の1例であつて，$k=12.5\,kg/cm^2/min$ であつた。

$k=12.5\,kg/cm^2/min$, $n=0.3620$（最小自乗法により求めた。α_t は前の章の値を用いて，ε_r を求めて応力一ひずみ曲線を求めると，図―7 に示す如き曲線が得られた。他の k についてもほぼ同様の結果が得られた。これらの結果からすると，前述の仮定が正しい事が証明されたと考えられる。$\sigma_t=210kg/cm^2$ について計算から求めた ε_r は 26.52×10^{-4} で，実験値は 25.5×10^{-4} でその誤差は 3.8% であつた。

この解析によつてクリープと塑性変形との間には非常に密接な関係が存在する事が明瞭になり，重ね合せの法則の適用されない様な構造材料の応力一ひずみ曲線も理論的に求められる事がわかつた。と同時に荷重速度の応力一ひずみ曲線に与える影響についてもある程度説明出来る事になつた。即ち，荷重の小さい間は塑性変形が小さく弾性変形が変形の大部分を占めるために，荷重速度の影響は殆んどない。荷重の大きい部分に対しては塑性変形が大きくなつて来るので荷重速度が問題になつて来るが，モルタルの場合には k^{-n} $(n=0.2\sim0.36)$ であるから大した影響がない事が明瞭になつて来た。

4. 結　　語

本論文によつて

（1） クリープが応力と比例関係にあるのは，応力の小さい間に限られること。応力の大きい値に対しては巾級数の和（少くとも2つの級数の和）で与えなければならない事。

（2） 重ね合せの法則の適用出来ない材料（特に軟鋼を除外する）に対しても，クリープの考え方を適用すれば連続なものとして取扱うことが出来る。

（3） クリープと塑性変形との間には明瞭な関係が存在すること。

（4） 応力一ひずみ曲線は弾性変形と塑性変形との和として考えられ，荷重速度がこの曲線の傾斜に及ぼす影響は小さい事。

等が判明したわけである。

然しながら解析はこれに止らないで，梁を始めとし一般の塑性材料の変形応力分布に関する問題を究明するのが目的であつて，特にこの問題の時間との関連性を明らかにしたいと思つている。本論文はそれらへの第1歩として基本的考え方を種々の実験により確立し検討したものである。

最後ではあるが本研究に種々御指導をいただいた本学福田教授，岡本教授に深謝する次第である。

（昭.26.8.20）

UDC 624.003.12.
658.6.035.1:519.2

予定価格の認識とその統計的管理について

正員　田原　保二*

ON THE STATISTICAL ANALYSIS AND CONTROL OF THE ESTIMATION FOR BID

(Trans. of JSCE March 1952)

Yasuji Tawara, C.E. Member

Synopsis Estimation for bid is by no means less important as engineers' job, if compared with the planning and designing. However, owing to the lack of logical appeal in itself, it has been hitherto rather neglected by engineers from their proper job. The author, therefore, from his original interpretation tried to apply a new method of control of the estimation drived from statistics.

(I) はしがき

本論は予定価格の基本的認識とその管理について新しい統計的方法を導入するものである。

(II) 予定価格の認識

* 東京特別調達局役務技術第2課長

そもそも予定価格は市場価格と双存的なものであり両者を切離し独立に認識することは出来ない。併して両者の比較表現は入札という経済事象によつて最も率直に客観的自然として捕捉され，かつ発注需要者が入札に当り所期する目的は給付の完全履行に要する対価を最小限に計るにあることは一般に是認されてよい。かかる意味で予定価格の水準は即ち最低入札価格の水準であるべき事が示唆される。本論はかかる最低入札価格の水準を如何にして科学的に追及するかの技術の問題に帰する。仮りにこれを見積技術と呼ぶ。

(III)　予定価格決定の基準

（1）標準価格の定義　ある給付対象に対し予定価格を見積る場合，我々は予め準備された仕様図面などに基いて，対象全体をまづその内容に応じ幾つかの異なる区分対象に分割し，更に各区分対象についてその内容により再分割を行い，逐次分割を施す事により，終末に於いて対象全体を単価算定容易なる若干の単一給付単位に細分するのが普通であり，総体の価額はこれら終末単位の単価集積として積算される。これが所謂積算技術でありこの積算価格をいま標準価格と定義しよう。

