

プレストレスト部材の横ねじれ座屈強度

ELASTIC LATERAL-TORSIONAL BUCKLING STRENGTH
OF PRESTRESSED MEMBERS

福 本 哲 士*

By Yuhshi Fukumoto

1. 緒 言

曲げ部材にあらかじめ緊張材などにより初期応力分布を与えておくことは、作用荷重面内に部材が変形するような場合には力学的に有利な構造であり、プレストレストコンクリート部材（PC 部材）やプレストレスト鋼部材（PS 部材）として広く用いられていることは衆知のことである。しかしながら、使用材料の高強度化とあいまって、部材がよりいっそうスレンダーなものになってくると、プレストレス導入時や、架設時、あるいは作用荷重により荷重面外への変形、すなわち、ねじれをともなった横方向変形の危険性が生じてくる。プレストレスト鋼桁での緊張力導入時における桁の横方向座屈、腹板の局部座屈がしばしば観察されている。

偏心圧縮力を受けるような部材ではプレストレスの有利性はみとめられないが、トラス構造のタイロッドに PC 部材を用いることは試みられ、比較的空間の必要とされる格納庫や倉庫の屋根トラスの引張材として実用に供せられている。このような比較的細長い部材の重心軸に沿って緊張材を配置し、緊張力を加える場合、緊張力導入時に PC 部材は横方向に Euler 型曲げ座屈を生ずる。中心軸圧縮 PC 部材の曲げ座屈については、Magne¹⁾、Wilby²⁾などの研究結果がある。部材両端のみで緊張材と母部材が定着されているときは、緊張力が Euler 荷重、 $P_{cr} = \pi^2 EI/l^2$ に達すると、部材は座屈を生じ、また、スパン中央でも定着されているときは、 $P_{cr} = 4\pi^2 EI/l^2$ 、3 分点では $P_{cr} = 9\pi^2 EI/l^2$ 、無限点ではもはや座屈現象は生じることなく、全断面の降伏まで緊張力導入が可能となる。すなわち、プレテンション方式 PC 部材では座屈崩壊しないことになる。Wilby²⁾は屋根トラスのタイロッドを使用する細長いコンクリート部材に、重心軸上に緊張材をもつ PC 部材を使用するための理論的、実験的研究を行なっている。両端のみで緊張材と母部材が定着されている部材に緊張力を逐次加えていくと、母部材は Euler 座屈荷重で横方向に曲げ変形を生ずるが、この母部材の横方向変形のため、部材のスパン中央部で母部材と真直ぐに張られた緊張材とが接触することになる。この結果、緊張材の引張抵抗により、

緊張材と母部材はある変形状態で平衡状態となり、さらに Euler 座屈値よりも大きな緊張力を加えることが可能となり、ひいてはタイロッドとしてより細長い部材の使用が可能となるわけである。

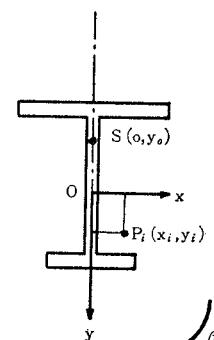
偏心緊張材をもつ曲げプレストレスト部材の緊張力導入時または、外力作用下における部材の座屈は、もはや、曲げ座屈ではなく、ねじれをともなう横方向面外座屈（横ねじれ座屈）が生ずる。プレストレスト部材の横ねじれ座屈強度に関する研究は Podolny³⁾による実験的研究、RC 部材の Winter⁴⁾ らの研究があるが、理論的研究は行なわれていないようである。また、中心軸圧縮形 PC 部材についても、プレテンション方式では材料の降伏により崩壊する前に、ねじれに弱いような断面では、ねじれ座屈により部材が崩壊するが、この可能性については、何んら説明がなされていないようなので本報告ではこれらの事柄について解明しようとするものである。

2. 緊張材による初期応力が部材のねじれ剛性に与える影響

緊張材により母部材断面に生ずる垂直応力 σ_r は式(1)となる。

$$\sigma_r = \frac{\sum P_i}{A} + \frac{\sum P_i y_i}{I_x} y + \frac{\sum P_i x_i}{I_y} x \dots\dots\dots(1)$$

ここに、母部材では圧縮力を正、緊張材では引張力を正とする。 P_i は 図-1 に示すように、第 i 番目の緊張材に作用する緊張力、 (x_i, y_i) は同緊張材の x および y 主軸からの距離を示す。



