

曲げモーメントを伝える直交アングル接合部の 不完全剛結特性の解法*

ELASTIC DEFORMATIONS OF RIGHT-ANGLED CONNECTIONS
COMPOSED OF ANGLES UNDER BENDING MOMENT
—ANALYSES OF SEMI-RIGID CONNECTIONS—

山崎 徳也**・樽木 武***

By Tokuya Yamasaki and Takeshi Chisyaki

1. 緒 言

骨組構造の解析はその接合部を完全剛結またはヒンジとして取り扱っているが、実際には不完全剛結である場合が多く、このことを考慮した不完全剛結ラーメンの解法に関する多くの論文¹⁾が発表されている。これらの論文は接合部のモーメント一回転角特性（以下不完全剛結特性と称する）が比例するという基本仮定にもとづくもので、この特性については主として英米の実物実験^{2),3)}に依存し、十分な理論研究はなく、わずかに特定接合部に関する Beaufoy & Moharram⁴⁾ や Lothers⁵⁾、久保氏⁶⁾などの研究が認められるに過ぎない。

本研究は接合部の弾性変形を解析し、一般的な理論体系を確立せんとするもので、その第1段階として最も多く見受けられる直交アングル接合部の不完全剛結特性を論じ、もってこの種骨組構造の解法に資するものである。

一般に接合部は曲げモーメント・軸力・せん断力・ねじりモーメントを伝えるが、はりが柱に直交して接合されかつはり軸に関して垂直荷重を受ける場合はねじりモーメントはなく、軸力の影響も無視する。またせん断力の影響も小さく、たとえば本論文の計算例に示されるごとく寸法をもつ接合部のせん断力による不完全剛結特性値は曲げモーメントによるものの約5%程度であるから、これも無視し、結局はりから接合部に曲げモーメント M_0 のみが働く場合についてつぎの仮定のもとに論ずる。

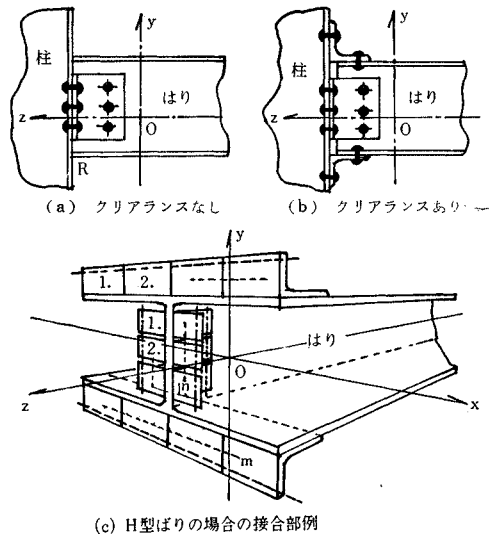
(a) 接合部は左右対称とする。

(b) 接合部のリベット、ボルトまたは溶接線の変形はなく、各アングルはこれらにより柱またははりと完全に結合されている。

(c) 接合部の柱およびはりは剛体と考え、その弾性変形は無視する。

また、図-1のごとくはり軸に平行に z 軸、垂直に y 軸、紙面に直交して x 軸をもつ直交座標系 (x, y, z) を

図-1



導入し、アングル脚が $z-x$ 面に平行な面内およびそれと直角な $x-y$ 面に平行な面内にある接合部構成のアングルをシートアングル、 $y-z$ 面内および $x-y$ 面に平行な面内にあるアングルを腹部アングルと称する。前者は主としてはりフランジと柱とを結びつけ、後者ははり腹部と柱とを結びつけるものである。

接合部は一般にシートアングル m 個 ($i=1, 2, \dots, m$)、腹部アングル n 個 ($j=1, 2, \dots, n$) からなるものとする(図-1 (c) 参照)。しかるとき接合部はその変形機構より考察してつぎの2つに大別される。

1) はりと柱との間にクリアランスがない場合：ただし、クリアランスなくも接合アングルがはり下端以下にある場合を除く(図-1 (a) 参照)。

2) はりと柱との間にクリアランスがある場合：ただし、前項の除外例を含む(図-1 (b) 参照)。

1) ははり下端の点 R を中心に回転するとみなされ、2) は最下端アングルを弾性支承とし、このアングル上のはり取り付けリベット線中央に回転中心があるものと仮定でき、以下特にこのアングルを弾性支承アングルと称する。

* 昭和37年9月 第12回応用力学連合講演会にて発表

** 正会員 工博 九州大学教授 工学部土木工学科

*** 正会員 九州大学助手 工学部土木工学科

2. クリアランスがない場合の解法

(1) 力およびモーメントのつりあい条件式

接合部に曲げモーメント M_0 が作用し、回転 ϕ を起こしたときの変形状態は図-2のとおりである。すなわち、接合アングルのはり取り付けリベット中心点 B に注目すれば、シートアングルおよび腹部アングルともに水平・垂直ならびに回転変位 $(\delta_{zi}, \delta_{yi}, \varphi_i)$; $(\delta_{zj}, \delta_{yj}, \varphi_j)$ を起こし B' 点に移動する。したがって、これらの変位に対応する力およびモーメント Z, Y, M がはりよりアングルに伝えられ、これと逆のものがはりに働く。なお、 x 方向の力および y 軸に関するモーメント、 z 軸に関するねじりモーメントは接合部が左右対称の場合には必然的につりあっているのを省略して差し支えない。以上の諸力の他に接合部のはりは柱からの反力 R_y, R_z をその回転中心 R 点で受けており、これらすべての力およびモーメントと接合部に伝えられる外力モーメント M_0 がつりあっている。それらの関係は図-3に示され、つりあい条件式はつぎのごとくえられる。

y 方向のつりあい条件より：

$$\sum_{i=1}^m Y_i + \sum_{j=1}^n Y_j + R_y = 0$$

z 方向のつりあい条件より：

$$\sum_{i=1}^m Z_i + \sum_{j=1}^n Z_j - R_z = 0$$

x 軸に関するモーメントのつりあい条件より：

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^m Z_i \cdot y_i - \sum_{i=1}^m Y_i \cdot z_i + \sum_{i=1}^m M_i + \sum_{j=1}^n Z_j \cdot y_j \\ & - \sum_{j=1}^n Y_j \cdot z_j + \sum_{j=1}^n M_j - R_y \cdot z_0 - R_z \cdot y_0 = M_0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(1)$$

ただし、シートアングルの B 点の座標を (x_i, y_i, z_i) 、腹部アングルの B 点の座標を (x_j, y_j, z_j) および反力の作用点 R の座標を (x_0, y_0, z_0) とする。

(2) アングルの変位に関する条件

アングルのはり取り付けリベット線 B はまたはりなる剛体上の点でもある。したがって、はりなる剛体が R 点を中心に ϕ なる回転を起こしたとき B の点の幾何学的変位を求めるとつぎのごとくえられる(図-4参照)。

水平変位： $(z-z_0)(1-\cos\phi) + (y-y_0)\sin\phi$

垂直変位： $(y-y_0)(1-\cos\phi) - (z-z_0)\sin\phi$

回転変位： ϕ

一方、アングル上の点 B ははりから Z, Y, M なる力およびモーメントを受けて弾性変位 $\delta_z, \delta_y, \varphi$ を起こし、これと前記幾何学的変位が一致するゆえ、シートアングルおよび腹部アングルの変位に関するつぎの諸条件式をうる。

$$\begin{aligned} \delta_{yi} &= (y_i - y_0)(1 - \cos\phi) - (z_i - z_0)\sin\phi \\ \delta_{zi} &= (z_i - z_0)(1 - \cos\phi) + (y_i - y_0)\sin\phi \end{aligned}$$

