

変動くり返し荷重によるアーチの崩壊

FAILURE OF ARCHES UNDER VARIABLE REPEATED LOADING

福本 哭士*・吉田 博**

By Yuhshi Fukumoto and Hiroshi Yoshida

1. 緒 言

通常の桁構造や単層骨組構造のように、主として曲げ部材により構成されている構造物を塑性解析するときには、断面に生ずる全塑性曲げモーメントの軸方向力による低減を無視することができる。このような構造物の塑性変形により生ずる崩壊メカニズムから求めた崩壊荷重(以下単に崩壊荷重と呼ぶ)、変動くり返し荷重により構造物が Shake-down するときの変形硬化荷重に関しては、すでに数多くの研究成果が発表され、両荷重の開きはさほど大きくなく、両荷重の比はほぼ 85% 以内にあることが明らかにされている。

軸方向力の全塑性曲げモーメントに与える影響が無視できないようなアーチ構造の塑性解析に関する研究は、1950 年頃から始められ、なかでも軸方向力と曲げモーメントを含んだ断面の降伏条件式を導き、上界定理および下界定理を用いての Onat and Prager¹⁾ の研究は注目に値するものである。また、横尾・山肩²⁾ はアーチのせり高の変化にともなう崩壊時の挙動について興味ある研究を発表している。模型を用いてのアーチの崩壊に関する実験的研究をもあわせて、極限強度に関する研究はすでに数多くあげることができる。

しかしながら、弾性限を超える荷重がアーチにくり返し作用した場合、変動くり返し荷重がアーチ上を移動するときの構造物の残留変形に関連してくる変形硬化荷重(Shake-down Load)に対する研究は、あまり例をみることができない。Franciosi, V., Augusti, G., and Saracino, R.³⁾ は鉄筋コンクリートアーチ橋を対照に、等分布死荷重、等分布活荷重および温度変化を考慮して崩壊荷重と変形硬化荷重の両者を求めた。解析は上界定理を用い、図解法をも併用して近似解を求めるものである。一数值計算結果によれば、変形硬化荷重が崩壊荷重のほぼ 38% まで低下するような結果を示しており、通常の曲げのみを考慮した構造物に対する両荷重の比とは大幅に異なった値を与えており、アーチの塑性解析において、変形硬化荷重に対する検討が無視できないとしている。

本研究では、I 形、箱形または矩形断面をもつ 2 ヒン

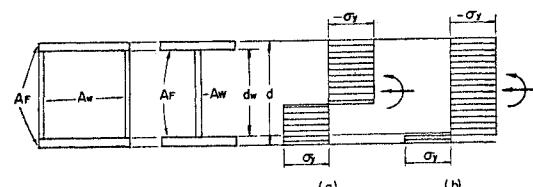
ジ鋼円弧アーチに等分布死荷重と単一集中荷重が作用したときのアーチの最小崩壊荷重、また、集中荷重のくり返し移動通過によるアーチの変形硬化強度、および断面に発生する交番塑性応力による断面の破断を定義する交番塑性荷重を求め、アーチの中心角、アーチリブの断面形状、断面高さをパラメーターとして、これらの荷重の比較検討を行ない、曲げモーメントと軸方向力が同時に作用するような構造物の変形硬化荷重に対する理論解析ならびに、崩壊荷重との量的比較を明らかにしたものである。

2. 用いた仮定および降伏条件式

解析に用いた仮定はつきのようである。

- 1) 使用材料は完全弾塑性体である。
- 2) 断面の降伏条件式には曲げモーメントおよび軸方向力のみを考慮し、せん断力の影響は無視する。
- 3) アーチの座屈および不安定現象による崩壊は考えない。

Fig. 1



以上の仮定により、図-1 に示すような I 形または箱形断面の部材が曲げモーメントと軸方向を受ける場合の降伏条件式は、両フランジ断面積 A_F とウェブ断面積 A_W の比 A_F/A_W とアーチリブ断面の高さ d とウェブ高 d_w の比 d/d_w をパラメーターとして次式で表わされる⁴⁾。

$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{M}{M_p} \right| &= 1.00 - k \left(\frac{N}{N_y} \right)^2 \\ 0 \leq \frac{N}{N_y} &\leq \frac{1}{1 + (A_F/A_W)} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

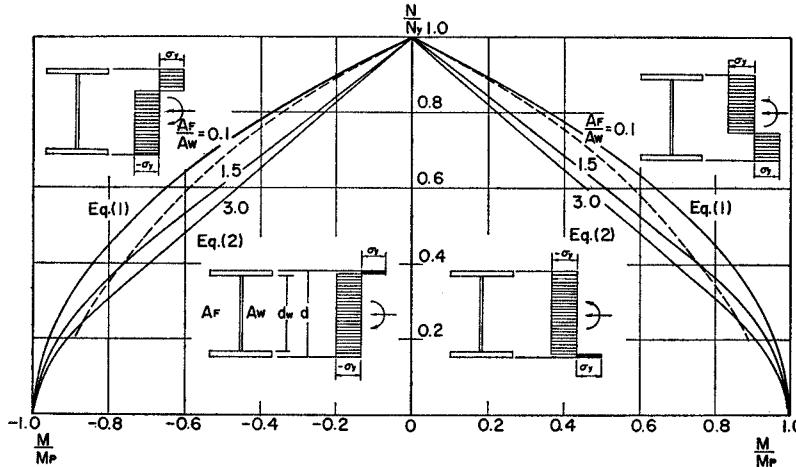
$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{M}{M_p} \right| &= k' \left\{ 1.00 - \left(\frac{N}{N_y} \right) \right\} \\ \frac{1}{1 + (A_F/A_W)} &\leq \frac{N}{N_y} \leq 1.0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、

* 正会員 Ph.D. 名古屋大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 金沢大学講師 工学部土木工学科

Fig. 2 Interaction curves between Axial Thrust and Bending Moment.



$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{\{(A_F/A_W) + 1\}^2}{\{(d/d_w) + 1\}(A_F/A_w) + 1} \\ k' &= \frac{\{(d/d_w) + 1\} \{(A_F/A_W) + 1\}}{\{(d/d_w) + 1\}(A_F/A_w) + 1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

M_p =全塑性モーメント, $N_y = A \sigma_y$ =軸方向力のみによる全断面降伏力, $A = A_F + A_W$ =全断面積, M =作用曲げモーメント, N =作用軸方向力, σ_y =降伏点応力である。

式(1)は塑性ヒンジ形成時の断面の中立軸がウェブ内にあるときの(図-1(a))曲げモーメントと軸方向力の降伏条件式を示したものであり、式(2)は中立軸がフランジ内にあるときの(図-1(b))降伏条件式を直線式で近似したものである。すなわち、式(2)は $N/N_y = 1/(1 + (A_F/A_W))$ で式(1)に交わり、 $M/M_p = 0$ で $N/N_y = 1$ を通る直線式とおいた近似式であり、この範囲では厳密式もほとんど直線式と一致している。

図-2 は $d/d_w = 1.1$ とし、 $A_F/A_W = 0.1$ すなわち、矩形断面の降伏条件式 $|M/M_p| = 1.00 - (N/N_y)^2$ と $A_F/A_W = 1.5, 3.0$ のときの塑性ヒンジ形成に対する曲げモーメントと軸方向力の組み合わせのときの降伏条件式(1), (2)を示したものである。同図には式(1)および式(2)の適用範囲が破線にて示されている。

以下の計算に当っては、降伏条件式として式(1)と式(2)を用い、通常のアーチの充腹I形断面リブではほぼ $d/d_w = 1.1$ であるので、断面のパラメーターとして、 A_f/A_w のみを用いる。

3. 崩壞荷重

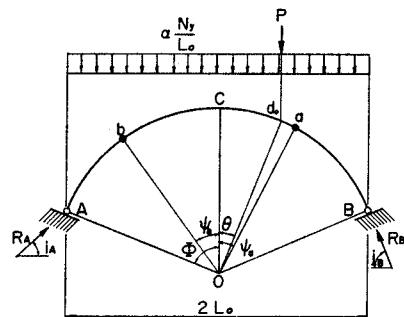
図-3 に示すように中心角 2ϕ を有する 2 ヒンジ円弧アーチにスパン $2L_0$ にわたり、単位長さ当たり $\alpha \cdot N_y/L_0$ の等分布死荷重、およびスパン中央点 C より θ をなす位置 d_0 に单一集中荷重 P が作用した場合のアーチの崩壊荷重は、下界定理を用いてつぎのようにして求める

ことができる。

左右非対称荷重を受ける2ヒンジアーチは2個の塑性ヒンジ形成により崩壊にいたる。いま、任意の2点に塑性ヒンジができたとすると、それらの2断面での曲げモーメントおよび軸方向力は降伏条件式(1)または(2)を満足しなければならない。しかしながら、塑性ヒンジの位置を任意に仮定しているため必ずしもアーチ全断面で塑性モーメント条件を満足しているとは限らない。したがって、改

めて塑性ヒンジの位置を仮定して崩壊荷重を求め、それらの荷重のうち最も小さいものが真の崩壊荷重を与える。以下に図-3に示す荷重状態の崩壊荷重を求める解析順序を示す。

Fig. 3



(1) 支点 A の反力 R_A が水平となす角を i_A とし i_A を未知量とする。支点 B に関するつりあい条件より集中荷重 P は次式のように表わされる。

$$P = \frac{2 \sin i_A \cdot \sin \phi}{\sin \phi - \sin \theta} R_A - \frac{2 \alpha \sin \phi}{\sin \phi - \sin \theta} N_y \dots (4)$$

(2) スパン中央 C より支点 B 側に角 ψ_a 傾いた点 a , および C より支点 A 側に角 ψ_b 傾いた点 b に塑性ヒンジが生じたと仮定する。 a, b 点での曲げモーメントおよび軸方向力をそれぞれ M_a, M_b および N_a, N_b とすると,

$$M_a = (A_a R_A + B_a N_y) L_0 \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

