

# 群杭基礎に生じる間げき水圧の計算

## EXCESS PORE PRESSURE BY GROUP PILES

西 田 義 親\*

By Yoshichika Nishida

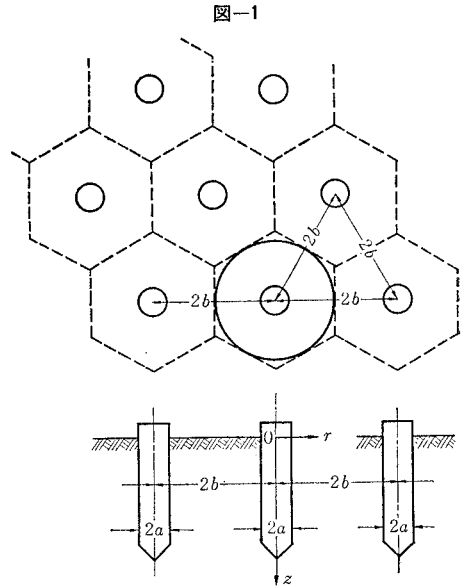
### 1. 緒 論

粘土地盤に打ちこまれた杭の支持力が時間とともに変化する理由には粘土のクリープ、乱された粘土の強度変化、などいろいろ考えられるが、杭の打ち込みによって生じた間げき水圧の変化消失も一つの原因と思われる。筆者は、先に1本の杭が飽和した粘土地盤に打ち込まれたとき、地盤が水平方向に押圧される場合に生じる初期過剰間げき水圧の計算法を説明し、実例と比較してよく一致することを示し、実用上も十分有用であることを述べたり。しかし実際の基礎に杭が単独で使用されることはまれであり、特に軟弱な地盤に必要とされるのは群杭であるから、この場合の計算を述べる。地盤に打ち込まれた杭は、ある範囲の粘土を破壊し、乱し、上下方向や横方向に変形させ、ある場合には圧縮するが、ここでは問題の取り扱いを簡単にし、基本的な計算の第一段階として、杭は土を水平方向のみに圧して、杭と地盤との間には側面摩擦がないものと仮定して計算を進める。したがって、この計算は比較的長い摩擦杭の中間部分か、軟弱粘土地盤を貫ら抜いて杭先が、かたい支持層に達している場合の中間部分に应用されるべきであろうと思われる。もちろん、実際的な見地から若干の妥当な仮定を用いるが、このことは許されるべきである。

### 2. 基本の式

杭は地盤に鉛直に打ち込まれているものとする。実際の群杭の基礎に含まれる杭の数は有限であり、配列の型もいろいろとあるが、基本的計算を行なうため図-1に示されるように、同じ寸法の杭が相互に等間隔で無限に配列されているものとする。対称の性質から1本の杭の周りの六角形の範囲だけとりあげて論ずればよいことになる。したがってこの計算は群杭基礎の比較的中央部に適用されるべきである。問題の取り扱いを簡単にするため、1本の杭の周りの六角形に内接する円柱領域について考えることにする。地表面にある杭断面の中心に座標の原点をもち、杭軸をz軸とする円柱座標 (r, t, z) を用いる (図-1)。杭の周囲の地盤に生じる応力成分のつり合式はつぎのようになる。

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_t}{r} = 0 \dots\dots\dots (1)$$



$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau}{\partial r} + \frac{\tau}{r} + \gamma = 0 \dots\dots\dots (2)$$

ここに  $\sigma_r, \sigma_t, \sigma_z$  はそれぞれ r, t, z 方向の垂直応力であり、 $\tau$  はせん断応力である。r は粘土の容積密度である。

さて杭の回りの地盤は水平方向のみに圧せられていると仮定しているから  $\sigma_r > \sigma_t$  と考えることは妥当と思われる。もちろん  $\sigma_r, \sigma_t, \sigma_z$  は厳密な意味では主応力でないが、先にも述べたように、杭の側面摩擦がないと考えて取り扱っているから、式 (1), (2) に含まれる rz 面内のせん断応力は地盤に生じない ( $\tau=0$ ) と考えることは許されるべきである。

杭から離れたところの地盤内の水平応力は弾性理論から類推して式 (1) を満たす解としてつぎのように求められる。

$$\sigma_r = C_1 + C_2/r^2 + (1+2 \log r) C_3 \dots\dots\dots (3)$$

$$\sigma_t = C_1 - C_2/r^2 + (3+2 \log r) C_3 \dots\dots\dots (4)$$

ここに  $C_1, C_2, C_3$  は積分定数である。また式 (2) から、

$$\sigma_z = r\gamma + C_4 = r\gamma \dots\dots\dots (4)'$$

なぜなら地表面では鉛直方向の圧力はないという条件から  $C_4=0$  となるからである。したがってこの計算では、鉛直圧力  $\sigma_z$  は、杭が打ち込まれても変化しないという仮定のもとに考察を進めることにする。

\* 正会員 工博 金沢大学教授 工学部土木工学科

自然の地盤では、水平垂直応力は静止土圧  $K_0 rz$  ( $K_0$  は静止土圧係数) に等しいから、式 (3), (4) で示される応力状態に杭が打ち込まれた後で、地盤の応力の変化した量は、それぞれ  $r, t, z$  の方向につきようになる。

$$\begin{aligned} d\sigma_r &= \sigma_r - K_0 rz \\ &= C_1 + C_2/r^2 + (1+2\log r)C_3 - K_0 rz \dots (a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d\sigma_t &= \sigma_t - K_0 rz \\ &= C_1 - C_2/r^2 + (3+2\log r)C_3 - K_0 rz \dots (b) \end{aligned}$$

$$d\sigma_z = \sigma_z - rz = 0 \dots \dots \dots (c)$$

他に適当な方法がないから、一応地盤は弾性的に作動するものとする。上式 (a), (b), (c) が応力とひずみの条件を満たすための計算をするとつぎの結果を得る。

$$C_3 = 0 \dots \dots \dots (5)$$

そしてこの式 (a), (b), (c) の  $d\sigma_r, d\sigma_t, d\sigma_z$  なる応力変化のため、新たに生じた地盤内の任意の点の水平の変位  $u$  は、地盤の粘土のヤング係数を  $E$ , ポアソン比を  $1/m$  とするとつぎのように与えられる。

$$\frac{u}{r} = \frac{1}{E} \left\{ d\sigma_t - \frac{1}{m} (d\sigma_r + d\sigma_z) \right\} \dots \dots \dots (6)$$