（2）調整率の定義　予定価格に対する認識から標準価格は必ずしも予定価格となし得ない。そこで，いま個々の入札における最低入札価格と標準価格との比を導入し，これを調整率と定義する。

(IV)　調整率の推定

（1）給付対象による層別化

（イ）第1次層別化：種々の給付対象に対し入札が実施されそれぞれに対応の調整率が相互独立に得られるがこれ等の調整率の値は対象自体の保有する性質の相違によつて必然的に影響されると考えてよいからこれ等一連の調整率は対象の個性即ち内部的変動要因によつて先づ第1次層別化さるべきである。併して内部的変動要因は定性的に表—1の記号によつて表現される。

表—1

要因	記号	要因	記号
何の目的で	A	何時	E
どんな計画で	B	何処で	F
誰が	C	何を	G
誰に	D	如何に	H

これを A—B—C—D—E—F—G—H の如き要因列として表示し同類の要因列に属する対象を一群の給付対象の層に纏めて調整率の内部的変動要因別第1次層別化を計る。

（ロ）第2次層別化：第1次層で同一の部類に属する対象であつても，入札に付した条件が変れば必然的にまた調整率の値に影響する。即ち入札条件という外部的変動要因による第2次層別化が要請される。外部的変動要因としては最も著しいものとして次の要因を挙げる事が出来る。

(a)　仕様図面の不完全度

(b)　入札時に於ける価額変動の大きさ

(c)　入札参加業者の能力不揃度

併して外部的変動要因はその度合，大きさによる定量的分類尺度を持つ。

（2）外部的変動要因の係数化

（イ）仕様図面の不完全度：ある給付対象に対し何等かの仕様図面が前提された時その標準価格を積算するに当り終末単位の単価を固定した上で仕様図面が内蔵する弾力の範囲内に於いて最高，最低，最尤の3値を積算し

x_{0u}：最高標準価格　　x_0：最尤標準価格

x_{0l}：最低標準価格　　R_0：仕様図面の不完全度

として

$$R_0=\frac{x_{0u}-x_{0l}}{x_0}=\frac{\Delta x_{0R}}{x_0}$$

（ロ）入札時に於ける価格変動の大きさ：上記（イ）と相対的に考え（イ）の最尤標準価格積算の基礎となつた仕様図面を固定した上で，その終末単位毎の単価に対し入札時前後の一定期間に於ける終末単位別単価変動を考慮した価格変動補正単価を求め，これ等を再積算して補正最尤標準価格を算定する。

x_0：最尤標準価格　　x_0'：補正最尤標準価格

S_0：入札時に於ける価格変動の大きさ

として

$$S_0=\frac{x_0'-x_0}{x_0}=\frac{\Delta x_{0S}}{x_0}$$

(ハ) 入札参加業者の能力不揃度：入札参加業者の資本能力，受注能力，消化能力の大きさ，程度について一定の基準により評点し相互能力の不揃度を係数化する。

n：入札参加業者数

c_i：各業者の能力評点($i=1,2,\cdots\cdots n$)

c_m：入札参加業者平均能力評点

σ_c：入札参加業者能力評点標準偏差

T_0：入札参加業者の能力不揃度

として

$$T_0=\frac{\sigma_c}{c_m}=\frac{\frac{\sigma_c}{c_m}\cdot x_0}{x_0}=\frac{\Delta x_{0T}}{x_0}$$

但し
$$c_m=\frac{\sum_1^n c_i}{n},\quad \sigma_0=\sqrt{\frac{\sum_1^n (c_i-c_m)^2}{n}}$$

(3) 調整率の推定

(イ) 統計式の想定：過去一定調査期間に於ける入札実績から次の各統計量に対する試料を計算し，これ等を上述の方法により第1次，第2次層別化し幾つかの要因別試料群を作る。かくして各層毎に統計母集団が設立され層の内部ではこれ等試料に関する限りその変動は全く偶然によるものと考えてよい。即ち統計量として

$$X(i)=\frac{x_l(i)}{x_m(i)},\quad Y(i)=\frac{x_m(i)}{x_0(i)},\quad Z(i)=\frac{\sigma(i)}{x_m(i)}$$

