

# 土中の準一次元非定常浸透流に関する研究\*

## STUDY ON THE QUASI-ONE-DIMENSIONAL, NON-STEADY SEEPAGE FLOW THROUGH SOIL

赤井浩一\*\*・宇野尚雄\*\*\*

By Koichi Akai and Takao Uno

**要 旨** 著者はかつて洪水時における木津川堤防内の浸潤面の観測から、実際の土壌中の浸潤面の時間的变化は非定常というよりも、外水位変化に対する応答が早く、定常状態が生じ易いことを指摘し、それが堤体基礎地盤の透水性が大きいことに起因していると推論した<sup>1)</sup>。

本研究はそれらを検討するため実施した砂模型実験結果について述べ、滲水層内の浸透は熱伝導型の基本式によりかなりの精度で解析可能であることを示した。さらにこの種の非定常浸透問題における重ね合わせの原理の適用を実験例について検討し、比較的良好な結果を得た。また相似律に関する考察結果および非定常浸透における問題点にも若干触れた。

### 1. 概 説

いま浸透領域として図-1に示すような矩形砂モデルを考える。初期水位が不透水性基礎上  $H_0$  にあるところへ、一方の境界で急激な水位上昇 (step rise) が与えられたとき、この砂モデル内の水頭変化について考えてみよう。浸透流は水平方向流であり、任意の鉛直断面  $x$  における水頭変化  $h$  は初期水位からその時刻の自由水面までの高さに等しく、かつ砂モデルの透水係数  $k$  や有効間げき率  $\beta$  は一定であるとする。このような流れを準一次元流と呼ぶが、水平方向流速を  $u$ 、水頭を  $h = z + p/\rho g$  ( $p$ : 水圧,  $\rho$ : 水の密度,  $g$ : 重力の加速度) とすると、運動の式は Darcy の法則であって、

$$u = -k \frac{\partial h}{\partial x} \dots \dots \dots (1)$$

もともとこの式は、ある一定断面をもつ多孔物質中の浸

透流の流速と圧力との関係の規定する実験式として提出されたものである。一方連続の式は、図-1の鉛直断面  $x$  において微小幅  $dx$  を考え、OP 面からの流入水量と QR 面の流出水量の差が PP'QQ' の部分の水位上昇量になるとして<sup>2)</sup>、

$$\beta \frac{\partial h}{\partial t} + H_0 \frac{\partial u}{\partial x} + h \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \dots \dots \dots (2)$$

で表わされ、式 (1) と合わせてつぎの基本式を得る。

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k}{\beta} \left[ H_0 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} \right] \dots \dots \dots (3)$$

$h \ll H_0$  のとき、

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{kH_0}{\beta} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \dots \dots \dots (4)$$

$H_0 = 0$  のとき、

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k}{2\beta} \frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} \dots \dots \dots (5)$$

上述の連続式では PP' 面からの流入や QQ' 面からの流出は無視されている。図-1のように初期水位  $H_0$  があって、水面形が上に凹な形状のとき、おもな浸透水流は初期水面下に生じるが、 $H_0 = 0$  すなわち不透水面が O'R' 面にくると、水面はむしろ上に凸な勾配をもつ形状となり、PP' 面での流入や QQ' 面での流出を省略することはできなくなる。そのうえ、この部分は自由水面近傍で不飽和土中への浸潤という形態となるから、自由水面の上下では土の飽和度は著しく相違している。飽和度が增大 (または減少) すると、定常時の透水係数も増大 (または減少) する<sup>3)</sup>。また土の有効間げき率  $\beta$  は連続の式に入っているが、これが飽和度に依存する。この  $\beta$  は間げき率のうちで浸透水によって占められる部分から初期土中水分によって占められる部分を差し引いたものと定義される。したがって、同一の土に対して初期飽和度の大きい土中の  $\beta$  は小さく、初期飽和度が小さい土中の  $\beta$  は大きくなる。さらに自由水面の上部には毛管水帯が存在しているから、水位変動の幅と毛管水上昇高さとの大小関係により、土の初期飽和度とともに有効間げき率の大きさも変化し、また透水係数の値も場所的に変わってくる。

このような観点よりすれば、従来の解析式 (1), (2), (3) は初期水位  $H_0$  が相当大きい場合の浸透 ( $H \ll H_0$ )

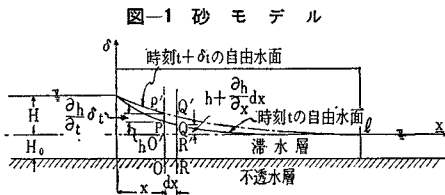


図-1 砂モデル

\* 土木学会第 19 回年次学術講演会 (昭 39.5) で発表したものに、その後の考察を加えてとりまとめたものである。  
 \*\* 正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学教室  
 \*\*\* 正会員 工修 京都大学助手 同上

を近似的に表現しているが、境界における外水位変化  $H$  が割合大きい場合や、 $H_0=0$  という不透水性基礎上の堤体内の浸透は、 $k$  や  $\beta$  の場所的、時間的変化を考慮に入れなければならない、式 (5) が十分な近似式であるかどうか疑点が残る。しかし現段階では、初期水位をもつ浸透（以下では滞水層内の浸透という）が式 (4) という熱伝導型の線形偏微分方程式で表わされるのに対し、不透水性基礎上の浸透は式 (5) の非線形偏微分方程式で表わされることになり、この点で両者の相違を究明することができる。