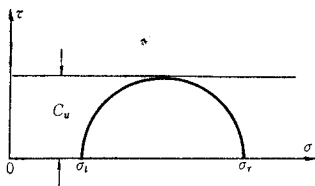
相となる 2本の杭の間隔を  $2b$  とすると、中間の点  $r=b$  のところでは、対称の性質から、地盤の水平変位はないから、式 (6) において、 $r=b$  で  $u=0$  となるべきである。また杭は地盤を水平に押圧しているのであるから、杭に接近するにつれて、半径方向の水平応力  $\sigma_r$  は次第に増加し、円周方向の水平応力  $\sigma_t$  は減少する。しかし、この  $\sigma_r$  と  $\sigma_t$  との関係は、粘土の強度から定まる、ある一定の破壊限度を越えることができない。そこでいま、杭からある一定の距離  $r=R$  (ただし  $R < b$ ) のところで地盤が破壊状態になっていると考える。このところで Mohr の条件  $\sigma_r - \sigma_t = 2C_u$  (ただし  $C_u$  は粘土の非排水試験で得た粘着力) を適用する (図-2 参照)。このような考察のもとに計算を進めて  $C_1, C_2$  を決定して、式 (3), (4) に代入するとつぎようになる。

$$\sigma_r = K_0 rz + C_u \left( \frac{m+1}{m-1} \frac{R^2}{b^2} + \frac{R^2}{r^2} \right) \dots \dots \dots (7)$$

$$\sigma_t = K_0 rz + C_u \left( \frac{m+1}{m-1} \frac{R^2}{b^2} - \frac{R^2}{r^2} \right) \dots \dots \dots (8)$$

上式は  $b \geq r \geq R$  の範囲で成立する。杭間隔が非常に大きくなれば ( $b \rightarrow \infty$ ), 1本の杭の場合に求めた結果<sup>2)</sup> と一致することは明らかで、以下の計算においても同様の結論になることはいうまでもない。

図-2



### 3. 杭の近くの地盤内の応力

杭の近くのある範囲内の地盤は常に破壊されているから、 $r \leq R$  の範囲では、粘土の破壊条件がいたるところで成立しているはずである。いま、この  $r \leq R$  内の地盤内の水平垂直応力を  $\sigma_r', \sigma_t'$  とすると、 $\sigma_r' - \sigma_t' = 2C_u$  なる条件を式 (1) に代入し積分し (もちろん  $\tau=0$  と仮定している) て  $\sigma_r', \sigma_t'$  を求め、 $r=R$  の境界でそれぞれ式 (7), (8) で表わされる  $\sigma_r, \sigma_t$  に等しいと置いて計算し積分定数を決めるとつぎの結果をうる。

$$\sigma_r' = K_0 rz + C_u \left\{ \frac{m+1}{m-1} \frac{R^2}{b^2} + 1 + 2 \log \frac{R}{r} \right\} (9)$$

$$\sigma_t' = K_0 rz + C_u \left\{ \frac{m+1}{m-1} \frac{R^2}{b^2} - 1 + 2 \log \frac{R}{r} \right\} (10)$$

### 4. 杭間隔が小さい時の地盤内の応力

上に述べた計算は、杭の近くのある範囲  $r \leq R$  の地盤は破壊されるがその外側には未破壊の弾性的に作動する地盤があるという考えであるが、もし杭間隔が小さい時は、杭の間の地盤はすべて破壊されて、弾性的に作動する範囲は生じない場合がある。いま水平垂直応力を  $\sigma_r', \sigma_t'$  とした時、破壊の条件  $\sigma_r' - \sigma_t' = 2C_u$  を用いて式 (1) を積分 (もちろん  $\tau=0$  と仮定している) して  $\sigma_r', \sigma_t'$  を求め自然の地盤内の水平応力  $K_0 rz$  よりの増加分、 $d\sigma_r' (= \sigma_r' - K_0 rz)$  と  $d\sigma_t' (= \sigma_t' - K_0 rz)$  によって生じる地盤の水平変位、 $u$ , が 2本の杭の中間  $r=b$  のところで  $u=0$  であるとして計算すると、式 (9), (10) の代りにつぎの結果をうる。

$$\sigma_r' = K_0 rz + C_u \left\{ \frac{2m}{m-1} + 2 \log \frac{b}{r} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

$$\sigma_t' = K_0 rz + C_u \left\{ \frac{2}{m-1} + 2 \log \frac{b}{r} \right\} \dots \dots \dots (12)$$

### 5. 地盤の応力変化

杭が地盤に打ち込まれるためには杭の体積に相当する土の圧縮、または変位がなければならない。この地盤の変形を生じるのは、自然の状態にくらべて、杭のため、土が水平方向に圧せられて生じた応力の変化によるのであるから、この応力変化は式 (7), (8), (9), (10), (11), (12) からつぎようになる。

$R \leq r \leq b$  なる弾性域では、

$$d\sigma_r = C_u \left\{ \frac{m+1}{m-1} \frac{R^2}{b^2} + \frac{R^2}{r^2} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

$$d\sigma_t = C_u \left\{ \frac{m+1}{m-1} \frac{R^2}{b^2} - \frac{R^2}{r^2} \right\} \dots \dots \dots (14)$$

$r \leq R$  なる破壊域では、

$$d\sigma_r' = C_u \left\{ \frac{m+1}{m-1} \frac{R^2}{b^2} + 1 + 2 \log \frac{R}{r} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

$$d\sigma_t' = C_u \left\{ \frac{m+1}{m-1} \frac{R^2}{b^2} - 1 + 2 \log \frac{R}{r} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

杭間隔が小さい時は ( $r \leq b \neq R$ ),

$$d\sigma_r' = C_u \left\{ \frac{2m}{m-1} + 2 \log \frac{b}{r} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

$$d\sigma_t' = C_u \left\{ \frac{2}{m-1} + 2 \log \frac{b}{r} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

ここに  $R$  は未知の定数である。

6. 粘土の応力とひずみの関係

上の各式に含まれる未知の定数  $R$  は地盤の変形性状から決められるべきものである。かつて筆者はこの  $R$  を土の圧縮量の計算から決定しようとしたが<sup>3)</sup>、ゆるい砂の場合の他は妥当とはいえず、特に飽和した粘土地盤の場合等は、土の水平方向の変位を考えて  $R$  を計算した方が合理的である。この場合の計算に必要な応力とひずみの関係には種々の議論があるが、他に適当な方法がない以上、弾性論を準用して、粘土の場合にも応力とひずみが比例するものと一応仮定して計算を進めた結果、1本の杭の場合には実用上、妥当な結果が得られることを示した<sup>4)</sup>。そして、このような方法を応用し、砂のヤング係数が地表面からの深さに比例することを基にして計算した結果、砂質地盤の場合にも妥当な結果が得られることを示した<sup>5)</sup>。しかし杭間隔が小さい場合には地盤の弾性域部分 ( $R \leq r \leq b$ ) が小さいため、このような計算法がそのまま適用しがたいから、破壊された地盤の範囲内 ( $r \leq R$ ) の粘土の応力とひずみについて考察を必要とする。一般に粘土を非排水圧縮試験をすると応力とひずみの関係は図-3に示す実線のようにになる。これを点線のように代表させると粘土が破壊するまでは、図において応力が0から  $\sigma_f$  までの間でひずみが0から  $\epsilon_f$  までの間では応力とひずみは、図の点線で示されるように、ほぼ比例し、弾性理論を用いてよいことになる。杭が地盤に打ち込まれてある範囲 ( $r \leq R$ ) の粘土が破壊される場合、杭に近いところの変位は大きくして、杭から遠ざかるにしたがって小さくなるが、粘土の破壊ひずみ  $\epsilon_f$  をこえているはずであるから、弾性論から応力を用いて、ひずみを計算することはできない。この破壊域の変位は打ちこまれた杭の半径と中心からの距離の関数と

