

## セメントモルタルの塑性とクリープ

正 員 久 保 慶 三 郎\*

## PLASTICITY AND CREEP OF CEMENT MORTAR

(Trans. of JSCE March 1952)

Keizaburo Kubo, C.E. Member

**Synopsis** In this paper, the writer investigated the fundamental equation, by which plastic deformation and creep of cement mortar in short period can be solved. Mr. A. Nadai's theory is concerned with the relations connecting stress, strain and strain rate, but in order to analyse stress distribution in plastic beams which are sustained under constant load, this theory is not very convenient, because in it, strain is not defined as a function of time and stress, but strain rate and stress. The writer's equation connects stress, strain and time and this is verified with good accuracy by experiments of cement mortar which are done by the writer.

**要旨** 本論文は構造用材料の塑性変形に関する問題を取扱つたもので、塑性とクリープとの相関関係を明らかにするのを目的としている。クリープを時間と応力の巾級数とし、この級数で表わし得ることをモルタルの実験により明らかにし、且つモルタルについての級数の係数を実験から求めた。これ等の実験は短期間のクリープについて行つたものである。塑性変形とクリープとの相関関係を明らかにするために、クリープの基本式から理論的に塑性変形を計算した。この計算と実験とを比較することによつて、両者の間に密接な関係が存在することを結論し、更にこの計算から 2, 3 の性質を明らかにした。

## ト ま え が き

構造用材料が弾性を保持している、換言すれば、フックの法則に従っている間は重ね合せの法則も成立するし、クリープという現象も生ぜず甚だ取扱い易いのであるが、コンクリートにしても、木材、鋼にしても必ずしもフックの法則が完全に適用されるものではなく、ある程度以上の応力状態に於ては所謂塑性現象を呈する。

塑性材料では重ね合せの法則が適用出来ないから、応力  $\sigma_1$  のとき  $\epsilon_1$  なるひずみを生じ、 $\sigma_2$  なるとき  $\epsilon_2$  なるひずみを生ずる材料に  $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$  なる応力を与えたときのひずみは  $\epsilon_1 + \epsilon_2$  とはなり得ない。この問題については谷本勉之助氏の研究がある<sup>1)</sup>。谷本氏の考え方は等方等質の固体が静的釣合の状態に於て保有しうる 2 個の独立な弾性常数は一般に  $(\delta P_{r-1}, \delta P_r)$  の外部荷重に対する微小応力と微小ひずみとの間に於てのみ独立な常数であると考え、単純引張の場合には 2 個の常数、ヤング係数  $E$  と、ポアソン比  $1/m$  は共に応力  $\sigma$  の函数と考へている。それ故、 $\sigma_i$  なる引張応力を受けている材料が  $\Delta\sigma_i$  だけ引張応力が増加して  $\sigma_i + \Delta\sigma_i$  なる応力を受けたとすると、 $\Delta\sigma_i$  に対する伸びは  $(\sigma_i, \sigma_i + \Delta\sigma_i)$  の間で成立すべき  $E_i$  と  $1/m_i$  によつて計算して

$$\Delta\epsilon_i = \Delta\sigma_i / E_i$$

応力に直角方向のひずみ  $\Delta\epsilon_i'$  は

$$\Delta\epsilon_i' = \Delta\sigma_i / E_i m_i$$

となる。今  $\sigma$  が 0 から  $\sigma$  まで変化するとした場合に、0 から  $\sigma$  までを  $n$  個に等分してその各々の区間について以上の考え方が成立つと仮定し、その各区間のひずみ  $\Delta\epsilon_1, \Delta\epsilon_2, \dots, \Delta\epsilon_i, \dots, \Delta\epsilon_n$  を求めると、応力  $\sigma$  の作用した場合のひずみ  $\epsilon$  は

$$\epsilon = \Delta\epsilon_1 + \Delta\epsilon_2 + \dots + \Delta\epsilon_i + \dots + \Delta\epsilon_n = \sum_{i=1}^n \Delta\epsilon_i$$

で与えられる。

応力とひずみの関係は一般的に言つて Bach-Schüle の式で与えられるかも知れないが、最近の塑性論の考え方から言うと、応力とひずみとの間には更に時間、或いはひずみの速度(この速度の中に時間の項が入っている)