断面がせん断中心 S のまわりに角 β をもつねじれ変形した場合、ねじりにともなって断面にそり (warping) が発生する。垂直応力 σ_r によるそり断面上でのせん断中心まわりのねじりモーメント ΔM_r ⁵⁾ は、

$$\Delta M_r = \left(\sigma_r \rho \frac{d\beta}{dz} \right) \cdot dA \cdot \rho$$

* 正会員 Ph.D. 名古屋大学助教授 工学部土木工学科

ここに、()内はせん断中心から ρ なる点での垂直応力のそり断面に沿っての分応力を示す。

したがって、全断面にわたる付加ねじれモーメント M_r は、

$$M_r = \int \sigma_r \left(\frac{d\beta}{dz} \right) \rho^2 dA - \sum P_i \rho_i \frac{d\beta}{dz} \rho_i \dots (2)$$

式(2)の右辺第2項は緊張力 P_i によるそり断面上での付加ねじれモーメントで、全緊張材についての総和を示す。式(2)に式(1)の P_r を代入すると、

$$\begin{aligned} M_r &= \left\{ \frac{\sum P_i}{A} \int \rho^2 dA + \frac{\sum P_i y_i}{I_x} \int y \rho^2 dA \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sum P_i x_i}{I_y} \int x \rho^2 dA - \sum P_i \rho_i^2 \right\} \frac{d\beta}{dz} \dots (3) \\ &= \bar{C} \frac{d\beta}{dz} \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} \bar{C} &= \frac{\sum P_i}{A} \int \rho^2 dA + \frac{\sum P_i y_i}{I_x} \int y \rho^2 dA \\ &\quad + \frac{\sum P_i x_i}{I_y} \int x \rho^2 dA - \sum P_i \rho_i^2 \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

いま、図-1のような y 軸に関する一軸対称断面では、
 $\rho^2 = x^2 + (y - y_0)^2$

2軸対称断面では、せん断中心と重心が一致するため、式(4)は、

$$\bar{C} = \sum P_i (r_x^2 + r_y^2) - \sum P_i (x_i^2 + y_i^2) \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 $r_x = \sqrt{I_x/A}$, $r_y = \sqrt{I_y/A}$

したがって、ねじれに関するつりあい方程式は、

$$EI_w \frac{d^3\beta}{dz^3} - GK_T \frac{d\beta}{dz} = T - M_r$$

よって、

$$EI_w \frac{d^3\beta}{dz^3} - \{GK_T - \bar{C}\} \frac{d\beta}{dz} - T = 0 \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 EI_w : 曲げねじれ剛性, GK_T : 単純ねじれ剛性, T : 作用集中トルクである。

式(4)にて右辺第4項は緊張材が付加トルクに与える項であり、第1~第3項は緊張力により母断面に生じた初期応力分布が付加トルクに与える項である。式(4)から

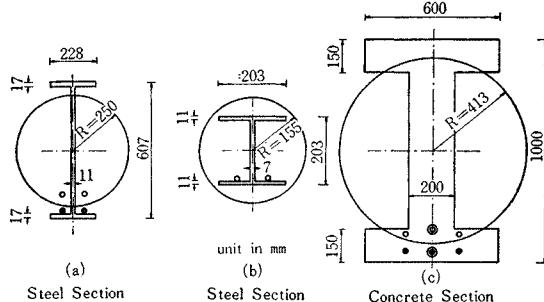
$$\begin{aligned} \sum P_i \rho_i^2 &= \frac{\sum P_i}{A} \int \rho^2 dA + \frac{\sum P_i y_i}{I_x} \int y \rho^2 dA \\ &\quad + \frac{\sum P_i x_i}{I_y} \int x \rho^2 dA \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

のときは $\bar{C} = 0$ 、すなわち、

$$EI_w \frac{d^3\beta}{dz^3} - GK_T \frac{d\beta}{dz} = T$$

となり、緊張材の配置位置、緊張力、および母断面形状が式(7)を満足するようなとき、プレストレスト部材は初期応力のない通常の部材とねじり性状は何んら違わない。もし $\bar{C} > 0$ では、見かけのねじれ剛性 ($GK_T - \bar{C}$) の減少を意味する。これは外力として中心軸方向圧縮力が断面に作用したときの、部材のねじれ剛性に与える軸方向力の影響が、