図-3

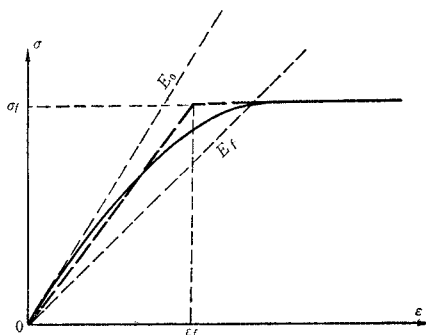


図-4

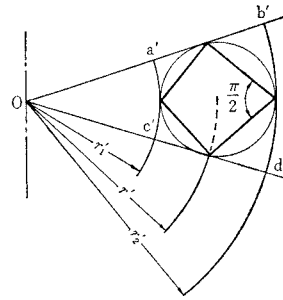
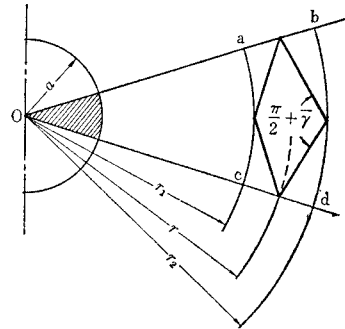


図-5



思われる。いま、図-4に示されるような水平面 ( $r-t$  面) の中心  $O$  に半径  $a$  の杭が打ち込まれると、図の  $a', b', c', d'$  なる要素が図-5に示されるような  $a, b, c, d$  のような要素に変位変化して地盤にせん断ひずみが生じることになる。この場合に幾何学的な計算からつぎの関係を示すことができる<sup>6)</sup>。

$$\tan \bar{\gamma} = \frac{1 + \frac{dV_{ar}}{V_0}}{2 \left( \frac{r}{a} \right)^2 - \left( 1 + \frac{dV_{ar}}{V_0} \right)} \dots\dots\dots(19)$$

ここに  $r$  は中心からの半径距離、 $\bar{\gamma}$  は原点から任意の距離  $r$  の位置の最大せん断ひずみ、 $a$  は杭の半径、 $dV_{ar}$  は  $r=a$  から、任意の点  $r=r$  の点までの間にある地盤の体積変化減少、 $V_0$  は杭の体積である。ところが本文の計算においては、杭が地盤を水平に押圧する場合、鉛直方向の圧力は式(4)に示すように変化なく、したがってまた鉛直方向への地盤の変形は許されるとして取り扱っているから、杭の単位長について考えるなら式(19)に含まれる  $dV_{ar}$  は半径  $a$  から  $r$  までの間における水平面内の面積の変化(減少)であり、 $V_0$  は  $\pi a^2$  となる。さて破壊域 ( $r \leq R$ ) で水平面内の任意の点において、杭のために生じた最大主ひずみは  $r$  方向に  $\epsilon_1$ 、と最小主ひずみは  $t$  方向に  $\epsilon_2$  となるが、これらは式(15)、(16)で示される応力の増大量  $d\sigma_r'$  と  $d\sigma_t'$  とは、厳密には弾性理論のように比例するものではない。しかし変化の微小な範囲においては近似的につぎの関係を考える

ことは合理的である。

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E_r} \left( \Delta\sigma_r' - \frac{1}{m} \Delta\sigma_t' \right) \dots\dots\dots(20)$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{E_r} \left( \Delta\sigma_t' - \frac{1}{m} \Delta\sigma_r' \right) \dots\dots\dots(21)$$

ここに  $E_r$  は粘土のヤング係数に相当するものであるが、一定でなく、ひずみ量すなわち  $r$  の位置によって変化する値である。 $1/m$  はポアソン比で一定とみなす。力学的な関係から

$$\bar{\gamma} = \epsilon_1 - \epsilon_2 = \frac{1}{E_r} \frac{m+1}{m} (\Delta\sigma_r' - \Delta\sigma_t') \dots\dots\dots(22)$$

また  $r \leq R$  なる範囲では粘土は破壊しており、式(15),(16)より明らかなように常に  $\Delta\sigma_r' - \Delta\sigma_t' = 2C_u$  であるから、この関係を式(22)に入れ、さらに式(19)に適用して計算するとつぎの結果が得られる。

$$\frac{C_u}{E_r} = \frac{m}{m+1} \arctan \frac{1 + \frac{\Delta V_{ar}}{\pi a^2}}{2 \left( \frac{r}{a} \right)^2 - \left( 1 + \frac{\Delta V_{ar}}{\pi a^2} \right)} \quad (23)$$

このようにして筆者は杭の近くの破壊された地盤内の粘土の応力とひずみの関係を規定するヤング係数  $E_r$  を理論的に求めたのである。式(23)より明らかなように、杭のまわりの破壊された地盤では、杭からの距離が大きくなるほど  $E_r$  は大きくなる。もし粘土が非圧縮性で、地盤の鉛直方向の変形を許さない場合には、 $m=2$  とおき、また  $\Delta V_{ar}=0$  であるから

$$C_u/E_r = \frac{2}{3} \arctan \frac{1}{2 \left( \frac{r}{a} \right)^2 - 1} \dots\dots\dots(24)$$

となる。

### 7. 地盤の変形

杭に接近した地盤の破壊域内では、先にも述べたように、ヤング係数は一定でなく、位置によって変化する  $E_r$  であるとする。地盤の半径方向の水平変位を  $\rho_r$  とするならば式(21)に式(15),(16)を代入してつぎの結果をうる。

$$\rho_r/r = \frac{C_u}{E_r} \left\{ \frac{m+1}{m} \left( \frac{R^2}{b^2} - 1 \right) + \frac{m-1}{m} 2 \log \frac{R}{r} \right\} \dots\dots\dots(25)$$

したがって、破壊域の地盤の水平半径方向の変位  $\rho_a$  は、 $r=a$  なる杭の周縁では

$$\rho_a = a \frac{C_u}{E_r} \left\{ \frac{m+1}{m} \left( \frac{R^2}{b^2} - 1 \right) + \frac{m-1}{m} 2 \log \frac{R}{a} \right\} \dots\dots\dots(26)$$

この式に用いる  $E_r$  は式(23)において  $r=a$  とおけばよい。この場合、 $\Delta V_{ar}$  は式(19)で説明したように  $r=a$  から  $r=r$  までの地盤の体積減少であるから、杭の周縁で考える時は  $\Delta V_{ar}=0$  となる。したがって、

$$\frac{C_u}{(E_r)_{r=a}} = \frac{m}{m+1} \arctan 1 = \frac{m}{m+1} \frac{\pi}{4} \dots\dots\dots(27)$$