図-2

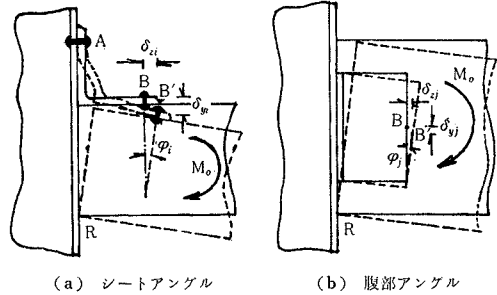


図-3

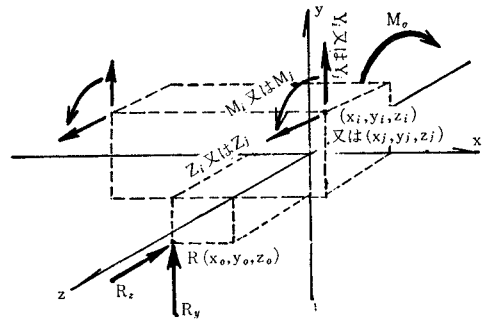
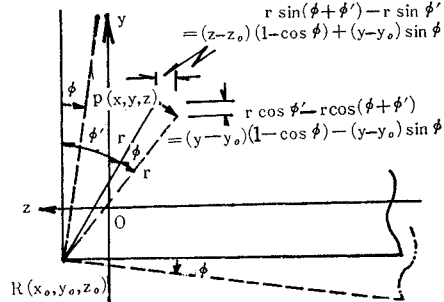


図-4 幾何学的変位



$$\left. \begin{aligned} \varphi_i &= \phi \quad (\text{ただし, } i=1, 2, \dots, m) \\ \delta_{yj} &= (y_j - y_0)(1 - \cos\phi) - (z_j - z_0)\sin\phi \\ \delta_{zj} &= (z_j - z_0)(1 - \cos\phi) + (y_j - y_0)\sin\phi \\ \varphi_j &= \phi \quad (\text{ただし, } j=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

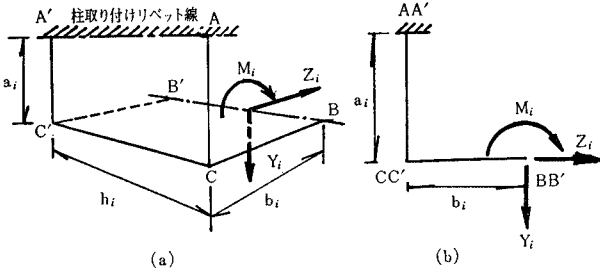
(3) アングルの弾性変位

アングルの弾性変位とこれに働く諸力との関係式はエネルギー法を用いて求めることができる。以下、シートアングルおよび腹部アングルのそれぞれについてこれを示せばつぎのとおりである。

a) シートアングル シートアングルは B 点で Z_i, Y_i, M_i なる力およびモーメントを受け、 A 点で固定された一種の片持ばりとみなすことができる(図-5参照)。

したがって、軸力およびせん断力によるエネルギーは微小であるからこれを無視し、曲げモーメントのみを考慮すれば、シートアングルのひずみエネルギー W_i は

図-5 シート アングル



つぎのごとくえられる。

$$W_i = \int_0^{b_i} \frac{1}{2B_i} (M_i + Y_i \cdot x)^2 dx + \int_0^{a_i} \frac{1}{2B_i} (M_i + Y_i \cdot b_i - Z_i \cdot x)^2 dx \dots (3)$$

ただし、

$$B_i = E \cdot \frac{h_i t_i^3}{12}$$

E: アングルのヤング率

t_i: アングルの板厚

式(3)に Castigliano の定理を適用すれば、変位と諸力の関係がつぎのごとくえられる。

$$\left. \begin{aligned} B_i \cdot \delta_{y_i} &= b_i \left(a_i + \frac{b_i}{2} \right) M_i + b_i^2 \left(a_i + \frac{b_i}{3} \right) Y_i - \frac{a_i^2 b_i}{2} \cdot Z_i \\ B_i \cdot \delta_{z_i} &= -\frac{a_i^2}{2} \cdot M_i - \frac{a_i^2 b_i}{2} \cdot Y_i + \frac{a_i^3}{3} \cdot Z_i \\ B_i \cdot \varphi_i &= (a_i + b_i) M_i + b_i \left(a_i + \frac{b_i}{2} \right) Y_i - \frac{a_i^2}{2} \cdot Z_i \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

b) 腹部アングル シート アングル同様軸力およびせん断力によるエネルギーを無視し、さらに板 CC' B'B のその面内での曲げをも無視することにすれば、腹部アングルのエネルギー W_j は M_j, Y_j による板 AA, C'C のねじりモーメントによるエネルギー W_{ji} とアングルの偶角部が剛であることから生じる水平面内の曲げモーメントによるエネルギー W_{jb} との和で示される(図-6 参照)。

① ねじりモーメントによるエネルギー: 板 AA'C'C

のねじりモーメントによるエネルギーは矩形断面のはりとして算出した。

すなわち、

$$W_{ji} = \frac{a_j}{2GK} (M_j + Y_j \cdot b_j)^2 \dots (5)$$

ただし、

G = せん断弾性係数

$$K = \frac{1}{16} h_j \cdot t_j^3 \cdot f_1 \left(\frac{h_j}{t_j} \right)$$

$$f_1 \left(\frac{h_j}{t_j} \right) = 3 \left[1 - \frac{192}{\pi^5} \left(\frac{h_j}{t_j} \right) \sum_{\mu=1}^{\infty} \frac{1}{\mu^5} \tanh \frac{\mu \pi h_j}{2 t_j} \right]$$

② 偶角部の剛節の条件から発生するエネルギー: 図-6 (a) に示すごとく、腹部アングルを BB' 線に沿って微小ストリップに分割し、その1つを取り出して図にあらわしたのが図-6 (c) である。図中 M_B, V_B ははりでアングルが拘束されるために生ずる拘束モーメントおよび拘束力である。このストリップのエネルギー dW_{jb} はつぎのとおりである。

$$dW_{jb} = \int_0^{b_j} \frac{1}{2EI} (M_B - V_B \cdot x)^2 dx + \int_0^{a_j} \frac{1}{2EI} (M_B - V_B \cdot b_j - dZ_j \cdot x)^2 dx \dots (6)$$

ただし、

$$I = \frac{t_j^3 \cdot dy}{12}$$

式(6)において、V_B 方向の変位および M_B 方向の回転変位ははりにより拘束されるため0であり、したがって M_B, V_B を dZ_j の関数として書きあらわすことができる。すなわち、Castigliano の定理より

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial M_B} (dW_{jb}) &= (a_j + b_j) M_B - b_j \left(a_j + \frac{b_j}{2} \right) V_B - \frac{a_j^2}{2} \cdot dZ_j = 0 \\ \frac{\partial}{\partial V_B} (dW_{jb}) &= - \left(a_j + \frac{b_j}{2} \right) M_B + b_j \left(a_j + \frac{b_j}{3} \right) V_B + \frac{a_j^2}{2} \cdot dZ_j = 0 \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