\* 東京大学助教授、生産技術研究所

1) “疊重の法則が許せないときの一様な断面の棒の引張又は圧縮について” 土木学会誌 29 卷 2 号 p. 166~179

という要素が入っていないからで、この点を考えると必ずしもこの考え方は満足すべきものとは言いがたい。

A. Nadai 氏<sup>2)</sup>によると、この時間、応力、ひずみを結合する関係として、ひずみの速度  $u$  を用いて

$$\sigma = f(\varepsilon, u) = f_1(\varepsilon)f_2(u) \dots \dots \dots (1)$$

と置き、クリープと塑性を論じている。この式を用いて、荷重速度の応力—ひずみ曲線に及ぼす影響を求めてみると次の如くなる。

ひずみと応力の関係は(1)を書き直して

$$\sigma = \sigma_0 \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^m \left( \frac{u}{u_0} \right)^n \dots \dots \dots (2)$$

与えられるとする。(2)を置き直すと

$$\frac{d\varepsilon}{dt} \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^{\frac{m}{n}} = u_0 \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{\frac{1}{n}} \dots \dots \dots (3)$$

依つて

$$\frac{n}{n+m} \frac{1}{\varepsilon_0^{\frac{m}{n}}} \varepsilon^{\frac{m+n}{n}} = \frac{u_0}{\sigma_0^{\frac{1}{n}}} \int_0^t \sigma^{\frac{1}{n}} dt + c \dots \dots \dots (4)$$

ここに  $c$  は積分常数であるが、 $t=0$  で  $\sigma=0$  の状態から、荷重をかけてゆくとすると、 $t=0$  で  $\varepsilon=0$  となるから  $c=0$  である。今荷重速度を一定とすると、

$$\sigma = kt \dots \dots \dots (5)$$

となる故(5)を(4)に代入すると

$$\frac{n}{n+m} \frac{1}{\varepsilon_0^{\frac{m}{n}}} \varepsilon^{\frac{m+n}{n}} = \frac{u_0}{\sigma_0^{\frac{1}{n}}} \frac{n}{1+n} \sigma^{\frac{n+1}{n}} \dots \dots \dots (6)$$

を得る。依つて

$$\varepsilon = \left( \frac{u_0 \varepsilon_0^{\frac{m}{n}}}{\sigma_0^{\frac{1}{n}} k} \frac{n+m}{1+n} \right)^{\frac{n}{m+n}} \sigma^{\frac{1+n}{m+n}} \dots \dots \dots (7)$$

(7)式は荷重速度  $k$  と、応力、ひずみの規定する式である。 $m > n$  であるから  $\varepsilon$  は  $k$  の増加と比例して小さくなるのではない事が(7)式からわかるが、この結果は実験的にも認められる結果である。亦  $(1+n)/(m+n) > 1$  であるから、 $\sigma$  が大きくなるにつれて、 $\varepsilon$  は  $\sigma$  に比例する以上に大きくなり、所謂塑性現象を呈する事も(7)式で説明される。

然しなから、我々の取扱っている梁その他の構造物では時間と共に応力状態或いは変形が如何に変化してゆくかが非常に重要な問題になつて来る事が多い。例えて言えば、単純梁の中央点に荷重をかけると、荷重の小さい間は変形と荷重は直線関係をなすが、ある程度以上であると、荷重速度が小さくなると変形が大きくなる問題がある。亦この様な荷重状態では、梁の任意の断面について言うと、応力分布は直線分布を示さないし、その分布も時間と共に変化して、中立軸に近いほど応力の時間に対する割合が大きくなる。この種の問題を取扱うときには、A. Nadai 氏の如く、応力とひずみを規定する間にひずみの速度が入つては不便であるので、著者はここに、ひずみ速度の代わりに、時間そのものを用い、且つ変形の連続の条件その他に便利なる様に、ひずみを応力と時間との函数であらわした式を作つた。

この式について実験的に研究し更にこの式を用いて、セメントモルタルの応力—ひずみ曲線及び荷重速度のひずみに及ぼす影響、クリープと塑性との関係を明らかにした。ここに発表する機会を得て諸先輩の御批判、御教示を仰ぐ次第である。

## 2. クリープに関する実験

コンクリートのクリープについての概略の説明と W.R. Lorman 氏の考え方については著者の前論文<sup>3)</sup>に述べたのでここには繰返さない事にする。然しその後更に W.R. Lorman 氏の式を検討した結果について、2, 3 私見を述べたいと思う。この考え方は次の2点に無理がある事が判明した。第1はクリープ量はクリープを生ぜしめる応力と比例関係にあるとする点で、これは H.E. Davis 氏の実験と比較しても無理だと思われる。後述

2) "The influence of time upon creep. the hyperbolic sine creep law" S. Timoshenko