で示される。ただし、軸方向力は圧縮力を正、曲げモーメントは断面の上縁が圧縮側になる方向を正とする。

| | |
|---|----------------------|
| $A_a = \sin i_A \operatorname{cosec} \phi (\sin \phi + \sin \psi_a)$ | $\theta \geq \psi_a$ |
| $- \cos i_A \operatorname{cosec} \phi (\sin \psi_a - \cos \phi)$ | |
| $B_a = -\frac{1}{2} \alpha \operatorname{cosec}^2 \phi (\sin \phi + \sin \psi_a)$ | $\theta \leq \psi_a$ |
| $C_a = \cos i_A \operatorname{cosec} \psi_a - \sin i_A \sin \psi_a$ | |
| $D_a = \alpha \operatorname{cosec} \phi (\sin \phi + \sin \psi_a) \sin \psi_a$ | $\theta \leq \psi_a$ |
| $A_a = \sin i_A \operatorname{cosec} \phi (\sin \phi + \sin \psi_a)$ | |
| $- \cos i_A \operatorname{cosec} \phi (\cos \psi_a - \cos \phi)$ | $\theta \leq \psi_a$ |
| $- \operatorname{cosec} \phi (\sin \psi_a - \sin \theta)$ | |
| $\times 2 \sin i_A \sin \phi / (\sin \phi - \sin \theta)$ | $\theta \leq \psi_a$ |
| $B_a = -\frac{1}{2} \alpha \operatorname{cosec}^2 \phi (\sin \phi + \sin \psi_a)^2$ | |
| $+ \operatorname{cosec} \phi (\sin \psi_a - \sin \theta)$ | $\theta \leq \psi_a$ |
| $\times 2 \alpha \sin \phi / (\sin \phi - \sin \theta)$ | |
| $C_a = \cos i_A \cos \psi_a - \sin i_A \sin \psi_a$ | $\theta \leq \psi_a$ |
| $+ 2 \sin i_A \sin \phi / (\sin \phi - \sin \theta) \cdot \sin \psi_a$ | |
| $D_a = \alpha \operatorname{cosec} \phi (\sin \phi + \sin \psi_a) \sin \psi_a$ | $\theta \leq \psi_a$ |
| $- 2 \alpha \sin \phi / (\sin \phi - \sin \theta) \cdot \sin \psi_a$ | |
| $A_b = \sin i_A \operatorname{cosec} \phi (\sin \phi - \sin \psi_b)$ | $\theta \leq \psi_b$ |
| $- \cos i_A \operatorname{cosec} \phi (\cos \psi_b - \cos \phi)$ | |
| $B_b = -\frac{1}{2} \alpha \operatorname{cosec}^2 \phi (\sin \phi - \sin \psi_b)^2$ | $\theta \leq \psi_b$ |
| $C_b = \cos i_A \cos \psi_b + \sin i_A \sin \psi_b$ | |
| $D_b = -\alpha \operatorname{cosec} \phi (\sin \phi - \sin \psi_b) \sin \psi_b$ | |

(3) a , b 点では軸方向力の大小により降伏条件式(1)または(2)を満足しなければならない。一方、この軸方向力の大小は集中荷重 P の位置により決められる。図-3 に示すように、 P の位置がスパン中央より B 支点側にあるときは a 点より b 点での軸方向力が常に大きく、全断面降伏時の中立軸の位置はつぎの 3 つの場合が考えられる。

a) a, b 点とも中立軸がウェブ内にある場合 a, b 点とも降伏条件式(1)を満足する。したがって、式(5)および式(6)を式(1)に代入すると、

$$\left| \frac{(A_a R_A + B_a N_y) L_0}{M_p} \right| = 1.00 - k \left(\frac{C_a R_A + D_a N_y}{N_y} \right)^2$$

$$\left| \frac{(A_b R_A + B_b N_y) L_0}{M_p} \right| = 1.00 - k \left(\frac{C_b R_A + D_b N_y}{N_y} \right)^2$$

..... (7)

となる。一方、全塑性モーメント M_p と軸方向力のみによる全断面降伏力 N_y の比はつぎの関係がある。

$$\frac{M_p}{N_v} = \frac{Z}{A} = \lambda d, \quad \lambda = \frac{(A_F/A_w) + 1}{4k(d/d_w)} \quad \dots \dots \dots (8)$$

ここに、 Z は塑性断面係数である。また、

$$R_A/N_y = Q \dots \dots \dots (9)$$

とおけば式(9)を用いて、式(7)を書きかえると、

$$\left. \begin{array}{l} A_1 Q + B_1 = 1.00 - k(C_a Q + D_a)^2 \\ A_2 O + B_2 = 1.00 - k(C_b O + D_b)^2 \end{array} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

となる。ここに、

$$\delta = d/L_0$$

$$A_1 = A_b/\lambda\delta, \quad B_1 = B_a/\lambda\delta, \quad A_2 = A_b/\lambda\delta, \quad B_2 = B_b/\lambda\delta. \quad (11)$$

式(10)の連立方程式を解き、 Q および i_A を求める
ことができる。

b) a 断面の中立軸がウェブ内にあり, b 断面の中立軸がフランジ内にある場合 a 点においては式(1)の降伏条件式を, b 点においては式(2)の降伏条件式を満足しなければならない。式(5)を式(1)に, 式(6)を式(2)に代入し, 式(9)および式(11)を用いることにより,

$$\left. \begin{aligned} A_1Q + B_1 &= 1.00 - k(C_aQ + D_a)^2 \\ A_2Q + B_2 &= k' \{1.00 - (C_bQ + D_b)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

となる。この連立方程式を解くことにより Q および i_A が求められる。

c) a, b 断面とも中立軸がフランジ内にある場合

a, b 点とも式(2)の降伏条件式を満足しなければならない。式(5)および式(6)を式(2)に代入し、式(9)および式(11)を用いることにより、

$$\left. \begin{array}{l} A_1Q + B_1 = k' \{1.00 - (C_aQ + D_a)\} \\ A_2Q + B_2 = k' \{1.00 - (C_bQ + D_b)\} \end{array} \right\} \dots\dots(13)$$

となり、この連立方程式を解いて Q および i_A を求めることができる。

(4) a, b 断面で全断面降伏時において仮定した中立軸の位置が、真の値かどうかは a), b) および c) で求めた Q および i_A から計算した a, b 断面での軸方向力を N とすると、 $N/N_y \geq 1/1 + (A_F/A_W)$ の条件から中立軸が仮定したものと一致するかどうかにより求めることができる。

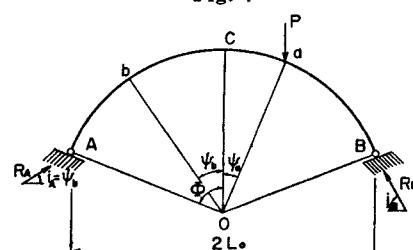
(5) 以上で求まった真の Q および i_A を式(4)に代入して P を求めることができる。

(6) (5) で求まった崩壊荷重 P は、任意に仮定した a, b 断面にて塑性ヒンジが形成すると考えたが、この場合、必ずしも塑性モーメント条件を満足していない。塑性モーメント条件を満足するためには ψ_a, ψ_b ($0 < \psi_a, \psi_b < \phi$) のあらゆる組み合わせに対して P の最小値を求めねばならない。すなわち、この P の最小値が与えられた荷重位置での真の崩壊荷重である。

(7) アーチの真の崩壊荷重は P の載荷位置 θ を $0 \sim \phi$ まで変化させて上記(1)～(6)の解析順序をくり返した場合の P の最小値として与えられる。

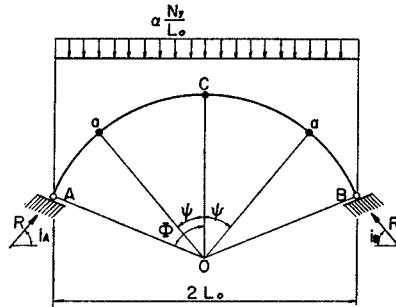
单一集中荷重のみによる崩壊荷重はつぎのようにして求めることができる。図-4 のように、支点 A の反力

Fig. 4



R_A の水平となす角を i_A とすると塑性ヒンジ形成の位置は最大曲げモーメントの位置の荷重点 a と負の最大曲げモーメントおよび最大軸方向力が同時に生ずる位置、すなわち、スパン中央より支点 A 側に i_A だけ傾いた点 b に生ずる。したがって、それらの点における曲げモーメント、軸方向力を降伏条件式(1)または(2)に代入することにより崩壊荷重を求めることができる。

Fig. 5

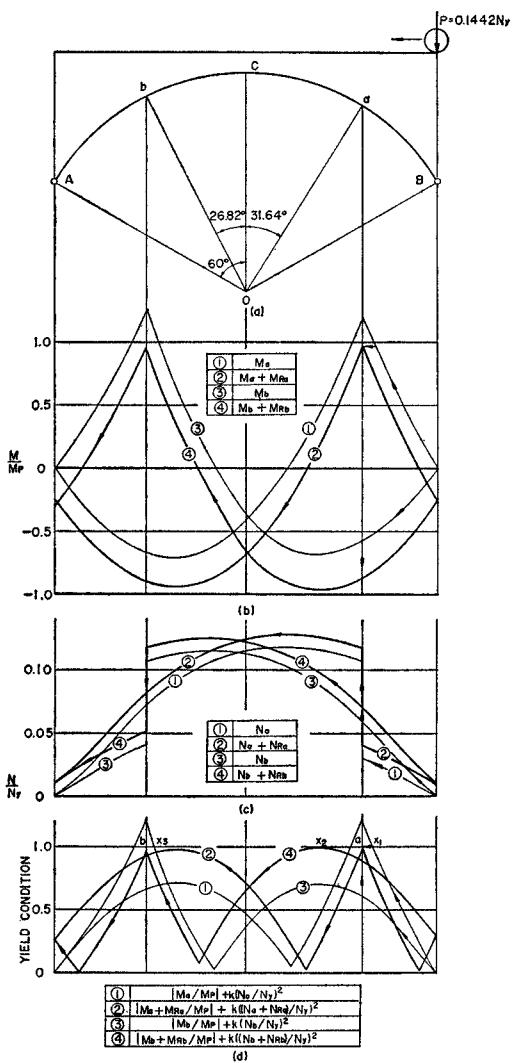


等分布荷重のみが載荷される場合のアーチの崩壊は図-5のごとくスパン中央点 C および左右対称の位置 a, a' にて 3 つの塑性ヒンジを生じて崩壊する。したがってこの場合の崩壊荷重はスパン中央点 C より A 支点側および B 支点側に ψ 傾いた点 a, a' にて塑性ヒンジが形成すると仮定して、 ψ を $0 \sim \phi$ まで変化させて求めた崩壊荷重の最小値が等分布荷による真の崩壊荷重である。なお、崩壊荷重の計算結果は 6. にまとめてある。

4. 変形硬化荷重

くり返し移動荷重によるアーチの変形硬化現象を例によって説明する。いま、図-6(a)のように中心角 $2\phi = 120^\circ$ 、アーチリブ断面が $d/d_w = 1.1$ 、 $A_F/A_W = 1.5$ のアーチ上を $P = 0.1442 N_y$ なる単一集中荷重が支点 B より支点 A 方向に転動する場合、 a 点 ($\psi_a = 31.64^\circ$) および b 点 ($\psi_b = 26.82^\circ$) における曲げモーメントを M_{ax}, M_{bx} 、軸方向力を N_{ax}, N_{bx} とすると、それらの $P = 0.1442 N_y$ による影響線は図-6(b), (c) の曲線①, ③ のようになる。ここに、縦軸は M_p および N_y で無次元化してある。また、降伏条件式の左辺 $|M_{ax}/M_p| + k(N_{ax}/N_y)^2, |M_{bx}/M_p| + k(N_{bx}/N_y)^2$ の値は図-6(d) の曲線①, ③ のようになる。まず、荷重が支点 B 上にあるとき、 $M_{ax} = 0, N_{ax} = 0$ であるが、支点 A 方向に荷重が進むとともに M_{ax}, N_{ax} の値は増加し、 x_1 の点に荷重が到達したとき、 $|M_{ax}/M_p| + k(N_{ax}/N_y)^2 = 1$ となる。すなわち x_1 点まで荷重が進んだとき a 点では塑性ヒンジの回転が始まる。さらに荷重が a 点に達して塑性ヒンジの回転角は最大となる。 a 点に荷重が達したとき、もし荷重を除去しても塑性変形の結果による曲げモーメントおよび軸方向力が残留する。したがって、荷重が a 点を通過すると a 点には弾性曲げモーメント

Fig. 6 Shake-Down Loading.