玆に　M：この層に属する入札総件数

$N(i)$：この層の第 i 回目の入札に参加の業者数

$x_0(i)$：第 i 回目の入札の最尤標準価格

$x_l(i)$：第 i 回目の入札の最低入札価格

$x_m(i)$：第 i 回目の入札の $N(i)$ 個の入札価格平均

$x_j(i)$：第 i 回目の入札の $N(i)$ 個の入札価格で第 j 番目の入札価格，($j=1,2,\cdots\cdots N(i)$)

$\sigma(i)$：第 i 回目の入札の $N(i)$ 個の入札価格標準偏差，即ち

$$\sigma(i)=\sqrt{\frac{1}{N(i)}\sum_1^{N(i)}(x_j(i)-x_m(i))^2}$$

又 x_0 に対し Δx_{0R}，Δx_{0S}，Δx_{0T} を定義した如く x_m に対し Δx_{mR}，Δx_{mS}，Δx_{mT} を定義し次の如く仮定する。

$$R_0(i)=\frac{\Delta x_{0R}(i)}{x_0(i)}=\frac{\Delta x_{mR}(i)}{x_m(i)}=R(i)$$

$$S_0(i)=\frac{\Delta_{0S}(i)}{x_0(i)}=\frac{\Delta x_{mS}(i)}{x_m(i)}=S(i)$$

$$T_0(i)=\frac{\Delta x_{0T}(i)}{x_0(i)}=\frac{\Delta x_{mT}(i)}{x_m(i)}=T(i)$$

次の統計式 (a), (b), (c) を想定する*。

(a) $$\frac{x_l(i)}{x_m(i)}=1-\alpha_3\frac{\sigma(i)}{x_m(i)}+v_1(i),\quad 又は$$

$$X(i)=1-\alpha_3 Z(i)+v_1(i) \quad\cdots\cdots\cdots(1)$$

(b) $$\frac{\sigma(i)}{x_m(i)}=\beta_0+\beta_2\frac{x_m(i)}{x_0(i)}+v_2(i),\quad 又は$$

$$Z(i)=\beta_0+\beta_2 Y(i)+v_2(i) \quad\cdots\cdots\cdots(2)$$

(c) $$\frac{\sigma(i)}{x_m(i)}=\gamma_4\frac{\Delta x_{mR}(i)}{x_m(i)}+\gamma_5\frac{\Delta x_{mS}(i)}{x_m(i)}+\gamma_6\frac{\Delta x_{mT}(i)}{x_m(i)}+v_3(i)$$

$$=\gamma_4\frac{\Delta x_{0R}(i)}{x_0(i)}+\gamma_5\frac{\Delta x_{0S}(i)}{x_0(i)}+\gamma_6\frac{\Delta x_{0T}(i)}{x_0(i)}+v_3(i),\quad 又は$$

$$Z(i)=\gamma_4 R_0(i)+\gamma_5 S_0(i)+\gamma_6 T_0(i)+v_3(i) \quad\cdots\cdots\cdots(3)$$

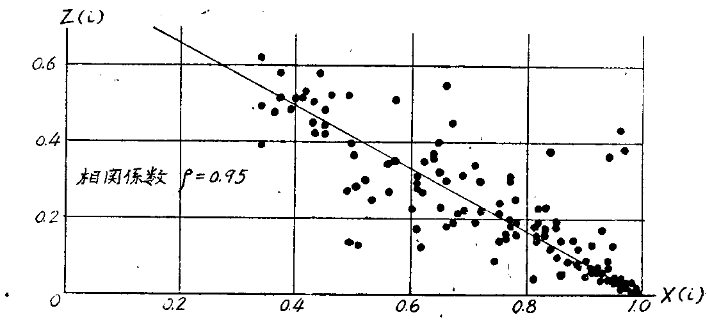
* (a), (b), (c) 式は実績の統計により導入（図―1，2 参照）。

但し α_3, β_0, β_2, γ_4, γ_5, γ_6 は未定常数，v_1, v_2, v_3 は偶然変量とする。(1), (2), (3) 式を書換え Matrix の形で表わせば