式(7)の各式を連立に解いて

$$M_B = -\frac{a_j^2}{4a_j + b_j} \cdot dZ_j$$

$$V_B = -\frac{3a_j^2}{b_j(4a_j + b_j)} \cdot dZ_j$$

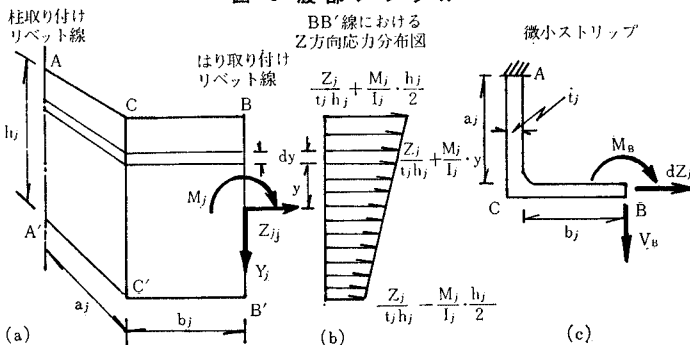
をうる。この結果を式(6)に代入すれば

$$dW_{jb} = \frac{C_j}{2EI} \cdot dZ_j^2 \dots (8)$$

$$\text{ただし、 } C_j = \frac{a_j^3(a_j + b_j)}{3(4a_j + b_j)}$$

ここで dZ_j は 図-6 (b) より明らかなごとく次式で示される。

図-6 腹部アングル



$$dZ_j = \left\{ \frac{Z_j}{h_j} + M_j \cdot \left(\frac{t_j}{I_j} \right) \cdot y \right\} \cdot dy \dots\dots\dots(9)$$

式(9)を式(8)に代入し、 y について $-\frac{h_j}{2}$ から $\frac{h_j}{2}$ まで積分すればアングル全体の曲げモーメントによるエネルギー W_{jb} が求まり次式となる。

$$W_{jb} = \left\{ \frac{Z_j^2}{2B_j} + \frac{M_j^2}{2D_j} \left(\frac{t_j}{I_j} \right)^2 \cdot \frac{h_j^3}{12} \right\} \cdot C_j \dots\dots(10)$$

ただし、

$$B_j = E \cdot h_j \cdot \frac{t_j^3}{12}, \quad D_j = E \cdot \frac{t_j^3}{12}, \quad I_j = \frac{t_j \cdot h_j^3}{12}$$

以上式(5)、(10)より腹部アングルの全エネルギー W_j は

$$\begin{aligned} W_j &= W_{jb} + W_{jt} \\ &= \left\{ \frac{Z_j^2}{2B_j} + \frac{M_j^2}{2D_j} \left(\frac{t_j}{I_j} \right)^2 \cdot \frac{h_j^3}{12} \right\} \cdot C_j \\ &\quad + \frac{a_j}{2GK} (M_j + Y_j \cdot b_j)^2 \dots\dots\dots(11) \end{aligned}$$

したがって、Castigliano の定理より変位と力およびモーメントの関係式はつぎのとおりとなる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{zj} &= \frac{C_j}{B_j} \cdot Z_j \\ \delta_{yj} &= -\frac{a_j b_j}{GK} (M_j + Y_j \cdot b_j) \\ \varphi_j &= \frac{M_j}{D_j} \left(\frac{t_j}{I_j} \right)^2 \cdot \frac{h_j^3}{12} \cdot C_j + \frac{a_j}{GK} (M_j + Y_j \cdot b_j) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

(注) a, b の取り方について

一般に各部材の部材長は中立軸長であり、実用的には部材中心線をとる。しかるとき a, b は

$$a = a_0 - \frac{t}{2}, \quad b = b_0 - \frac{t}{2}$$

で示される。しかし、実際の状態を考えるに図7の斜線部分は他の部分に比して $I = \infty$ とみなしうる。しかるとき a, b は

$$\left. \begin{aligned} a &= a_0 - t \\ b &= b_0 - t \end{aligned} \right\} \dots\dots(13)$$

で示される。後者を用いる方が実験値とよりいっそう合致するのは当然で、本論の計算例もこの後者の値を用いることにする。

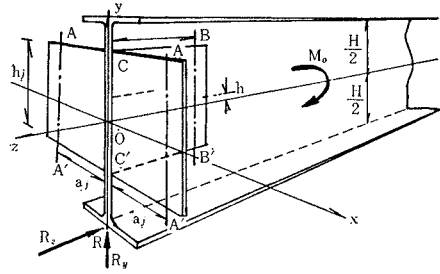
(4) 計算例

図-8 に示す腹部アングル2枚からなる接合部について考える。

はりの中心線を z 軸とし、柱とはりの接触面を $x-y$ 面とする直交座標系 (x, y, z) を導入すれば、接合アングルのはり取り付けリベット線 BB' の中心点および反力の作用点 R の座標はつぎのごとくである。

$$x_1 = \frac{1}{2}(t_j + t_0), \quad y_1 = h, \quad z_1 = -(b_j + t_j)$$

図-8



$$x_2 = -\frac{1}{2}(t_j + t_0), \quad y_2 = h, \quad z_2 = -(b_j + t_j)$$

$$x_0 = 0, \quad y_0 = -\frac{H}{2}, \quad z_0 = 0$$

ただし、

t_0 : はりウェブ材の板厚

h : 接合アングルのはり取り付けリベット中心点と z 軸との間の距離

H : はりの桁高

よって式(1)の力およびモーメントのつりあい条件式はここではつぎのごとくなる。

$$\left. \begin{aligned} Y_1 + Y_2 + R_y &= 0 \\ Z_1 + Z_2 - R_z &= 0 \\ (Z_1 + Z_2)h + (Y_1 + Y_2)(b_j + d_j) \\ &\quad + M_1 + M_2 + R_x \cdot \frac{H}{2} = M_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

また接合アングルの変位に関する条件式は式(2)および式(4)よりつぎのように求まる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{C_j}{B_j} \cdot Z_1 &= -(b_j + t_j)(1 - \cos \phi) + \left(h + \frac{H}{2} \right) \sin \phi \\ \frac{a_j b_j}{GK} (M_1 + Y_1 \cdot b_j) \\ &= \left(h + \frac{H}{2} \right) (1 - \cos \phi) + (b_j + t_j) \sin \phi \\ \left(r_j + \frac{a_j}{GK} \right) M_1 + \frac{a_j b_j}{GK} \cdot Y_1 &= \phi \\ \frac{C_j}{B_j} \cdot Z_2 &= -(b_j + t_j)(1 - \cos \phi) + \left(h + \frac{H}{2} \right) \sin \phi \\ \frac{a_j b_j}{GK} (M_2 + Y_2 \cdot b_j) \\ &= \left(h + \frac{H}{2} \right) (1 - \cos \phi) + (b_j + t_j) \sin \phi \\ \left(r_j + \frac{a_j}{GK} \right) M_2 + \frac{a_j b_j}{GK} \cdot Y_2 &= \phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(15)$$

ただし、 $r_j = \frac{C_j}{D_j} \cdot \left(\frac{t_j}{I_j} \right)^2 \cdot \frac{h_j^3}{12}$

式(14)、(15)の諸式を連立に解けば $Y_1, Z_1, M_1, Y_2, Z_2, M_2, R_y, R_z, \phi$ の各値が求まる。特に ϕ と M_0 の関係のみを示せば、

$$M_0 = 2 \left\{ -\frac{B_j}{C_j} \left(h + \frac{H}{2} \right) (b_j + t_j) \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{GK}{a_j b_j^3} \left(h + \frac{H}{2} \right) (b_j + t_j) \\
 & + \frac{t_j \left(h + \frac{H}{2} \right)}{\Gamma_j \cdot b_j^2} \left\{ (1 - \cos \phi) \right. \\
 & + 2 \left\{ \frac{B_j}{C_j} \left(h + \frac{H}{2} \right)^2 + \frac{GK}{a_j b_j^3} (b_j + t_j)^2 \right. \\
 & \left. \left. + \frac{t_j (b_j + t_j)}{\Gamma_j \cdot b_j^2} \right\} \sin \phi - \frac{2 t_j}{\Gamma_j \cdot b_j} \cdot \phi \dots\dots(16)
 \end{aligned}$$