M_{ax} 、弾性軸方向力 N_{ax} のほかに残留曲げモーメント M_{Ra} 、残留軸方向力 N_{Ra} が作用することになる。 a, b 点における残留曲げモーメントおよび残留軸方向力を、 a, b 点における曲げモーメント影響線(図-6(b)①, ③) および軸方向力影響線(図-6(c)①, ③) にそれぞれ加えたものを図-6(b), (c) の曲線②, ④ で示してある。そして、それらの組み合わせ $|(M_{ax} + M_{Ra})/M_p| + k((N_{ax} + N_{Ra})/N_y)^2$ は図-6(d) の曲線②のようになり、以後荷重の進行とともにその値は 1 を越えることはない。一方、 b 点の曲げモーメントおよび軸方向力は荷重が支点 B 上では $M_{bx} = 0, N_{bx} = 0$ であるが、荷重が支点 A 方向に進むとともに、 M_{bx} の絶対値および N_{bx} は増加する。そして、それらの組み合わせ $|M_{bx}/M_p| + k(N_{bx}/N_y)^2$ の値も増加する。荷重が a 点に達すると b 点には弾性曲げモーメント M_{bx} および弾性軸方向力 N_{bx} のほかに a 点の塑性変形による残留曲げモーメン

$$A_a = \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \phi - \sin^2 \theta_a - 2 \cos \phi (\phi \sin \phi - \theta_a \sin \theta_a + \cos \phi - \cos \theta_a) - r(\sin^2 \phi - \sin^2 \theta_a)}{\phi - 3 \sin \phi \cos \phi + 2 \phi \cos^2 \phi + r(\phi + \sin \phi \cos \phi)}$$

$$B_a = \frac{\alpha}{2} \frac{4/3 \cdot \sin^3 \phi + \phi \cos \phi - 2 \phi \sin^2 \phi \cos \phi - \sin \phi \cos^2 \phi + 2r\left(\phi \cos^2 \phi - \frac{1}{2}\phi - \frac{1}{2} \sin \phi \cos \phi\right)}{\phi - 3 \sin \phi \cos \phi + 2 \phi \cos^2 \phi + r(\phi + \sin \phi \cos \phi)}$$

$$A_b = \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \phi - \sin^2 \theta_b - 2 \cos \phi (\phi \sin \phi - \theta_b \sin \theta_b + \cos \phi - \cos \theta_b) - r(\sin^2 \phi - \sin^2 \theta_b)}{\phi - 3 \sin \phi \cos \phi + 2 \phi \cos^2 \phi + r(\phi + \sin \phi \cos \phi)}$$

$$\tau = \frac{12 \{1 + (A_F/A_W)\}}{3 \left[1 + \frac{1}{2} \{(d/d_w) - 1\} \right]^2 (A_F/A_W) + 1} \times \frac{1}{\delta(d/d_m)^2} \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

一方、残留変形による残留反力は図-9のようくに水平反力のみであり、それを H_R とすると a, b 点における残留曲げモーメント M_{Ra}, M_{Rb} および残留軸方向力 N_{Ra}, N_{Rb} は、

$$\left. \begin{aligned} M_{Ra} &= -\operatorname{cosec} \phi (\cos \psi_a - \cos \phi) H_R L_0 \\ N_{Ra} &= \cos \psi_a H_R \end{aligned} \right\} \dots (17)$$

$$\left. \begin{aligned} M_{Rb} &= -\operatorname{cosec} \phi (\cos \psi_b - \cos \phi) H_R L_0 \\ N_{Rb} &= \cos \psi_b H_R \end{aligned} \right\} \dots (18)$$

で与えられる。

いま、 a, b 点にて塑性ヒンジが形成されるものとすると、 a, b 点における弾性曲げモーメントと残留曲げモーメントの和および弹性軸方向力と残留軸方向力の和は降伏条件式(1)または式(2)を満足しなければならない。いま、考えているアーチにおいて、 P の位置がスパン中央より B 支点側にあるとき、軸方向力は常に a 点よりも b 点で大であるので、軸方向力の大小により全断面降伏時の断面の中立軸の位置はつぎの 3 つの場合を考えられる。

a) a, b 点とも中立軸がウェブ内にある場合 a, b
 点とも降伏条件式(1)を満足する。したがって式(14),
 (17) および式(15), (18)を式(1)に代入すると,

$$\left. \begin{aligned} & \frac{(A_{Ma}P + B_{Ma}N_y)L_0 + M_{Ra}}{M_p} = 1.00 \\ & -k \left(\frac{A_{Na}P + B_{Na}N_y + N_{Ra}}{N_y} \right)^2 \\ & \frac{(A_{Mb}P + B_{Mb}N_y)L_0 + M_{Rb}}{M_p} = 1.00 \\ & -k \left(\frac{A_{Nb}P + B_{Nb}N_y + N_{Rb}}{N_y} \right)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots(19)$$

となる。式(8)および $P/N_y = Q$, $H_R/N_y = R \cdots (20)$ を用いると、

$$\begin{aligned} a_1Q + b_1R + c_1 &= 1.00 - k(A_{N\alpha}Q + \cos \psi_a R + B_{N\alpha})^2 \\ a_2Q + b_2R + c_2 &= 1.00 - k(A_{N\beta}Q + \cos \psi_b R + B_{N\beta})^2 \end{aligned} \quad \dots \quad (21)$$

となる。ただし、

$$\begin{aligned} a_1 &= A_{Ma}/\lambda\delta, & b_1 &= \operatorname{cosec} \phi (\cos \psi_a - \cos \phi)/\lambda\delta \\ a_2 &= -A_{Mb}/\lambda\delta, & b_2 &= \operatorname{cosec} \phi (\cos \psi_b - \cos \phi)/\lambda\delta \\ c_1 &= B_{Ma}/\lambda\delta, & c_2 &= -B_{Mb}/\lambda\delta \end{aligned} \quad (22)$$

式(21)の連立方程式を解いて Q , R を求めることができる。

b) a 点における中立軸がウェブ内にあり、 b 点における中立軸がフランジ内にある場合 a 点においては式(1)の降伏条件式を、 b 点においては式(2)の降伏条件式を満足しなければならない。したがって式(14)、(17)を式(1)に、また、式(15)、(18)を式(2)に代入し、式(8)、(20)および(22)を用いると、

$$\left. \begin{aligned} a_1Q + b_1R + c_1 &= 1.00 - k(A_{Na}Q + \cos\psi_a R + B_{Na})^2 \\ a_2Q + b_2R + c_2 &= k' \{1.00 - (A_{Nb}Q + \cos\psi_a R + B_{Nb})\} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (23)$$

となり、この連立方程式を解いて Q, R を求めることができる。

c) a, b 点とも中立軸がフランジ内にある場合 a, b
 点とも式(2)の降伏条件式を満足しなければならない。
 式(14), (17) および式(15), (18) を式(2)に代入し,
 式(8), (20) および(22) を用いると,

$$\left. \begin{aligned} a_1Q + b_1R + c_1 &= k' \{1.00 - (A_{Na}Q + \cos \psi_a R + B_{Na})\} \\ a_2Q + b_2R + c_2 &= k' \{1.00 - (A_{Nb}Q + \cos \psi_b R + B_{Nb})\} \\ \dots &\dots \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

となり、この連立方程式を解いて Q, R を求めることができる。

a, b 断面の降伏時における中立軸がウェブ内にあるか
フランジ内にあるかは仮定した a)～b) のおのおのの場合について求めた Q および R を用いて計算した a, b 点での軸方向力を N とすると中立軸の位置に関する条件式 $N/N_y \geq 1/1 + (A_F/A_W)$ のいずれを満足するかにより判定される。もし、それが仮定したものと一致すれば得られた Q および R は真の値である。すなわち、式(20)より $P = QN_y$ にて変形硬化荷重を求めることができる。

以上は図-7のように等分布荷重と d_a 点に集中荷重が載荷した場合に a 点に塑性ヒンジが形成し、また図-8のように等分布荷重と d_b 点に集中荷重が載荷した場合に、 b 点に塑性ヒンジが形成するとした場合の変形硬化荷重である。しかし、この場合必ずしも全断面で塑性モーメント条件を満足しているとは限らない。塑性条件を満足するには ψ_a , ψ_b のあらゆる組み合わせに対して P の最小値を求めなければならない。すなわち、この P の最小値が与えられた荷重位置の組み合わせに対する変形硬化荷重である。

いま、集中荷重はスパン中央 C よりそれぞれ θ_a , θ_b

だけ B 支点側に載荷されたと考えたが、集中荷重は移動荷重であるから任意の位置に載荷される。したがって、荷重の移動を考慮した変形硬化荷重は θ_a , θ_b を $-\phi < \theta_a$, $\theta_a < \phi$ の範囲で変化させたあらゆる組み合わせに対する最小値である。なお、変形硬化荷重の計算結果は 6. にまとめてある。

5. 交番塑性荷重

ある断面に交番塑性応力が発生し、交番塑性状態に入ったとき、この数百回のくり返し交番塑性により部材断面は破断する。

すなわち、ある荷重状態のある断面での最大縁応力度を σ_{max} とし、他の荷重状態での同一断面同一点での最小縁応力度を σ_{min} とすると、つぎの条件を満足するとき、その断面で交番塑性破断をおこす。

$$\sigma_{\max} - \sigma_{\min} \geq 2 \sigma_v \quad \dots \dots \dots \quad (25)$$

Fig. 10

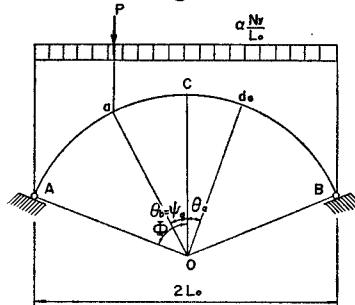


Fig. 11

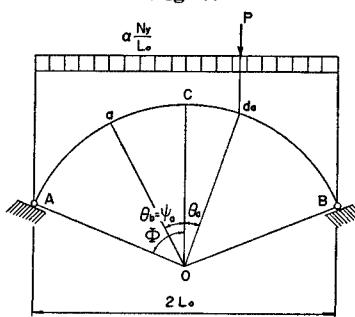


図-10 の荷重状態で a 点に正の曲げモーメント M_1 が生じ、図-11 の荷重状態で負の曲げモーメント M_2 が生じ、また、軸方向力をそれぞれ N_1, N_2 とすると、断面 a の正負の線応力度を式(25)に代入すると、

$$\left. \begin{aligned} & \left| (M_1 - M_2) \frac{A \cdot d}{2I} - (N_1 - N_2) \right| \geq 2N_y, \\ & \left| -(M_1 - M_2) \frac{A \cdot d}{2I} - (N_1 - N_2) \right| \geq 2N_y, \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

となる。ただし、 I は断面 2 次モーメントである。

M_1, M_2, N_1, N_2 に式 (14) および (15) を用い整理すると、等分布荷重による項は消去され、式 (26) は次

式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} & |(A_{Ma} - A_{Mb})\eta - (A_{Na} - A_{Nb})| P \geq 2N_y \\ & |-(A_{Ma} - A_{Mb})\eta - (A_{Na} - A_{Nb})| P \geq 2N_y \end{aligned} \right\} \dots \quad (27)$$

