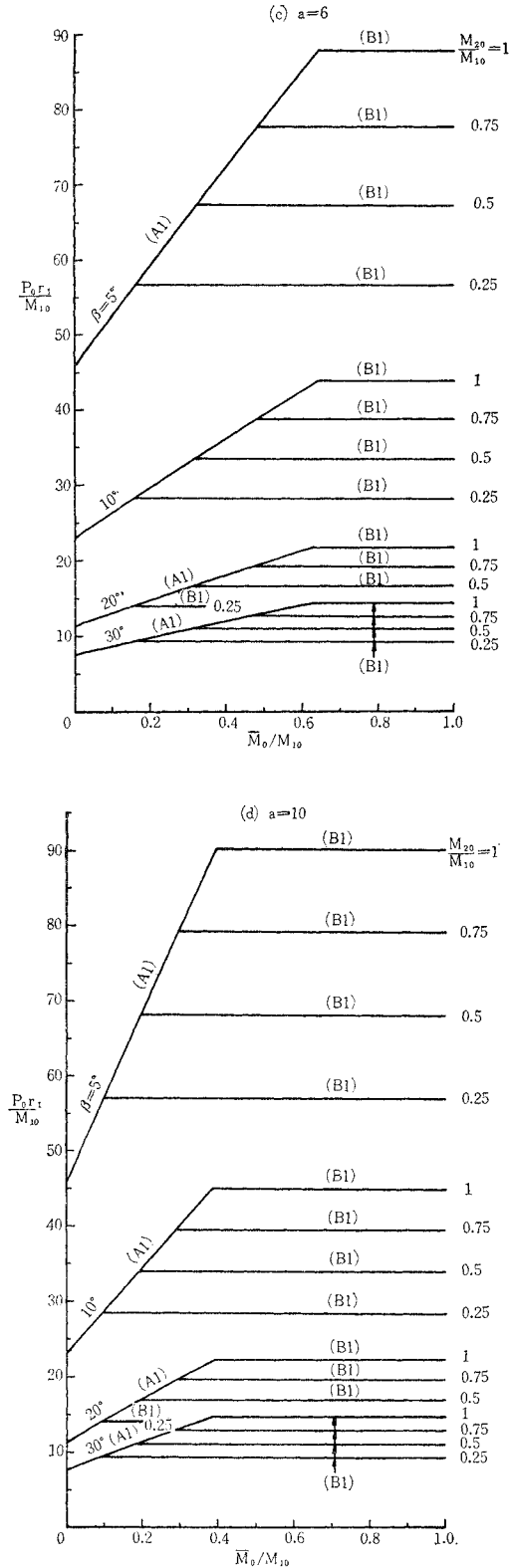


図-7 $\nu=2/\sqrt{3}$ の場合の崩壊荷重 (Case 2)