本研究はこのような点から滞水層内の浸透と不透水性基礎上の浸透のそれぞれの特徴を対比させながら、考察を進めるものである。

## 2. 滞水層内の浸透

滞水層内の浸透は式 (4) が基礎式となる。式 (4) を初期条件および境界条件、

$$h(x,0)=0, h(0,t)=H \quad (t>0) \dots\dots\dots(6a)$$

$$h(\infty,t)=0 \quad (t>0) \dots\dots\dots(6b)$$

で解くと、

$$\left. \begin{aligned} \frac{h(x,t)}{H} &= 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x/l} \frac{e^{-\lambda^2}}{2\sqrt{T_0}} d\lambda \equiv \text{erfc} \left( \frac{x/l}{2\sqrt{T_0}} \right) \\ T_0 &= \frac{kH_0 t}{\beta l^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

を得る。ただし  $l$  は砂モデルの長さであって、この式では消去されて解の中に入らない量であるが、後の便宜のため付加したものである。これは半無限に広がる浸透を表わしているが、図-1 のように有限な距離  $l$  に境界があるとき、 $x=l$  での条件として、浸出面の水圧は大気圧に等しく、水頭は位置のポテンシャルだけになるから、

$$h(l,z,t) = z + p/\rho g \equiv z \dots\dots\dots(8)$$

しかし、準一次元流という仮定のもとでは、

$$h(l,t) = 0 \dots\dots\dots(9)$$

と考える。式 (6a) と式 (9) を満足する式 (4) の解を求めると、 $T_0$  の小さい範囲で、

$$\left. \begin{aligned} \frac{h(x,t)}{H} &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \text{erfc} \left( \frac{2n+x/l}{2\sqrt{T_0}} \right) - \text{erfc} \left( \frac{2(n+1)-x/l}{2\sqrt{T_0}} \right) \right] \\ T_0 &= \frac{kH_0 t}{\beta l^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

が得られ、 $T_0$  が大きい範囲での評価は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{h(x,t)}{H} &= 1 - \frac{x}{l} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{n} e^{-n^2 \pi^2 T_0} \cdot \sin \frac{n \pi x}{l} \right\} \\ T_0 &= \frac{kH_0 t}{\beta l^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10')$$

で与えられる<sup>4)</sup>。 $T_0$  は無次元値であって、時間係数ともよばれる。その必要な変化範囲は、計算によると  $10^{-4} \sim 1$  である。その両極値付近の  $T_0$  の値に対しては、式 (10) と式 (10') からそれぞれ計算される  $h/H$  は若干異なるが、ほぼ等しい。後述するように、浸透流量を求めるさいには、これらの式をそれぞれ  $x$  で偏微分することになるので、その違いは明確になってくる。流量変化は相当時間経過を要するので、式 (10') から算定するのが合理的である。

滞水層内の浸透流量  $q(x,t)$  は、Darcy の法則にしたがって、

$$q(x,t) = -k(H_0 + h) \frac{\partial h}{\partial x} \dots\dots\dots(11)$$

と表わされる。水頭  $h$  には先述したように式 (10') を用いて、

$$\left. \begin{aligned} q(x,t) &= \frac{kH^2}{l} \times \left[ \frac{H_0}{H} + \left(1 - \frac{x}{l}\right) - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{n} e^{-n^2 \pi^2 T_0} \sin \frac{n \pi x}{l} \right\} \right] \\ &\times \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 \pi^2 T_0} \cos \frac{n \pi x}{l} \right] \dots\dots\dots(12) \end{aligned} \right\}$$

$$\therefore q(0,t) = \frac{kH(H_0 + H)}{l} \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 \pi^2 T_0} \right] \dots\dots\dots(13)$$

$$\therefore q(l,t) = \frac{kHH_0}{l} \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 \pi^2 T_0} \cos \frac{n \pi x}{l} \right] \dots\dots\dots(14)$$

$$q(0, \infty) = \frac{kH(H_0 + H)}{l} \dots\dots\dots(13')$$

$$q(l, \infty) = \frac{kHH_0}{l} \dots\dots\dots(14')$$

式 (13') と式 (14') の差  $kH^2/l$  は、上述のように熱伝導理論を浸透現象に適用した結果生じたものであり、一定断面中を伝わる熱伝導現象には現われない量である。浸透現象では断面積が場所的、時間的に変化するので、たとえ定常流となっても、流線は水平ではなく、水頭分布も直線分布とはならない。この誤差を除去するためには、非線形の偏微分方程式 (3) を解かねばならない。ここでは一応、定常時の流量は上の  $q(0, \infty)$  と  $q(l, \infty)$  の平均になるとする。すなわち、

$$q_{\text{mean}} = k \left( H_0 + \frac{H}{2} \right) \frac{H}{l}$$

一方、自由水面をもつ流れでは、毛管水帯を流れる水量は無視されない。Averjanov<sup>5)</sup> によれば、最大毛管上昇高  $H_c$  の約 1/3 の部分が有効である。したがって全流量は、

$$q_0 = k \left( H_0 + \frac{H}{2} + \frac{H_c}{3} \right) \frac{H}{l} \dots\dots\dots(15)$$

この  $q_0$  が式 (13') の  $q(0, \infty)$ 、式 (14') の  $q(l, \infty)$  に近似的に等しいと考えて、式 (13) と式 (14) に用いてそれぞれを  $q_0$  で除すると、

$$q(0,t)/q_0 = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2\pi^2 T_0} \dots\dots\dots(16)$$

$$q(l,t)/q_0 = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2\pi^2 T_0} \cos n\pi \dots\dots\dots(17)$$

さて  $H$  と  $H_0$  の大きさが同程度の場合を考えよう。基本式 (3) または式 (5) は非線形式であるので、従来これを解くため、近似的手段として線形化の手法がとられてきた。たとえば、Vladimirescu and Lates<sup>6)</sup> は基本式を、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} &= \frac{k}{\beta} \frac{\partial}{\partial x} \left( h \frac{\partial h}{\partial x} \right) \equiv \frac{k\tilde{h}}{\beta} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \equiv a^2 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \\ a^2 &= \frac{k\tilde{h}}{\beta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