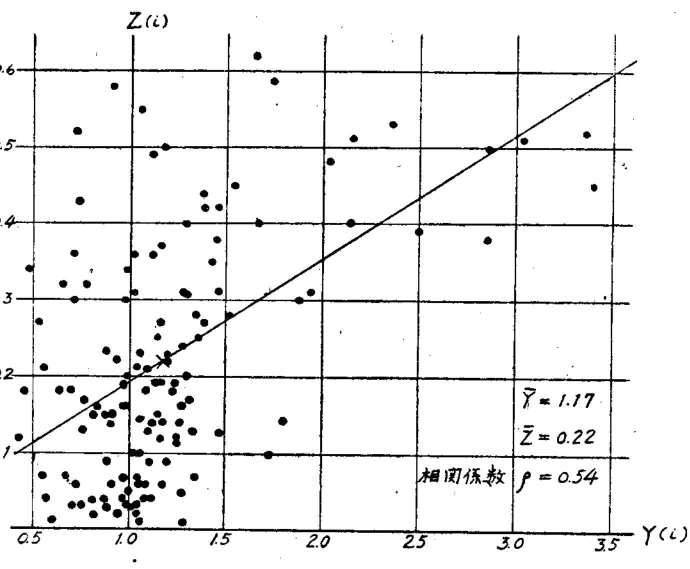
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \alpha_3 \\ 0 & -\beta_2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(i) \\ Y(i) \\ Z(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + v_1(i) \\ \beta_0 + v_2(i) \\ \gamma_4 R_0(i)+\gamma_5 S_0(i)+\gamma_6 T_0(i)+v_3(i) \end{bmatrix}$$

ここに安定条件，$\begin{vmatrix} 1 & 0 & \alpha_3 \\ 0 & -\beta_2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -\beta_2 \neq 0$，　とする。

図—1　K 地区工事入札例 (120 件)



図—2　K 地区工事入札例 (120 件)



(ロ)　誘導形の計算：上記 (1), (2), (3) 式に於ける $R_0(i)$, $S_0(i)$, $T_0(i)$ を独立変数，$X(i)$, $Y(i)$, $Z(i)$ を従属変数とし，独立変数の測計に誤差を伴わないものと仮定すれば (1), (2), (3) は次の誘導形に改められる。

$$\left.\begin{aligned} X(i)&=p_{11}R_0(i)+p_{12}S_0(i)+p_{13}T_0(i)+p_{10}+w_1(i) \\ Y(i)&=p_{21}R_0(i)+p_{22}S_0(i)+p_{23}T_0(i)+p_{20}+w_2(i) \\ Z(i)&=p_{31}R_0(i)+p_{32}S_0(i)+p_{33}T_0(i)+p_{30}+w_3(i) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

ここに p_{11}, p_{12}, ……p_{33}, p_{30} は未定常数，w_1, w_2, w_3 は偶然変量である。未定常数 p_{11}, p_{12}, ……p_{33}, p_{30} の定め方は次の計算による。今入札実績より得たる各統計量の試料値を表—2 の通りとする。

表—2 各統計量の試料値

入札番号 \ 変数区分	従属変数(K群)			独立変数(L群)		
	K_1群	K_2群	K_3群	L_1群	L_2群	L_3群
	$X(i)$値	$Y(i)$値	$Z(i)$値	$R_o(i)$値	$S_o(i)$値	$T_o(i)$値
1	$X(1)$	$Y(1)$	$Z(1)$	$R_o(1)$	$S_o(1)$	$T_o(1)$
2	$X(2)$	$Y(2)$	$Z(2)$	$R_o(2)$	$S_o(2)$	$T_o(2)$
i	$X(i)$	$Y(i)$	$Z(i)$	$R_o(i)$	$S_o(i)$	$T_o(i)$
M	$X(M)$	$Y(M)$	$Z(M)$	$R_o(M)$	$S_o(M)$	$T_o(M)$
平均	$\bar{X}$	$\bar{Y}$	$\bar{Z}$	$\bar{R}_o$	$\bar{S}_o$	$\bar{T}_o$

(a) Matrix—M_{KK} の計算

$$a_{\mu\nu}=\sum_{i=1}^{M}(K_{\mu i}-\bar{K}_\mu)(K_{\nu i}-\bar{K}_\nu),\quad \mu=1,2,3,\quad \nu=1,2,3$$

として $M_{KK}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}=A$, とする。但し常に $a_{\mu\nu}=a_{\nu\mu}$

(b) Matrix—M_{KL} の計算

$$b_{\mu\nu}=\sum_{i=1}^{M}(K_{\mu i}-\bar{K}_\mu)(L_{\nu i}-\bar{L}_\nu),\quad \mu=1,2,3,\quad \nu=1,2,3$$