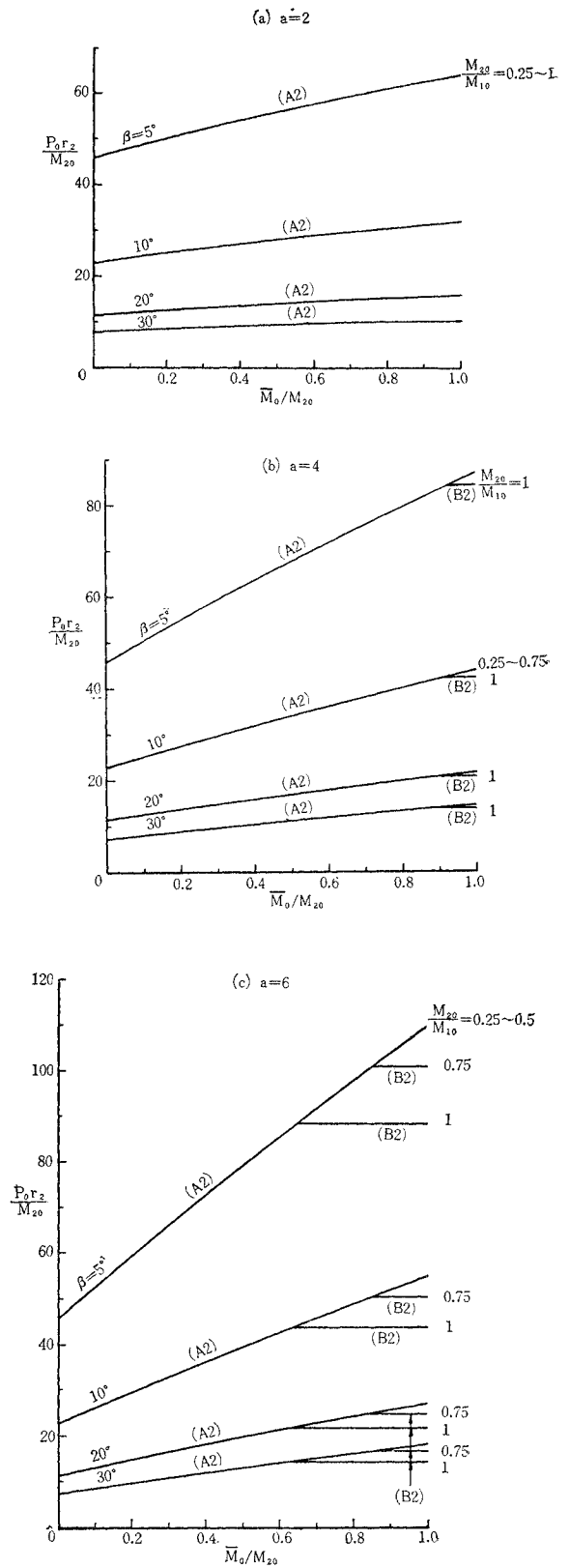
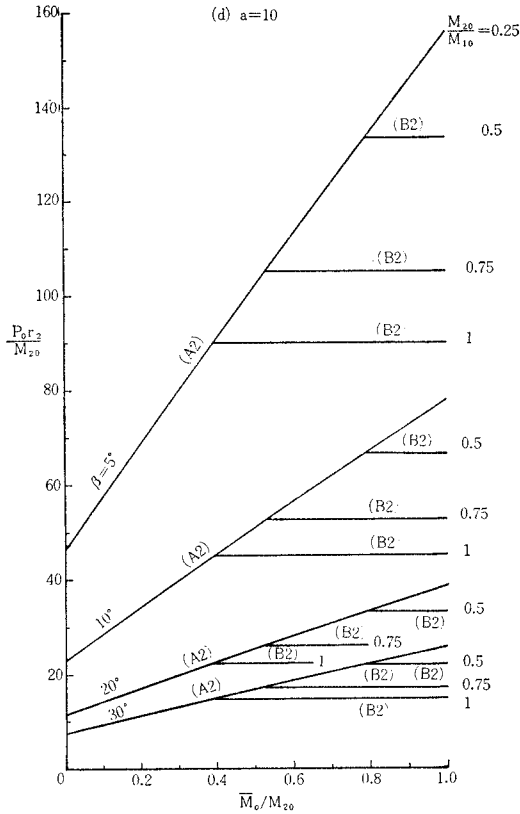


図-7



なる。形式 D2 は形式 C2 と B2 あるいは A2 と B2 を組み合わせた崩壊機構であり、図において点線で示したように、D2 を無視して C2 と B2 あるいは A2 と B2 の延長線で代用しても大きな誤差は生じない。

Case 1 においても同様に A1→C1→D1→B1 あるいは A1→D1→B1 の順序になる。Case 2 と同様に D1 を無視し、A1→C1→B1 あるいは A1→B1 と考えても誤差は小さい。

$\nu=2/\sqrt{3}$ の場合に対し a, β, i, j などの値と崩壊荷重との関係を Case 1 および Case 2 について計算すると、それぞれ図-6 (a)~(d) および 図-7 (a)~(d) のようになる。

6. 崩壊形式および崩壊荷重に関する諸考察

曲線橋では曲率の影響から生ずるねじりモーメントが相当大きくなり、弾性設計においても曲げとともにねじりにも十分抵抗できるよう考慮しなければならない。さらに塑性設計においては曲げとねじりの崩壊形式および崩壊荷重に対する相関関係は最も重要な問題となる。また内外各主桁の曲率半径の相違および横桁の剛度のいかによって、各主桁の曲げおよびねじりモーメントに著しい相違が生じ、各断面が相当異なったものになる。すなわち各桁の全塑性モーメントの比、各主桁のねじり抵

抗や曲率半径の相違などが崩壊形式およびその荷重に与える影響が問題になる。

ここでは、こうした ν, i, j, a, β などの値の崩壊に対する影響を数値計算の結果を用いて検討してみよう。

(1) 崩壊形式に対する i, j, ν の影響

Case 1 および Case 2 において、 $j=\bar{M}_0/M_{10}=0$ のときはそれぞれ、外桁あるいは内桁のみの単独の曲線ばりとしての崩壊荷重に一致する。 j を 0 から大きく、すなわち横桁の断面を大きくしてゆくと、崩壊形式は A→C→D→B もしくは A→D→B となる。