いま、破壊されない地盤の土のヤング係数を  $E$ 、ポアソン比を  $1/m$  とすると、 $r \geq R$  なる弾性域で、式(13),(14)で示されるような応力変化のあった場合、地盤の水平半径方向の変位は

$$\rho_r = -C_u R^2 \{ r/b^2 - 1/r \} (m+1)/mE$$

となるから<sup>7)</sup>  $r=R$  なる弾性域の始まりの境界ではつぎのようになる。

$$\rho_R = -C_u R \{ R^2/b^2 - 1 \} (m+1)/mE \dots\dots\dots(28)$$

土のヤング係数  $E$  は図-3でも説明したように、土が破壊する前でも必ずしも一定でなく、初期弾性係数  $E_0$  から割線弾性係数  $E_f$  に至るまで応力の水準によって多少の相違がある。しかし図の点線で代表して示すなら、破壊応力  $\sigma_f$  に至るまでは、ヤング係数は一定とみなしてよく、また  $r \geq R$  なる地盤の範囲の応力はすべて0から  $\sigma_f$  の間にあるから、式(28)に含まれる  $E$  は一定として、扱ってよいことになる。半径  $a$  なる杭が地盤に打ち込まれて、杭の体積に相当する土の変位があった場合、地盤の破壊域の変形と弾性域の変形の和として、杭の単位長についてつぎの関係が成立する。

$$\pi a^2 = 2\pi a \rho_a + 2\pi R \rho_R \dots\dots\dots(29)$$

式(26),(27),(28)を式(29)に代入して計算すると

$$\frac{\pi}{2} \left\{ \frac{2(m-1)}{m+1} \log \frac{R}{a} - \left( 1 - \frac{R^2}{b^2} \right) \right\} + \frac{2(m+1)}{m} \frac{C_u}{E} \left( 1 - \frac{R^2}{b^2} \right) - 1 = 0 \dots\dots\dots(30)$$

したがって、もし地盤の土の  $E, C_u, 1/m$ 、杭の間隔  $2b$  が与えられるなら、破壊域の大きさ  $R$  が杭径の何倍という形で求まるのである。いま、考えているような飽和した粘土地盤の場合には、当然ポアソン比は  $0.5(m=2)$  としてよい。

### 8. 過剰(初期)間げき水圧

杭を地盤に打ち込んだ場合、自然の状態にくらべて、式(13),(14),(15),(16)で示されるような応力変化を生じるが、粘土地盤はすぐには排水を許さないから、この応力変化は新たな間げき水圧の発生する原因となる。したがって  $\Delta\sigma_r, \Delta\sigma_t, \Delta\sigma_r', \Delta\sigma_t', \Delta\sigma_z (= \Delta\sigma_z' = 0)$  をそれぞれ三軸方向の主応力の変化として、飽和した粘土に三軸応力を加えたときに生じる間げき水圧  $du$  は Henkel<sup>9)</sup> の式から計算するとつぎの結果に得る。

杭の近くの土の破壊した ( $a \leq r \leq R$ ) の範囲では、

$$du = C_u \left[ \frac{4}{3} \left( \frac{1}{2} \frac{m+1}{m-1} \frac{R^2}{b^2} + \log \frac{R}{r} \right) + \left( A - \frac{1}{3} \right) \sqrt{3 + 4 \left( \frac{1}{2} \frac{m+1}{m-1} \frac{R^2}{b^2} + \log \frac{R}{r} \right)^2} \right] \dots\dots\dots(31)$$

杭から離れたところの ( $b \geq r \geq R$ ) なる弾性域では、

$$du = C_u \left[ \frac{2}{3} \frac{m+1}{m-1} \frac{R^2}{b^2} \right]$$

$$+ \left( A - \frac{1}{3} \right) \sqrt{3 \left( \frac{R}{r} \right)^2 + 4 \left( \frac{1}{2} \frac{m+1}{m-1} \frac{R^2}{b^2} \right)^2} \dots\dots\dots(32)$$

杭の間隔が小さくしてその間の地盤がすべて破壊している場合には、

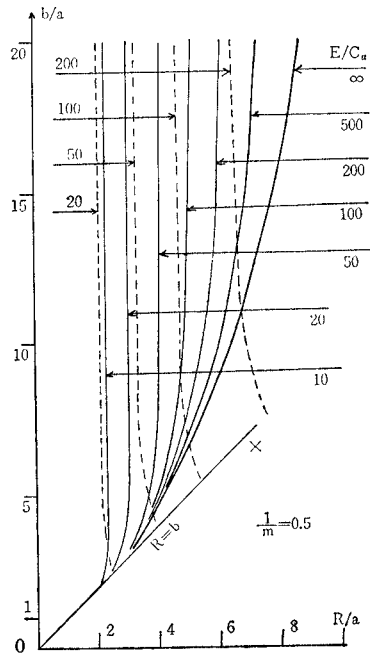
$$du = C_u \left[ \frac{4}{3} \left( \frac{1}{2} \frac{m+1}{m-1} + \log \frac{b}{r} \right) + \left( A - \frac{1}{3} \right) \sqrt{3 + 4 \left( \frac{1}{2} \frac{m+1}{m-1} + \log \frac{b}{r} \right)^2} \right] \dots\dots\dots(33)$$

ここにAはSkemptonの間げき水圧係数で実験から求めるものである。Rは式(30)から与えるものである。したがって杭の周囲の任意の距離に生じる初期間げき水圧が粘土の非排水試験から得た粘着力  $C_u$  から計算できる。

9. 計算例

杭によって破壊される土の範囲の計算には土のヤング係数  $E$  が必要になる。飽和した粘土の三軸非排水試験を行なって得た応力ひずみ度図について、初期接線弾性係数を求めると、ある特定の間げき比の場合には、側圧に無関係になることが述べられており<sup>9)</sup>、筆者も実験で認めているから、粘土地盤に杭が打ち込まれるような非常に短い時間の粘土の変形には、 $E$  を一定として扱ってよいことになる。つぎに間げき比  $e$  が小さくなると  $E$  は急増し、筆者が広い範囲にわたって種々の粘土について実験したところ、側圧に無関係に、ほぼ  $e \propto \log_{10} E$  の比例関係にあるようである<sup>10)</sup>。一般に飽和した粘土の非排水強度  $2C_u$  は、過圧密されない限り間げき比との間に  $e \propto \log_{10} 2C_u$  の関係があるようであるから、したがって  $E \propto C_u$  なる比例関係が成立することになる。 $E$  と  $C_u$  との間には  $E = 140 C_u$ <sup>11)</sup> やまた  $E = (50 \sim 200) C_u$  という<sup>12)</sup> 関係が報告されている。筆者の実験結果もほぼこれに一致した結果を与えている。もし正常圧密された粘土であれば一軸圧縮試験やパーセントで得た粘着力の (250~500) 倍という結果もある<sup>13)</sup>。土の弾性係数は先にも述べたように応力の水準によって相違があるから、接線弾性係数の代りに圧縮強度の1/2に相当する応力とその点のひずみについて求めることがよく行なわれるが<sup>14)</sup>、これは種々の実験的研究によると<sup>15)</sup>、圧縮強度の1/3から1/2を過ぎると弾性係数の変化が急に大きくなる結果から見て合理的と思われる。さらに初期弾性係数を用いるよりも、圧縮強度に対応する割線弾性係数を用いた方が妥当とも思われることがある。実験上の経験によると、粘土が破壊するときのひずみは、ほぼ2~8%と思われるから、いま平均して仮りに5%とするなら  $E/C_u = 20$  となる。この場合には過圧密による影響はほとんどない<sup>16)</sup> ように思われる。いずれにしても式(30)の計算に必要な  $C_u/E$  の値は、実験上の測定値から、応力