として $M_{KL}=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$ 但し一般に $b_{\mu\nu}\neq b_{\nu\mu}$

(c) Matrix—M_{LL} の計算

$$c_{\mu\nu}=\sum_{i=1}^{M}(L_{\mu i}-\bar{L}_\mu)(L_{\nu i}-\bar{L}_\nu),\quad \mu=1,2,3,\quad \nu=1,2,3$$

として $M_{LL}=\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$ 但し常に $c_{\mu\nu}=c_{\nu\mu}$

(d) Matrix—$(M_{LL})^{-1}$ の計算

$M_{LL}\cdot(M_{LL})^{-1}=E$, より $\Delta=\begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{vmatrix}\neq 0$ として

$$\frac{\begin{vmatrix} c_{22} & c_{23} \\ c_{32} & c_{33} \end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{\Delta_1}{\Delta},\qquad \frac{-\begin{vmatrix} c_{12} & c_{13} \\ c_{32} & c_{33} \end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{-\begin{vmatrix} c_{21} & c_{23} \\ c_{31} & c_{33} \end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{-\Delta_2}{\Delta}$$

$$\frac{\begin{vmatrix} c_{12} & c_{13} \\ c_{22} & c_{23} \end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix} c_{21} & c_{22} \\ c_{31} & c_{32} \end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{\Delta_3}{\Delta},\qquad \frac{\begin{vmatrix} c_{11} & c_{13} \\ c_{31} & c_{33} \end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{\Delta_4}{\Delta}$$

$$\frac{-\begin{vmatrix} c_{11} & c_{13} \\ c_{21} & c_{23} \end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{-\begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{31} & c_{32} \end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{-\Delta_5}{\Delta},\qquad \frac{\begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{\Delta_6}{\Delta}$$

とおけば

$$(M_{LL})^{-1}=\begin{bmatrix} \Delta_1 & -\Delta_2 & \Delta_3 \\ -\Delta_2 & \Delta_4 & -\Delta_5 \\ \Delta_3 & -\Delta_5 & \Delta_6 \end{bmatrix}\cdot\frac{1}{\Delta}$$

(e) Matrix—P の計算

$$P=\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix}$$ とする。但し $p_{11}, p_{12}, \cdots\cdots, p_{32}, p_{33}$ は (4) 式によるものとする。

今 $R_0(i)$, $S_0(i)$, $T_0(i)$ の測計に誤差を伴わないから次の理論式が常に成立する。

$$\left.\begin{aligned} R_0(i)&=a_{11}[X(i)-w_1(i)]+a_{12}[Y(i)-w_2(i)]+a_{13}[Z(i)-w_3(i)]+a_{10} \\ S_0(i)&=a_{21}[X(i)-w_1(i)]+a_{22}[Y(i)-w_2(i)]+a_{23}[Z(i)-w_3(i)]+a_{20} \\ T_0(i)&=a_{31}[X(i)-w_1(i)]+a_{32}[Y(i)-w_2(i)]+a_{33}[Z(i)-w_3(i)]+a_{30} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

（4）の $X(i)-w_1(i)$, $Y(i)-w_2(i)$, $Z(i)-w_3(i)$ を（5）に代入し，$R_0(i)$, $S_0(i)$, $T_0(i)$ 項の辺々係数比較を行つた結果を次の Matrix の形で表わす。

即ち，　$A\cdot P=E$

次に　$\sum_1^M w_1(i)=0$,　$\sum_1^M w_2(i)=0$,　$\sum_1^M w_3(i)=0$　であるから

$$\left.\begin{aligned} &\bar{X}=p_{11}\bar{R}+p_{12}\bar{S}+p_{13}\bar{T}+p_{10}, \quad \bar{Y}=p_{21}\bar{R}+p_{22}\bar{S}+p_{23}\bar{T}+p_{20} \\ &\bar{Z}=p_{31}\bar{R}+p_{32}\bar{S}+p_{33}\bar{T}+p_{30} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