図-2



(a) Steel Section (b) Steel Section (c) Concrete Section

$$\overline{GK_T} = GK_T - \frac{P}{A} \int \rho^2 dA$$

なる見かけのねじれ剛性 $\overline{GK_T}$ として与えられるのと類似している。

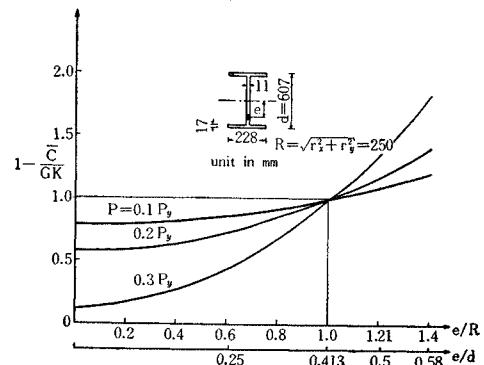
いま、2軸対称断面(式(5))にて $\bar{C}=0$ を満足する緊張材の配置を求めてみる。 n 本の緊張材の張力が等しいとする、 $nP_i=P$ であるから、式(5)は、

$$\frac{1}{n} (\sum x_i^2 + \sum y_i^2) = r_x^2 + r_y^2 \dots \dots \dots (7)'$$

すなわち、式(7)'の右辺は断面形状から求まる値であり、左辺は緊張材の本数、位置により求まる値である。式(7)'は半径 $R = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$ をもつ限界円とでも名づけられる円によって図示すると断面形状との関係は、図-2 のようになる。また図には、 y 軸上に配置された単一緊張材、または、 y 軸に対称に配置された2本の緊張材の配置と限界円の関係が示してある。この図から、緊張材が円内にあるときは(図では○印), $\bar{C} > 0$ 、見かけのねじれ剛性は低下し、円外では(●印), $\bar{C} < 0$ 、見かけのねじれ剛性は増加し、円周上では、 $\bar{C} = 0$ いくら緊張力を加えても見かけのねじれ剛性は単純ねじれ剛性と同じである。

ねじれ抵抗が問題になるようなプレストレスト部材では限界円外に緊張材を配置するのが望ましい。また、図-2(b)のように限界円が断面形の外にくるような断面寸法では、緊張力によりねじれ剛性が常に低下する。図-3は、見かけのねじれ剛性の変化率と緊張材の偏心量(e/R , e/d で無次元化)との関係を P をパラメーターとし

図-3



て示した。用いた断面は 図-2(a) の鋼断面であり、この場合には、 $e/R=1$ を境いにして見かけのねじれ剛性の増減の度合いがわかる。

3. 緊張力導入時の部材の横ねじれ座屈

緒言で述べたように、断面がねじれに対して比較的弱い断面では、Euler型曲げ座屈が生ずることがなくとも全断面が材料の降伏点応力に達する以前に、ねじれ座屈により部材は崩壊するはずである。以下にその可能性について調べてみる。また、緊張材が偏心配置されたときの部材の座屈強度を、(1) 緊張材と母部材がスパン長に沿って連続的に接触しており、横方向の変形に対して一体として変位する場合と、(2) 緊張材と母部材が部材両端のみで定着され、横方向変形後も両者は接触しない場合の2通りについて求める。

(1) 緊張材と母部材が一体として横方向変形する場合

ねじれ座屈強度は、式(6)の部材のねじれに関するつりあい方程式から、

$$EI_w \frac{d^4\beta}{dz^4} - GK_T - \bar{C} \frac{d^2\beta}{dz^2} = 0 \quad \dots \dots \dots (8)$$

を境界条件、

$$\beta = \frac{d^2\beta}{dz^2} = 0; z=0, z=l$$

を用いて解くことにより、固有値問題として求められる。ここに、 $\frac{d^2\beta}{dz^2} = 0$ は部材の両端でそり(warping)を拘束しないことを意味する。すなわち、

$$\bar{C} = \frac{\pi^2}{l^2} EI_w + GK_T \quad \dots \dots \dots (9)$$

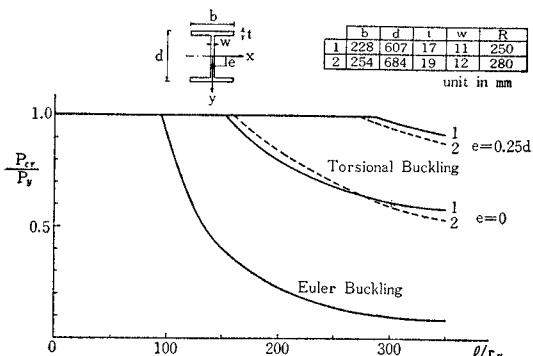
一方、 \bar{C} は式(4)より、

$$\bar{C} = \frac{\Sigma P_i}{A} \int \rho^2 dA + \frac{\Sigma P_i y_i}{I_x} \int y \rho^2 dA - \Sigma P_i \rho_i^2 \quad \dots \dots \dots (4')$$