図-6



水準の大小にかかわらず、つぎの範囲にあるものと考えてよい。

$$E/C_u = 20 \sim 500 \dots\dots\dots(34)$$

いま、この値を式(30)に代入して、杭の間隔を種々変化させて計算した結果を示すと図-6のようになる。図より明らかなように、杭間隔  $2b$  が大きくなれば、地盤の破壊される範囲  $R$  が大きくなる。また地盤の弾性係数  $E$  が大きくなると  $R$  が大きくなる。地盤が破壊される範囲は杭の間隔より大とはなり得ないから、杭間隔が小さくなるにつれて図-6のそれぞれの曲線は、原点を通る0X線に接するような結果になる。したがって普通の粘土では、

$$R/a = 2.5 \sim 7.5 \dots\dots\dots(35)$$

いま、式(30)で  $m=2$ ,  $b \rightarrow \infty$ ,  $C_u/E \rightarrow 0$  とおくと、

$$\frac{\pi}{3} \left( \log \frac{R}{a} - \frac{3}{2} \right) - 1 = 0 \dots\dots\dots(36)$$

ゆえに、つぎの結果を得る

$$R/a = 11.65 \dots\dots\dots(37)$$

したがって鉛直方向の地盤の変形が妨げられない場合には、いかに杭間隔が大で、1本の杭の場合であっても、また、地盤がいかに堅くても、杭の打ち込みによって破壊される範囲は、直径の約10倍に限られると結論できる。間げき水圧係数Aの値は、もし土が完全な弾性体であるなら1/3になるが、実際の土ではその値を取らず、それぞれの土について実測して求めるべきものである。鋭敏な粘土で0.75~1.5、正規圧密された粘土で0.5~1.0、過圧密された粘土で0~0.5等という値が示されている<sup>17)</sup>。そこでいま、平均的な値として仮りに

$A=1.0$  なる代表値を入れて、杭の側面  $r=a$  のところに作用する初期間げき水圧  $\Delta u_a$  を計算する。この場合は式 (31) を用いてその結果を図-7 に示す。地盤のヤング係数  $E$  が大きいほど  $\Delta u_a$  は大きくなる。杭間隔が小さいほど、 $\Delta u_a$  が大きくなる。またヤング係数  $E$  の小さいものほど、杭間隔の影響が大きくあらわれている。図から杭の側面に作用する間げき水圧は、 $A=1$  のときは

$$\Delta u_a \doteq (3.5 \sim 6.5) C_u \dots \dots \dots (38)$$

と思われ、杭間隔を小さくても  $6.7 C_u$  より大きくなることはないと思われる。相となる2本の杭の間、 $r=b$  のところに生じる間げき水圧  $\Delta u_b$  は、式 (32) を用いて計算する。 $A=1$  とした時の結果を図-8 に示す。杭間隔  $2b$  が小さくなるほど  $\Delta u_b$  は急増する。地盤の弾性係数  $E$  が大きいほど  $\Delta u_b$  は大きいことはいうまでもなく、また杭間隔が非常に大きく ( $b \rightarrow \infty$ ) ならば  $\Delta u_b \rightarrow 0$  となることは明らかである。杭間隔が小さくなって、地盤がすべて破壊し、弾性域の残らないような場合には式 (33) を用いて計算すると  $A=1.0$  のとき

$$\Delta u_b \doteq 4.31 C_u \dots \dots \dots (39)$$

したがって、杭間隔をいくら小さくしても、杭と杭との中間にある地盤に生じる間げき水圧は  $4.31 C_u$  より大きくはならないと思われる。ここに述べた間げき水圧の計算は、間げき水圧係数  $A=1.0$  として行なった例である。

10. 杭の支持力の増加

飽和した粘土地盤に打ち込んだ杭のため生じた間げき水圧は、時日の経過とともに消失し、地盤内の有効応力が次第に増加する。この途中時間的变化については Soderberg の考察があるが<sup>18)</sup>、さらに検討を要する点が多いように思われる。いま、途中の経過は別として、杭を打ち込んだ最初の状態から長期間たった後で杭の支持力がいかに増加するかを計算してみよう。

正規圧密された粘土の非排水せん断強度  $C_u$  は、土かむりの圧力  $P_0$  に比例し、塑性指数を介して直線関係にあることが実験から示されている<sup>19)</sup>。間げき水圧の係数  $A$  を用いて理論的に計算すると<sup>20)</sup>

$$\frac{C_u}{P_0} = \frac{\sin \varphi \{K_0 + A(1 - K_0)\}}{1 + (2A - 1) \sin \varphi} \dots \dots \dots (40)$$

ここに  $\varphi$  は排水試験で得た粘土の内部摩擦角であって普通は  $25 \sim 35^\circ$  の値をとる。 $K_0$  は静止土圧係数で、圧力にあまり関係なく土の性質によって定まるようである<sup>21)</sup>。この方面の種々の研究結果<sup>22)</sup>を参考にして、いま  $K_0=0.65$  と仮定し、 $\varphi=30^\circ$  と仮定する。式 (31) を求めた時と同じように、 $A=1.0$  の場合を考えると式 (40) から

$$C_u \doteq 0.333 P_0 \doteq 0.333 rz \dots \dots \dots (41)$$

図-7

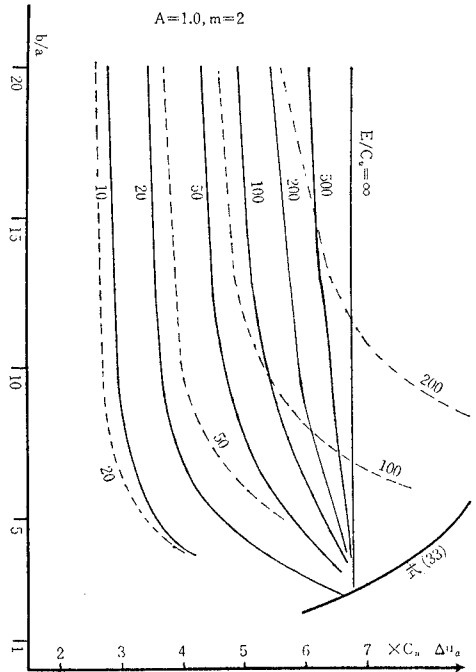
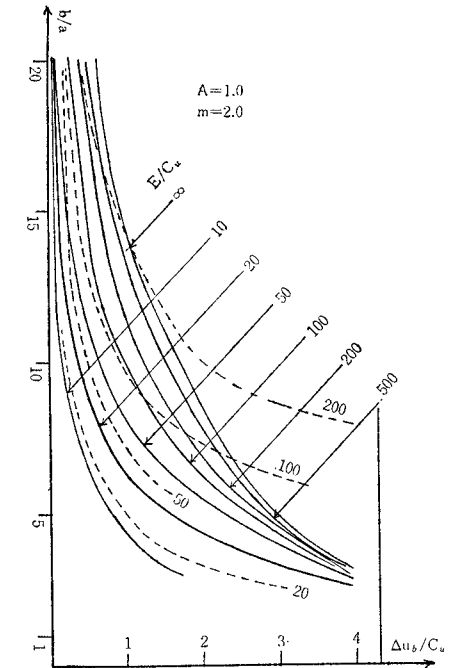