ただし、

$$\eta = \frac{2\{(A_F/A_W) + 1\} (d/d_w)^2}{\left(\left[1 + \frac{1}{2} \{d/d_w\} - 1 \right] \right)^2 (A_F/A_W) + \frac{1}{3}} \delta \quad \dots \dots \dots \quad (28)$$

式(27)を解いて得られた P のうち小さい値が a 点で交番塑性破壊すると仮定した場合の交番塑性荷重である。 a 点は全く任意に仮定した点であるから、図-10において ψ_a を $0 < \psi_a < \phi$ の範囲で変化させた場合の P の最小値が 図-10 と 図-11 の荷重状態が交互に作用すると考えた場合の交番塑性荷重である。いま、集中荷重はスパン中央 C より θ_a だけ A 支点側と θ_b だけ B 支点側に載荷されたと考えたが、集中荷重は移動荷重であるから任意の位置に載荷される。したがって、荷重の移動を考慮すると、交番塑性荷重は θ_a, θ_b を $0 < \theta_a, \theta_b < \phi$ の範囲で変化させたあらゆる組み合わせに対する P の最小値である。なお、交番塑性荷重の計算結果は 6. にまとめてある。

6. 解析結果と考察

前節 3., 4., 5. で述べた方法により崩壊荷重、変形硬化荷重および交番塑性荷重を求めたが、以下にそれらの計算結果を示し、あわせて考察を加えた。計算に用いたパラメーターは $d/L_0=0.02, 0.05, 0.10$, $d/d_w=1.1$, $A_F/A_W=0.1, 1.5, 3.0$ からなっている。ここに d = アーチリブ断面高さ, L_0 = 半スパン長, d_w = アーチリブ断面のウェブ高さ, A_F = フランジ全断面積, A_W = ウェブ断面積、また、用いたアーチの半中心角は $\phi=10^\circ \sim 90^\circ$ までとし、 10° ごとのピッチとした。一般に用いられるアーチ断面では $d/d_w=1.10 \sim 1.14$ であると考えられるから、ここでは $d/d_w=1.1$ を用いた。また $A_F/A_W=0.1$ は $d/d_w=1.1$ の場合は矩形断面を表わし、また一般に用いられる断面では $A_F/A_W=1.0 \sim 3.0$ であると考えられるから、ここでは $A_F/A_W=1.5, 3.0$ を採用した。

等分布死荷重 ($w = \alpha N_y / L_0$) は、 $d/L_0 = 0.02, 0.05, 0.10$ に対して、それぞれ、 $\alpha = 0.02, 0.05, 0.10$ の値を用いた。

(1) 崩壞荷重

a) 崩壊荷重 表-1 は単一集中荷重のみによる崩壊荷重（上段）と変形硬化荷重（下段）を示したものである。各荷重はこれらの係数に $N_y (= A \sigma_y)$ をかけた値となる。また、表-2 は等分布荷重による崩壊荷重 $w_u = \alpha N_y / L_0$ を、表-3 は与えられた等分布荷重が載荷されているとき、同時に作用する单一集中荷重による崩

Table 1 Ultimate Load and Shake-down Load (Concentrated Loading)

 $(\times N_y)$

| d/L_0 | A_F/A_W | ϕ | | | | | | | | |
|---------|-----------|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 10° | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° | 80° | 90° |
| 0.02 | 0.1 | 0.0378* | 0.0385 | 0.0388 | 0.0392 | 0.0396 | 0.0399 | 0.0399 | 0.0399 | 0.0371 |
| | 0.1 | 0.0363** | 0.0369 | 0.0373 | 0.0378 | 0.0383 | 0.0389 | 0.0392 | 0.0389 | 0.0369 |
| | 1.5 | 0.0548 | 0.0574 | 0.0583 | 0.0590 | 0.0597 | 0.0602 | 0.0600 | 0.0588 | 0.0559 |
| | 1.5 | 0.0528 | 0.0551 | 0.0560 | 0.0568 | 0.0576 | 0.0585 | 0.0591 | 0.0586 | 0.0557 |
| | 3.0 | 0.0579 | 0.0624 | 0.0637 | 0.0646 | 0.0654 | 0.0660 | 0.0659 | 0.0646 | 0.0614 |
| | 3.0 | 0.0558 | 0.0599 | 0.0612 | 0.0622 | 0.0632 | 0.0642 | 0.0648 | 0.0643 | 0.0612 |
| 0.05 | 0.1 | — | 0.1269 | 0.1324 | 0.1353 | 0.1375 | 0.1390 | 0.1391 | 0.1365 | 0.1299 |
| | 0.1 | 0.0844 | 0.0903 | 0.0922 | 0.0937 | 0.0952 | 0.0967 | 0.0977 | 0.0970 | 0.0922 |
| | 1.5 | — | 0.1330 | 0.1402 | 0.1439 | 0.1465 | 0.1483 | 0.1485 | 0.1458 | 0.1388 |
| | 1.5 | 0.1073 | 0.1284 | 0.1349 | 0.1386 | 0.1415 | 0.1442 | 0.1460 | 0.1452 | 0.1386 |
| | 3.0 | — | — | 0.1492 | 0.1548 | 0.1586 | 0.1610 | 0.1616 | 0.1591 | 0.1518 |
| | 3.0 | — | — | 0.1436 | 0.1491 | 0.1531 | 0.1564 | 0.1588 | 0.1583 | 0.1516 |
| 0.10 | 0.1 | 0.1413 | 0.1739 | 0.1844 | 0.1898 | 0.1935 | 0.1960 | 0.1963 | 0.1929 | 0.1838 |
| | 0.1 | 0.1386 | 0.1688 | 0.1779 | 0.1830 | 0.1870 | 0.1906 | 0.1930 | 0.1921 | 0.1835 |
| | 1.5 | — | — | 0.2494 | 0.2659 | 0.2762 | 0.2830 | 0.2861 | 0.2834 | 0.2720 |
| | 1.5 | — | 0.2134 | 0.2419 | 0.2569 | 0.2669 | 0.2748 | 0.2804 | 0.2815 | 0.2719 |
| | 3.0 | — | — | — | 0.2641 | 0.2784 | 0.2982 | 0.3039 | 0.3033 | 0.2931 |
| | 3.0 | — | — | — | — | — | 0.2889 | 0.2969 | 0.3003 | 0.2931 |

* Upper Lines indicate for Ultimate Load

** Lower Lines indicate for shake-down Load

Table 2 Ultimate Load (Uniform Loading)

 $(\times N_y/L_0)$

| d/L_0 | A_F/A_W | ϕ | | | | | | | | |
|---------|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--|
| | | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° | 80° | 90° | |
| 0.02 | 0.1 | 0.3169 | 0.3819 | 0.3781 | 0.2455 | 0.1662 | 0.1174 | 0.0823 | 0.0581 | |
| | 1.5 | — | — | — | — | 0.2416 | 0.1691 | 0.1226 | 0.0872 | |
| | 3.0 | — | — | — | — | — | 0.1837 | 0.1330 | 0.0952 | |
| 0.05 | 0.1 | — | 0.4499 | 0.4909 | 0.4490 | 0.3734 | 0.2757 | 0.2003 | 0.1434 | |
| | 1.5 | — | — | — | — | — | 0.3644 | 0.2817 | 0.2091 | |
| | 3.0 | — | — | — | — | — | — | — | 0.2217 | |
| 0.10 | 0.1 | — | 0.4708 | 0.5650 | 0.5929 | 0.5587 | 0.4709 | 0.3677 | 0.2748 | |
| | 1.5 | — | — | — | — | — | — | — | 0.3705 | |
| | 3.0 | — | — | — | — | — | — | — | — | |

Table 3 Ultimate Load and Shake-down Load (Combined Loading)

 $(\times N_y)$

| d/L_0 | α | A_F/A_W | ϕ | | | | | | | | |
|---------|----------|-----------|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--|
| | | | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° | 80° | 90° | |
| 0.02 | 0.02 | 0.1 | 0.0382* | 0.0390 | 0.0396 | 0.0399 | 0.0392 | 0.0371 | 0.0329 | 0.0265 | |
| | | 0.1 | 0.0378** | 0.0376 | 0.0383 | 0.0388 | 0.0388 | 0.0371 | 0.0323 | 0.0260 | |
| | | 1.5 | 0.0563 | 0.0581 | 0.0592 | 0.0599 | 0.0597 | 0.0577 | 0.0533 | 0.0460 | |
| | 0.05 | 1.5 | — | 0.0562 | 0.0571 | 0.0581 | 0.0586 | 0.0576 | 0.0528 | 0.0453 | |
| | | 3.0 | 0.0604 | 0.0631 | 0.0646 | 0.0655 | 0.0654 | 0.0636 | 0.0591 | 0.0516 | |
| | | 3.0 | — | 0.0610 | 0.0623 | 0.0635 | 0.0642 | 0.0634 | 0.0587 | 0.0508 | |
| 0.05 | 0.05 | 0.1 | 0.0883 | 0.0939 | 0.0968 | 0.0981 | 0.0969 | 0.0918 | 0.0815 | 0.0659 | |
| | | 0.1 | — | 0.0919 | 0.0938 | 0.0956 | 0.0959 | 0.0918 | 0.0801 | 0.0647 | |
| | | 1.5 | 0.1179 | 0.1327 | 0.1399 | 0.1439 | 0.1448 | 0.1410 | 0.1306 | 0.1133 | |
| | 0.10 | 1.5 | — | 0.1313 | 0.1357 | 0.1397 | 0.1422 | 0.1406 | 0.1299 | 0.1118 | |
| | | 3.0 | — | — | 0.1476 | 0.1536 | 0.1559 | 0.1531 | 0.1435 | 0.1260 | |
| | | 3.0 | — | — | 0.1432 | 0.1490 | 0.1527 | 0.1523 | 0.1430 | 0.1245 | |
| 0.10 | 0.10 | 0.1 | 0.1375 | 0.1654 | 0.1788 | 0.1856 | 0.1859 | 0.1776 | 0.1586 | 0.1287 | |
| | | 0.1 | — | 0.1654 | 0.1747 | 0.1811 | 0.1837 | 0.1776 | 0.1564 | 0.1267 | |
| | | 1.5 | — | — | 0.2353 | 0.2537 | 0.2628 | 0.2613 | 0.2460 | 0.2155 | |
| | 0.10 | 1.5 | — | — | 0.2313 | 0.2468 | 0.2573 | 0.2597 | 0.2455 | 0.2137 | |
| | | 3.0 | — | — | — | — | — | — | 0.2608 | 0.2328 | |
| | | 3.0 | — | — | — | — | — | — | 0.2608 | 0.2318 | |

* Upper Lines indicate for Ultimate Load

** Lower Lines indicate for shake-down Load

壊荷重（上段）と変形硬化荷重（下段）を示したものである。

図-12,13 および 14 は表-1,2 および 3 の崩壊荷重を図示したものです。縦軸に崩壊荷重を、横軸にアーチの半中心角をとっています。図中点線は軸方向力を無視して計算した値を示しています。これらの図から明らかのように

に、 $\phi=80^\circ \sim 90^\circ$ 付近では軸方向力の影響は少なく、特に d/L_0 , A_F/A_W が小さい場合はその影響はほとんどみとめられない。しかし、 ϕ の値が小さく、特に d/L_0 , A_F/A_W の値が大きい場合はその影響はもはや無視できなくなり、ことに、等分布荷重のみによる崩壊荷重、または等分布荷重と集中荷重との組み合わせ荷重の場合に