であるから、式(9)および(4')よりねじれ座屈強張力 $P_{cr} = \Sigma P_i$ が求まる。

いま、2軸対称断面で单一緊張材をもつ部材(図-4)では導入力により生ずるねじれ座屈強度は式(10)のよ

図-4



うになる。

$$P_{cr} = \left(\frac{\pi^2}{l^2} EI_w + GK_T \right) / (r_x^2 + r_y^2 - e^2) \quad \dots \dots \dots (10)$$

図-4 は2つの鋼I形断面に対する式(10)の計算結果を示したもので、 $e=0$ 、 $e=0.25d$ の2通りの偏心量を与えた。縦軸に P_{cr} の無次元量 ($P_y = A \cdot \sigma_y$: 母断面の降伏荷重 $\sigma_y = 2300 \text{ kg/cm}^2$)、横軸に y 軸に関する細長比をとっている。 $e=0$ では $l/r_y > 150$ の領域では、部材は全断面降伏以前にねじれ座屈の危険性がある。

(2) 緊張材と母部材が部材両端のみで定着され、他の部分では変形後も両者は接触しない場合

緊張材と母部材が部材両端のみで定着支持され、中間部では両者の横方向相対移動が自由であるような部材では、緊張力導入時において横方向ねじれとともに生じる座屈变形を生ずる。緊張力と座屈变形の関係は、まず座屈強張力により母部材は荷重の作用面外にはらみだし可能な状態となり、緊張力のわずかな增加でもって、母部材は横方向へ急速に変形するが、真直ぐな紧張材とこの変形した母部材がスパン中央部で接触する。接触後、紧張材の引張抵抗により母部材の横方向変位がある程度妨げられ、ふたたび部材は安定した平衡状態にはいる。すなわち、接触後の後座屈強度が期待できることになる。しかしながら、作用荷重に対して部材をより有利な状態においておくため、ここでは母部材の横方向への最初の変位をもって、部材の緊張力導入時の座屈強度二部材の最終強度とみなす。

緊張材と母部材間の拘束の度合いは通常のプレストレスト部材では前節と本節で述べている拘束度合の中間的なものであり、前者が上限座屈強度を、後者が下限座屈強度を示している。

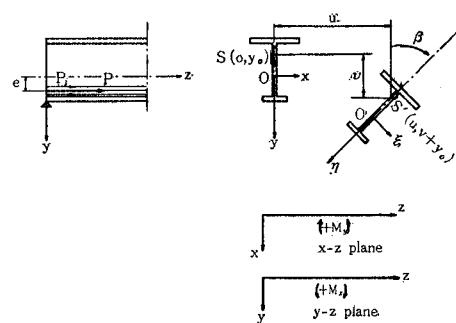
微小横ねじれ変形部材の平衡方程式は、 x 方向の母部材の曲げに関しては(図-5 参照)、

$$EI_y \frac{d^4 u}{dz^4} + Pu - P(e-y_0)\beta = 0 \quad \dots \dots \dots (11)$$

せん断中心まわりのねじれに関しては、

$$EI_w \frac{d^3 \beta}{dz^3} \left[GK_T - \int \sigma \rho^2 dA \right] \frac{d\beta}{dz} - P(e-y_0) \frac{du}{dz} = 0 \quad \dots \dots \dots (12)$$

図-5



ここに, $P = \sum P_i$, e =合力 P の偏心量

式(11), (12)の連立微分方程式を部材両端で,

$$u=0, \beta=\beta''=0$$

なる境界条件のもとに解くと, 橫ねじれ座屈強度 P_{cr} は式(13)から求められる。

$$\left[P - \frac{\pi^2 EI_y}{l^2} \right] \left[\int \sigma \rho^2 dA - GK_T - \frac{\pi^2 EI_w}{l^2} \right] - P^2 (e - y_0)^2 = 0 \quad \dots \dots \dots (13)$$

ここに,

$$\int \sigma \rho^2 dA = \frac{P}{A} \int \rho^2 dA + \frac{\sum P_i y_i}{I_x} \int y \rho^2 dA \quad \dots \dots \dots (4)''$$