図-8



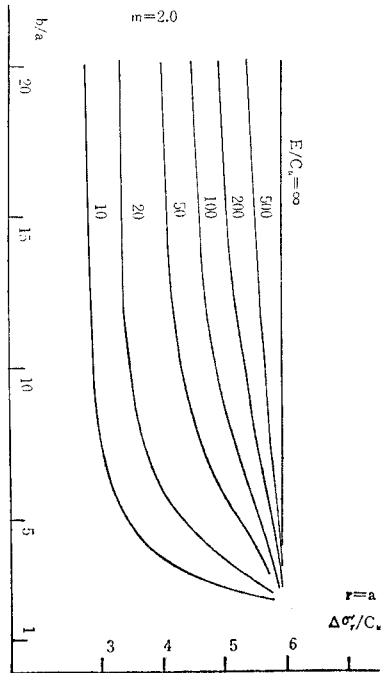
杭の側面に作用する圧力は、式 (9) で  $r=a$  とおけばよい。式 (15) の  $\Delta \sigma_r'$  を用いると

$$\sigma_r' = K_0 rz + \Delta \sigma_{r',a} \dots \dots \dots (42)$$

図-9 は  $r=a$  のときの  $\Delta \sigma_r'$  の値を地盤の弾性係数、杭の間隔を種々変化させて計算した結果を示す。ほぼつぎの値をとる。

$$\Delta \sigma_r' \doteq (3 \sim 5.5) C_u \dots \dots \dots (43)$$

図-9



杭を打ち込んだ当初の有効側圧は  $\sigma_r' - \Delta u_a$  であるが、長時間経過して、間げき水圧が消失して全圧力がすべて有効圧力に転移するものとするなら、側圧の増大する割合は、式 (38), (41), (42), (43) からつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_r' / (\sigma_r' - \Delta u_a) &= \frac{K_0 r z + (3 \sim 5.5) C_u}{K_0 r z + (3 \sim 6) C_u - (3.5 \sim 6.5) C_u} \\ &= \frac{(1.65 \sim 2.48) r z}{0.48 r z} = 3.4 \sim 5.2 \dots\dots\dots(44) \end{aligned}$$

したがって杭側面の摩擦係数に変化がなければ、長時間経過した時の最終摩擦支持力はこの例のような地盤 ( $A=1.0$ ,  $\varphi=30^\circ$ ,  $K_0=0.65$ ,  $E/C_u=20 \sim 500$ ) では打ち込み当初の 3~5 倍に増加することもあるといえる。しかし、群杭基礎の杭間隔が小さくなると杭群は一体のブロックとして作動するから、上記の計算のように個々の杭の側面の有効圧力が増しても、それが必ずしも摩擦支持力の増加とはならないことに注意を要する。筆者<sup>23)</sup>は理論的解析によって、軟弱な粘土地盤において、杭群が一体のブロック基礎となって作動を始める杭間隔は直径の約 2.8 倍であり、杭間隔が直径の約 8 倍程度、離れると相互の影響が少なく単杭と考えて支持力を計算してよいことを示したが、この結果は実験実例ともほぼ一致しているため、式 (44) で表わされる間げき水圧の消失による支持力の増加は、杭間隔が約 8 倍より大きい場合に限られるべきであろう。もし杭間隔が約 8 倍から 3 倍の間にあるときは、式 (44) で求められた値よりかなり小さい値しか期待できないものと思われる。

### 11. 群杭基礎の浮上り

群杭基礎の施工にあたって、それぞれの杭を打ち込んでゆくと、すでに打ち込みずみの杭が浮上り<sup>24)</sup>、再び打ち直しする必要があることがあり、また、隣接の構造物に対し打ち込みのための振動や衝撃のみならず、基礎の浮上りの影響を与えることが知られている。その浮上りがいかほどの量になるかという計算法はあまり見あたらないようである。

この浮き上りの一つは、杭が地盤を水平に押圧した時、地盤の鉛直方向のひずみ  $\epsilon_z$  によるものである。いま、相となる 2 本の杭の間  $r=b$  において、式 (13), (14) から弾性理論により計算すると、

$$\begin{aligned} \epsilon_z &= \frac{1}{E} \left\{ \Delta \sigma_z - \frac{1}{m} (\Delta \sigma_r + \Delta \sigma_t) \right\} \\ &= - \frac{C_u}{E} \left\{ \frac{2(m+1)}{m(m-1)} \frac{R^2}{b^2} \right\} \dots\dots\dots(45) \end{aligned}$$

いま、一例として  $E/C_u=100$  の地盤に  $b/a=4 \sim 8$  の間隔に杭を打った場合、式 (30) (図-6) から  $R/a=2.5 \sim 4.6$  になる。したがって、 $m=2$  とすれば式 (45) から  $\epsilon_z=0.0117 \sim 0.0099$  となる。杭の間にはさまれた地盤の鉛直方向の変形が、妨げられず、いかほどの深さまで自由に許されるかは議論のあるところであるが、もし杭先が、固い岩盤に達している場合や、比較的短い杭の場合には、杭の全長をとればよいことになり、この例ではその約 1% に相当する浮上りがある。しかし、実際の杭は側面摩擦があり、さらに荷重をささえるため鉛直下方向の変位を生じるから、この例の計算によるほどの浮き上りは生じないと思われる。先にも述べたように、群杭基礎には地盤の性質と杭の間隔によって、式 (31), (32) または (33) で示されるような初期間げき水圧が生じることになる。仮りに間げき水圧係数  $A=1$  の場合には、杭の側面では、図-7 のように (3.5~6.5)  $C_u$ 、杭と杭との中間では、図-8 のように (1.0~4.0)  $C_u$  となる。この間げき水圧は鉛直方向にも作用し、土かむりの重さを減少する作用をするから、地盤が上昇する結果となる。いま、上記の例と同じように、仮に  $E/C_u=100$  とし  $b/a=4 \sim 8$  とすれば、 $\Delta u_a=(5.3 \sim 6.5) C_u$ 、 $\Delta u_b=(1.4 \sim 3.2) C_u$  となるから、おおよその見当として、その平均をとり、間げき水圧として、つぎの値を予想することができる。

$$\bar{\Delta u} = (3.3 \sim 4.8) C_u \dots\dots\dots(46)$$

もし正規圧密粘土地盤で粘着力が式 (41) のように表わされるものなら  $\bar{\Delta u}=(1.1 \sim 1.6) r z$  となる。したがって鉛直方向の有効応力は  $\sigma_z=r z$  から  $\sigma_z=r z - \bar{\Delta u} = (-0.1 \sim -0.6) r z$  まで減少することになる。そのための浮上り量  $s$  は

$$s = - \int_0^z \frac{C_e}{1+e_0} \log_{10} \frac{\sigma_z + \bar{\Delta u}}{\sigma_z} dz \doteq$$

$$-\int_0^z \frac{C_e}{1+e_0} \log_{10}(2.1 \sim 2.6) dz$$

$$\approx -(0.322 \sim 0.402) \int_0^z \frac{C_e}{1+e_0} dz \dots\dots\dots(47)$$