60 才記念集 p.155~170

3) "プレストレストド コンクリートとクリープ" 土木学会誌 35 卷 12 号 (昭和 25 年 12 月)

の筆者の実験は H.E. Davis 氏の如く長期間にわたつて測定したのではなく、短期間のクリープを求めたものであるが、それに依つても応力とクリープとが比例している区間は応力の小さい間に限られている事が判明した。第2にはクリープ量は時間と応力(応力は荷重が変化する場合に時間の函数である)の函数として与えられているに拘らず、荷重が時間と共に変化する場合、或いは一定荷重を受けた梁の如く、荷重は一定であつても応力分布は時間と共に変化する場合のクリープ量  $\epsilon_r$  は

$$\epsilon_r = \int_0^{\sigma} \frac{b(t-\tau)}{a+t-\tau} d\sigma \quad (a, b \text{ は常数}) \dots\dots\dots (8)$$

で与えられるとした点である。

さて本論に立ちもどると、材料のクリープに関する実験はコンクリート、鉛等について行われているが、時間として500日とか1000日とかいう様な長期間のクリープ実験の結果しか得られていない。塑性とクリープとの関係を論ずる場合は分又は時間の単位のクリープ曲線が必要になつて来る。長期間のクリープ曲線から非常に短期間のクリープ曲線を求める事は困難である。勿論両者の間に本質的の差違があるというのではない。

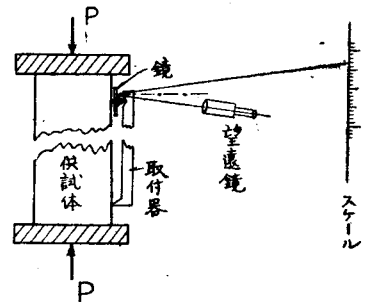
短期間のクリープについて次の3通りの実験を行った。

- (1) 一定の応力状態の時間とクリープとの関係
- (2) 時間を一定にした場合の応力とクリープとの関係
- (3) 荷重を段階的にかけた場合の応力の増加分とクリープ量との関係

以下各々の項目について実験目的、実験結果を説明するが、それに先立つて実験装置及び材料について説明を行うことにする。

材料としてセメントモルタル(配合は1:3、水セメント比50%)を用いた。供試体は製作した翌日型枠からはづして水中に於て養生した。材令は13ヶ月位であるので、実験が10日間位続いたが、その間に材令による供試体の性質の変化はあまりないものと思う。供試体の寸法は4×4×8cmの直方体でモルタルの曲げ試験供試体用の型枠を改造したものを型枠とした。ひずみの測定はマルテンスのひずみ計を用い、標点間距離は50mmとし、ナイフエッジをつけるには供試体の表面がザラザラなので表面にうすくペーストを塗つた。ひずみ量は非常に小さいので、スケールと鏡の距離(ひずみ計の倍率に影響する)は出来るだけ長くした。測定したときの距離は2.470mから2.500mであつた(図-1)。

図-1

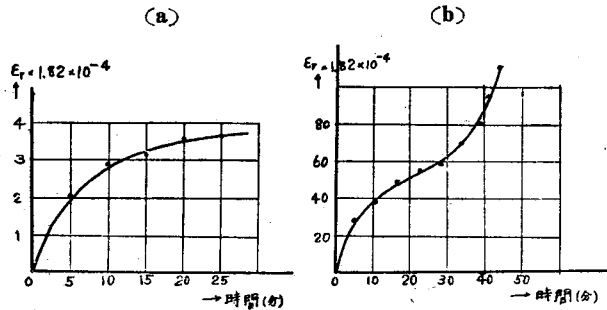


以上の如き装置を用いて実験した個々の問題を説明しよう。

(1) 一定応力状態の時間とクリープとの関係

応力ひずみ時間の関係を求めるために、先づ応力を一定にした場合のひずみと時間関係を実験的に求めた。応力として87.5kg/cm<sup>2</sup>、150kg/cm<sup>2</sup>、225kg/cm<sup>2</sup>、262.5kg/cm<sup>2</sup>の4種について実験した。図-2は150kg/cm<sup>2</sup>と262.5kg/cm<sup>2</sup>の場合の曲線である。これ等の実験の結論として、