式(13)は偏心圧縮力 P が作用した初期応力分布のない通常の部材の横ねじれ座屈強度を求める式と同じである。2軸対称断面では、式(13)は,

$$[P - P_Y][P - P_T](r_x^2 + r_y^2) - (Pe)^2 = 0 \quad \dots \dots \dots (13)'$$

ここに,

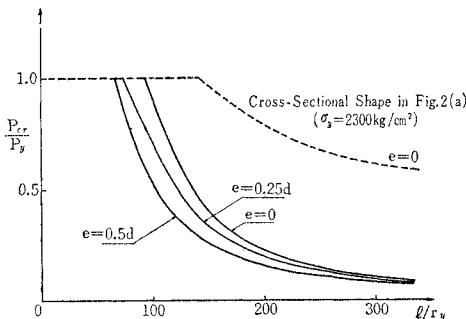
$$P_Y = \frac{\pi^2 EI_y}{l^2}, \quad P_T = \frac{GK_T + \frac{\pi^2 EI_w}{l^2}}{r_x^2 + r_y^2}$$

いま、 $e=0$ すなわち、母部材(2軸対称断面)の重心軸に沿って緊張材が配置されているときの緊張力による座屈強度は、 $P=P_Y$ または、 $P=P_T$

通常の I 形断面では $P_Y \ll P_T$ であるため、部材は y 軸まわりの Euler 座屈強度により支配される。 $P=P_T$ は式(10)の $e=0$ のときと同一式であり、部材がねじれ座屈により崩壊する場合は緊張材と母部材間の拘束条件はその座屈強度に影響を与えないことになる。

e なる偏心量をもつ緊張材があるときの部材の導入時の横ねじれ座屈強度は式(13)'により求められるが、図-6 には前節 3.(1) で求めたねじれ座屈強度($e=0$, 点線)と横ねじれ座屈強度(式(13)')で求めた値とが比較してある。 $e=0$ の実線は図-4 の Euler 座屈曲線と一致する。

図-6



4. 曲げによるプレストレスト部材の横ねじれ座屈強度

あらかじめ緊張力により初期応力を受けている部材に純曲げモーメントが作用したときの部材の荷重面外への変形荷重(横ねじれ座屈強度)を求める。前節であつか

ったと同様に、緊張材と母部材の拘束条件により 2通りに分けて考察を進める。

図-7 に示すように、緊張材の合力 P の作用点が e の偏心位置にあるとすると、この部材に曲げモーメントが作用したとき、緊張力の増分 ΔP は部材の曲げ変形から求められる不静定量であり、部材は内的一次不静定構造となる。純曲げモーメント M_0 による緊張力の増分 ΔP は仮想変位の原理を用いてつきのようになる。

$$\Delta P = M_0 e / \left(e^2 + r_x^2 + \frac{I_x}{A_s} \frac{E}{E_s} \right) \quad \dots \dots \dots (14)$$

ここに、 E_s, A_s は緊張材のヤング率、断面積である。したがって、 M_0 が作用したときの全緊張力 \bar{P} は初期緊張力 P と M_0 による増分 ΔP の和、 $\bar{P} = P + \Delta P$ にて与えられる。図-8 は M_0 による緊張力の増分 ΔP を式(14)から求め、無次元表示したものである。図-2(a)の鋼断面形を用い、母材断面積と緊張材断面積比 A/A_s 、偏心量 e/d をパラメータとした。また $E=E_s$ とした。

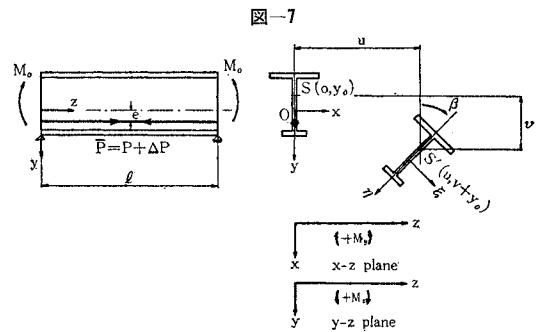
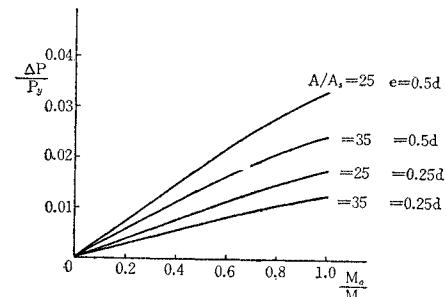