と変形し、 $\tilde{h}$  を実験的に決定さるべき線形化のためのパラメーターとして扱っている。このとき式 (5) の解は実験的に、

$$\frac{h(x,t)}{H} = \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2a\sqrt{t}} \right) \quad (0 \leq t \leq t_1) \dots\dots(19a)$$

$$\left\{ \frac{h(x,t)}{H} \right\}^2 = \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2a\sqrt{t}} \right) \quad (t > t_1) \dots\dots(19b)$$

ただし  $t_1$  は急変化外水位  $H$  の接続時間

で近似できると述べた。式 (19a) は式 (18) から導かれるものであって、第1の線形化法とよばれるが<sup>7)</sup>、式 (19b) は第2の線形化法とよばれる式、

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k\tilde{h}}{\beta} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \equiv a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad u = h^2, \quad a = \frac{kh}{\beta} \dots\dots\dots(20)$$

から導かれることが確認できる。しかし外水位の上昇期間中は第1の方法が、外水位がなくなってからは第2の方法がそれぞれ合理的であるという十分な理論的根拠はない。さらに  $\tilde{h}$  を実験的に決定さるべきパラメーターとしたことは理論的でなく、今後の解析的研究に待たねばならない。

### 3. 不透水性基礎上の浸透

初期水位  $H_0=0$  の場合には基本式は式 (5) となるかまた透水係数  $k$  の場所的、時間的変動を考慮に入れた全然別の形の式になると考えられる。

いま浸透流線はすべて水平であると仮定し、不透水性基礎から自由水面までの高さを  $z_f$ 、その点までの境界からの距離を  $x_f$  とすると、

$$\frac{dx_f}{dt} = \frac{k}{\beta} \frac{H - z_f}{x_f} \dots\dots\dots(21)$$

この式を  $t=0$  において  $x_f=0$  なる条件で積分すると、

$$\frac{z_f}{H} = 1 - \frac{\beta}{2kH} \frac{x_f^2}{t} \equiv 1 - 2 \left\{ \frac{x_f/l}{2\sqrt{T}} \right\}^2, \quad T = \frac{kHt}{\beta l^2} \dots\dots\dots(22)$$

なる放物線形の自由水面を得る。

式 (22) は自由水面に着目した観点から導かれるが、不透水性基礎の近くの水は被圧されていて、水平方向に

だけ流れると考えてみよう (これを被圧次元流という)。このとき基本式は、

$$\frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{H}{x_f}, \quad u(t) = \beta \frac{dx_f}{dt} = -k \frac{\partial h}{\partial x} \dots\dots(23)$$

である。もちろん境界の水位変化  $H$  としては step rise を考えている。式 (23) を組合わせて、積分すると、

$$\left. \begin{aligned} \frac{h(x,t)}{H} &= 1 - \sqrt{\frac{\beta}{2kH}} \frac{x}{\sqrt{t}} \equiv 1 - \sqrt{2} \left\{ \frac{x/l}{2\sqrt{T}} \right\} \\ T &= \frac{kHt}{\beta l^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24)$$

なる解が得られる。式 (22) は自由水面の変化の近似式であり、式 (23) は不透水性基礎上の水頭分布の変動の近似解とみなされる。

一方、内田<sup>8)</sup> は非定常性を境界条件に入れ、数値計算と実験結果とから不透水性基礎上の砂質土中への浸透による自由水面形は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{z_f}{H} &= 1 - \left\{ \frac{x_f/H}{\sqrt{8/3\alpha} \sqrt{kt/H}} \right\}^{3/2} \equiv 1 - \left( \frac{3}{2} \right)^{3/4} \left\{ \frac{x_f/l}{2\sqrt{T}} \right\}^{3/2} \\ T &= \frac{kHt}{\alpha l^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(25)$$

ただし  $\alpha$  は土の間げき率、 $x_f, z_f$  は式 (22) のものに同じで与えられることを示した。

式 (5) を直接解く試みは Polubarinova-Kochina<sup>9)</sup> によりなされている。すなわち、

$$u = \frac{h}{H}, \quad \eta = \frac{x\sqrt{\beta}}{2\sqrt{kHt}}, \quad \xi = \sqrt{2}\eta \dots\dots\dots(26)$$

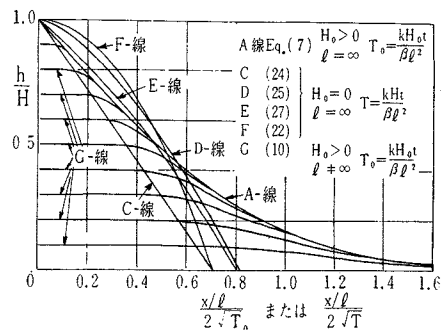
なる置換 (ただし、原書では有効間げき率  $\beta$  の代わりに間げき率  $m$  が用いられている) を行ない、差分法と級数展開とによって、

$$\begin{aligned} u &= -c(\xi - c) - \frac{1}{4}(\xi - c)^2 - \frac{1}{72c}(\xi - c)^3 \\ &+ \frac{1}{576c^2}(\xi - c)^4 + \dots\dots\dots(27) \\ c &= 1.14277 \end{aligned}$$

なる解が求められている。

これまでに得られた種々の解を比較するために描いたのが 図-2 である。A-線、G-線は滞水層内の浸透を表

図-2 種々の理論解



わしており、B-線、C-線、D-線、E-線、F-線は不透水性基礎上の浸透を表わす。また G-線以外は一つの境界から半無限に広がる浸透を表わしているの、これらに対しては  $l = \infty$  である。明らかに A-線は G-線の包絡線となっており、また G 線は C 線との交点付近からは時間経過に対しても水頭はほぼ一定になっていることが注目される。