Fig. 12 Ultimate Load (Concentrated Loading)

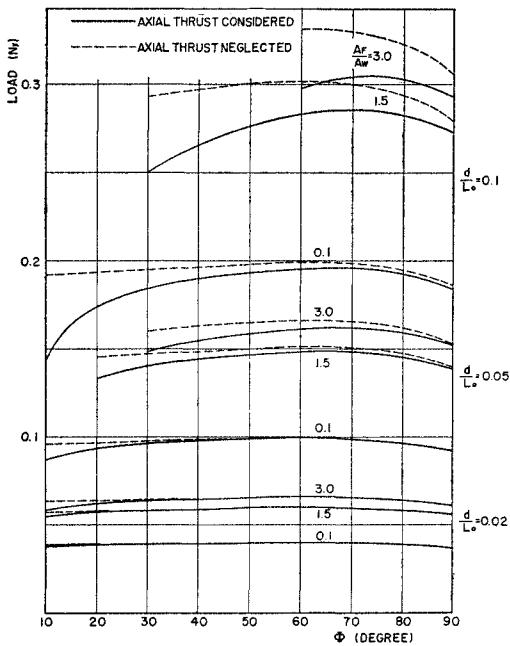
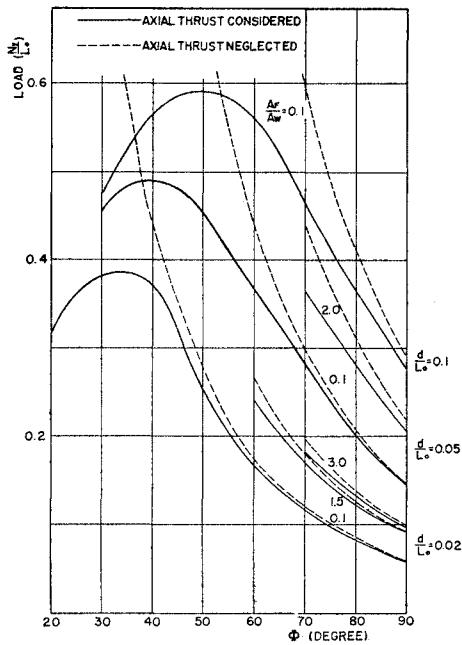


Fig. 13 Ultimate Load (Uniform Loading)



はその影響はきわめて大きい。なお、図には崩壊時における中立軸の位置がウェブ内にある場合のみを示してある。

b) 塑性ヒンジ点の曲げモーメントと軸方向力 図-15～図-20は単一集中荷重、等分布荷重または組み合わせ荷重による崩壊時の塑性ヒンジ位置 *a* および *b* の曲げモーメントおよび軸方向力の大きさを図示したものである。これによっても、 ϕ の減少とともに軸方向力が

Fig. 14 Ultimate Load (Combined Loading)

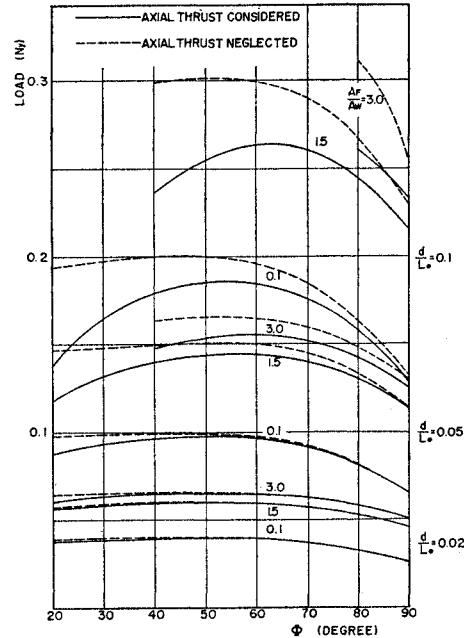


Fig. 15 Critical Bending Moment and Axial Thrust at Hinge "a" under Concentrated Loading.

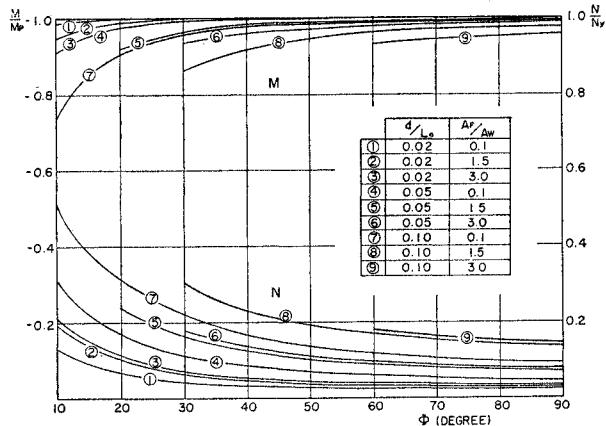


Fig. 16 Critical Bending Moment and Axial Thrust at Hinge "b" Concentrated Loading.

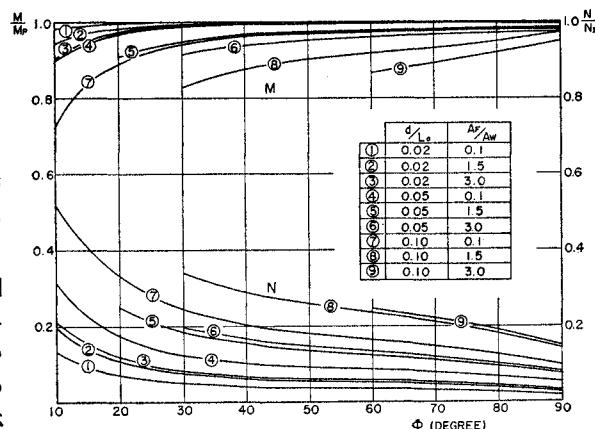


Fig. 17 Critical Bending Moment and Axial Thrust at Hinge "a" under Uniform Loading.

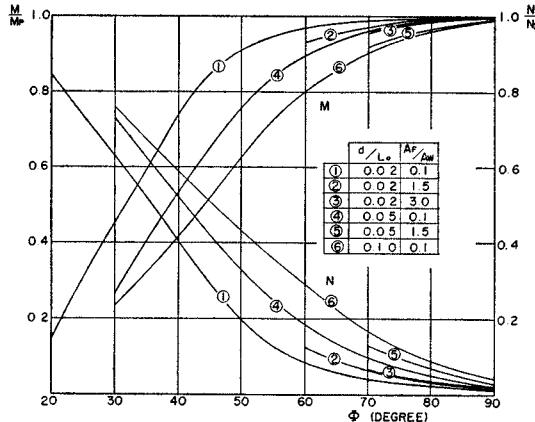
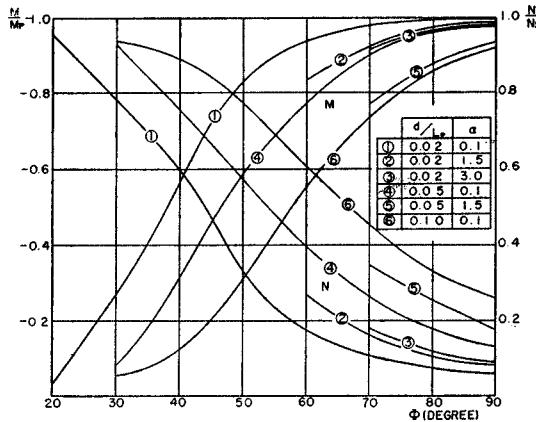


Fig. 18 Critical Bending Moment and Axial Thrust at Hinge "b" under Uniform Loading.



増大し、曲げモーメントが減少する様子がわかる。特に等分布荷重のみの場合にその傾向がいちじるしい。

c) 塑性ヒンジ位置 表-4, 5 および 6 は単一集中荷重、等分布荷重、組み合わせ荷重によるそれぞれの崩

Fig. 19 Critical Bending Moment and Axial Thrust at Hinge "a" Under Combined Loading.

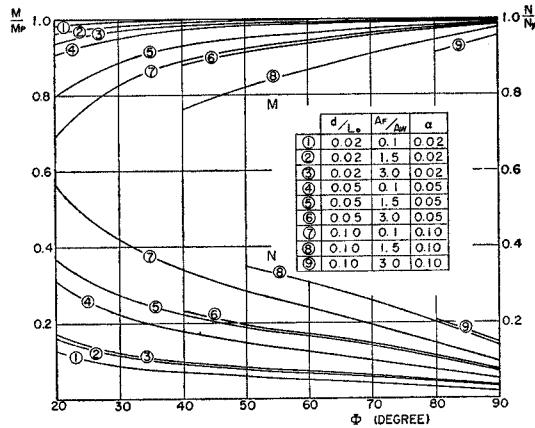
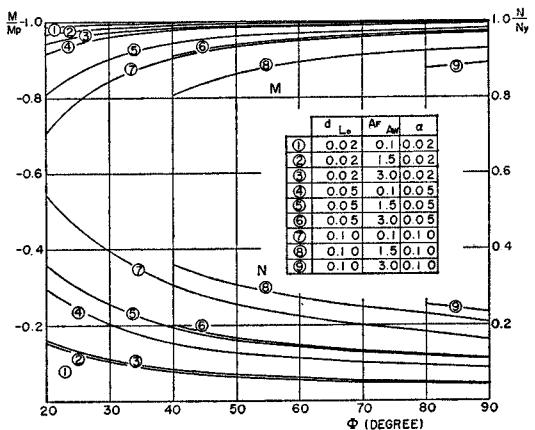


Fig. 20 Critical Bending Moment and Axial Thrust at Hinge "b" Under Combined Loading.