図-8



(1) 緊張材と母部材が一体として横方向変形する場合

図-7 に示した座標系およびモーメントの正の方向を用い、部材の微少変形後の平衡条件式はつきのようになる。緊張材と母部材とが一体となって変形するから、

$$\left. \begin{aligned} EI_y \frac{d^2 u}{dz^2} + M_0 \beta &= 0 \\ EI_w \frac{d^3 \beta}{dz^3} - \left\{ GK_T - \bar{C} - \int_M \sigma \rho^2 dA \right\} \frac{d \beta}{dz} \\ + M_0 \frac{du}{dz} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (15)$$

ここに、 $(GK_T - \bar{C})$ は前節(2)で求めた緊張材による断面のねじれ剛性の見かけの変化をさしており、 \bar{C} は式(4)にて右辺第3項が0として与えられる。また、 P の代りに M_0 による増分 ΔP を加えた \bar{P} を用いる。 $\int_M \sigma_r \rho^2 dA$ は曲げモーメント M_0 による断面の垂直応力による付加ねじれモーメントである。すなわち、

$$\int_M \sigma_r \rho^2 dA = \frac{M_0}{I_x} \int y \rho^2 dA$$

式(15)の連立微分方程式、および部材両端単純支持の境界条件から、プレストレスト部材に純曲げが作用したときの横ねじれ座屈強度 M_{ocr} は次式のようになる。

$$M_{ocr} = \frac{\pi^2}{l^2} EI_y \left[GK_T - \bar{C} - \frac{M_{ocr}}{I_x} \int y \rho^2 dA \right] \\ \times \left[1 + \frac{EI_w \pi^2}{l^2 \left(GK_T - \bar{C} - \frac{M_{ocr}}{I_x} \int y \rho^2 dA \right)} \right] \quad \dots \dots \dots (16)$$

2軸対称断面では $\int y \rho^2 dA = 0$ となるから、

$$M_{ocr} = \frac{\pi^2}{l^2} EI_y [GK_T - \bar{C}] \left[1 + \frac{EI_w \pi^2}{l^2 (GK_T - \bar{C})} \right] \quad \dots \dots \dots (17)$$

緊張力導入時の部材の横ねじれ座屈強度は式(10)で与えられるが、式(10)は式(17)にて $M_0=0$ とおいたときの P_{cr} の式と一致する。

図-9

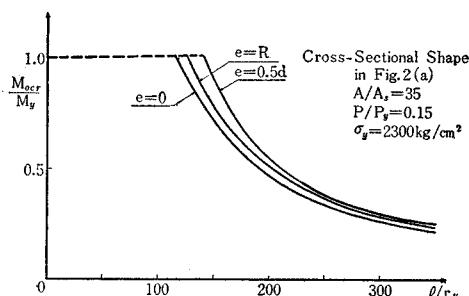


図-9は図-2(a)の鋼H形断面部材が単一緊張材をもつ場合の座屈強度-部材の細長比曲線を初期緊張力、偏心量、母材と緊張材の断面積比をパラメータとして求めたものである。図中 $e=R$ に相当する強度曲線は初期応力のない通常の部材の座屈強度と同じであり、 $e > R$ では緊張材の引張抵抗により部材の強度は高くなっている。一方で、 $e < R$ では緊張材による母材の圧縮応力により部材の強度は低下していることがわかる。なお、座屈強度(縦軸)は降伏モーメント、 $M_y = \sigma_y \cdot W$ により無次元化してある。弹性座屈限界は母材の初期圧縮応力により $M_{ocr}/M_y = 1$ より低い値で非弹性座屈域に入るが、ここでは、弹性限界について触れないことにする。

(2) 緊張材と母部材が部材両端のみで定着され、他の部分では変形後も両者は接触しない場合

図-7に示した座標系およびモーメントの正の方向を用い、母部材の微少変形後の横方向およびねじれに関する平衡条件式はそれぞれ式(18),(19)のようになる。ここでは、緊張材は母部材変形後も何んら横方向へ変位することなく、元のままの位置を保つものとする。変形後の母部材の平衡条件式では、緊張材により母断面に作用する力は、母部材に偏心圧縮力が作用している力学系と同一とみなしうる。

$$EI_y \frac{d^2 u}{dz^2} + \bar{P} u - \{ \bar{P}(e - y_0) - M_0 \} \beta = 0 \quad \dots \dots \dots (18)$$

$$EI_w \frac{d^3 \beta}{dz^3} - \left[GK_T - \int_P \sigma_r \rho^2 dA - \int_M \sigma_r \rho^2 dA \right] \frac{d \beta}{dz} \\ - \{ \bar{P}(e - y_0) - M_0 \} \frac{du}{dz} = 0 \quad \dots \dots \dots (19)$$