4. 非定常浸透における重ね合わせの原理

これまで境界の外的条件として急変する水位変化を考えたが、現実には起きる外的条件は不規則かつ複雑であり、この種の条件に対して逐次その解を求めることは労多しだけである。そこで非定常浸透に対して重ね合わせの原理の適用を考える。

いま境界における水位変化が、図-3の曲線のような変動の場合、これを任意の時間で分割してゆき、段階的な水位変化に近似させて考える。外水位変化  $H$  が生じたときの堤内水位変化の解、

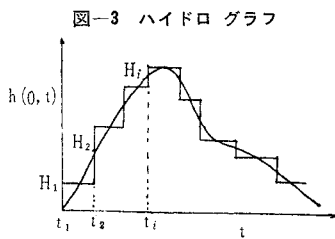


図-3 ハイドロ グラフ

$$\frac{h(x,t)}{H} = f(x,t) \dots\dots\dots(28)$$

は既知であるとする。いま、

- (1) 浸透現象は線形式で十分表現される。
- (2) 関数形  $f(x,t)$  は  $H$  に無関係な関数である。
- (3)  $f(x,t)$  は水位の昇降に対しても不変であり、初期含水量に関与されない。

という仮定のもとで考えると、時刻  $t_i$  で step rise した水位を  $H_i$  として、重ね合わせの方法により  $h(x,t)$  は次式で表わされる。

$$h(x,t) = \sum_i H_i \cdot f(x,t-t_i) \dots\dots\dots(29)$$

このような考え方は、かつて洪水の流出解析に用いられた単位図法の手法に通じるものであり、Langbein<sup>10)</sup> は土中の温度計算にこの種の方法を適用して良い結果を得ている。なお上述の重ね合わせの方法は仮定(2)に明らかかなように、 $f(x,t)$  は  $H$  に対し独立な関数であることが必要なので、 $f(x,t)$  が  $H$  の従属関数となる不透水性基礎上の浸透計算には適用できない。すなわち厚い滞水層内の浸透にのみ応用される。

5. 準一次元浸透流の相似律について

相似律は実際の現象と模型の現象を対比するとき、両者間の力学的相似性を意義づける関係である。従来準一次元非定常浸透流における相似律として提出されている関係はつぎのようである。

(1) 矢野・山本<sup>11)</sup> は非定常浸透流を規制する基本式として、運動の式に非定常項を含む変形された Navier-Stokes の法則および連続の式として速度の divergence が0であるという関係を用い、流動抵抗が粘性抵抗に比べて大きいと考えて、

$$\lambda_r = 1, k_r = T_r = \sqrt{L_r} \dots\dots\dots(30)$$

を導いている。ただし  $\lambda$ : 間げき率,  $k$ : 透水係数,  $T$ : 時間の元,  $L$ : 長さの元, 添字  $r$  は実物の量に対する模型における量の比を表わす。

(2) 河原田<sup>12)</sup> は一次元浸透の場合の基本式

$$\frac{1}{\lambda g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{k} + \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots(31)$$

について考え、つぎの相似律を得ている。

$$k_r = \lambda_r T_r = \sqrt{\lambda_r L_r} \dots\dots\dots(32)$$

(3) 田中<sup>13)</sup> は浸透における加速度項は無視されるとし、次式の関係を得た。

$$k_r T_r = L_r \dots\dots\dots(33)$$

(4) 田町<sup>14)</sup> は実態への換算を行なう関係を Darcy の法則をもとにしてつぎのように求めた。

$$k_r T_r = \lambda_r L_r \dots\dots\dots(34)$$

(5) 吉田<sup>15)</sup> は Darcy 数, 圧力係数なる量を定義しつつ、 $F_r$  数を加味して、田町と同結果を与えた。

以上、考察対象がいずれも同じ非定常浸透であるのに対し、それぞれの立場から相似律を導いているが、大別すると、これらの考え方は2種に分けられる。第一は矢野・山本、河原田によるもので、 $\lambda_r = 1$  とすると、両者は同一な式、

$$k_r = T_r = \sqrt{L_r} \dots\dots\dots(35)$$

になる。ただこれは、自由水面をもつ非定常浸透という条件が連続式に導入されていない点に疑点が残る。第二は田中、田町らの考え方で、運動の式は慣性項を無視した Darcy の法則を用いている。これも  $\lambda_r = 1$  とすると、

$$k_r T_r = L_r \dots\dots\dots(36)$$

となる。式(36)は式(35)の必要条件であるが、十分条件ではなく、両式は同義でない。

さて実際現象では慣性項は小さいとされている<sup>16)</sup>。そして現段階では、非定常浸透の基本式は式(3)であるから、

$$t = t^* T, l = l^* L \dots\dots\dots(37)$$

なる無次元化を行なうと、

$$\frac{\partial h^*}{\partial t^*} = \frac{kT}{\beta L} \left( H_0^* \frac{\partial^2 h^*}{\partial x^{*2}} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 h^{*2}}{\partial x^{*2}} \right) \dots\dots\dots(38)$$

となるから、モデルと実物との間に成立すべき相似律は

$$k_r T_r = \beta_r L_r \dots\dots\dots(39)$$

となる。ここに  $\beta$  は有効間げき率である。

以上を要約すると、実際の浸透現象は慣性項が小さいと考えられるので、室内実験などで成立せしめるべき相似律の関係は、式(39)で与えられ、とくに慣性項が大

きときは式(32)の $\lambda$ を $\beta$ で置き換えたもので与えられると結論される。

しかしこれらの相似律は、1.で述べたような初期飽和度の分布、毛管水帯の影響などを考慮していないので、まだ完全なものとはいえない。

6. 実験装置と方法

(1) 実験装置

実験に用いた鋼製水路は写真-1に示すようであって、長さ400cm、幅25cm、高さ50cmで、前面ガラス張りとし、両端部には水位調節用の昇降できる排水管が付けられている。試料に用いる砂は水路の中央部ガラス張りの部分に詰め、長さ315cm、幅23cm、高さ33cmの砂模型に造った。水路底面には20cm間隔に水圧観測のための細孔をあけ、水圧計に連結するビニール管がとりつけられるように作られている。外径10mm、内径7mmのビニール管を水で満たし、その先端部を細かい孔径0.11mmの金網で被覆して、それを測定位置に埋め込み、他端は写真-2のように水圧計に連結する。浸透水流による水圧変化はビニール管に充滿している水を介して水圧計に伝わり、電圧変化に変換されて電子管式自動平衡型記録計に記録される。