形式 C が生ずる可能性がある場合は、 i の値が小さいか (図-5 参照)、あるいは後に示す 図-9 からわかるように ν が小さい場合に限られるようである。

図-5 において、1点鎖線は $i=j$ すなわち $\bar{M}_0=M_{20}$ なる点を示している。通常の曲線橋では、 $\bar{M}_0 < M_{10}$ 、 M_{20} であることを考慮すると、この1点鎖線の左側が普通に考えられる範囲である。したがって、この場合はほとんど形式 A のみを考えればよいことになる。しかし、図-7(c), (d) および後述の 図-9 などからわかるように、 a が大きいか、または ν が小さい場合には、 j が i に近い値、すなわち横桁の断面が内桁の断面の大きさに近い範囲で、形式 B, C が生ずる。

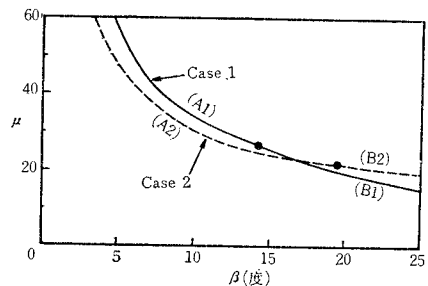
以下崩壊荷重に対する中心角、スパンと幅員の比、断面形状によるねじり抵抗、各主桁と横桁の全塑性モーメントの比などの影響について述べよう。

(2) β, a の値の影響

図-6, 7 からわかるように、 β が大になると崩壊荷重は減少するが、減少の割合は次第に小さくなる。また i, j が大きくなるにしたがって崩壊荷重が増大する割合は、 β が小さいほど著しい。

いま一例として幅員が一定 ($\rho=1.09125^*$) で、 $\nu=2/\sqrt{3}$ 、 $i=0.75$ 、 $j=0.5$ の場合について β と μ の関係を示すと 図-8 のようになる。この図から、幅員が一定のとき β が大になると崩壊荷重は減少し、その減少する割合は次第に小さくなり、また崩壊荷重の値が Case 1 と Case 2 で逆になることがわかる。

図-8 中心角と崩壊荷重の関係



*この場合、 β (度) $=2.5a$ なる関係がある。

図-9 ν の値と崩壊荷重および崩壊形式の関係

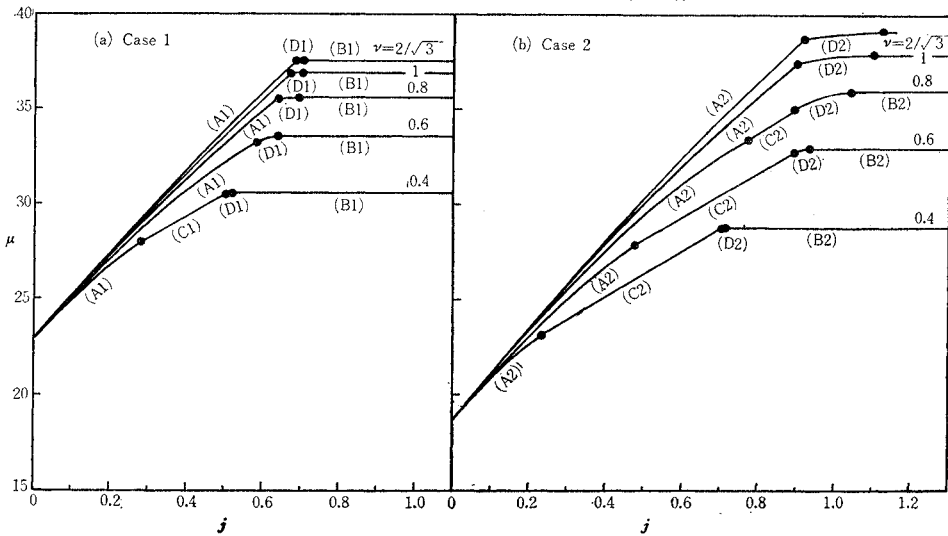


図-6, 7 において, 一定の β の値に対して, a を大きく, すなわち幅員を狭くすると崩壊荷重が増大することがわかる。その増加の割合は両主桁が同時に崩壊する場合は a が大きくなるにしたがって小さくなり, 載荷桁のみが崩壊する場合は a にほぼ比例して増加する。