ここに、 $\int_P \sigma_r \rho^2 dA$ は緊張力により母部材に生ずる σ_r による付加ねじれモーメントの項、 $\int_M \sigma_r \rho^2 dA$ は曲げモーメント M_0 による項である。

式(18),(19)の連立微分方程式から、部材両端単純支持 ($u=u''=0$, $\beta=\beta''=0$) の条件を用いて解くと、

$$\left[\bar{P} - EI_y \frac{\pi^2}{l^2} \right] \\ \times \left[\int_P \sigma_r \rho^2 dA + \int_M \sigma_r \rho^2 dA - GK_T - EI_w \frac{\pi^2}{l^2} \right] \\ - [\bar{P}(e - y_0) - M_0]^2 = 0 \quad \dots \dots \dots (20)$$

式(20)は部材両端のみで緊張材と母部材が定着されているようなプレストレスト部材に純曲げモーメントが作用したときの横ねじれ座屈強度 M_{ocr} を与える式である。緊張力のみによる部材の横ねじれ座屈強度 P_{cr} は式(13)から求められるが、式(20)にて $M_0=0$ とおいたときの P_{cr} を求める式と一致する。

図-10

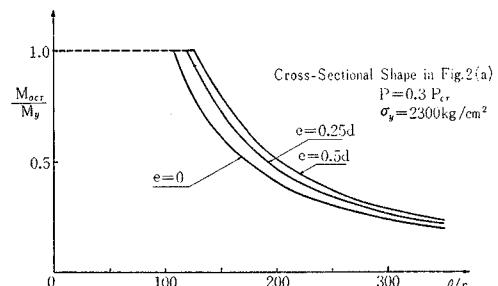


図-10は図-2(a)に示す鋼H形断面部材が単一緊張材をもつ場合について、式(20)から求めた M_{ocr} と部材の細長比との関係を図示したものである。これらの曲線は緊張力 \bar{P} として、緊張力導入時に生ずる横ねじれ座屈強度の P_{cr} の30%の力が導入されているような状態にあるプレストレスト部材の曲げによる座屈強度曲線を示している。

5. 考察および結論

緊張材によりプレストレスされた部材の座屈強度を、(1) 緊張力導入時の座屈強度と、(2) 緊張力導入後の部材の曲げによる座屈強度に分けて求め、座屈強度と緊張力の大きさ、緊張材の配置位置、母部材と緊張材との断面積比、部材の細長比との関係を明らかにした。

緊張材と母部材との拘束状態は、(1) 部材両端のみで両者が定着され、その他の部分では、座屈変形時には何ら接触がない場合と、(2) 部材長に沿って両者が密接しており、両者が一体となって横ねじれ変形を起こす場合の2通りについて調べ、それらの拘束の相違が部材の座屈強度に与える影響を明らかにした。

得られた主なる結論はつぎのようである。

(1) 緊張力の導入による見かけのねじれ剛性の変化は図-2に2,3の断面について示したように、緊張材が限界円($R = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$)内に配置されるときは、見かけのねじれ剛性はSt. Venantのねじれ剛性、 GK_T よりも低下し、緊張材が限界円外に配置されるときは GK_T よりも増加する。もし、緊張材が限界円上に配置されているときは、緊張力の大きさに関係なく見かけのねじれ剛性は GK_T と同一値をとる。また、見かけのねじれ剛性の増減の度合の一例は図-3に示してある。

(2) 中心軸圧縮PC部材でプレテンション方式による緊張力導入では、Euler型曲げ座屈は生じないが、全断面降伏荷重に達する前に、ねじれ座屈により部材が崩壊する場合がある。ねじれに弱い断面形状では特に考慮する必要がある。