水圧計は写真-2のように配置され、その受圧面は直径30mmの円形で、容器の外径は50mmある。この水圧計は東洋測器製のLPU-III型(非接着型)で、最大負荷圧力50g/cm<sup>2</sup>、最大入力電圧8V、較正係数31.3

写真-1 鋼製水路

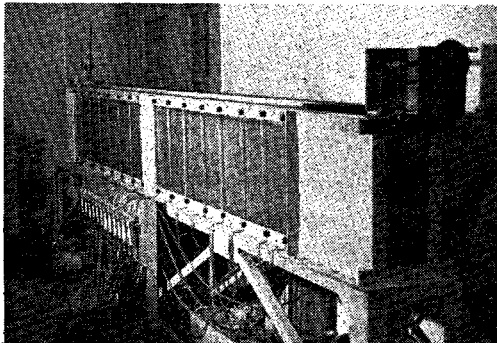


写真-2 水圧計

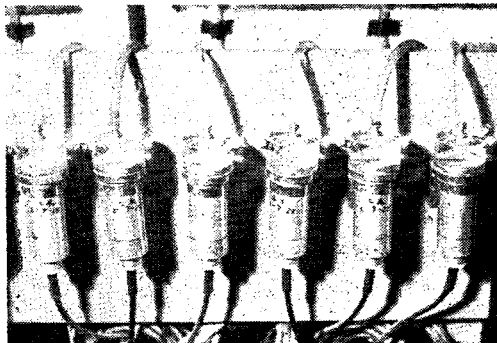
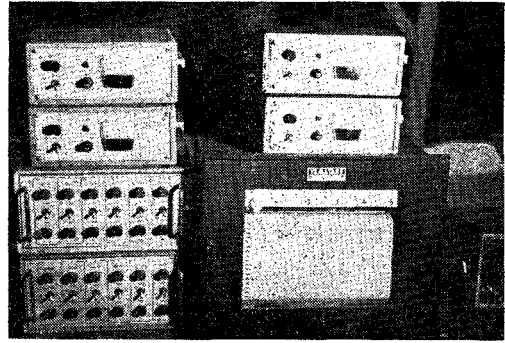


写真-3 電源箱, 制御箱, 記録計



$\mu\text{V/g/cm}^2$ なる性能をもつ。本実験には12個の水圧計を用いた。変換増幅された電圧変化は制御箱を通して記録計のinputに繋がる。写真-3の左下2つが零点調整と感度調整用の制御箱であり、左上2つ、右上2つの計4個は制御箱を通じて水圧計に加える恒電圧を得るための入力電源安定箱で、本実験では7Vの電圧を用いた。写真-3の右下に示す記録計は山武ハネウエル計器製のJ153×89C-16型(打点式)で、記録点数12、最大入力電圧5mV、感度0.007mV、打点間隔5秒、記録紙の幅278mmとなっている。

充填試料は、乾燥密度1.58g/cm<sup>3</sup>、間げき比0.78の均一な砂であり、その粒度分布は図-4に示すようなものである。毛管水帯の上部の含水量は約5%であって、含水量分布は図-5に示すようである。定常時における透水係数は0.332cm/sec

図-4 粒度分布曲線

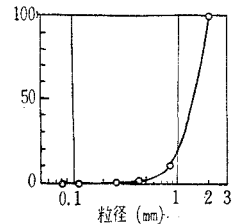
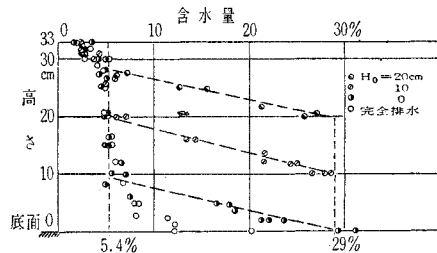


図-5 砂モデル内の初期含水量分布



であり、最大毛管上昇高は $H_c \approx 8\text{cm}$ であった。流量変化の測定は両境界面の浸入流量をそれぞれ水位調節している排水管から越流する水量を一定断面のタンクに受け、その底部にさきの水圧計の中の1個を設置して水深の変化から算出した。

(2) 実験方法

長方形の砂模型を透水性地盤とみなし、初期にある水深を与えてこれを一定に保っておき、最も簡単な水位変化として一方の境界面の水位を急上昇あるいは急降下させるときに生じる地盤内の水頭変化や端部における流量

変化を測定した。ここで水路底面の水頭をそのまま水位高さと考えるのは疑問があるので、同じ鉛直断面で底面から高さ 15 cm の位置でも水頭を測定した。この場合初期条件として、水位 0 すなわち水路底面まで重力排水している砂中への浸透は不透水性基礎上の浸透とみなす（たとえば表-1 の  $A_0, B_0, C_0$  の場合）。水路の両端の水位を底面まで下げて、水圧面がちょうど底面の高さにあっても、負圧をかければなおも毛管水帯部分の水が排水され続けて、水圧面は低下する。鋼製水路の底板のビニール管取り付け部分は長さ 50 mm、外径 11 mm の鉄管が底面上に 15 mm、底面下に 35 mm 突き出ている形となっている。この取り付け部分は 20 cm 間隔にとりつけられているので、この孔から重力排水させると底面の水圧は水頭にして 5 cm ほど低下して落ちつく。こうした排水状態における砂モデル内の含水量分布は、図-5 の白丸印で表わされており、深度変化にともなう含水量変化は少なくほぼ 5% であって、水圧面が底面の高さにある場合の半黒丸印の初期含水量分布とはかなり異なっている。図-5 の白丸印で表わされるような完全排水した状態を初期条件とする場合の実験は“ダッシュ”をつけて、 $A_0'(H=10\text{ cm}), B_0'(H=20\text{ cm}), C_0'(H=30\text{ cm})$  と表わした。この砂モデル底面の若干の水の有無による水頭変化の相違は後述する実験結果に顕著にみられる。