壊時の塑性ヒンジの位置を示したもので、塑性ヒンジの位置は d/L_0 , A_F/A_W によって大きく変化することはなく、ほぼ一定の位置に生ずる。これらの塑性ヒンジの位置は軸方向力を無視して求めた崩壊時の塑性ヒンジの位

Table 4 Locations of Plastic Hinge Formation under Ultimate Load (Concentrated Loading) (DEGREE)

| d/L_0 | A_F/A_W | ψ | ϕ | | | | | | | | |
|---------|-----------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | | 10° | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° | 80° | 90° |
| 0.02 | 0.1 | a | 5.81 | 11.68 | 16.92 | 21.50 | 24.88 | 26.55 | 25.80 | 23.21 | 17.23 |
| | | b | 3.45 | 6.89 | 10.62 | 14.65 | 19.21 | 24.51 | 30.81 | 37.88 | 46.30 |
| | 1.5 | a | 5.71 | 11.52 | 16.88 | 21.50 | 24.88 | 26.49 | 25.80 | 23.21 | 17.23 |
| | | b | 3.49 | 6.96 | 10.63 | 14.64 | 19.21 | 24.53 | 30.81 | 37.87 | 46.29 |
| | 3.0 | a | 5.52 | 11.52 | 16.88 | 21.50 | 24.88 | 26.49 | 25.80 | 23.21 | 17.14 |
| | | b | 3.57 | 6.96 | 10.63 | 14.64 | 19.20 | 24.52 | 30.81 | 37.87 | 46.33 |
| 0.05 | 0.1 | a | 5.46 | 11.39 | 16.80 | 21.40 | 24.88 | 26.49 | 25.80 | 23.21 | 17.14 |
| | | b | 3.60 | 7.01 | 10.66 | 14.68 | 19.20 | 24.52 | 30.80 | 37.87 | 46.33 |
| | 1.5 | a | — | 10.87 | 16.51 | 21.30 | 24.75 | 26.46 | 25.80 | 23.21 | 17.14 |
| | | b | — | 7.20 | 10.75 | 14.69 | 19.21 | 24.49 | 30.76 | 37.84 | 46.33 |
| | 3.0 | a | — | — | 16.13 | 21.04 | 24.50 | 26.40 | 25.76 | 23.21 | 17.14 |
| | | b | — | — | 10.89 | 14.76 | 19.28 | 24.47 | 30.74 | 37.82 | 46.32 |
| 0.10 | 0.1 | a | 5.32 | 10.75 | 16.40 | 21.09 | 24.75 | 26.46 | 25.80 | 23.21 | 17.14 |
| | | b | 3.64 | 7.25 | 10.80 | 14.76 | 19.20 | 24.48 | 30.76 | 37.84 | 46.33 |
| | 1.5 | a | — | — | 15.20 | 20.40 | 24.30 | 26.25 | 25.76 | 23.19 | 17.00 |
| | | b | — | — | 11.22 | 14.94 | 19.24 | 24.41 | 30.63 | 37.75 | 46.37 |
| | 3.0 | a | — | — | — | — | — | 26.08 | 25.80 | 22.69 | 16.91 |
| | | b | — | — | — | — | — | 24.33 | 30.48 | 38.04 | 46.39 |

Table 5 Location of Plastic Hinge Formation under Ultimate Load (Uniform Loading) (DEGREE)

| d/L_0 | A_F/A_W | ϕ | | | | | | | | |
|---------|-----------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--|
| | | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° | 80° | 90° | |
| 0.02 | 0.1 | 19.52 | 27.48 | 36.89 | 41.79 | 47.38 | 53.36 | 59.93 | 66.50 | |
| | 1.5 | — | — | — | — | 49.77 | 50.15 | 58.00 | 64.42 | |
| | 3.0 | — | — | — | — | — | 53.67 | 58.05 | 66.86 | |
| 0.05 | 0.1 | — | 28.58 | 35.50 | 41.67 | 50.08 | 52.03 | 57.84 | 67.05 | |
| | 1.5 | — | — | — | — | — | 52.51 | 58.82 | 67.57 | |
| | 3.0 | — | — | — | — | — | — | — | 65.55 | |
| 0.10 | 0.1 | — | 26.90 | 36.92 | 43.55 | 49.36 | 54.55 | 59.47 | 67.63 | |
| | 1.5 | — | — | — | — | — | — | — | 66.01 | |
| | 3.0 | — | — | — | — | — | — | — | — | |

Table 6 Location of Plastic Hinge Formation under Ultimate Load (Combined Loading) (DEGREE)

| d/L_0 | α | A_F/A_W | ψ | ϕ | | | | | | | | |
|---------|----------|-----------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--|
| | | | | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° | 80° | 90° | |
| 0.02 | 0.02 | 0.1 | a | 11.48 | 16.50 | 20.38 | 22.17 | 21.43 | 18.10 | 13.36 | 8.00 | |
| | | 1.5 | b | 7.20 | 11.43 | 16.62 | 22.98 | 30.80 | 39.37 | 48.54 | 57.59 | |
| | | 3.0 | a | 11.31 | 16.59 | 20.73 | 23.04 | 23.00 | 20.35 | 15.70 | 10.36 | |
| | 0.05 | 1.5 | b | 7.43 | 11.00 | 15.80 | 21.67 | 28.70 | 36.92 | 45.97 | 54.97 | |
| | | 3.0 | a | 11.19 | 16.50 | 20.73 | 23.19 | 23.17 | 20.76 | 16.16 | 10.63 | |
| | | 3.0 | b | 7.43 | 11.00 | 15.69 | 21.38 | 28.35 | 36.51 | 45.27 | 54.18 | |
| 0.05 | 0.05 | 0.1 | a | 11.07 | 16.24 | 20.15 | 21.87 | 21.25 | 17.90 | 13.13 | 8.00 | |
| | | 1.5 | b | 7.43 | 11.61 | 16.73 | 23.27 | 30.80 | 39.57 | 48.54 | 57.60 | |
| | | 3.0 | a | 10.49 | 15.97 | 20.15 | 22.75 | 22.83 | 20.14 | 15.46 | 9.84 | |
| | 0.10 | 1.5 | b | 7.43 | 11.08 | 16.73 | 21.67 | 28.70 | 37.53 | 46.20 | 55.23 | |
| | | 3.0 | a | — | — | 19.92 | 22.60 | 23.17 | 20.35 | 15.70 | 10.10 | |
| | | 3.0 | b | — | — | 16.50 | 22.25 | 29.05 | 37.12 | 45.97 | 54.97 | |
| 0.10 | 0.10 | 0.1 | a | 9.97 | 19.45 | 19.45 | 21.14 | 20.77 | 17.37 | 12.66 | 7.22 | |
| | | 1.5 | b | 7.96 | 16.97 | 16.97 | 23.47 | 31.38 | 40.19 | 49.00 | 58.12 | |
| | | 3.0 | a | — | — | 18.87 | 21.73 | 21.73 | 19.12 | 14.53 | 8.79 | |
| | 0.10 | 1.5 | b | — | — | 16.62 | 22.98 | 30.10 | 37.94 | 46.90 | 55.76 | |
| | | 3.0 | a | — | — | — | — | — | — | 14.30 | 8.79 | |
| | | 3.0 | b | — | — | — | — | — | — | 47.37 | 56.02 | |

置との相違は半スパン長 L_0 の数 % 以内である。

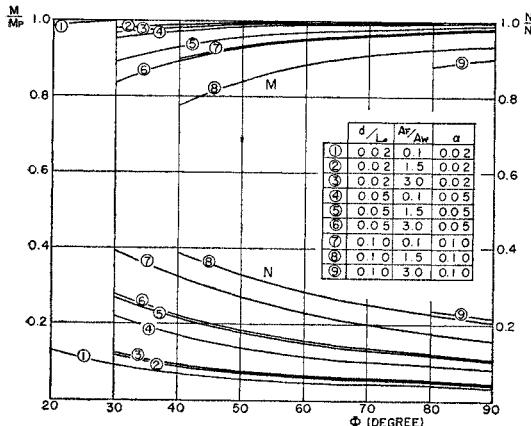
(2) 変形硬化荷重

a) 変形硬化荷重 単一集中荷重および組み合わせ荷重による変形硬化荷重は表-1 および表-3 の下段に示されている。

b) 塑性ヒンジ点での曲げモーメントと軸方向力

図-21 および図-22 は組み合わせ荷重による変形硬化荷重の塑性ヒンジ形成時のヒンジ a および b での曲げモーメントおよび軸方向力を示したものである。これは図-19 および図-20 の崩壊時におけるものとほぼ同一の傾向を示している。図-23 および図-24 は変形硬化荷重による塑性ヒンジ形成時のヒンジ a の残留曲げモーメントおよび残存軸方向力を図示したものであり、図-25 および図-26 はヒンジ b のものを図示してある。これらの図からわかるように残留曲げモーメントの値は $\phi = 50^\circ \sim 90^\circ$ ではほぼ一定でそれより ϕ が減少すると急激

Fig. 21 Critical Bending Moment and Axial Thrust at Hinge "a" Under Shake-down Loading (Combined)



モーメントおよび軸方向力を示したものである。これは図-19 および図-20 の崩壊時におけるものとほぼ同一の傾向を示している。図-23 および図-24 は変形硬化荷重による塑性ヒンジ形成時のヒンジ a の残留曲げモーメントおよび残存軸方向力を図示したものであり、図-25 および図-26 はヒンジ b のものを図示してある。これららの図からわかるように残留曲げモーメントの値は $\phi = 50^\circ \sim 90^\circ$ ではほぼ一定でそれより ϕ が減少すると急激

Fig. 22 Critical Bending Moment and Axial Thrust at Hinge "a" Under Shake-down Loading (Combined)

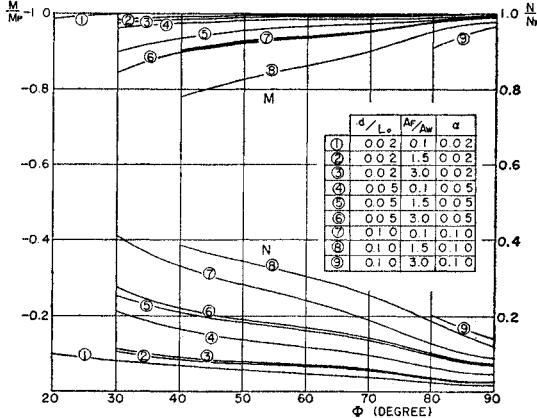


Fig. 23 Residual Moment at Hinge "a".

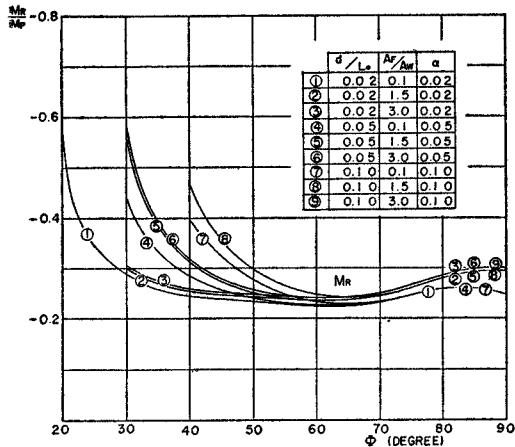


Fig. 24 Residual Thrust at Hinge "a".

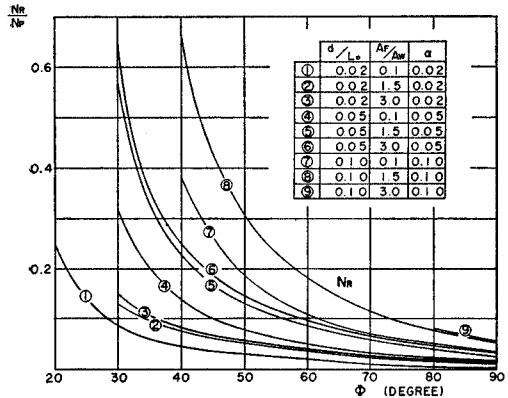
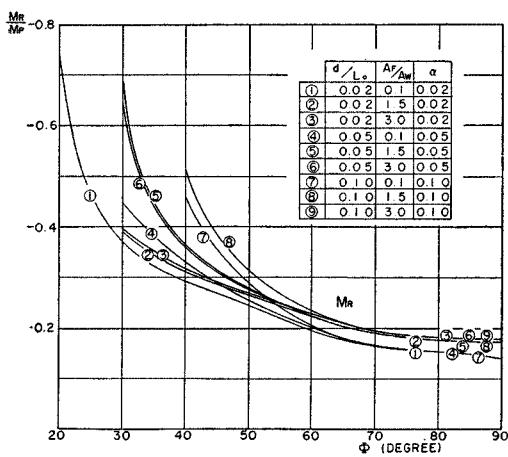


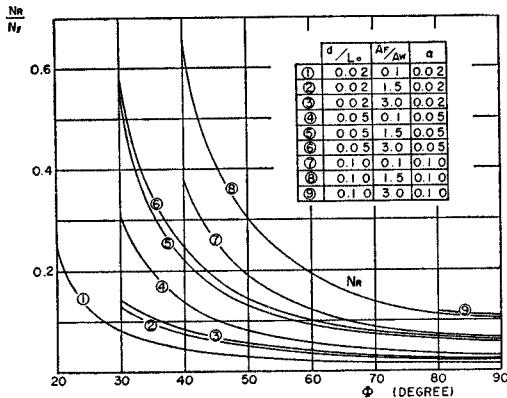
Fig. 25 Residual Moment at Hinge "b".