接合部の回転角 ϕ は実際の現象としてはきわめて微小であり、 $1 - \cos \phi \approx 0$ 、 $\sin \phi \approx \phi$ として差し支えないゆえ、これらの値を用いて式(15)より不完全剛結特性 $\left(\frac{1}{Z} = \frac{M_0}{\phi} \right)$ を求めればつぎのとおりである。

$$\frac{1}{Z} = 2 \left\{ \frac{B_j}{C_j} \left(h + \frac{H}{2} \right)^2 + \frac{GK}{a_j b_j^3} (b_j + t_j)^2 + \frac{t_j^2}{\Gamma_j \cdot b_j^2} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

通常のリベット、ボルトを用いたアングル接合部ではそのアングル脚長 b_j に比してアングルの板厚 t_j は微小と考えられ、また腹部アングルは z 軸に關し上・下対称に取り付けられるから $\frac{t_j}{b_j} \approx 0$ 、 $h=0$ を式(17)に代入してつぎの実用式をうる。

$$\frac{1}{Z} = \frac{B_j}{2 C_j} \cdot H^2 + \frac{2 GK}{a_j} \dots\dots\dots(17)'$$

直交アングル接合部に関して Rathbun²⁾ が 12 種類、Batho^ら³⁾ が 15 種類の実物実験を行なっている。前者の Specimen 1~7 および後者の Specimen 8,9,10 が腹部アングル 2 枚で構成されており、本題の接合部に相当するが、後者の実験のうち、Specimen 10 は接合アングルの板厚がはりフランジの板厚 0.375 in に比して 0.625 in といちじるしく大きく、接合リベットおよびはりフランジの変形の方が接合アングルの変形より卓越しており、1. の (b) および (c) の仮定に反することは実験結果よりも明らかであり、これを除去することにする。これらの Specimen は形式分類上いずれも次章に取り扱う“クリアランスがある場合”に該当しているため、ここに誘導したクリアランスがない場合の解式である式(17)の比較吟味の対象とはならないが、計算例として一応上記 9 種の Specimen を取り上げることとし、その諸元を用いて式(17)を計算すればつぎの表-1のごとくで

表-1

Specimen	a_j (in)	b_j (in)	t_j (in)	h_j (in)	H (in)	$1/Z \times 10^{-8}$ lb·in	
Rathbun	1.	2.2500	1.8750	0.375	2.5	6.0	0.0456
"	2.	2.2500	1.8750	0.375	6.0	8.0	0.1856
"	3.	2.0000	1.8750	0.375	6.0	8.0	0.2519
"	4.	2.1875	1.8750	0.375	9.0	12.0	0.6463
"	5.	1.9375	1.8750	0.375	9.0	12.0	0.8919
"	6.	2.1250	1.8750	0.375	15.0	18.0	2.5737
"	7.	1.8750	1.8750	0.375	15.0	18.0	3.6006
Batho	8.	1.6250	1.8750	0.375	9.0	12.0	1.4172
"	9.	1.5000	1.8750	0.375	9.0	12.0	4.2700

ただし $E = 29 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$ 、 $G = 11 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$ 、 $h = 0$

ある。

3. クリアランスがある場合の解法

(1) 力およびモーメントのつりあい条件式

接合部のはりアングルから受ける諸力は 2. に述べたとおりであるが、柱からの反力 R_y 、 R_z は弾性支承アングルに働き、はりには直接働かない。したがって、力およびモーメントのつりあい条件式はつぎのとおりである。

$$\left. \begin{aligned}
 \sum_{i=1}^m Y_i + \sum_{j=1}^n Y_j &= 0 \\
 \sum_{i=1}^m Z_i + \sum_{j=1}^n Z_j &= 0 \\
 \sum_{i=1}^m Z_i \cdot y_i - \sum_{i=1}^m Y_i \cdot z_i + \sum_{i=1}^m M_i \\
 + \sum_{j=1}^n Z_j \cdot y_j - \sum_{j=1}^n Y_j \cdot z_j + \sum_{j=1}^n M_j &= M_0
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

ただし、 i, j は弾性支承アングルを含む。

(2) アングルの変位に関する条件

本接合部の回転中心はその最下端にある弾性支承アングル上にあるが、これをはり取り付けリベット線中央にあるものと仮定し、この回転中心の z, y 方向の変位量をそれぞれ δ_{Bz} 、 δ_{By} であらわせば、各アングルの z, y 方向の変位量 δ_z 、 δ_y は 2.(2) で求めた幾何学的変位量とこれら δ_{Bz} 、 δ_{By} を加え合わせたものに等しい。よって各アングルの変位に関する条件式としてつぎの諸式をうる。

$$\left. \begin{aligned}
 \delta_{zi} &= (z_i - z_B)(1 - \cos \phi) + (y_i - y_B) \sin \phi + \delta_{Bz} \\
 \delta_{yi} &= (y_i - y_B)(1 - \cos \phi) - (z_i - z_B) \sin \phi + \delta_{By} \\
 \varphi_i &= \phi \quad (\text{ただし } i=1, 2, \dots, m) \\
 \delta_{zj} &= (z_j - z_B)(1 - \cos \phi) + (y_j - y_B) \sin \phi + \delta_{Bz} \\
 \delta_{yj} &= (y_j - y_B)(1 - \cos \phi) - (z_j - z_B) \sin \phi + \delta_{By} \\
 \varphi_j &= \phi \quad (\text{ただし } j=1, 2, \dots, n)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19)$$

ここに点 (x_B, y_B, z_B) は回転中心の座標であり、記号 i, j には弾性支承アングルは含まないものとする。

(3) アングルの弾性変位

弾性支承アングル以外の接合アングルに関する弾性変位量とこれに働く諸力との関係は 2.(3) で求めたとおりで式(19)の左辺にこれを用いればよい。したがって、本節では弾性支承アングルの弾性変位について詳述する。

a) 弾性支承アングルがシートアングルの場合
このアングルに働く力およびモー

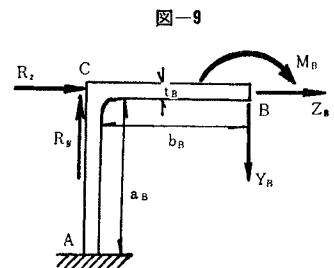


図-9

ントはB点においてはりから伝えられる Z_B, Y_B, M_B の他にC点において柱からの反力 R_y, R_z を受ける (図-9 参照)。

したがって、一種の片持ばりとなし曲げモーメントによるエネルギーのみを考慮し、他のエネルギーを無視すれば、この弾性支承アングルのエネルギーはつぎのごとくえられる。

$$W_B = \int_0^{b_B} \frac{1}{2EI_B} (M_B + Y_B \cdot x)^2 dx + \int_0^{a_B} \frac{1}{2EI_B} \{M_B + Y_B \cdot b_B + (Z_B + R_z) \cdot x\}^2 \cdot dx \dots\dots\dots(20)$$

ただし、 $I_B = \frac{h_B t_B^3}{12}$ 、 h_B = アングルの高さ

反力の作用点Cの変位は柱で拘束されるため0であるから

$$\frac{\partial W_B}{\partial R_z} = \frac{1}{2B_B} \left\{ M_B + Y_B \cdot b_B + \frac{2}{3} a_B (Z_B + R_z) \right\} = 0 \dots\dots\dots(21)$$