表-1 実験の種類

$H_0$ \ $H$	-30	-20	-10	10	20	30
0	—	—	—	$A_0$	$B_0$	$C_0$
10	—	—	$A_{10}$	$A_{10}$	$B_{10}$	—
20	—	$B_{20}$	$A_{20}$	$A_{20}$	—	—
30	$C_{30}$	$B_{30}$	$A_{30}$	—	—	—

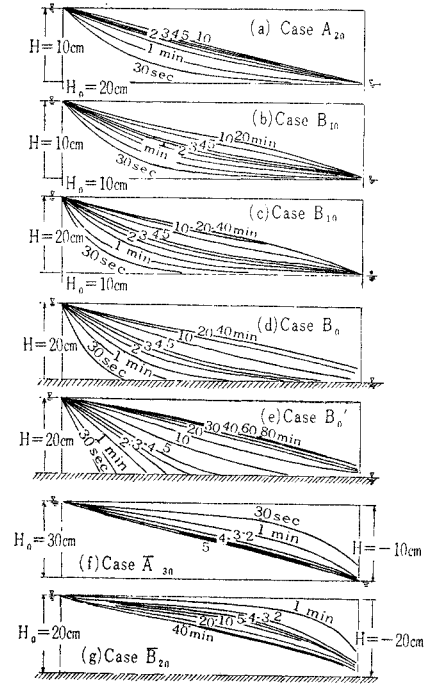
上述の特殊な場合を除けば、本研究の一連の実験の種類は表-1 のようである。記号  $A_{20}$  は初期水位（滞水層厚さ） $H_0=20\text{ cm}$ 、急上昇水位変化  $H=10\text{ cm}$  の実験であり、 $A_{20}$  は  $H_0=20\text{ cm}$ 、 $H=-10\text{ cm}$ （急降下）を意味する。このような step rise または step fall を境界条件として与える実験のほかに、浸透における重ね合わせの原理の適用性を検討するため、擬似洪水波として三角形ハイドログラフを与える実験もあわせて実施した。三角形の変動は実際の洪水の上昇期と下降期の期間の比が約 1:3 であることを考慮したものである。

7. 実験結果および考察

(1) 水面形の変化について

図-6 は砂層底面の 5 点または 6 点における測定値をもとに適当に連続した水面形を描いたものである。6. (2) で述べたように、この水面形というのは底面での水頭分布である。それゆえ本来底面で測定した水頭の値をもって自由水面の高さとみなす準一次元流の仮定の妥当

図-6 外水位の step rise または step fall により堤内に生じる水面の時間的変化



性を調べるため、底面の観測地点と同じ位置ではあるが底面から 15 cm の高さの点の水頭変化をあわせ測定し、底面での測定値との比較を行なった。前者に対する後者の比の時間的変化を示したものが図-7 である。透水性滞水層内の  $A_{10}$  の場合は、この比は初期からほとんど 1 であり、変化が少ない。もっとも大きい変動が生じると思われる  $C_0$  の場合でも高々 1.15 であって、ほとんど 1.0~1.1 である。これからみると、準一次元流の仮定はほぼ妥当と思われる。

図-7 水頭比の時間的変化

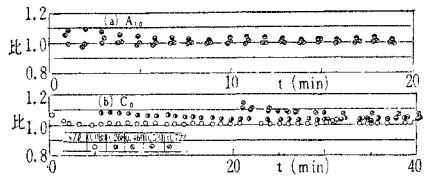
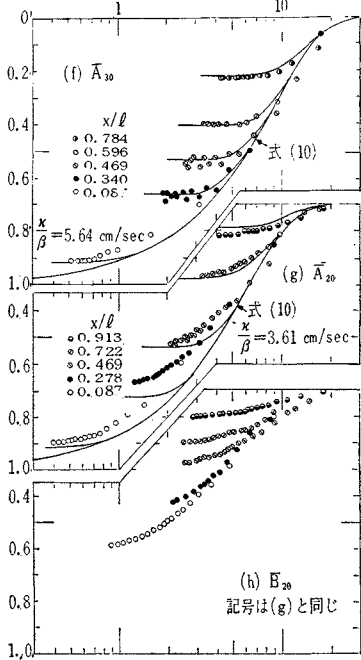
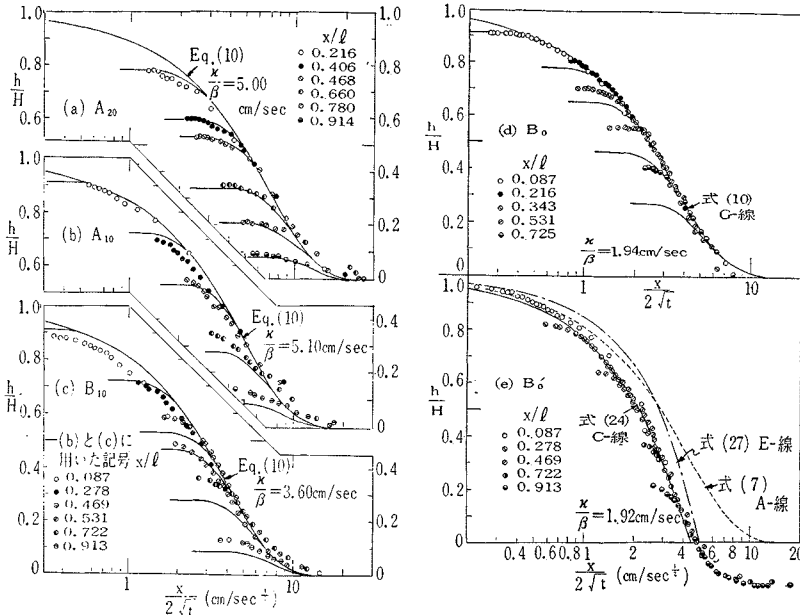