(3) ν の値の影響

崩壊荷重に対する主桁のねじり抵抗の影響を調べるために, $a=4, \beta=10^\circ, i=0.75$ の場合について崩壊荷重を計算した結果を図-9 に示した。図から, 当然ではあるが ν の値が小さくなるにしたがって崩壊荷重は小さくなるのがわかる。その減少の割合は ν の値が小なるほど著しい。しかし, j が小さい間, すなわち横桁の断面が小さい間は ν の値による影響はあまりない。また, **Case 1** と **Case 2** をくらべると, ν の値が小さい場合は横桁に関係なく **Case 2** の方が崩壊荷重が小さい。これに対し ν の値がほぼ 0.8 以上になると, 横桁断面の大小によって, すなわち j の値がほぼ 0.75 以下では **Case 1** の崩壊荷重が大であり, j の値がほぼ 0.75 以上になると逆に **Case 2** の崩壊荷重の方が大になる。

(4) i, j の値の影響

図-5, 6 および 7 からわかるように, i および j の値の崩壊荷重に対する影響は相互に関係を有する。 j が小さい範囲では, 崩壊荷重は i に無関係で, j の値にほぼ比例する。逆に j が i に近い範囲では, 崩壊荷重は j に無関係で, i の値にほぼ比例する。いいかえると, 内桁の断面にくらべて横桁の断面が小さい範囲内では横桁の断面を大きくするほど耐荷力に対して効果があり, 非載荷桁をそれ以上大きくしても無意味である。逆に横桁が内桁の断面の大きさに近い範囲では, 横桁の断面をそれ以上大きくしても無意味で, 非載荷桁の断面を大きくした方が効果がある。

この現象は, 経済的な桁断面比を決定する上にも大い

に参考になるものと考えられる。両主桁が同時に崩壊する場合(形式 **B**)あるいは載荷桁と横桁が同時に崩壊する場合(形式 **A, C**)はそれぞれ横桁あるいは非載荷桁の断面に余裕があるわけで, 形式 **A** と **D** もしくは **C** と **D** を組み合わせた崩壊形式の生ずる場合が, 最も経済的な断面比を研究する場合の基礎になると考えられる。したがって両主桁の固定端, 支間中央点および横桁の両端に同時にヒンジが生ずる場合が, いま考えている荷重状態では最も経済的な断面比を与えるであろう。この場合, つぎの条件式が得られる。

$$\text{Case 1; } \frac{i}{j} = \frac{M_{20}}{\bar{M}_0} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\rho+1}{\rho-1} \tan \frac{\beta}{2}\right)^2 + \frac{1}{\nu^2}} \dots\dots\dots(30)$$

$$\text{Case 2; } \frac{1}{j} = \frac{M_{10}}{\bar{M}_0} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\rho+1}{\rho-1} \tan \frac{\beta}{2}\right)^2 + \frac{1}{\nu^2}} \dots\dots\dots(31)$$

これらの式から **Case 1** および **Case 2** における経済的な $\bar{M}_0 : M_{20}$ および $\bar{M}_0 : M_{10}$ の比をそれぞれ決定できる。

7. 模型実験および理論との比較

曲線格子桁の崩壊形式およびその荷重について理論的解析と考察を行なったが, ここでは 10 個の曲線格子桁の小型模型に対する載荷実験を行ない, 理論結果と比較検討してみよう。

模型は $5 \times 5, 7 \times 7$ および 8×8 (単位: mm) の三種類の角鋼を使用し, 格点を電気溶接しヤスリ仕上げした後全体を焼鈍して製作した。模型に使用した角鋼と同寸法, 同材料の角鋼を模型と同時に焼鈍したもの, および崩壊した模型より切り取った部材について曲げおよび引張試験を行なって得られた降伏応力から, 各桁の全塑性曲げモーメントを計算した。使用した模型の寸法その

他を表-1に示す。

固定支持用に製作したチャックと支持台で主桁を支持し、重錘をハンガーによって点載荷した。模型および載荷装置を写真-1に示す。

内外主桁のスパン中央のたわみおよびひずみをそれぞれカセットメーターおよび電気抵抗線ひずみ計で測定した。これらの測定結果の一部を図-10(a)~(d)に示す。図において δ_1 , ϵ_1 および δ_2 , ϵ_2 などはそれぞれ外桁および内桁のスパン中央のたわみおよびひずみを示す。各模型の崩壊荷重の測定値と理論曲線を比較すると図-11のようになる。図-10, 11において崩壊荷重の理論値の計算には、塑性ヒンジ近傍の断面の実測寸法を使用した。