ここに  $C_e$  は膨張指数,  $e_0$  は地盤の自然の間げき比であって, 実際の地盤の粘土の力学的性質の測定から求めるものである。筆者が十数種類の自然の飽和粘土について実験した結果によると, 間げき比  $e$  と膨張指数  $C_e$  の間には圧縮指数  $C_c$  と液性限界  $L.L.$  を介して, 粘土の種類に無関係に, ほぼつぎの関係が見られた<sup>25)</sup>。

$$e = \left(1 - 2 \frac{C_e}{C_c}\right) (1.5 \times L.L.), (L.L. : \%) \dots\dots(48)$$

多くの実験的経験によると  $C_e/C_c$  の値は  $0.03 \sim 0.3$  の範囲にあり,  $C_c$  は  $e_0$  と<sup>26)</sup>一次関係にある。いま, 代表的に  $e_0 = 1.2$ ,  $C_c = 0.4$ ,  $C_e/C_c = 0.2$  とすれば  $C_e = 0.08$  となる。

式 (47) によって計算すると, この例にあるような地盤に, 先にも述べたように直径の 4~8 倍の間隔に杭打すると, 地盤の浮上りは  $1.2 \sim 1.5\%$  となる。杭の根入れ深さを仮に 10 m とすれば, その量は  $12 \sim 15$  cm となるかもしれないと思われる。

もちろん, この浮上り量  $s$  は, 長時間の後には間げき水圧の消失とともに再び減少沈下して, ほぼ旧の位置にかえるものと思われるが, 不等沈下の原因の一つとなる。この計算には式 (46) のように平均の  $\overline{du}$  を用いたが, 杭側面に作用する間げき水圧  $du_a$  は, たとえ大きい値が出て, おそらく杭と地盤の間から消散しやすいから, 浮上りの計算には,  $r=b$  のところの  $du_b$  を用いた方が実状に近い場合がある。

**12. 地盤が鉛直方向に変形できない場合**

いままでの計算は, 杭の水平の伸圧によって, 土が変形する場合, 鉛直方向に自由に移動でき, 鉛直圧力には変化がないものとして計算を行なった。しかし, 杭の側面摩擦や, 深い圧力のために, 鉛直方向の地盤の変形が妨げられることがある。したがって, この場合, 鉛直方向の生じる応力の変化  $\Delta\sigma_z$  と地盤の水平方向の変位  $u$  は,

$$\Delta\sigma_z = \frac{1}{m} (\Delta\sigma_r + \Delta\sigma_t) \dots\dots\dots(49)$$

$$\frac{u}{r} = \frac{1}{E} \left\{ \Delta\sigma_t - \frac{1}{m} (\Delta\sigma_r + \Delta\sigma_z) \right\} \dots\dots\dots(50)$$

飽和した粘土地盤は非圧縮性と考えてポアソン比  $1/m = 0.5$  とすると, 打ち込んだ杭の体積のため, 地盤の弾性域の境界の水平変位が生じるから, 式 (13), (14) において  $r=R$  として, 式 (49), (50) を用いると, 式 (30) の代りに次式を得る。

$$R^2/a^2 = \frac{1}{3} \frac{E}{C_u} + 1 \dots\dots\dots(51)$$

もし地盤の力学的性質が  $E/C_u = 10 \sim 500$  の場合に

$$R/a = 1.85 \sim 12.9 \dots\dots\dots(52)$$

したがって, ポアソン比が 0.5 である非圧縮性地盤で, 鉛直方向へ地盤が変形できない時は, 杭の打ち込みによって地盤が破壊される範囲  $R$  は, 杭の間隔に無関係であり, もし地盤のヤング係数  $E$  が大となれば  $R$  はいくらでも大きくなる必要がある。もちろん, 杭間隔  $b$  より大となることはできない。地盤が鉛直方向に変形を許される時は,  $E$  がいくら大となっても式 (37) に示したように約 12 倍を越えない場合と, この点が異なる。

また間げき水圧はつぎのようになる ( $m=2$  としてある)。

$a \leq r \leq R$  なる破壊域では

$$du = C_u \left\{ 3 \frac{R^2}{b^2} + 2 \log \frac{R}{r} + \left(A - \frac{1}{3}\right) \sqrt{3} \right\} \dots\dots(52)$$

$R \leq r \leq b$  なる弾性域では

$$du = C_u \left\{ 3 \frac{R^2}{b^2} + \left(A - \frac{1}{3}\right) \sqrt{3} \frac{R^2}{b^2} \right\} \dots\dots\dots(53)$$

上にも述べたように, 杭間隔  $b$  が小さくて地盤がすべて破壊する時は, 式 (17), (18) から  $\Delta\sigma_z' = \frac{1}{2} (\Delta\sigma_r' + \Delta\sigma_t')$  を用いて

$$du = C_u \left\{ 3 + 2 \log \frac{b}{r} + \left(A - \frac{1}{3}\right) \sqrt{3} \right\} \dots\dots\dots(54)$$

となる。

杭間隔が小さく比較的長い杭の杭先に近いところの間げき水圧は, 式 (33) によるより, この式 (54) で計算した方が実状に近い場合がある。いま仮りに  $A=1.0$ ,  $b/a=3 \sim 6$  とすると, 式 (54) から杭側面,  $r=a$  で  $du = (6.4 \sim 7.8) C_u$  となる。中間の点  $r=b$  では常に

$$du_b = 4.15 C_u \dots\dots\dots(55)$$

この値は式 (39) の結果より小さいから, 実際の地盤では, 式 (55) による間げき水圧が生じる可能性が大きいと思われる。

**13. 破壊域のヤング係数が弾性域と同じとした場合**

すでに述べたように, 地盤のヤング係数は, 破壊域では一定でないが, いま, 仮りにすべて一様であるとして計算をすると, 式 (29), (30) の代りに

$$\pi a^2 = 2 \pi R \rho_R + \int_a^R 2 \pi r \epsilon_r dr \dots\dots\dots(56)$$

$$\frac{E}{C_u} = \frac{2(2m+1)}{m} \frac{R^2}{a^2} - \frac{2(m-1)}{m} \log \frac{R}{a}$$

$$- 2 - \frac{m+1}{m} \frac{R^2}{b^2} \left( \frac{R^2}{a^2} + 1 \right) \dots\dots\dots(57)$$

$m=2$ ,  $E/C_u = 20 \sim 200$  の場合について上式から  $R/a$  を求めた結果を比較のため, 図-6 に点線で記入して示す。またこの結果を用いて  $du_a$ ,  $du_b$  を計算した結果を比較して 図-7, 図-8 に点線で示した<sup>27)</sup>。  $E/C_u$  が小さい場合か, 杭間隔  $b/a$  が非常に大きくなれば近似的に