図-2



(a) 短期間のクリープも長期間のクリープと  $t$  の小さい間は同一の傾向を示し、初期にクリープが急に増大し、時間と共に勾配がゆるくなる。

(b)  $t$  の小さい間は 図-2 の (a) と (b) は相似の形をしている。それ故に  $t$  のみの函数を  $f_1(t)$ 、 $\sigma$  のみの函数を  $f_2(\sigma)$  とするとクリープ量  $\epsilon_r$  は

$$\epsilon_r = f_1(t)f_2(\sigma) \dots\dots\dots (9)$$

と書く事が出来る。

(c)  $t$  が大きくなると、即ち  $\sigma = 262.5 \text{ kg/cm}^2$  の場合にクリープ量の勾配は  $t$  と共にゆるくならないである時間から逆に大きくなる傾向を示し、遂に破壊に達した。この現象はコンクリート、モルタルについて、H.E. Davis 氏その他の研究者の論文には発表されていない様に思うが、今回の実験によつて、モルタルに

ついても鉛その他の材料と同じ様にある応力状態ではクリープ-時間曲線が図-2(b)の如き形をとる事を発見した。尚鉛については J. Mc Keown 氏の実験が A. Nadai 氏の論文に掲載されている(図-3)。この現象は長期間のクリープ実験に於ては鉛の如く破壊応力よりずつと下の応力で起る可能性が存在すると考えられるが、短期間のクリープの場合には破壊応力近辺で始めて問題になつて来る現象の様に思う。

以上を総合的に考えてみると、応力が破壊応力の 90% 以下を問題にし、しかも載荷時間も 5~10 分が重要視される範囲ではクリープ量は時間のみの函数と応力のみの函数との積で与えられるとして差支えない事がこの実験の結果として言い得ると思われ、その場合に  $t$  の函数の形は近似的に

$$f_1(t) = k_1 t^{\alpha_1} \dots\dots\dots(10)$$

と置き得る事が判明した。

(2) 時間を一定にした場合の応力とクリープとの関係

(1) の実験によつて時間の函数  $f_1(t)$  の形が決定したので (9) 式の  $f_2(\sigma)$  即ち応力とクリープとの関係式が必要であるので、時間を一定にして  $\epsilon_r$  が  $\sigma$  の如何なる函数で与えられるかについて実験した。実験値は(1)のものを用い、ただ  $t$  を一定にした場合の  $\epsilon_r$  をとり、 $\sigma$  を横軸にし  $\epsilon_r$  を縦軸にして両者の関係について研究した。図-4 は  $t=25$  分としたときの応力とクリープとの関係を示している。

この図から判る様に W.R. Lorman 氏のクリープと応力とが比例関係であるとするには、応力の小さい間に近似的に適用されるものであつて、本実験に於ては 150 kg/cm<sup>2</sup> 位までがその適用可能範囲である事が結論される。然し応力の大きいときにこの比例関係が成立すると考える事は重大な誤りを犯す事になるのは図-4 から明瞭であらう。

$\sigma$ - $\epsilon_r$  曲線は  $\sigma$  の小さい間は非常になめらかで  $\sigma$  が破壊に近づくにつれて急激に大きくなる傾向を示している。この為  $\epsilon_r$  と  $\sigma$  の関係を表わす  $f_2(\sigma)$  は  $f_1(t)$  の如く簡単には表わしにくく、止むを得ず

$$f_2(\sigma) = k_2 \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{\alpha_1} + k_3 \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{\alpha_2} \dots\dots\dots(11)$$

と置いて、実験的に  $k_2, k_3, \alpha_1, \alpha_2$  をきめる事にした。

(11) 式の各常数は、本実験に用いたモルタルでは

$$k_2 = 2.73 \times 10^{-4}, k_3 = 4.0 \times 10^{-4}, \alpha_1 = 1.05, \alpha_2 = 5.7$$

である。

(3) 荷重を段階的にかけた場合の応力の増加分とクリープ量との関係

1. にも述べた如くクリープと応力とが比例しない場合は非線形の問題になつて、重ね合せの法則が適用出来なくなる。

著者はこの取扱い方を決定する前に実験的にその性質を確かめる事にした。先づ 150 kg/cm<sup>2</sup> の応力の下に起るクリープを 5 分毎に 25 分まで測定し、次に 37.5 kg/cm<sup>2</sup> だけ応力を増加せしめて、187.5 kg/cm<sup>2</sup> の応力状態に於て前と同様の実験をした。以下同様にして、37.5 kg/cm<sup>2</sup> づつ増加せしめて、225 kg/cm<sup>2</sup>, 262.5 kg/cm<sup>2</sup> の応力をかけてクリープと時間との関係を求めた。図-5 は以上の実験値をプロットしたもので、すべてクリー