またB点の各変位は Castigliano の定理を用いて

$$\left. \begin{aligned} \frac{2B_B}{a_B^2} \cdot \delta_{Bz} &= M_B + Y_B \cdot b_B + \frac{2}{3} a_B (Z_B + R_z) \\ \frac{B_B}{b_B} \cdot \delta_{By} &= M_B \left(a_B + \frac{b_B}{2} \right) + Y_B \cdot b_B \left(a_B + \frac{b_B}{3} \right) + \frac{a_B^2}{2} (Z_B + R_z) \\ B_B \cdot \varphi_B &= M_B (a_B + b_B) + Y_B \cdot b_B \left(a_B + \frac{b_B}{2} \right) + \frac{a_B^2}{2} (Z_B + R_z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(22)$$

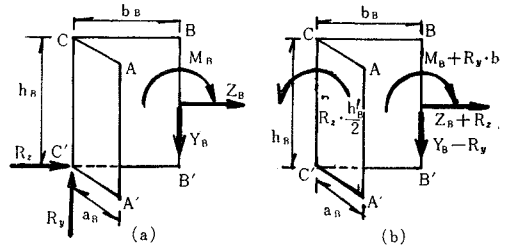
式 (21) より R_z が求まるから、これを式 (22) の各式に代入すれば結局つぎの関係式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{Bz} &= 0 \\ B_B \cdot \delta_{By} &= \frac{b_B}{4} (a_B + 2b_B) M_B + \frac{b_B^2}{12} (3a_B + 4b_B) Y_B \\ B_B \cdot \varphi_B &= \frac{1}{4} (a_B + 4b_B) M_B + \frac{b_B}{4} (a_B + 2b_B) Y_B \end{aligned} \right\} \dots\dots(23)$$

b) 弾性支承アングルが腹部アングルの場合 腹部アングルに働く力およびモーメントの状態は 図-10 (a) のとおりであるが、これを 図-10 (b) の状態に置き換えることができる。したがって、2. (3) **b)** の腹部アングル同様ねじりモーメントによるエネルギーと隅角部の剛節の条件から発生する水平面内の曲げモーメントによるエネルギーとがこのアングルの全エネルギーであり、同様の手順によって次式をうる。

$$W_B = \frac{C_B}{2B_B} (Z_B + R_z)^2 + \frac{C_B}{2D_B} \cdot \left(\frac{t_B}{I_B} \right)^2$$

図-10



$$\times \frac{h_B^2}{12} \left(M_B + R_y \cdot b_B - R_z \cdot \frac{h_B}{2} \right)^2 + \frac{a_B}{2GK} \left(M_B + Y_B \cdot b_B - R_z \cdot \frac{h_B}{2} \right)^2 \dots\dots\dots(24)$$

ただし、

$$B_B = E \cdot \frac{h_B t_B^3}{12}, \quad I_B = \frac{h_B^3 \cdot t_B}{12} \\ D_B = E \cdot \frac{t_B^3}{12}, \quad C_B = \frac{a_B^3 (a_B + b_B)}{3(4a_B + b_B)}$$

ふたたび Castigliano の定理より各変位と力およびモーメントの関係式を求め、反力の作用点の変位が柱により拘束されるため0であることから、 R_y, R_z を消去すればつぎの関係式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{Bz} &= \frac{h_B}{2} \cdot \varphi_B \\ \delta_{By} &= b_B \cdot \varphi_B \\ \left(\frac{2GK}{a_B \cdot h_B} + \frac{h_B \cdot B_B}{2C_B} \right) \varphi_B &= \frac{2}{h_B} \cdot M_B + Z_B + \frac{2b_B}{h_B} \cdot Y_B \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24)$$

(4) 腹部アングル2枚からなる接合部の解法

図-8の接合部において、クリアランスがある場合には腹部アングルは弾性支承アングルであり、サフィックス“j”の代りにサフィックス“B”を用いて接合部のはりに関する式 (18) の力およびモーメントのつりあい条件式および式 (19) のアングルの変位に関する条件式を求めれば、本例では簡単となり次式の内容となる。

$$\left. \begin{aligned} Y_{B1} + Y_{B2} &= 0 \\ Z_{B1} + Z_{B2} &= 0 \\ M_{B1} + M_{B2} + (Z_{B1} + Z_{B2})h + (Y_{B1} + Y_{B2})(b_B + t_B) &= M_0 \\ \frac{2}{h_B} M_{B1} + Z_{B1} + \frac{2b_B}{h_B} \cdot Y_{B1} &= \left(\frac{2GK}{a_B \cdot h_B} + \frac{h_B \cdot B_B}{2C_B} \right) \phi \\ \frac{2}{h_B} M_{B2} + Z_{B2} + \frac{2b_B}{h_B} \cdot Y_{B2} &= \left(\frac{2GK}{a_B \cdot h_B} + \frac{h_B \cdot B_B}{2C_B} \right) \phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(25)$$

上式を連立に解いて不完全剛結特性 $\frac{1}{Z}$ を求めればつぎの結果をうる。

$$\frac{1}{Z} = \frac{h_B^2}{2} \cdot \frac{B_B}{C_B} + \frac{2GK}{a_B} \dots\dots\dots(26)$$

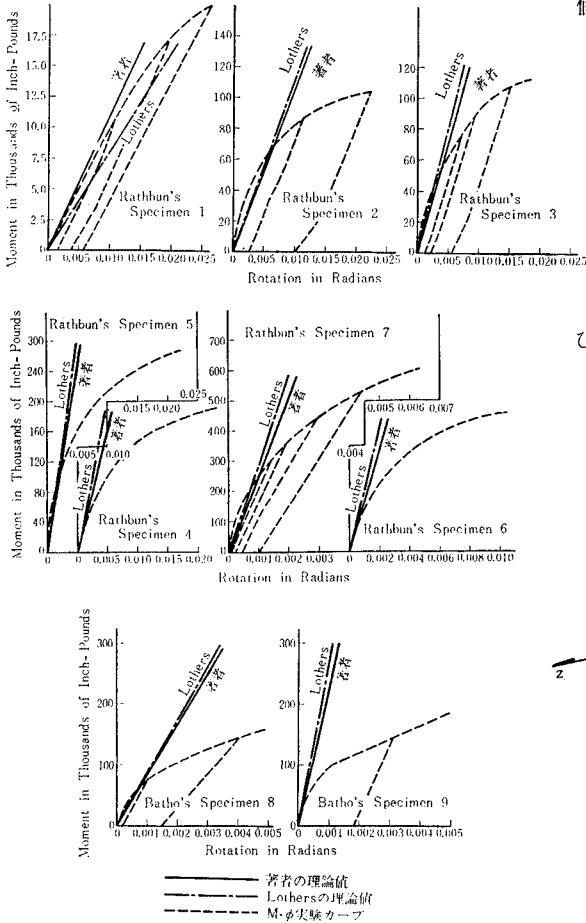
Rathbun の実験²⁾における Specimen 1~7 および

表-2

Specimen	1/Z × 10 ⁻⁸ lb·in	Specimen	1/Z × 10 ⁻⁸ lb·in
Rathbun	1. 0.011	Rathbun	6. 1.771
~	2. 0.105	~	7. 2.478
~	3. 0.142	Batho	8. 0.798
~	4. 0.364	~	9. 2.392
~	5. 0.501		

ただし E=29×10⁶ lb/in², G=11×10⁶ lb/in²

図-11



Batho ら³⁾の実験における Specimen 8, 9 について式 (26) を計算すれば表-2 のとおりである。なお、これらの実験では明らかにクリアランスがあるから、誘導式の吟味の意味で実験値と本理論値とを合せプロットしたのが図-11 で、きわめてよく一致することが認められる。