に増加しているが、残留軸方向力は $\phi=90^\circ$ からの減少とともに増加している。

c) 塑性ヒンジ位置 表-7 および表-8 は単一集中荷重、組み合わせ荷重に対する変形硬化荷重による塑性ヒンジ a および b の位置および荷重位置を表示したものである。用いたパラメーターの範囲においては、塑性ヒンジ a の位置と集中荷重の作用位置とは一致した。

Fig. 26 Residual Thrust at Hinge "b".



(3) 交番塑性荷重

表-9 は交番塑性荷重の数値計算結果を示したものである。表-10 は交番塑性荷重により断面が破断する位置（上段）およびその荷重位置（下段）を示した。

(4) 三荷重の比較

変形硬化荷重はいかなる場合も崩壊荷重より小さいがここで計算した範囲では崩壊荷重の 96% を下ることはない。崩壊荷重に対する変形硬化荷重の比は $\phi=30^\circ \sim 50^\circ$ で最も小さく、単一集中荷重のみによる場合は $\phi=90^\circ$ で最も大きくなる。図-27 および図-28 は単一集中荷重と組み合わせ荷重に対する崩壊荷重と変形硬化荷重を図示したものである。また、同図には交番塑性荷重を一点鎖線で示してある。これによれば、交番塑性荷重は変

Fig. 27

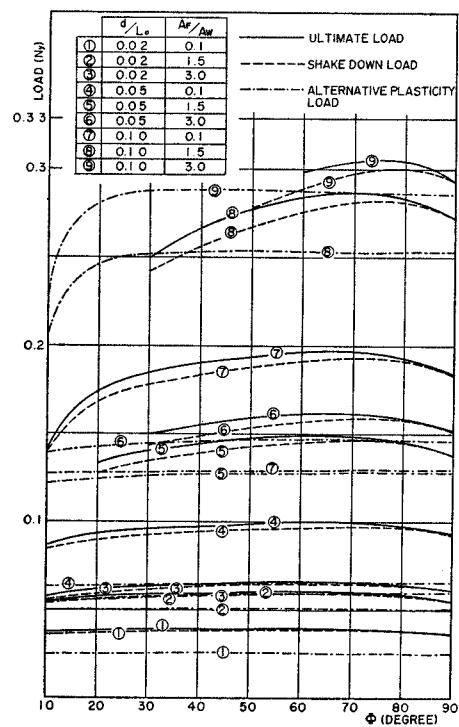


Table 7 Loading Points and Location of Plastic Hinge Formation under Shake-down Load
(Concentrated Loading) (DEGREE)

| d/L_0 | A_F/A_W | | ϕ | | | | | | | | |
|---------|-----------|------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | | 10° | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° | 80° | 90° |
| 0.02 | 0.1 | ψ_a | 6.24 | 12.61 | 18.75 | 24.28 | 28.61 | 31.64 | 31.90 | 27.13 | 4.07 |
| | | ψ_b | 3.92 | 7.97 | 12.21 | 16.59 | 21.39 | 26.82 | 32.48 | 38.88 | 45.54 |
| | | θ_b | 4.08 | 8.03 | 11.64 | 15.00 | 17.45 | 19.72 | 20.92 | 20.71 | 18.75 |
| | 1.5 | ψ_a | 6.24 | 12.61 | 18.75 | 24.08 | 28.61 | 31.64 | 31.90 | 27.13 | 5.32 |
| | | ψ_b | 4.24 | 8.10 | 12.36 | 16.79 | 21.39 | 26.82 | 32.48 | 38.88 | 45.54 |
| | | θ_b | 3.76 | 7.65 | 11.40 | 14.69 | 17.65 | 19.72 | 20.92 | 20.46 | 18.75 |
| | 3.0 | ψ_a | 6.16 | 12.61 | 18.60 | 24.08 | 28.61 | 31.64 | 31.90 | 27.29 | 6.20 |
| | | ψ_b | 4.16 | 8.10 | 12.36 | 16.79 | 21.39 | 26.82 | 32.48 | 38.88 | 45.54 |
| | | θ_b | 3.52 | 7.65 | 11.40 | 14.69 | 17.65 | 19.72 | 20.70 | 20.50 | 18.57 |
| 0.05 | 0.1 | ψ_a | 6.16 | 12.61 | 18.60 | 24.08 | 28.61 | 31.64 | 31.90 | 27.29 | 6.20 |
| | | ψ_b | 4.16 | 8.10 | 12.36 | 16.79 | 21.39 | 26.82 | 32.48 | 38.88 | 45.54 |
| | | θ_b | 3.52 | 7.65 | 11.40 | 14.69 | 17.65 | 19.72 | 20.77 | 20.50 | 18.57 |
| | 1.5 | ψ_a | 5.22 | 12.14 | 18.36 | 24.03 | 28.61 | 31.64 | 32.12 | 27.50 | 9.08 |
| | | ψ_b | 4.50 | 8.40 | 12.36 | 16.79 | 21.65 | 26.82 | 32.48 | 38.88 | 45.82 |
| | | θ_b | 2.90 | 7.12 | 11.06 | 14.44 | 17.39 | 19.56 | 20.52 | 20.25 | 18.29 |
| | 3.0 | ψ_a | — | — | 18.06 | 23.72 | 28.61 | 31.64 | 32.26 | 27.91 | 11.07 |
| | | ψ_b | — | — | 12.75 | 17.00 | 21.65 | 26.82 | 32.62 | 38.88 | 45.93 |
| | | θ_b | — | — | 10.44 | 14.03 | 17.01 | 19.26 | 20.38 | 20.25 | 18.18 |
| 0.10 | 0.1 | ψ_a | 4.82 | 11.81 | 18.21 | 23.82 | 28.56 | 31.66 | 32.12 | 27.50 | 9.54 |
| | | ψ_b | 4.50 | 8.45 | 12.60 | 16.79 | 21.60 | 26.76 | 32.48 | 38.88 | 45.82 |
| | | θ_b | 3.06 | 7.17 | 11.02 | 14.44 | 17.34 | 19.50 | 20.52 | 20.25 | 18.29 |
| | 1.5 | ψ_a | — | 10.38 | 17.24 | 23.19 | 28.35 | 31.64 | 32.62 | 28.86 | 14.71 |
| | | ψ_b | — | 9.09 | 12.99 | 17.32 | 21.78 | 27.13 | 32.62 | 39.03 | 46.11 |
| | | θ_b | — | 5.74 | 9.82 | 13.40 | 16.37 | 18.45 | 19.81 | 19.59 | 17.53 |
| | 3.0 | ψ_a | — | — | — | 22.68 | 27.97 | 31.80 | 33.28 | 30.31 | 18.18 |
| | | ψ_b | — | — | — | 17.68 | 22.35 | 27.13 | 32.92 | 39.29 | 46.52 |
| | | θ_b | — | — | — | 12.20 | 15.25 | 17.68 | 18.82 | 18.72 | 16.55 |

Table 8 Loading Points and Locations of Hinge Formation.

(DEGREE)

| d/L_0 | α | A_F/A_W | | ϕ | | | | | | | | |
|---------|----------|-----------|------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--|
| | | | | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° | 80° | 90° | |
| 0.02 | 0.02 | 0.1 | ψ_a | 12.15 | 18.40 | 23.40 | 26.69 | 26.47 | 16.63 | 0.05 | 0.02 | |
| | | | ψ_b | 7.93 | 12.89 | 18.23 | 24.40 | 31.52 | 39.37 | 47.66 | 56.62 | |
| | | | θ_b | 9.24 | 11.53 | 14.42 | 16.73 | 18.08 | 18.29 | 17.00 | 13.59 | |
| | 0.02 | 1.5 | ψ_a | — | 18.32 | 23.62 | 27.48 | 28.60 | 23.95 | 0.52 | 0.06 | |
| | | | ψ_b | — | 12.64 | 17.78 | 23.54 | 30.00 | 37.42 | 45.30 | 53.81 | |
| | | | θ_b | — | 11.68 | 14.52 | 16.98 | 18.63 | 18.94 | 17.91 | 14.79 | |
| | 0.02 | 3.0 | ψ_a | — | 18.32 | 23.62 | 27.48 | 28.95 | 25.00 | 1.52 | 0.13 | |
| | | | ψ_b | — | 12.73 | 17.67 | 23.40 | 29.83 | 37.04 | 44.90 | 53.13 | |
| | | | θ_b | — | 11.59 | 14.52 | 16.98 | 18.63 | 19.08 | 18.08 | 15.09 | |
| 0.05 | 0.05 | 0.1 | ψ_a | — | 17.79 | 23.15 | 26.60 | 26.50 | 16.84 | 0.35 | 0.13 | |
| | | | ψ_b | — | 12.81 | 18.37 | 24.56 | 31.57 | 39.49 | 47.70 | 56.81 | |
| | | | θ_b | — | 12.20 | 14.40 | 16.55 | 17.93 | 18.06 | 16.91 | 13.25 | |
| | 0.05 | 1.5 | ψ_a | — | 17.10 | 23.15 | 27.19 | 28.60 | 24.18 | 2.91 | 0.39 | |
| | | | ψ_b | — | 12.55 | 18.02 | 23.69 | 30.35 | 37.65 | 45.60 | 54.18 | |
| | | | θ_b | — | 12.73 | 14.29 | 16.55 | 18.10 | 18.47 | 17.38 | 14.30 | |
| | 0.05 | 3.0 | ψ_a | — | 16.66 | 22.92 | 27.33 | 28.95 | 25.41 | 6.88 | 0.66 | |
| | | | ψ_b | — | 12.81 | 18.13 | 23.83 | 30.17 | 37.45 | 45.36 | 53.66 | |
| | | | θ_b | — | 12.29 | 13.81 | 16.10 | 17.76 | 18.27 | 17.14 | 14.30 | |
| 0.10 | 0.10 | 0.1 | ψ_a | — | 15.78 | 22.45 | 26.17 | 26.33 | 17.04 | 1.05 | 0.39 | |
| | | | ψ_b | — | 12.11 | 18.60 | 25.00 | 32.10 | 39.90 | 48.16 | 57.07 | |
| | | | θ_b | — | 15.00 | 14.40 | 16.11 | 17.41 | 17.45 | 16.21 | 12.73 | |
| | 0.10 | 1.5 | ψ_a | — | — | 21.52 | 26.60 | 28.60 | 25.20 | 8.51 | 1.44 | |
| | | | ψ_b | — | — | 18.72 | 24.71 | 31.22 | 38.67 | 46.76 | 55.23 | |
| | | | θ_b | — | — | 13.70 | 15.09 | 16.53 | 16.84 | 15.74 | 12.46 | |
| | 0.10 | 3.0 | ψ_a | — | — | — | — | — | — | 14.11 | 2.76 | |
| | | | ψ_b | — | — | — | — | — | — | 47.00 | 55.50 | |
| | | | θ_b | — | — | — | — | — | — | 14.34 | 11.15 | |

Table 9 Alternative Plasticity Load.