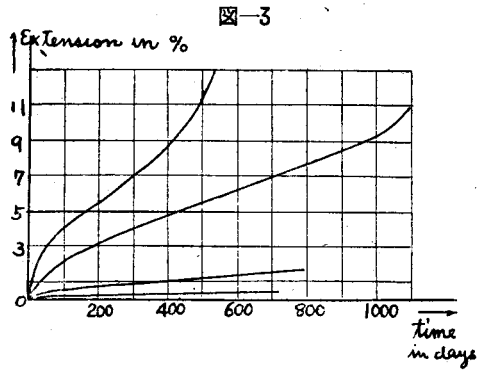


図-3

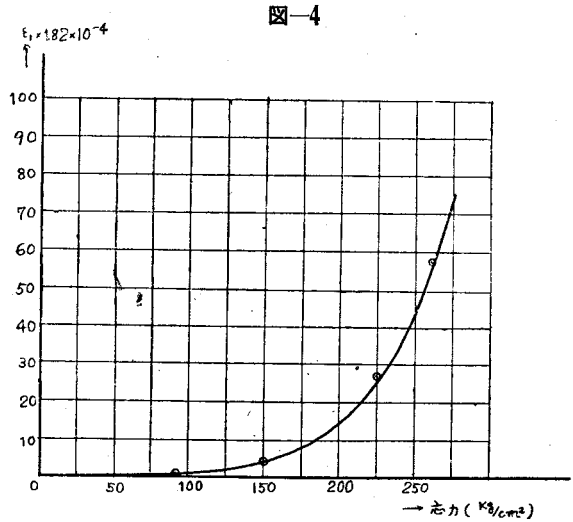
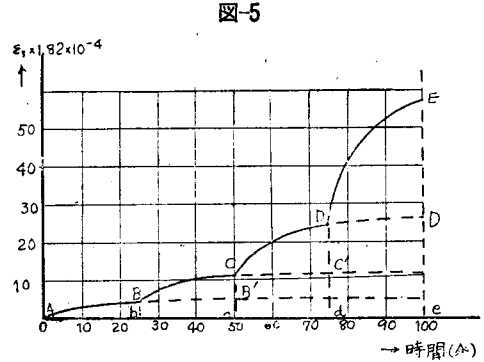


図-4

プによるひずみのみを示した。

例を 図-5 の bd 区間について言うと、応力の増加分に対するクリープ量は C'D であると考え、BC 曲線は C 点で応力が 37.5 kg/cm<sup>2</sup> だけふえたために CD 曲線に移行するが、BC 曲線を画かした応力はやはり cd 区間に於ても潜在的に存在してクリープは時間と共に増加して BCC' 曲線を描くと考え、C 点に於ける応力増加に対するクリープは C'D であると考えた。以上の如く考えると、225 kg/cm<sup>2</sup> の応力状態に 37.5 kg/cm<sup>2</sup> 追加した de 区間の 37.5 kg/cm<sup>2</sup> に対するクリープ量は ED' で与えられることになる。



以上の如くクリープを定義して求めた値を表-1 の第2欄に記した。区間の名称は 図-5 と同一のものを用いた。

表-1 に比較のために、 図-4 から求めた値を第3欄とした。 図-5 の de 区間は応力が 225 kg/cm<sup>2</sup> から 262.5 kg/cm<sup>2</sup> に増加した区間であり、且つクリープの継続時間は 25 分であるので、 図-4 から 262.5 kg/cm<sup>2</sup> に対するクリープ量と同じく 225 kg/cm<sup>2</sup> に対する値とを求め両者の差が 図-4 の de 区間に相当する値となつている。以下 cd, bc 区間についても同様である。

表-1

区 間	図-5 より	図-4 より
de	55.0 × 10 <sup>-4</sup>	57.9 × 10 <sup>-4</sup>
cd	23.6 × 10 <sup>-4</sup>	27.2 × 10 <sup>-4</sup>
bc	11.6 × 10 <sup>-4</sup>	11.4 × 10 <sup>-4</sup>

表-1 の結果では de, bc 区間は両者の値が一致しているが、cd 区間では平均値からの誤差は 7% となつている。然しモルタルの実験という事を考えると以上の結果から次の如く考える事が出来ると思う。

“ある時間に応力が変化したとすると、その応力の変化分によるクリープは、変化後の応力によるクリープから変化前の応力によるクリープを差引いたものに等しい”