(5) 上・下シート アングルおよび腹部アングル
2 枚からなる接合部の解法

各接合アングルのはり取り付けリベット中心点の座標値はつぎのとおりである (図-12 参照)。

上部シート アングル

$$x_u=0, \quad y_u=\frac{1}{2}(H+t_u), \quad z_u=-(b_u+t_u)$$

下部シート アングル (弾性支承アングル)

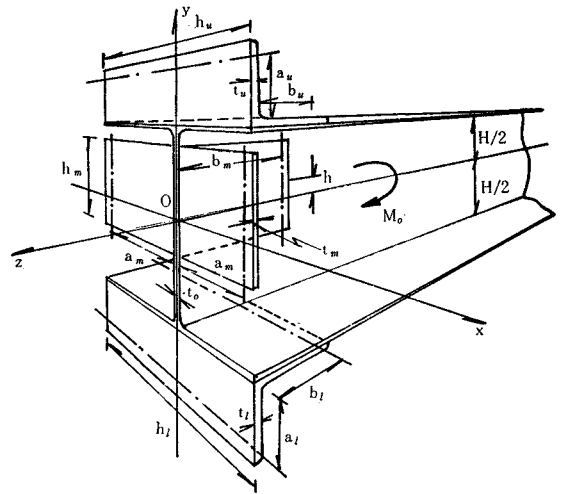
$$x_B=0, \quad y_B=-\frac{1}{2}(H+t_l), \quad z_B=-(b_l+t_l)$$

腹部アングル

$$x_m=\pm\frac{1}{2}(t_m+t_0), \quad y_m=h, \quad z_m=-(b_m+t_m)$$

したがって、接合部のはりに関する式 (18) の力およびモーメントのつりあい条件式は次式となる。

図-12



$$\left. \begin{aligned} Y_u + 2Y_m + Y_l &= 0 \\ Z_u + 2Z_m + Z_l &= 0 \\ Z_u \cdot \frac{1}{2}(H+t_u) + Y_u \cdot (b_u+t_u) + M_u - Z_l \cdot \frac{1}{2}(H+t_l) + Y_l(b_l+t_l) + M_l \\ &+ 2Z_m \cdot h + 2Y_m \cdot (b_m+t_m) + 2M_m = M_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

また、式 (19) の接合アングルの変位に関する条件式はつぎの内容となる。

$$\left. \begin{aligned} -M_u \cdot \frac{a_u^2}{2} - Y_u \cdot \frac{a_u^2 b_u}{2} + Z_u \cdot \frac{a_u^3}{3} &= -B_u \{(b_u+t_u) - (b_l+t_l)\} (1 - \cos \phi) + B_u \left\{ H + \frac{1}{2}(t_u+t_l) \right\} \sin \phi \\ M_u \cdot \frac{b_u}{2} (2a_u+b_u) + Y_u \cdot \frac{b_u^2}{3} \cdot (3a_u+b_u) - Z_u \cdot \frac{a_u^2 b_u}{2} - \frac{B_u}{B_l} \cdot b_l \left\{ \frac{1}{4}(a_l+2b_l)M_l + \frac{b_l}{12}(3a_l+4b_l)Y_l \right\} \\ &= B_u \left\{ H + \frac{1}{2}(t_u+t_l) \right\} (1 - \cos \phi) + B_u \{(b_u+t_u) - (b_l+t_l)\} \sin \phi \\ M_u(a_u+b_u) + Y_u \cdot \frac{b_u}{2} (2a_u+b_u) - Z_u \cdot \frac{a_u^2}{2} &= B_u \cdot \phi \end{aligned} \right\}$$

$$Z_m \cdot \frac{C_m}{B_m} = -\{(b_m + t_m) - (b_l + t_l)\}(1 - \cos \phi) + \left\{h + \frac{1}{2}(H + t_l)\right\} \sin \phi$$

$$\frac{a_m b_m}{GK} (M_m + Y_m \cdot b_m) - \frac{b_l}{B_l} \left\{ \frac{1}{4} (a_l + 2 b_l) M_l + \frac{b_l}{12} (3 a_l + 4 b_l) Y_l \right\}$$

$$= \left\{h + \frac{1}{2}(H + t_l)\right\} (1 - \cos \phi) \{(b_m + t_m) - (b_l + t_l)\} \sin \phi$$

$$M_m \left\{ \frac{C_m}{D_m} \left(\frac{t_m}{I_m} \right)^2 \frac{h_m^3}{12} + \frac{a_m}{GK} \right\} + Y_m \cdot \frac{a_m b_m}{GK} = \phi$$

$$\frac{1}{4} (a_l + 4 b_l) M_l + \frac{b_l}{4} (a_l + 2 b_l) Y_l = B_l \cdot \phi$$

.....(28)

式(27), (28)を連立に解き, 不完全剛結特性 $\frac{1}{Z}$ を求めれば, 上下シート アングルおよび腹部アングルの諸元を含んだつぎの一般式をうる。

$$\frac{1}{Z} = -B_u \cdot \frac{2 H_s}{a_u^2} + \frac{1}{\frac{B_u}{B_l} A_m C_l G_u + E_u \left(\frac{C_l}{B_l} + A_m \right)} \left[- \left\{ \frac{2 b_l^2}{a_l + 4 b_l} + \frac{2 GK}{a_m b_m} \cdot \frac{C_l}{B_l} + (t_l - t_m) \right\} \right.$$

$$\times \left\{ B_u (H_s + G_u \cdot b_s) A_m + E_u \cdot b_c + \frac{a_u B_u}{3} \left(- \frac{a_u + 2 b_u}{b_u} + F_l \cdot \frac{3 G_u}{a_u} \right) A_m - E_u \left(\frac{2 A_m}{\Gamma_m \cdot b_m} - F_l \right) \right\}$$

$$+ \frac{B_u}{a_u^2} \left(\frac{2}{3} a_u + H_s \right) \left\{ B_u \cdot A_m \cdot \frac{C_l}{B_l} \cdot \frac{4(a_u + b_u)}{b_u^2} \cdot H_s + \left(\frac{C_l}{B_l} + A_m \right) \frac{b_u(4 a_u + b_u)}{3} H_s - \frac{C_l}{B_l} a_u^2 (b_c - b_s) \right.$$

$$+ A_m \cdot a_u^2 \cdot b_s + \frac{B_u}{B_l} A_m C_l \frac{2 a_u^2}{b_u^2} - \left(\frac{C_l}{B_l} + A_m \right) \frac{a_u^2 b_u}{3} + A_m F_l a_u^2 + \frac{C_l}{B_l} a_u^2 \frac{2 A_m}{\Gamma_m \cdot b_m} \left. \right\}$$

$$+ (t_u - t_m) \left\{ B_u (H_s + G_u \cdot b_s) \left(\frac{C_l}{B_l} + A_m \right) - \frac{B_u}{B_l} C_l \cdot G_u \cdot b_c \right.$$

$$+ \frac{B_u a_u}{3} \left(- \frac{a_u + 2 b_u}{b_u} + F_l \cdot \frac{3 G_u}{a_u} \right) \left(\frac{C_l}{B_l} + A_m \right) + \left(\frac{2 A_m}{b_m \Gamma_m} - F_l \right) \frac{B_u}{B_l} \cdot C_l \cdot G_u \left. \right]$$

$$+ 2 H_c^2 \cdot \frac{B_m}{C_m} + \frac{2 GK}{a_m b_m} (b_c + F_l) + \frac{4 B_l}{a_l + 4 b_l} \dots \dots \dots (29)$$