図-10, 11 などから各模型はいずれも理論値に近い荷重で崩壊し、かつそのときの崩壊形式も理論結果とほぼ一致していることがわかる。ただしいずれの模型に対しても、荷重たわみ(ひずみ)曲線が崩壊荷重の付近で完全に水平にはなっていない。これは変形が大きくなると軸力の影響が入るためと考えられる。とくに外観上完全に崩壊したと見なされた後に、横桁に軸力が相当作用するように思われた。

表-1 模型寸法

模型 番号	形状寸法				桁断面寸法(mm)			降伏応力 (kg/cm ²)		
	r ₁ (cm)	r ₂ (cm)	β	a	外桁	内桁	横桁	8 mm 材	7 mm 材	5 mm 材
1 A 1	69.5	56.0	26°	4.22	8×8	8×8	5×5	2 990	—	2 220
1 B 2	69.5	56.0	26°	4.22	8×8	5×5	5×5	2 220	—	2 050
1 C 2	44.3	30.8	43°	4.17	5×5	5×5	5×5	—	—	2 050
2 A 1	69.5	56.0	26°	4.22	8×8	8×8	5×5	2 990	—	2 200
2 B 2	69.5	56.0	26°	4.22	8×8	8×8	7×7	2 990	2 770	—
3 C 2	69.5	56.0	26°	4.22	5×5	5×5	5×5	—	—	2 200

* 焼鈍を2回に分けて行なったため同一寸法の角鋼でも模型によって値が異なった。

写真-1 模型および載荷装置

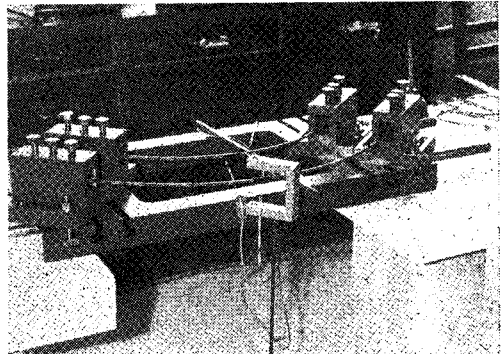


図-10 模型に対する載荷実験結果

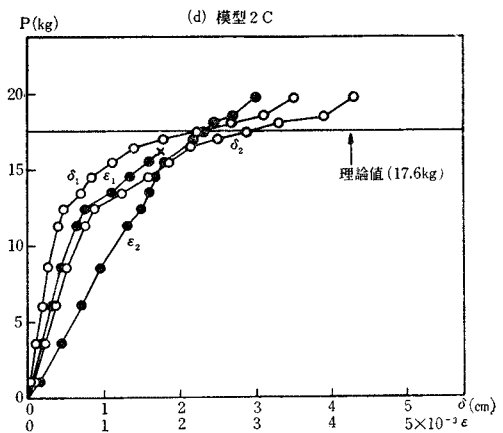
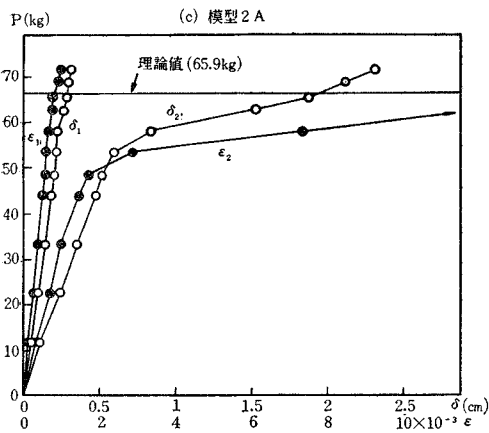
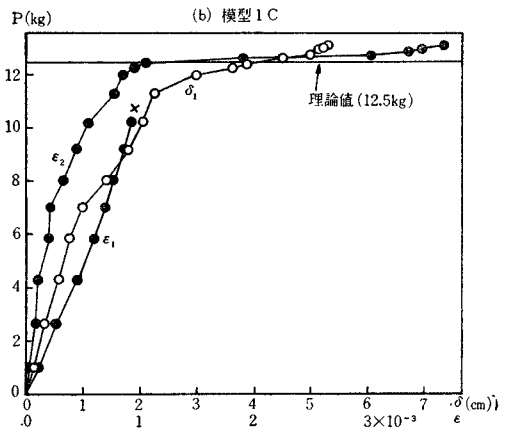
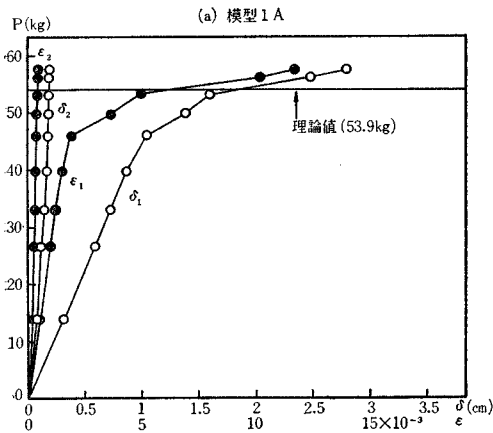
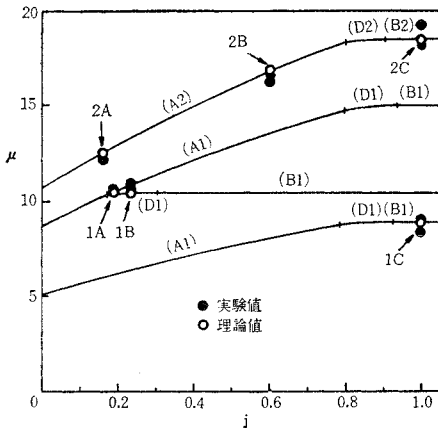