以上の考え方を式で表わすと、 $t=t_0$  ( 図-6 参照) で応力が  $\sigma_0$  から  $\sigma_0 + \Delta\sigma_0$  に変化したとすると、この  $\Delta\sigma_0$  なる応力の増加分によるクリープ  $\Delta\epsilon_r$  は  $t=t$  で

$$\Delta\epsilon_r = f_1(t-t_0)f_2(\sigma_0 + \Delta\sigma_0) - f_1(t-t_0)f_2(\sigma_0) \dots\dots\dots(12)$$

で与えられる。

一連の実験ならびに考察から総合的に言うと、先づクリープ、応力、時間の間の関係を規定する式として実験的に次の式で十分正しい事が判明した。

$$\epsilon_r = \left\{ m_1 \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{\alpha_1} + m_2 \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{\alpha_2} \right\} \left( \frac{t}{t_0} \right)^n \dots\dots\dots(13)$$

ここに  $m_1, m_2, n, \sigma_0, t_0, \alpha_1, \alpha_2$  は常数である。

亦非線型のクリープ-応力関係に対して応力の増加分に対するクリープとして (12) の如く定義して差支えない事も明らかになった。

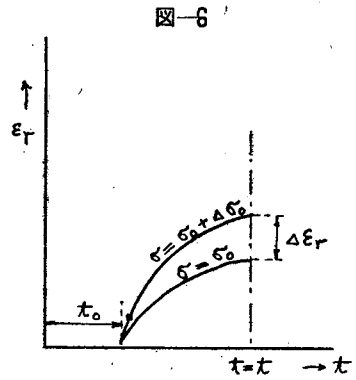
### 3. 応力-ひずみ曲線の解析

応力-ひずみ曲線には (1) 軟鋼の様一度明瞭な降伏点を示し、降伏点で応力-ひずみ曲線がひずみの軸に平行になり、しかるのち再びひずみが応力と共に大きくなり遂に最大荷重に達するものと、(2) コンクリート、鉛、アルミニウム合金等が示す 図-7 の様なものがある。(1) の型に属する問題は複雑なので、主として (2) の型に属するものを取扱つて論じてみたいと思う。

前にも述べた如くクリープは時間と応力の函数であり、その函数の形は前の章でモルタルについては定義した。モルタルを例にとつて説明すると、一定の荷重速度で荷重をかけて行くと、応力-ひずみ曲線は 図-7 の様になるが、この曲線を弾性変形  $\epsilon_e$  と塑性変形  $\epsilon_r$  との和であると考え、この考え方は A. Nadai 氏等も行つて一般にも認められているし著者も妥当な考え方であると思う) 全体のひずみ  $\epsilon$  は

$$\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_r$$

で与えられる。 $\epsilon_e$  は弾性変形であるからヤング係数  $E_0$  がわかっていると  $\epsilon_e = \sigma/E_0$  で求められる。 $\epsilon_r$  は塑性



変形を表わしているが、これは時間と共に変化する荷重による短期間のクリープによつて起るものと考えられる。この仮定は明瞭に認められている仮定ではないので、実験的に検討を要すると思う。現在までに知られている性質として、荷重速度を遅くすると、応力-ひずみ曲線はねて来る事、荷重が大きくなるに従つて塑性変形が大きくなる事とクリープが以上の様な性質をもっている事とを考慮に入れると、上の仮定の妥当性が暗示されている様に思う。然し以上は定性的な見方であつて、定量的な問題は計算と実験によつて始めて明らかにされるものである。この検討によつて前述のクリープと塑性変形との相関関係が明瞭になつて来るわけである。

本章の目的とする所は、時間と共に変化する荷重をうけているモルタルのクリープは 2. で説明したが、この考え方が、他の実験、1例をあげるとモルタルの圧縮試験等に於ても正しいかどうかを検討する事と、更に、塑性変形とクリープとの間に密接な関係が存在するか否かを明らかにする事である。

クリープと応力と時間の基本式は (13) を用いることにする。今  $t=\tau$  では  $\sigma=\sigma$  で、 $t=\tau+\Delta\tau$  では  $\sigma=\sigma+\Delta\sigma$  になつたとすると、(12) の考え方からクリープの増加分  $\Delta\epsilon_r$  は