(3) 横ねじれ座屈強度は通常、部材断面のねじれ剛性により顕著に左右される。プレストレスト部材では緊張力や母部材の初期応力分布が見かけのねじれ剛性の増減をもたらすが、この見かけのねじれ剛性の変化により、横ねじれ座屈強度は影響をうける。この影響の程度は部材の断面形状によりかなりの開きがあり、定量的なことはここではいいえないが、2,3の鋼H形断面について、導入時における座屈強度を図-4、図-6、また、導入後の外力曲げモーメントによる座屈強度を図-9、図-10に示した。いずれの図からも、通常の部材とプレストレスト部材との座屈に対する安定性には差がみとめられる。すなわち、緊張材の偏心量によりプレストレスト部材は通常の部材よりも座屈強度が低下する場合があり、緊張力の大きさによりその程度はますます大きくなる。このため緊張材をもつ部材ではこの緊張材の影響を考慮した座屈安定性の検討が必要とされる。

6. 記号

$$A = \text{母部材の横断面積} \quad A_s = \text{緊張材の全断面積}$$

$$b = \text{I形断面のフランジ幅} \quad d = \text{I形断面のけた高}$$

$$E = \text{母部材のヤング率} \quad E_s = \text{緊張材のヤング率}$$

$$e = \text{緊張力の合力作用点の偏心量}$$

$$G = \text{母部材のせん断弾性係数}$$

$$I_x, I_y = x\text{軸および}y\text{軸に関する慣性2次モーメント}$$

$$I_w = \text{曲げねじれ定数}$$

$$K_T = \text{St. Venantのねじれ定数}$$

$$l = \text{部材のスパン長}$$

$$M_0 = \text{部材両端に作する等曲げモーメント}$$

$$M_{ocr} = \text{座屈に対する限界等曲げモーメント}$$

$$M_r = \text{垂直応力による付加ねじれモーメント}$$

$$M_y = \text{初期応力を含まない部材の降伏曲げモーメント}$$

$$(M_y = \sigma_y \cdot W)$$

$$n = \text{緊張材の本数} \quad 0 = \text{母部材断面の重心点}$$

$$P = \text{緊張力の合力}$$

$$\Delta P = \text{曲げモーメントによる緊張力の増分}$$

$$P_{cr} = \text{緊張力導入時の座屈限界緊張力}$$

$$P_i = \text{緊張材一本の張力}$$

$$P_y = \text{母部材断面の全面降伏荷重} (P_y = A \cdot \sigma_y)$$

$$P_Y = \text{母部材の Euler 座屈荷重}$$

$$P_T = \text{母部材のねじり座屈荷重}$$

$$\bar{P} = P + \Delta P$$

$$S = \text{母部材断面のせん断中心点}$$

$$T = \text{集中作用トルク}$$

$$t = \text{I形断面のフランジ板厚}$$

$$u, v = \text{せん断中心の } x, y \text{ 軸方向の変位量}$$

$$w = \text{I形断面のウエブ板厚}$$

$$x_i, y_i = \text{緊張材の母部材断面の重心点よりの座標}$$

$$x, y, z = \text{部材の重心軸を通る直角座標系}$$

$$\beta = \text{部材のねじり角}$$

$$\xi, \eta, \zeta = \text{微少変形後の断面の直角座標系}$$

$$\rho = \text{せん断中心から断面上の各点までの距離}$$

$$\sigma = \text{母部材断面に生ずる垂直応力}$$

参考文献

- 1) Magnel, G.: "Prestressed Concrete", Concrete Publications Ltd., London, 1948
- 2) Wilby, C.B.: "Elastic Stability of Post-tensioned Prestressed Concrete Members", Edward Arnold Ltd., London, 1964
- 3) Podolny, W., Scalzi, J.B.: "Lateral Stability of Prestressed Concrete Girder", ACI, Proc. Vol. 58, No. 2, Sept. 1961 and Discussions by Libby, J.R. and Siev, A., ACI, Proc. Vol. 59, No. 3, March 1962
- 4) Hansel, W., Winter, G.: "Lateral Stability of Reinforced Concrete Beams", ACI, Proc. Vol. 56, No. 3, Sept. 1959
- 5) Goodier, J.N.: "Torsional and Flexural Buckling of Bars of Thin-walled Open Section under Compressive and Bending Loads", Journal of Applied Mechanics, Vol. 9, 1942
- 6) Leonhardt, F.: "Spannbeton für Die Praxis", Wilhelm Ernst and Sohn, Berlin 1962, pp. 524-526
- 7) Vlasov, V.Z.: "Thin-Walled Elastic Beams", Office of Technical Services, U.S. Department of Commerce, Washington 25, D.C. 1961, pp. 343-352.

(1965.12.1・受付)