代用して用いてもよいと思われる。

#### 14. 実例との比較

飽和した粘土地盤に1本の杭を打ち込んだ場合の計算結果を筆者は実測の例と比較したが、群杭基礎に生じる間げき水圧を実測した例はほとんどないようである。そこで多くのサンドパイル打設<sup>28)</sup>に際し、測定した間げき水圧と比較しておよその見当をつけて見る。この報告によると、地盤の力学的性質は平均的に  $C_u \approx 0.25 \text{ kg/cm}^2$ 、破壊ひずみは5%ぐらいと思われるから  $E \approx 5 \sim 12.5 \text{ kg/cm}^2$  と考えて見よう。したがって  $E/C_u \approx 20 \sim 50$  となる。また  $A \approx 0.75$  と思われる。打ち込み式の場合をとりあげる。杭の直径は  $2a = 0.4 \text{ m}$ 、間隔  $2b$  は  $2.4 \text{ m}$  と  $1.6 \text{ m}$  であるから  $b/a = 6$  および  $4$  となる。

式(30)から  $R/a$  を計算するとつぎのようになる。

$$E/C_u = 20 \qquad E/C_u = 50$$

$$b/a = 6: R/a = 3.1, \Delta u_b = 0.26 \text{ kg/cm}^2; R/a = 3.8, \Delta u_b = 0.37 \text{ kg/cm}^2, \\ b/a = 4: R/a = 2.9, \Delta u_b = 0.41 \text{ kg/cm}^2; R/a = 3.3, \Delta u_b = 0.60 \text{ kg/cm}^2,$$

したがって杭の間には弾性域があるから、式(32)に  $r=b$  としてそれぞれの値を入れて  $\Delta u_b$  を計算すると上の表のようになる。これに対し実測値は  $0.32 \text{ kg/cm}^2$  ( $b/a=6$ )、 $0.47 \text{ kg/cm}^2$  ( $b/a=4$ ) となっている。この実測は打ち込み式のサンドパイルであって群杭そのものの実測ではないが、原理的にはよく似た状態であり、また現地測定精度を考えると上の計算と実例はかなりよく一致しているといえる。したがって、本文で述べた計算法が妥当であることを示すものである。

#### 15. 結 論

飽和した粘土地盤に打ち込んだ群杭基礎に生じる初期間げき水圧は、杭の間隔、粘土の粘着力、ヤング係数、間げき水圧係数から力学的に計算でき、粘着力の約3.5~6倍になるとと思われる。杭間隔が大きくなるほど、また地盤が固くなるほど、地盤の破壊される範囲は大となるが、直径の約10倍をこすことはないと思われる。間げき水圧によって基礎の浮上りは、根入深さの約1%程度と思われる。これらの種々の結論は、杭の寸法配列と粘土の力学的性質に大きく関係するが、代表的な値について計算した結果は実例からみて十分妥当と思われる。

この計算は杭が粘土地盤を水平に押し、杭と土の間に摩擦がないものとして最大主応力と最小主応力が水平面内にあるものと考えて計算を行なっている。杭間隔が小さくて非常に長い杭を用いる時は、最小主応力が鉛直方向になる場合があるが、これについては別の機会に報告したい。杭の側面摩擦があれば、このために地盤内にせん断応力が生じ<sup>29)</sup>、この時の間げき水圧の計算は別

に報告する。その間げき水圧は、杭に荷重がかかる場合にのみ生じるのである<sup>30)</sup>。しかし、杭を打ち込めば、杭に作用する鉛直荷重の有無にかかわらず、本文で計算しただけの初期間げき水圧が生じ、場合によっては浮上りも生じることに注意を要するのである。

この研究は文部省科学研究費<sup>31)</sup>より一部補助を得たものである。

#### 参 考 文 献

- 1), 2) 西田義親: 土木学会論文集, 第98号, p. 10~14, (昭和38年10月)
- 3) 西田義親・保田市兵衛: 土木学会論文集, 第69号, p. 38~44 (昭和35年7月)
- 4) 西田義親: 同上(1) (昭和38年)
- 5) 西田義親: 土と基礎, 13巻8号, p. 33~37 (昭40)
- 6) Ladanyi: Annales des Travaux Publics de Belgique, 2/1961, p. 117 (1961)
- 7) Bishop el: Proc. Phys Soc., Vol. 57, p. 1417 (1945)
- 8) Henkel: ASCE Research Conf. Shear Strength of Cohesive Soils, p. 551 (1960)
- 9) Vargas: Resistencia e Compressibilidade de Argilas Residuais, p. 55 (1951)
- 10) 西田義親: 基礎杭の支持力算定に関する研究, p. 144~145 (昭34)
- 11) Skempton el: Proc. 4th ICSMFE, Vol. 1, p. 105 (1957)
- 12) Meyerhof: Geotechnique, Vol. 2, p. 314 (1950-51)
- 13) Ladd: ASCE Settlement Conference, MIT p. 64-20, (1964)
- 14) Simons: Proc 4th ICSMFE, Vol. 1, p. 431 (1957)
- 15) Ladd: 同上(13) p. 5 (1964)
- 16) Ladd: 同上(13) p. 6 (1964)
- 17) Skempton: Geotechnique, Vol. 4, p. 146 (1954)
- 18) Soderberg: Geotechnique, Vol. 12, No. 3 (1962)
- 19) Pacheco Silva: Geotechnique, Vol. 3, p. 301 (1953)
- Skempton: Proc. ASCE, Vol. 80, Sep. No. 480, p. 480-21 (1954)
- 20) Leonards: Foundation Engineering, p. 211 (1962)
- 21) Schmid: Proc. 4th ICSMFE, Vol. 3, p. 242 (1957)
- 22) Bishop: Proc. Brussel Conf. 58 on Earth Problems, Vol. 1, p. 2 (1958), Jaky: Proc 2nd ICSMFE, Vol. 1, p. 107 (1948), Simons: Norwegian Geotech. Inst. Pub. Nr. 33, p. 37 (1960), Skempton: Proc 5th ICSMFE, Vol. 1, p. 353 (1961)
- 23) 西田義親: International Assoc. Bridge. Struct. Eng., Symposium on Pile Foundations, p. 140~149 (1960)
- 24) Chellis: Pile Foundations, p. 119 (1961)
- Leonards: 同上(19) p. 835 (1962)
- 最上武雄: 土木学会, 最近の基礎工法, p. 41 (昭37)
- 25) 西田義親: Report on Researches and Investigation, Japan Soc. Soil Mech, Found. Eng. p. 2~3 (1957)
- 26) 西田義親: 土木学会論文集, 第43号, p. 48~52 (昭37)
- 27) この計算には西松建設KKの佐藤篤氏の協力を得た。
- 28) 稲田倍穂: 土と基礎, 第13巻, 第1号, p. 4~6 (昭40)
- 29) 西田義親: Soil and Foundation, Vol. 5, No. 1, p. 33 (1964)
- 30) 西田義親: 土と基礎 (昭41年3月)
- 31) 文部省科学研究費試験研究, No. 54014 (代表西田義親) (1965. 7. 31・受付)