図-11 測定値と理論値との比較



8. む す び

2本の曲線主桁と1本の横桁よりなる曲線格子桁を取りあげ、その各主桁が両端で曲げおよびねじりモーメントに対して固定支持され、外桁あるいは内桁のスパン中央に集中荷重が作用する場合について極限解析を行なった。その解析結果に対して考察し、さらに小型模型に対する載荷実験結果と比較検討したが、主な結論を述べるとつぎのようである。

1) 各桁の全塑性モーメントの比、ねじり抵抗に対する断面定数、中心角、スパンと幅員の比などによって異なる崩壊形式が生ずる。これらの崩壊形式と崩壊荷重を理論的に求めた。

2) 理論式を用いて数値計算を行ない、箱断面2本主桁の曲線橋の崩壊形式と崩壊荷重がただちに求められる図を作製した。

3) 崩壊形式およびその荷重に対する i, j, ν, β および a などの影響を考察した。

4) 10個の小型模型に対して載荷実験を行ない、崩壊形式および崩壊荷重の理論結果がともに妥当なものであることを確かめた。

以上の研究は、連続曲線橋の中央支間あるいは主桁が強固なラーメン構造などに剛結された曲線橋などへの適用を考え、主桁が両端で固定された場合を取り扱ったが、単純曲線橋あるいは連続曲線橋の端支間に対する崩壊も、ここに用いた方法によって解析することができる。また、ここで取り扱った集中荷重以外に、等分布荷重、線荷重など種々の荷重状態に対する解析、あるいは最小重量設計理論の適用など、多くの問題が残されているが、著者らの行なった研究が曲線橋の合理的な設計に参考となる点があれば幸と考える次第である。

参 考 文 献

- 1) 米沢 博：格子ゲタ構造の極限荷重に関する一研究，土木学会論文集，第65号，昭.34，p. 10~15.
- 2) 米沢 博：格子桁構造の極限荷重および最小重量設計に関する一研究，土木学会論文集，第67号，昭.35，p. 11~18.
- 3) N.S. Boulton and B. Boonsukha : Plastic Collapse Loads for Circular-Arc Bow Girders, Proc. Inst. Civ. Engineers, Vol. 31, 1959, p. 161-178.
- 4) K.H. Chu and A. Thelen : Plastic Analysis of Circular Balcony Girders, Proc. ASCE, Vol. 89, No. ST 6, 1963, p. 159-186.
- 5) E.O. Imegwu : Ultimate Strength of Plane Curved Girders, Structural Engineer, Vol. 42, 1964, p. 129-134.
- 6) F.A. Gaydon and H. Nuttall : On the combined bending and twisting of beams of various sections, J. of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 6, No. 1, 1957, p. 17.
- 7) T. Heyman : The Limit Design of Space Frames, J. of Applied Mechanics, Vol. 18, No. 2, 1951, p. 157.
- 8) P.G. Hodge : Plastic Analysis of Structures, 1959, McGraw-Hill, p. 20.

(1965.12.6・受付)