図-6 からただちに判明することは、 $H/H_0$  の値が小さいほど水面形の変化は熱伝導型に近い変化となることである。また  $H/H_0$  の比が大きくなるにつれて、すなわち浸透流が不透水性基礎上の流れの形態になるにつれて外水位変化にともなう水位変化の進行は緩慢となって、水面形は立ってくる。そして流れが定常流となり、浸透水面が下流面に浸出するようになっても直線的な水面形状とはならず、上に凸な形となる。この傾向は  $H/H_0$  が大きくなるにつれて顕著になってくる。

図-8 は図-6 の水面変化を観測点における時間的変化に整理し直し、さきに求めた理論式と比較するため、

図-8  $h/H$  と  $\log\{x/2\sqrt{t}\}$  の関係



利用するものである。この図から明らかに  $H/H_0$  の小さい場合ほどよく理論式 (10) と合致した変化を示すが  $H/H_0$  が大きくなるにつれ、実験値は理論曲線からはずれてくる。 $H/H_0$  の最小な場合の  $A_{20}$  で  $H/H_0=0.5$  となるが、理論値は予想以上によく実験値に合う。この原因として毛管水帯の存在が大きな働きをしていると考えられ、熱伝導型の基礎式 (4) にもとづく計算値はかなりの精度で浸透現象を表現しうるといえる。なお、図-8 (a),(b),(c) に対する  $k/\beta$  の値は図に記入したように

片対数紙上に描き、定数  $k/\beta$  を fitting method で算出したものである。ここに fitting method とは、この図が横座標を対数でとってあるため、理論曲線と実験値が合致するように横座標をずらして両曲線を重ねると、実験値における時刻  $t$  と時間係数  $T_0$  または  $T$  の座標のずれが定数となって算定されることを

約 3.6~5.1 cm/sec である。

一方、不透水性基礎上の浸透とみなされる水頭変化は、図-8 (d),(e) に示されている。初期含水量を若干保有している  $B_0$  の場合の水頭変化は、初期には滞水層内の浸透と同じような変化を示すが、定常になるにつれて水頭分布は大きくなっていく。含水量が砂層の土中水を完全重力排水した状態にある  $B_0'$  の場合には、砂層底面付近の水頭変化は浸透水が被圧されていて水平に流れていると仮定して導いた式 (24) でよく表わされている。この図で初期の砂層中には負圧が働いていて、 $h/H$  が負になっていること

が認められる。図-8 (e) に示した水頭分布は Polubarinova-Kochina の厳密解の式 (27) や内田の式 (25) にあわず、むしろ直線関係式 (24) によくあう。このことは自由水面形が水頭分布形と若干違うことを意味し、測定によれば底面の水頭より若干大きくなっている。しかし、初期含水量が完全重力排水状態にあるとしたときでも、底面での飽和度は図-5 にみられるように実測値がわずかながら大きくなっている。こうした影響も介在しているので、正確に自由水面の式としてどれが最適であるかは即断できない。飽和度の測定が正確な段階になって始めて、それらと比較できる。図-8 (d),(e) にそれぞれ平均的に算定されている  $k/\beta$  は 1.94 cm/sec, 1.92 cm/sec とほぼ等しく、かつ滞水層内の浸透の場合よりかなり小さいことは、 $k/\beta$  がこの場合にも土中の初期飽和度に影響されることを示している。

さて滞水層の初期水位が境界で低下した場合 ( $H < 0$ ) は図-8 (f),(g),(h) に示されている。 $A_{30}$  の場合の実験値は理論式 (10) によく合致しているが、 $|H/H_0|$  が 1 に近づくにつれはずれが大きくなっていく。その傾向はさきの水位上昇の場合とほぼ同様である。この場合でも算定された  $k/\beta$  の値はやはり条件  $H_0$  と  $H$  の大きさに依存することがわかる。

以上のように、図-8 の fitting method により算定された  $k/\beta$  の値は、滞水層内の浸透では、3.6~5.1 cm/sec、不透水性基礎上の浸透では約 1.9 cm/sec となった。このことはつぎのように考察される。すなわち滞水層内の浸透では、初期飽和度が不透水性基礎上の浸透のそれに比べて大きいので有効開げき率  $\beta$  が小さくなり、 $k$  が同じとしても  $k/\beta$  は前者の方が大きくなると考えら

れる。透水係数  $k$  は定常時に  $0.332 \text{ cm/sec}$  と測定されている。いま問題は、これを非定常なときの  $k$  と等しいと考えてみると、滞水層内の浸透については  $\beta = 0.092 \sim 0.066$ 、後者の不透水性基礎上の浸透については  $\beta = 0.166$  となる。非定常時の透水係数は定常時の場合よりは小さいと考えるのが普通であるから、上に計算した  $\beta$  の値はもっと小さくなり、結局数 % のオーダーになると考えられる。このように非定常浸透現象で問題となる土の間げき率は通常考えられている値よりかなり小さく、この点十分留意しなければならない。このことは現地揚水試験の結果からも得られており、原地盤では  $\beta \approx 10^{-3}$  という非常に小さい値が得られている<sup>17)</sup>。