（4）より（6）を減じ

$$\left.\begin{aligned} w_1(i)&=[X(i)-\bar{X}]-[p_{11}(R_0(i)-\bar{R})+p_{12}(S_0(i)-\bar{S})+p_{13}(T_0(i)-\bar{T})] \\ w_2(i)&=[Y(i)-\bar{Y}]-[p_{21}(R_0(i)-\bar{R})+p_{22}(S_0(i)-\bar{S})+p_{23}(T_0(i)-\bar{T})] \\ w_3(i)&=[Z(i)-\bar{Z}]-[p_{31}(R_0(i)-\bar{R})+p_{32}(S_0(i)-\bar{S})+p_{33}(T_0(i)-\bar{T})] \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

更に $[w(i)]^2=[w_1(i)]^2+[w_2(i)]^2+[w_3(i)]^2$,　$V=\sum_1^M[w(i)]^2$ とおき V を最小ならしめる様な p_{11}, p_{12}, $\cdots\cdots$ p_{32}, p_{33} を定める為に（7）より誘導した V の式の右辺を p_{11}, $p_{12}\cdots\cdots$, p_{32}, p_{33} でそれぞれ偏微分してこれを零とおき，その結果を Matrix の形に書けば結局

$$P\cdot M_{LL}=M_{KL}$$ を得る。

両辺に同じ順序で Matrix $(M_{LL})^{-1}$ を乗じても差支えない故

$$P\cdot M_{LL}(M_{LL})^{-1}=M_{KL}\cdot(M_{LL})^{-1}$$

$$\therefore\quad P\cdot E=P=M_{KL}\cdot(M_{LL})^{-1}$$

即ち

$$\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} \Delta_1 & -\Delta_2 & \Delta_3 \\ -\Delta_2 & \Delta_4 & -\Delta_5 \\ \Delta_3 & -\Delta_5 & \Delta_6 \end{bmatrix}\cdot\frac{1}{\Delta}$$

従つて，

$$p_{11}=\frac{1}{\Delta}\cdot(b_{11}\Delta_1-b_{12}\Delta_2+b_{13}\Delta_3), \quad p_{12}=\frac{1}{\Delta}\cdot(b_{11}\Delta_2-b_{12}\Delta_4+b_{13}\Delta_5)$$

$$p_{13}=\frac{1}{\Delta}\cdot(b_{11}\Delta_3-b_{12}\Delta_5+b_{13}\Delta_6), \quad p_{21}=\frac{1}{\Delta}\cdot(b_{21}\Delta_1-b_{22}\Delta_2+b_{23}\Delta_3)$$

$$p_{22}=\frac{1}{\Delta}\cdot(b_{21}\Delta_2-b_{22}\Delta_4+b_{23}\Delta_5), \quad p_{23}=\frac{1}{\Delta}\cdot(b_{21}\Delta_3-b_{22}\Delta_5+b_{23}\Delta_6)$$

$$p_{31}=\frac{1}{\Delta}\cdot(b_{31}\Delta_1-b_{32}\Delta_2+b_{33}\Delta_3), \quad p_{32}=\frac{1}{\Delta}\cdot(b_{31}\Delta_2-b_{32}\Delta_4+b_{33}\Delta_5)$$

$$p_{33}=\frac{1}{\Delta}\cdot(b_{31}\Delta_3-b_{32}\Delta_5+b_{33}\Delta_6) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

又（6）より　$p_{10}=\bar{X}-(p_{11}\bar{R}+p_{12}\bar{S}+p_{13}\bar{T})$,　$p_{20}=\bar{Y}-(p_{21}\bar{R}+p_{22}\bar{S}+p_{23}\bar{T})$

$$p_{30}=\bar{Z}-(p_{31}\bar{R}+p_{32}\bar{S}+p_{33}\bar{T}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

結局未定常数 p_{11}, p_{12}, $\cdots\cdots$, p_{23}, p_{33}, p_{10}, p_{20}, p_{30} は各統計量の試料値より (8), (9) 式により総て算定される。

（ハ）偶然変量の信頼限界の計算：上記 (8), (9) により未定常数が求まれば M 件の入札に対してそれぞれ M 個の w_1, w_2, w_3 が (7) により求められる。今 w_1, w_2, w_3 の平均値及び不偏分散をそれぞれ $\bar{w}_1$, $\bar{w}_2$, $\bar{w}_3$ 及び u_1, u_2, u_3 とおけば

$$\bar{w}_1=\frac{1}{M}\sum_1^M w_1(i)=0, \quad \bar{w}_2=\frac{1}{M}\sum_1^M w_2(i)=0, \quad \bar{w}_3=\frac{1}{M}\sum_1^M w_3(i)=0$$

$$u_1^2=\frac{1}{M-1}\sum_1^M[w_1(i)-\bar{w}_1]^2=\frac{1}{M-1}\sum_1^M[w_1(i)]^2,\quad \text{同様に}$$

$$u_2^2=\frac{1}{M-1}\sum_1^M[w_2(i)]^2,\quad u_3^2=\frac{1}{M-1}\sum_1^M[w_3(i)]^2$$