(× N_y)

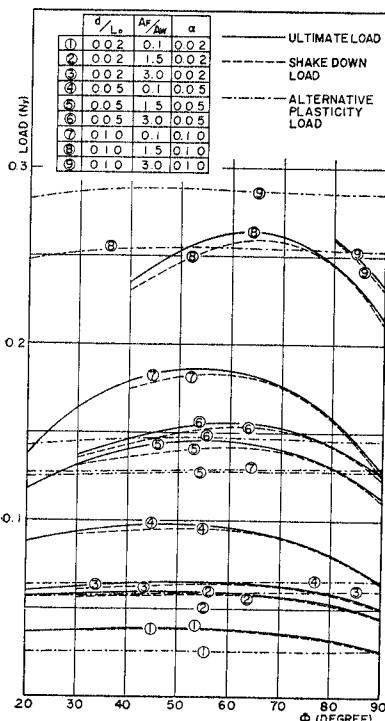
| d/L_0 | A_F/A_W | ϕ | | | | | | | | |
|---------|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 10° | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° | 80° | 90° |
| 0.02 | 0.1 | 0.0256 | 0.0258 | 0.0259 | 0.0259 | 0.0260 | 0.0260 | 0.0261 | 0.0262 | 0.0264 |
| | 1.5 | 0.0499 | 0.0505 | 0.0508 | 0.0510 | 0.0511 | 0.0511 | 0.0512 | 0.0514 | 0.0517 |
| | 3.0 | 0.0570 | 0.0578 | 0.0582 | 0.0584 | 0.0585 | 0.0585 | 0.0586 | 0.0588 | 0.0592 |
| 0.05 | 0.1 | 0.0636 | 0.0642 | 0.0645 | 0.0648 | 0.0648 | 0.0649 | 0.0650 | 0.0652 | 0.0656 |
| | 1.5 | 0.1227 | 0.1250 | 0.1264 | 0.1275 | 0.1274 | 0.1271 | 0.1272 | 0.1275 | 0.1282 |
| | 3.0 | 0.1397 | 0.1426 | 0.1446 | 0.1459 | 0.1457 | 0.1454 | 0.1454 | 0.1457 | 0.1464 |
| 0.10 | 0.1 | 0.1280 | 0.1278 | 0.1288 | 0.1297 | 0.1295 | 0.1292 | 0.1293 | 0.1296 | 0.1302 |
| | 1.5 | 0.2020 | 0.2480 | 0.2517 | 0.2551 | 0.2535 | 0.2521 | 0.2515 | 0.2515 | 0.2524 |
| | 3.0 | 0.2173 | 0.2826 | 0.2875 | 0.2919 | 0.2896 | 0.2879 | 0.2869 | 0.2868 | 0.2876 |

Table 10 Alternative Plasticity Load (Locations of Load)

(DEGREE)

| d/L_0 | A_F/A_W | ψ | ϕ | | | | | | | | |
|---------|-----------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | | 10° | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° | 80° | 90° |
| 0.02 | 0.1 | a | 5.66 | 11.08 | 16.34 | 21.19 | 25.48 | 29.29 | 32.17 | 33.88 | 33.86 |
| | 0.1 | b | 3.34 | 6.82 | 10.15 | 13.30 | 16.62 | 19.12 | 21.25 | 23.10 | 24.95 |
| | 1.5 | a | 5.73 | 11.19 | 16.40 | 21.25 | 25.45 | 29.27 | 32.17 | 33.93 | 33.87 |
| | 1.5 | b | 3.15 | 6.63 | 9.94 | 13.08 | 16.85 | 19.30 | 21.45 | 23.26 | 25.14 |
| | 3.0 | a | 5.79 | 11.21 | 16.40 | 21.30 | 25.42 | 29.27 | 32.17 | 33.93 | 33.91 |
| | 3.0 | b | 3.10 | 6.59 | 9.88 | 13.02 | 16.94 | 19.39 | 21.53 | 23.36 | 25.17 |
| 0.05 | 0.1 | a | 5.73 | 11.21 | 16.40 | 21.30 | 25.39 | 29.23 | 32.19 | 33.92 | 33.91 |
| | 0.1 | b | 3.15 | 6.59 | 9.91 | 12.99 | 17.01 | 19.49 | 21.59 | 23.41 | 25.25 |
| | 1.5 | a | 5.91 | 11.42 | 16.61 | 21.46 | 25.27 | 29.17 | 32.16 | 33.94 | 34.04 |
| | 1.5 | b | 2.94 | 6.18 | 9.40 | 12.49 | 17.62 | 20.07 | 22.14 | 23.93 | 25.68 |
| | 3.0 | a | 5.99 | 11.50 | 16.67 | 21.49 | 25.21 | 29.12 | 32.15 | 34.00 | 34.07 |
| | 3.0 | b | 2.81 | 6.06 | 9.29 | 12.37 | 17.83 | 20.25 | 22.31 | 24.08 | 25.82 |
| 0.10 | 0.1 | a | 5.80 | 11.36 | 16.56 | 21.43 | 25.21 | 29.10 | 32.15 | 33.94 | 34.00 |
| | 0.1 | b | 3.21 | 6.32 | 9.54 | 12.58 | 17.74 | 20.19 | 22.21 | 23.99 | 25.75 |
| | 1.5 | a | 1.65 | 11.70 | 16.89 | 21.66 | 24.85 | 28.92 | 32.09 | 34.01 | 34.24 |
| | 1.5 | b | 9.90 | 5.75 | 8.81 | 11.78 | 19.25 | 21.50 | 23.47 | 25.12 | 26.68 |
| | 3.0 | a | 8.51 | 11.77 | 16.98 | 21.77 | 24.78 | 28.87 | 32.06 | 34.05 | 34.31 |
| | 3.0 | b | 9.90 | 5.60 | 8.60 | 11.52 | 19.70 | 21.94 | 23.86 | 25.41 | 26.96 |

Fig. 28



形硬化荷重よりも常に下まわっており、等分布荷重係数 α の値により両荷重差はいちじるしく影響をうける。

7. 結論

本研究は軸方向力と曲げモーメントが作用する構造物の変動くり返し荷重による崩壊機構を明らかにする研究の一部として 2 ヒンジ円弧アーチにくり返し通過荷重が作用するときのアーチの崩壊機構について理論的考察を行なった。集中荷重、等分布荷重および両荷重の組み合わせ荷重によるアーチの塑性変形による崩壊荷重、変形硬化荷重、交番塑性荷重および塑性ヒンジ形成の位置をアーチの中心角、スパン、断面寸法をパラメーターとして求め、数値計算結果を数表と図表にまとめた。用いたアーチリブ断面は矩形、箱形または 2 軸対称工形断面である。

得られた主な結論はつぎのようである。

(1) 与えられたアーチ諸元に対する最小崩壊荷重、同作用位置、塑性ヒンジ形成位置は表-1から表-6の数表により求めることができる。

(2) 崩壊メカニズムをもとに求められる最小崩壊荷重による塑性ヒンジ形成位置 (ψ_a , ψ_b) と変形硬化荷重による塑性ヒンジ形成位置 (ψ_a , ψ_b) は集中荷重のみで

は表-5と表-7に、組み合わせ荷重では表-6および表-8にそれぞれ示してある。崩壊荷重による塑性ヒンジ位置(a, b 点)は $\phi < 90^\circ$ では、変形硬化荷重による塑性ヒンジ位置より a, b 点とも内側に生ずることになる。

(3) 崩壊荷重と変形硬化荷重との比較は表-1および表-3に与えられているが、両者の差はほとんどなく最大約5%前後の開きがあるので、実用上は両者の差は無視しうる。

(4) くり返し移動荷重により交番曲げモーメントが断面 a (表-10)に生ずるが、この交番曲げモーメントにより断面に発生する交番塑性のためアーチは交番塑性崩壊する。この荷重は用いたアーチ諸元では変形硬化荷重よりも下まわる結果となり、その差は図-27および図-28に示してある。等分布死荷重を考える組み合わせ荷重では両者の比は接近してくるが、アーチの塑性解析には、崩壊荷重と、交番塑性荷重の両者の検討が必要となる。

本研究における数値計算はすべて金沢大学電子計算機NEAC-2230を使用した。

8. 記号

$$A = A_F + A_W = \text{アーチリブ全断面積}$$

$$A_F = \text{フランジ全断面積}$$

$$A_W = \text{ウェブ断面積}$$

$$d = \text{アーチリブの高さ}$$

$$d_w = \text{アーチリブのウェブ高さ}$$

$$H_R = \text{残留水平反力}$$

$$I = \text{アーチリブの断面2次モーメント}$$

$$i_A(i_B) = A(B) \text{ 支点の反力の水平となす角}$$

$$k(k') = \text{降伏条件式の断面に関する係数}$$

$$L_0 = \text{アーチの半スパン長}$$

$$M = \text{作用曲げモーメント}$$

$$M_{ax}(M_{bx}) = X \text{ 点に集中荷重が作用した場合の } a(b)$$

$$\text{点の曲げモーメント}$$

$$M_R = \text{残留曲げモーメント}$$

$$M_{Ra}(M_{Rb}) = a(b) \text{ 点における残留曲げモーメント}$$

$$M_p = \text{全塑性モーメント}$$

$$N_{ax}(N_{bx}) = X \text{ 点に集中荷重が作用した場合の } a(b)$$

$$\text{点の軸方向力}$$

$$N_R = \text{残留軸方向力}$$

$$N_{Ra}(N_{Rb}) = a(b) \text{ 点に作用する残留軸方向力}$$

$$N_y = A \sigma_y = \text{軸方向力のみによる全断面降伏力}$$

$$P = \text{集中荷重}$$

$$R_A(R_B) = A(B) \text{ 支点反力}$$

$$w = \text{等分布荷重}$$

$$Z = \text{塑性断面係数}$$

$$\alpha = \text{等分布死荷重係数}$$

$$\theta = \text{集中荷重の作用位置}$$

$$\theta_a(\theta_b) = a(b) \text{ 点に塑性ヒンジが形成される集中荷重の作用位置}$$

$$\text{ある断面に最大(最小)応力を生ぜしめる集中荷重の作用位置}$$

$$\sigma_y = \text{降伏点応力度}$$

$$\psi_a(\psi_b) = \text{塑性ヒンジ } a(b) \text{ の位置}$$

参考文献

- 1) Onat, E.T. and Prager, W.: "Limit Analysis of Arches", J. of Mech. and Phys. of Solids, 1, p. 73, 1953
- 2) "建築構造物のリミットアナリシス", 日本建築学会, 第4章アーチ, 技報堂, 1963
- 3) Franciosi, V., Augusti, G., and Sparacio, R.: "Collapse of Arches Under Repeated Loading", ASCE Proc., ST 1, February 1964
- 4) "Commentary on Plastic Design in Steel", ASCE-WRC, Manual of Engineering Practice No. 41, 1961

(1966. 2. 8・受付)