ただし,

$$b_c = (b_m + t_m) - (b_l + t_l), \quad G_u = \frac{a_u(a_u + 4 b_u)}{3 b_u^2}$$

$$b_s = (b_u + t_u) - (b_l + t_l), \quad E_u = \frac{1}{9} a_u b_u (a_u + b_u)$$

$$H_s = H + \frac{1}{2} (t_u + t_l), \quad A_m = \frac{a_m \cdot b_m^2 \cdot \Gamma_m}{2(GK \cdot \Gamma_m + a_m)}$$

$$H_c = h + \frac{1}{2} (H + t_l), \quad F_l = b_l \cdot \frac{a_l + 2 b_l}{a_l + 4 b_l}$$

$$C_l = \frac{b_l^3 (a_l + b_l)}{3(a_l + 4 b_l)}, \quad \Gamma_m = \frac{C_m}{D_m} \cdot \left(\frac{t_m}{I_m} \right)^2 \cdot \frac{h_m^3}{12}$$

Rathbun の実験²⁾における Specimen 11, 12 および Batho らの実験³⁾における Specimen 11 について式(29)を計算すれば表-3 のとおりで, 実験値と理論値とを比

図-13

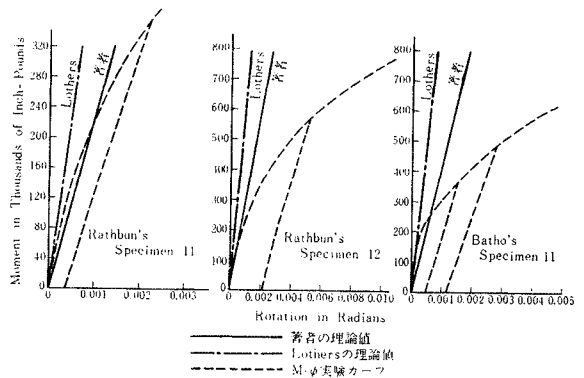


表-3

Specimen	ア ン グ ル	$a_{u,m,l}$	$b_{u,m,l}$	$h_{u,m,l}$	$t_{u,m,l}$	H	$1/Z \times 10^{-8} \text{ lb} \cdot \text{in}$	
Rathbun	11.	上部シートアングル	2.1250	1.8750	9.0	0.375	12.0	2.298
		腹部 ア ン グ ル	2.1875	1.8750	9.0	0.375		
		下部シートアングル	1.8750	1.8750	9.0	0.375		
"	12.	上部シートアングル	2.1250	1.8750	14.0	0.375	12.0	3.138
		腹部 ア ン グ ル	2.1875	1.8750	9.0	0.375		
		下部シートアングル	1.8750	1.8750	14.0	0.375		
Batho	11.	上部シートアングル	1.7500	1.7500	5.0	0.5	12.0	4.349
		腹部 ア ン グ ル	1.8750	1.8750	9.0	0.375		
		下部シートアングル	1.7500	1.7500	5.0	0.5		

ただし $E = 29 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$, $G = 11 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$

較したものが図-13であり、Lothers⁵⁾の理論値よりはきわめてよく合致していることが認められる。

図-14

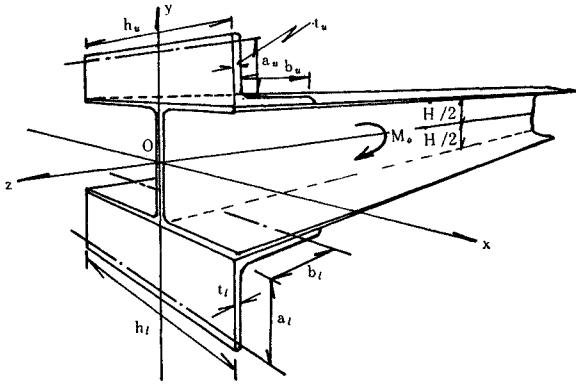
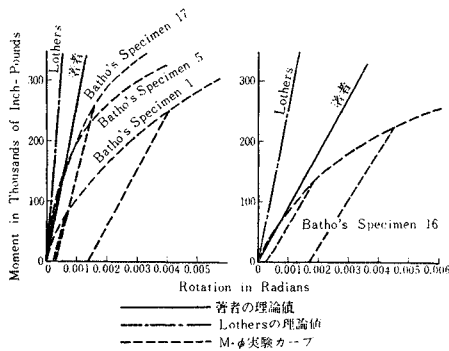
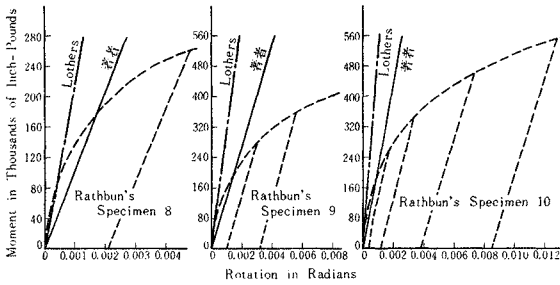


図-15



(6) 上・下シート アングルからなる接合部の不完全剛結特性

図-14 に示す上・下シート アングルのみからなる接合部は前節 3.(5)における腹部アングルを除いた特例として取り扱えばよく、したがって式(29)において $G=0, B_m=0, D_m=0$ とすればただちに次式がえられる。

$$\frac{1}{Z} = -B_u \cdot \frac{2H_s}{a_u^2} + \frac{B_u}{B_l} \cdot \frac{B_u}{C_l \cdot G_u + E_u} \times \left[\left\{ \frac{2b_l^2}{a_l + 4b_l} + (t_l - t_u) \right\} \left\{ -(H_s + G_u \cdot b_s) + \frac{a_u}{3b_u} (a_u + 2b_u) - F_l \cdot G_u \right\} + \left(\frac{2}{3} a_u + H_s \right) \left\{ \frac{B_u}{B_l} \cdot \frac{4(a_u + b_u)}{a_u^2 b_u^2} \cdot C_l \cdot H_s + \frac{b_u}{3a_u^2} (4a_u + b_u) H_s + b_s - \frac{b_u}{3} + \frac{B_u}{B_l} \cdot \frac{2}{b_u^2} \cdot C_l + F_l \right\} \right] + \frac{4B_l}{a_l + 4b_l} \dots (30)$$

Rathbun の実験²⁾における Specimen 8, 9, 10 および Batho 等の実験³⁾における Specimen 1, 5, 16, 17 について式(30)を計算すれば表-4のとおりであり、実験カーブ上にプロットすれば図-15となり、これまたきわめてよく合致することが認められる。

4. む す び

3. の(4), (5), (6)で述べた簡単な直交アングル接合部の不完全剛結特性 $\frac{1}{Z} (= -\frac{M_0}{\phi})$ の理論解を求めたものとしては、著者らの研究の他に Lothers の論文⁵⁾があり、さらに(4)の腹部アングル2枚のみからなる最も簡単な直交アングル接合部については久保氏の論文⁶⁾も提出されている。

また、3. の(4), (5), (6)に示した計算例は直交アングル接合部に関する Rathbun の実験²⁾の Specimen 1~12 をすべて網羅し、かつ Batho らの実験³⁾における