従つて一般に統計量

$$\lambda=\frac{\bar{w}-w}{u}\sqrt{M}=\frac{-w}{u}\cdot\sqrt{M}$$

は自由度 $n=M-1$ なる Student の t-分布をなすものとして w の真値 w_0 の推定を信頼度 $1-\theta$ (θ: 有意水準) に於いて求めるには Fisher の統計 t-表 を用いて $n=M-1$ で $P_r\{\lambda_0>\lambda_\theta\}=\theta$ 即ち $P_r\left\{\left|\frac{w_0}{u}\sqrt{M}\right|>\lambda_\theta\right\}=\theta$ となる様な λ_θ を見つける事により

$$\lambda_\theta\frac{u}{\sqrt{M}}>w_0>-\lambda_\theta\frac{u}{\sqrt{M}},\qquad \text{で求められる。}$$

従つて w_1, w_2, w_3 については

w_1 の上限 $W_{1u}=\lambda_\theta\frac{u_1}{\sqrt{M}}$,　　w_1 の下限 $W_{1l}=-\lambda_\theta\frac{u_1}{\sqrt{M}}$

w_2 の上限 $W_{2u}=\lambda_\theta\frac{u_2}{\sqrt{M}}$,　　w_2 の下限 $W_{2l}=-\lambda_\theta\frac{u_2}{\sqrt{M}}$

w_3 の上限 $W_{3u}=\lambda_\theta\frac{u_3}{\sqrt{M}}$,　　w_3 の下限 $W_{3l}=-\lambda_\theta\frac{u_3}{\sqrt{M}}$

これを要するに (8), (9) により未定常数が定まれば，有意水準 θ を任意に仮定 (通常 $\theta=0.05\sim0.1$) すると W_{1u}, W_{1l}, W_{2u}, W_{2l}, W_{3u}, W_{3l} が総て算出される。

(ニ) 調整率の推定:

$$|W_{1u}|=|W_{1l}|=W_1,\quad |W_{2u}|=|W_{2l}|=W_2,\quad |W_{3u}|=|W_{3l}|=W_3$$

とおけば任意の新たな R_0, S_0, T_0 に対する X, Y, Z の値は信頼度 $1-\theta$ に於いて次の如く推定される。

$$\left.\begin{aligned}X&=p_{11}R_0+p_{12}S_0+p_{13}T_0+p_{10}\pm W_1=X'\pm W_1\\Y&=p_{21}R_0+p_{22}S_0+p_{23}T_0+p_{20}\pm W_2=Y'\pm W_2\\Z&=p_{31}R_0+p_{32}S_0+p_{33}T_0+p_{30}\pm W_3=Z'\pm W_3\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(10)$$

一方調整率を k とすれば

$$k=\frac{x_l}{x_0}=\frac{x_l}{x_m}\cdot\frac{x_m}{x_0}=X\cdot Y=(X'\pm W_1)\cdot(Y'\pm W_2)$$

$$\therefore\ k_{\max}=(X'+W_1)\cdot(Y'+W_2)$$

$$k_{\min}=(X'-W_1)\cdot(Y'-W_2)$$

$$k\ =X'\cdot Y'$$

即ち調整率の管理範囲は上式 $k_{\max}\sim k_{\min}$ を以て推定される。

(V) 予定価格の決定とその管理

(1) 予定価格の決定　第1次並びに第2次層別化された各群毎に上記の方法で算出された調整率の値の管理限界を表-3 の如く表示しこれを基準調整率表と呼ぶ。

今任意の新たな給付対象の入札に当りその予定価格を見積るには先づ最尤標準価格 x_0 を積算し次にその対象の属する層を決定し，対応する層の調整率の管理限界を表-3 より求める時は予定価格 x の見積範囲は