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon_r = & \frac{m_1}{t_0^n \sigma_0^{\alpha_1}} (t-\tau-\Delta\tau)^n (\sigma+\Delta\sigma)^{\alpha_1} - \frac{m_1}{t_0^n \sigma_0^{\alpha_1}} (t-\tau)^n \sigma^{\alpha_1} \\ & + \frac{m_2}{t_0^n \sigma_0^{\alpha_2}} (t-\tau-\Delta\tau)^n (\sigma+\Delta\sigma)^{\alpha_2} - \frac{m_2}{t_0^n \sigma_0^{\alpha_2}} (t-\tau)^n \sigma^{\alpha_2} \dots \dots \dots (14) \end{aligned}$$

と与えられる。(14) の  $(t-\tau-\Delta\tau)^n$  及び  $(\sigma+\Delta\sigma)^\alpha$  を Taylor 展開して 2 次以上の微小量を省略すると、

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon_r = & \frac{m_1}{t_0^n \sigma_0^{\alpha_1}} \{ \alpha_1 \sigma^{\alpha_1-1} (t-\tau)^n \Delta\sigma + n (t-\tau)^{n-1} \sigma^{\alpha_1} \Delta\tau \} \\ & + \frac{m_2}{t_0^n \sigma_0^{\alpha_2}} \{ \alpha_2 \sigma^{\alpha_2-1} (t-\tau)^n \Delta\sigma + n (t-\tau)^{n-1} \sigma^{\alpha_2} \Delta\tau \} \dots \dots \dots (15) \end{aligned}$$

今  $t=0$ ,  $\sigma=0$  で、且つ  $\sigma=kt$  であるとする、 $t=t$  に於けるクリープ量  $\epsilon_r$  は

$$\begin{aligned} \epsilon_r = & \frac{m_1 \alpha_1 \sigma_0^{\alpha_1-1} k^{n+\alpha_1}}{t_0^n \sigma_0^{\alpha_1} k^n} \int_0^1 (1-\lambda)^n \lambda^{\alpha_1-1} d\lambda + \frac{m_2 \alpha_2 \sigma_0^{\alpha_2-1} k^{n+\alpha_2}}{t_0^n \sigma_0^{\alpha_2} k^n} \int_0^1 (1-\lambda)^n \lambda^{\alpha_2-1} d\lambda \\ & + \frac{m_1 n \sigma_0^{\alpha_1-1} k^{n+\alpha_1}}{t_0^n \sigma_0^{\alpha_1} k^n} \int_0^1 (1-\lambda)^{n-1} \lambda^{\alpha_1} d\lambda + \frac{m_2 n \sigma_0^{\alpha_2-1} k^{n+\alpha_2}}{t_0^n \sigma_0^{\alpha_2} k^n} \int_0^1 (1-\lambda)^{n-1} \lambda^{\alpha_2} d\lambda \dots \dots \dots (16) \end{aligned}$$

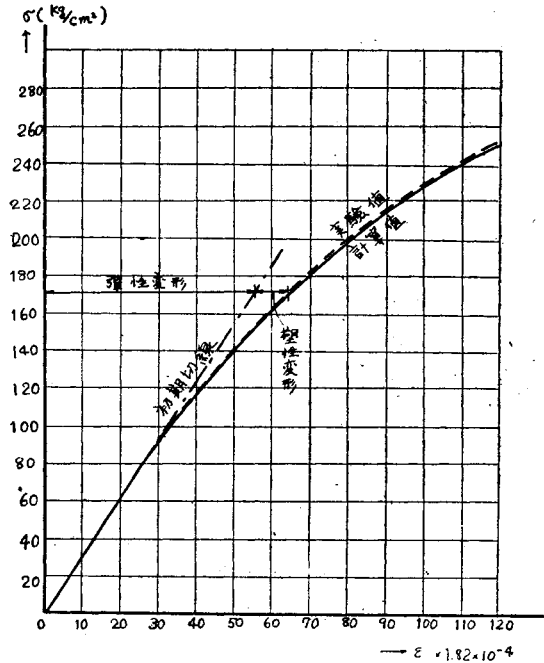
となる。積分される項は B-函数であるから表を引けばすぐ値が求められる。(16) は荷重速度一定の場合の応力-ひずみ (塑性変形のみ) を表わす式である。一般にひずみ  $\epsilon$  が弾性ひずみ  $\epsilon_e$  と塑性ひずみ  $\epsilon_r$  とにわかれるとすると、 $\epsilon$  は

$$\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_r \dots \dots \dots (17)$$