表-4

Specimen	ア ン グ ル	$a_{u,l}$	$b_{u,l}$	$h_{u,l}$	$t_{u,l}$	H	$1/Z \times 10^{-8} \text{ lb} \cdot \text{in}$
Rathbun	8.	上部シートアングル 2.1250 下部シートアングル 1.8750	1.8750 1.8750	6.0 6.0	0.375 0.375	12.0	0.952
	9.	上部シートアングル 2.1250 下部シートアングル 1.8750	1.8750 1.8750	8.0 8.0	0.375 0.375	12.0	1.269
10.	上部シートアングル 2.1250 下部シートアングル 1.8750	1.8750 1.8750	14.0 14.0	0.375 0.375	12.0	2.221	
Batho	1. 5. 17.	上部シートアングル 1.7500 下部シートアングル 1.7500	1.7500 1.7500	5.0 5.0	0.5 0.5	12.0	2.820
	16.	上部シートアングル 1.8750 下部シートアングル 1.8750	1.8750 1.8750	5.0 5.0	0.375 0.375	12.0	0.912

ただし $E=29 \times 10^6 \text{ lb/in}^2, G=11 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$

Specimen のうち、1. に示した本論文の仮定 (b), (c) に反しないとみなされる Specimen 1, 5, 8, 9, 11, 16, 17 の諸元を用いて不完全剛結特性 $\frac{1}{Z}$ を求めたものである。

したがって、3. の (4) に示した計算例と同じ諸元を用いて Lothers の論文ならびに久保氏の論文にもとづく不完全剛結特性 $\frac{1}{Z}$ を、また 3. の (5), (6) に示した計算例と同じ諸元を用いて Lothers の論文にもとづく不完全剛結特性 $\frac{1}{Z}$ を算出し、それらと著者らの不完全剛結特性 $\frac{1}{Z}$ に関する理論値とを比較検討すれば次記のとおりである (図-11, 13, 15 参照)。

すなわち、腹部アングル2枚からなる接合部の不完全剛結特性 $\frac{1}{Z}$ に関する各理論値を比較すれば表-5のごとくなり、Rathbun の実験における Specimen 1 では Lothers の理論値が著者のものより小さく、Specimen 2 では逆に Lothers の理論値が著者のものより約 7% 大きく、Specimen 3, 4... と進むにつれてその差は増大し、Specimen 7 で約 17% である。Batho らの実験における Specimen 8 は約 11%, 9 は約 8% Lothers の理論値の方が著者らのものより大である。また久保氏の理論値と比較すれば Rathbun の実験における Specimen 1 が著者らの理論値より約 9% 小さい以外は、他のいずれの Specimen も著者らの理論値より約 20~40% 程度大である。

表-5 1/Z に関する理論値の比較表 1

Specimen		不完全剛結特性 1/Z の理論値			B/A	C/A
		著者 (A)	Lothers (B)	久保 (C)		
Rathbun	1.	0.011	0.008	0.010	0.73	0.91
"	2.	0.105	0.112	0.131	1.07	1.25
"	3.	0.142	0.157	0.170	1.11	1.20
"	4.	0.364	0.407	0.476	1.12	1.31
"	5.	0.501	0.577	0.660	1.15	1.32
"	6.	1.771	2.037	2.240	1.15	1.26
"	7.	2.478	2.906	3.294	1.17	1.33
Batho	8.	0.798	0.885	1.121	1.11	1.40
"	9.	2.392	2.576	3.322	1.08	1.39

また、上・下シート アングルおよび腹部アングル2枚からなる接合部、ならびに上・下シート アングルのみからなる接合部に関する不完全剛結特性についての著者らと Lothers の理論値との比較は表-6, 表-7のとおりとなり、いずれも Lothers の理論値の方が著者らの理論値より2倍以上大きく、極端に相違していることが認められる。

表-6 1/Z に関する理論値の比較表 2

Specimen		不完全剛結特性 1/Z の理論値		B/A
		著者 (A)	Lothers (B)	
Rathbun	11	2.298	4.695	2.04
"	12	3.138	6.493	2.07
Batho	11	4.349	9.973	2.29

表-7 1/Z に関する理論値の比較表 3

Specimen		不完全剛結特性 1/Z の理論値		B/A
		著者 (A)	Lothers (B)	
Rathbun	8	0.952	2.148	2.26
"	9	1.269	2.865	2.26
"	10	2.221	5.015	2.26
Batho	1.5.17	2.820	7.370	2.61
"	16	0.912	2.559	2.81

Rathbun は接合部の実験にもとづいて $M-\phi$ カーブを求めるさいに、載荷荷重がある値に達したのち、それを徐々に取り除いて荷重を0とし、再び荷重を増すことにより $M-\phi$ に関する Reloading Curve を求めたが、これについて、“These reloading curves are quite straight, and elastic constants for the connections have been obtained from their slopes” と論文中に述べ、初期載荷時のカーブの接線ではなく、勾配のより小さい弾性範囲内における再載荷時の $M-\phi$ 直線こそ不完全剛結特性 $\frac{1}{Z}$ として用うるべきことを強調している。これは実在構造物における載荷条件を考えればきわめて当然のことであり、この観点に照らしても著者らの不完全剛結特性に関する理論値が Lothers の理論値に比して非常によく実験値と合致しており、実用上きわめて高く評価されるべきものと自負するとともに、他面 Lothers がその理論の展開において用いた仮定に実際とかなりそぐわない面を多く含んでいることが立証されている。

本論文は単に左右対称直交アングル接合部に外力モーメント M_0 が作用した場合の接合部の弾性変形について述べたが、これと同じ考え方によって左右非対称な構成をもつ一般の直交アングル接合部、あるいは柱に対してはりが任意の傾斜角をもつ場合のアングル接合部、さらにはプレート接合部等に任意外力が伝えられる場合の接合部の弾性変位すなわち著者らのいう不完全剛結特性の理論解が可能となる。

参考文献

- 1) 山崎徳也：不完全剛結ラーメンの解法に応用したる撓角分配法，土木学会誌，36 卷 9 号，昭和 26 年 9 月
T. Yamasaki: "Analysis of Semi-Rigid Frame with Curved Members Considering the Effect of Rigid Joint-Width", Proceeding of the 12th Japan National Congress for Appl. Mech., March 1963.
J.F. Baker: "The Stress Analysis of Steel Building Frames", 2nd Report of the Steel Structures Research Committee, His Majesty's Stationery Office, 1934.
B. Johnston, E.H. Mount: "Analysis of Building Frames with Semi-Rigid Connections", Trans. A.S.C.E., Vol. 107, 1942.
- 2) Charles Rathbun: "Elastic Properties of Riveted Connections", Trans. A.S.C.E., Vol. 101, 1936.
- 3) C. Batho, H.C. Rowan: "Investigations on Beam and Stanchion Connections", 2nd Report of the Steel Structures Research Committee, His Majesty's Stationery Office, 1934.
C. Batho, S.D. Lash: "Further Investigations on Beam and Stanchion Connections", Final Report of

- the Steel Structures Research Committee, His Majesty's Stationery Office, 1936.
- 4) L.A. Beufoy, A. Moharram : "Derived Moment-Angle Curves for Web-Cleat Connections, Preliminary Publication", International Association for Bridge and Structural Engineering, 3rd Congress, Sept. 1948.
- L.A. Beufoy, A. Moharram : "Moment-Angle Curves for Combined Web and Flange Cleat Connections", Engineering, Vol. 168, No. 4379, Dec. 30, 1949.
- 5) J.E. Lothers : "Elastic Restraint Eq's for Semi-Rigid Connections", Trans. A.S.C.E., Vol. 116, 1951. Advanced Design in Structural Steel, Prentice-Hall, Inc., 1960.
- 6) 久保慶三郎 : 半剛節継手とクリップアングル, 生産研究第5巻第6号, 昭和28年6月
連結山形鋼の力学的性質, 土木学会年次学術講演会講演概要, 昭和28年5月

(1965.10.8・受付)