表—3 基準調整率表

第二次層別 ＼ 限界 ＼ 第一次層別		A-B-C-D-E-F-G-H							
		1		2		3		4	
		上限	下限	上限	下限	上限	下限	上限	下限
R_0 S_0 T_0	1	$k_{11\,max}$	$k_{11\,min}$	$k_{12\,max}$	$k_{12\,min}$	$k_{13\,max}$	$k_{13\,min}$		
	2	$k_{21\,max}$	$k_{21\,min}$	$k_{22\,max}$	$k_{22\,min}$	$k_{23\,max}$	$k_{23\,min}$		
	3	$k_{31\,max}$	$k_{31\,min}$	$k_{32\,max}$	$k_{32\,min}$	$k_{33\,max}$	$k_{33\,min}$		
	4								

$$x_{\max}=k_{\max}\cdot x_0$$

$$x_{\min}=k_{\min}\cdot x_0$$

$\bar{x}\ =\ \bar{k}\ \cdot x_0$,　で与えられる。併して最終的金額の決定は上式範囲内で予決令第 86 条に拠る権限者の裁量に俟つべきものである。

(2) 予定価格の管理 予定価格の管理は即ち調整率の管理を意味する。その方法は通常の品質管理と同様の統計的管理を行えば充分である。

(VI) あとがき

本論の特色は従来予定価格決定の基準であつた積算のみの概念を調整率を考慮に入れた見積の概念に迄拡張した点にある。ただ独立変数 R_0, S_0, T_0 の撰び方，その係数化については未だ研究の余地があるがこの事は本理論の展開に何等根本的障害とならない。換言すれば $Z(i)$ と相関度の高い外部的変動要因であれば何を独立変数に撰んでもよいのである。

本論は昨春筆者が会計検査院で講じた内容の一部であり，専ら理論に終始したがこの計数的論証は紙面の都合により後日にゆずりたい。 (昭.26.9.8)

UDC 539.313:531.258.
624.073.12

半 円 板 の 一 計 算 例

正 員 岡 林 稔*

A NUMERICAL EXAMPLE OF SEMI-CIRCULAR PLATE

(Trans. of JSCE March 1952)

Minoru Okabayashi, C.E. Member

Synopsis Problems of plate can be solved by the similar method as what the writer once described concerning the 2-dimentional elastic problems. So the writer explains a problem of semi-circular plate as the numerical example.

要旨 平板問題は著者が先に発表した2次元弾性体の解法と全く同様の方法によつても解く事が出来る。これはその一計算例として半円板の問題を解いてみたものである。

1. 緒　言

平板問題は先に著者が発表した2次元弾性体の解法[1]と殆んど全く同様にして，これを Fredholm 積分方程式に導き得る。その極く簡単な例題として，周辺が固定された半円板が満載等分布荷重を受けた場合の近似解を計算してみた。これによれば，例えば円形水槽が底版の周に沿つて支持された場合と，底版の周及び一直径に沿つて支持された場合の底版応力の比較が可能であろう。

2. 満載等分布荷重を受け全周辺固定の半円板の解

周知の如く基本方程式は

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}=\frac{p}{N} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

但し　w：撓み，　p：荷重強度，　N：板の曲げ剛さ

(1) 式の特解は $(u=x+iy,\ v=x-iy)$ なる置換を行つて計算すれば容易に求められ，その1つを

$$\frac{p}{32N}y^2(x^2+y^2-a^2)$$

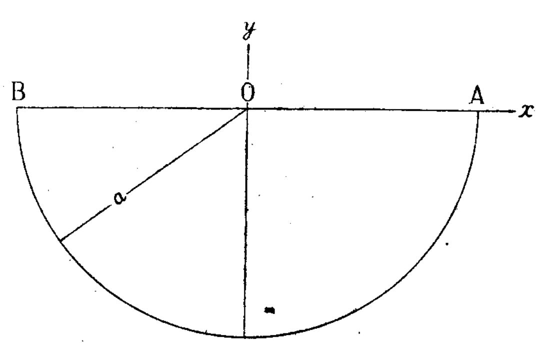
とすれば一般解は次の如くなる。

$$w=\frac{p}{32N}y^2(x^2+y^2-a^2)+U+yV$$

但し U 及び V はそれぞれ任意の調和函数

しかし，後の計算に便利のためこれを次式の如く書く。

図—1



---

* 名古屋工業大学助教授

1) 土木学会論文集 第4号 昭.24