で表わされ、 $\epsilon_e$  は  $\sigma/E_c$  で、 $\epsilon_r$  は (16) 式に与えられた式である。(16) 式は (7) 式と同じ性質をあらわし、定性的には先述の性質を説明するのに十分である。即ち  $\epsilon_r$  は  $k^n$  に比例しているが、 $n$  はモルタルの場合には 0.2~0.36 位の値であるから  $k$  が倍になつても  $\epsilon_r$  はそれほど小さくはならない。亦  $\alpha_1$  は 1.05 で  $\alpha_2=5.7$  であるから  $\epsilon_r$  は  $\sigma$  の 1.25~1.41 乗に比例して大きくなる項と、5.9~6.06 乗に比例する項との和となる。後者は 2. の説明でも明らかな様に、あとの項は  $\sigma$  の大きい時に問題になる項である。その結果として、 $\sigma$  が大きいときには塑性変形が著しく大きくなり、応力-ひずみ曲線の傾斜がゆるくなる。

著者はセメントモルタルを用いて、クリープを求めたときと同一の配合の試験片と、同一の測定装置を用いて応力-ひずみ曲線を求めた。荷重速度は毎分 75, 37.5, 12.5, 6.25 kg/cm<sup>2</sup> の 4 種について実験した。図-7 はそ

図-7



の1例であつて、 $k=12.5 \text{ kg/cm}^2/\text{min}$ であつた。

$k=12.5 \text{ kg/cm}^2/\text{min}$ ,  $n=0.3620$  (最小自乗法により求めた。 $\alpha_i$  は前の章の値を用いて、 $\epsilon_r$  を求めて応力-ひずみ曲線を求めると、図-7 に示す如き曲線が得られた。他の  $k$  についてもほぼ同様の結果が得られた。これらの結果からすると、前述の仮定が正しい事が証明されたと考えられる。 $\sigma_c=210 \text{ kg/cm}^2$  について計算から求めた  $\epsilon_r$  は  $26.52 \times 10^{-4}$  で、実験値は  $25.5 \times 10^{-4}$  でその誤差は 3.8% であつた。

この解析によつてクリープと塑性変形との間には非常に密接な関係が存在する事が明瞭になり、重ね合せの法則の適用されない様な構造材料の応力-ひずみ曲線も理論的に求められる事がわかつた。と同時に荷重速度の応力-ひずみ曲線に与える影響についてもある程度説明出来る事になつた。即ち、荷重の小さい間は塑性変形が小さく弾性変形が変形の大部分を占めるために、荷重速度の影響は殆んどない。荷重の大きい部分に対しては塑性変形が大きくなって来るので荷重速度が問題になつて来るが、モルタルの場合には  $k^{-n}$  ( $n=0.2 \sim 0.36$ ) であるから大した影響がない事が明瞭になつて来た。

#### 4. 結 語

本論文によつて

- (1) クリープが応力と比例関係にあるのは、応力の小さい間に限られること。応力の大きい値に対しては巾級数の和 (少くとも2つの級数の和) で与えなければならない事。
- (2) 重ね合せの法則の適用出来ない材料 (特に軟鋼を除外する) に対しても、クリープの考え方を適用すれば連続なものとして取扱うことが出来る。
- (3) クリープと塑性変形との間には明瞭な関係が存在すること。
- (4) 応力-ひずみ曲線は弾性変形と塑性変形との和として考えられ、荷重速度がこの曲線の傾斜に及ぼす影響は小さい事。

等が判明したわけである。

然しながら解析はこれに止らないで、梁を始めとし一般の塑性材料の変形応力分布に関する問題を究明するのが目的であつて、特にこの問題の時間との関連性を明らかにしたいと思つている。本論文はそれらへの第1歩として基本的考え方を種々の実験により確立し検討したものである。

最後ではあるが本研究に種々御指導をいただいた本学福田教授、岡本教授に深謝する次第である。

(昭.26.8.20)

UDC 624.003.12.  
658.6.035.1:519.2

## 予定価格の認識とその統計的管理について

正 員 田 原 保 二\*

### ON THE STATISTICAL ANALYSIS AND CONTROL OF THE ESTIMATION FOR BID

(Trans. of JSCE March 1952)

Yasuji Tawara, C.E. Member

**Synopsis** Estimation for bid is by no means less important as engineers' job, if compared with the planning and designing. However, owing to the lack of logical appeal in itself, it has been hitherto rather neglected by engineers from their proper job. The author, therefore, from his original interpretation tried to apply a new method of control of the estimation derived from statistics.

#### (I) はしがき

本論は予定価格の基本的認識とその管理について新しい統計的方法を導入するものである。

#### (II) 予定価格の認識

\* 東京特別調達局役務技術第2課長