(2) 流量変化について

水位変化にともなう浸透流量変化の実測例を図-9に示した。この図中に示したように、定常時に観測した流量と式(15)で算出した  $q_0$  とはほぼ等しい。近似式(16)と式(17)により fitting method で整理してみると  $k/\beta = 3.47 \text{ cm/sec}$  となり、水頭変化から算出した値より小さいが、これは流量の測定が砂層から浸出する箇所ではなく、越流させてタンクに受けるまでの時間的遅

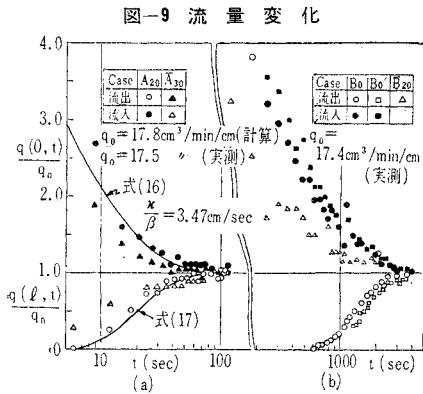


図-9 流量変化

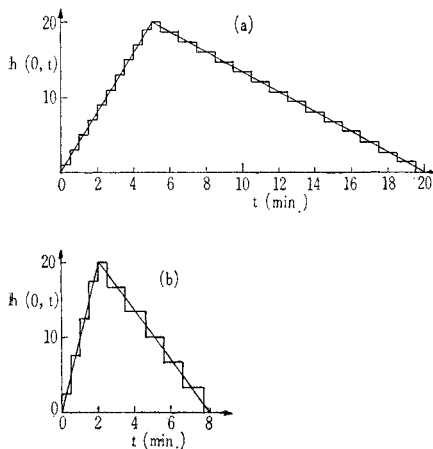
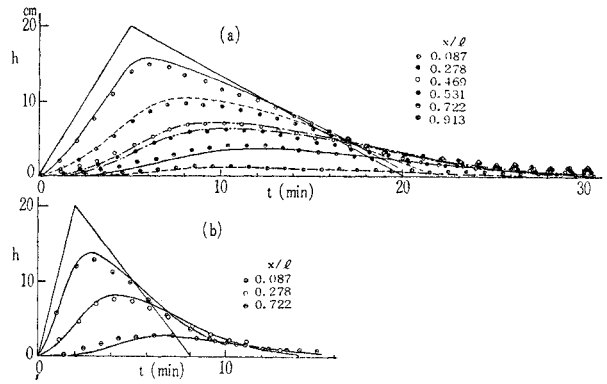


図-10 擬似ハイドログラフ

図-11 重ね合わせによる計算水位と実測水位



れがあるためである。この図から滞水層内の浸透流量についても、熱伝導型偏微分方程式にもとづく解析がかなり良好であることがわかる。

(3) 浸透における重ね合わせの原理の適用

洪水による水位上昇の型として図-10のような三角形ハイドログラフを  $H_0 = 10 \text{ cm}$  の場合について実験した。その三角形ハイドログラフが図-10の段階状の変化と等価であると考えて、重ね合わせの原理にもとづく式(29)で計算した水位変化が図-11の曲線であり、それぞれ実験値と対比させて描いてある。図-11(a)、(b)は洪水継続時間を変えたものであるが、洪水継続時間の長い変化のゆるいものの方が、わずかながらよく合うようである。とくに洪水期間中は計算値の方が大きく、洪水終了後の水位は実測値の方が大きい傾向が出ている。いずれにせよ、重ね合わせの原理の適用の妥当性はかなりの精度で認められる。

8. 結論

さきに洪水時における木津川堤防内の浸潤水面の観測から、実際の土堤中の浸潤水面は外水位変化に対してきわめて早く応答して、定常状態が生じ易いことを見出した。それが堤体基礎地盤の透水性の大きいことや初期土中水分の多少に起因すると考え、本研究では室内の砂模型実験により検討を行なった。とくに初期水位がある滞水層内の浸透と初期水位のない砂層内の浸透とを対比させ、また従来の解析法の適用限界と非定常浸透流の問題点にも触れながら考察を進めた。その結果得られた事項はつぎのようである。

- (1) 砂質地盤上に築かれた現実の河川堤防内の浸透はきわめて早く定常状態に達する。それはおもに厚い透水性滞水層および初期飽和度の分布に起因する。
- (2) 厚い滞水層内の浸透は近似的に水平流がおもであって、準一次元流の仮定を満足し、水頭変化は熱伝導型の変化を示すことが実験的にも確認された。
- (3) 透水係数と有効間げき率の比  $k/\beta$  の値は、土の



飽和度や毛管水帯の影響を受ける。ことに非定常浸透流の解析に用いる間げき率としては有効間げき率を用いる必要がある。本実験に用いた有効径 0.8 mm の砂については、 $k/\beta$  として 1.9~5.1 cm/sec が得られた。

(4) 完全重力排水を行ない初期含水量が一定になっている不透水性基礎上の砂層中への浸透による底面の水頭の時間的変化は直線的分布を示し、式 (24) でよく表わされる。もともと内田の式 (25) や Polubarinova-Kochina の式 (27) が不透水性基礎上の自由水面の変化を表わしていることをあわせ考慮すると、含水量が重力排水された状態での砂層内の水位変化はほぼこれらの式 (25) や式 (27) から、計算されるものになると考えられる。

(5) 初期の不透水性基礎上の間げき水圧が 0 であるときの浸透は毛管水帯の影響が大きく、水頭変化はあたかも滞水層内の浸透のような変化を示す。このように領域内の初期飽和度の相違は  $k/\beta$  の値だけでなく、浸透水面の遷移過程にも影響をおよぼす。

(6) 非定常浸透における相似律は、従来の基礎式をもとに考えれば、慣性項を無視して誘導された式 (39) で表わされる。

(7) 三角形の擬似洪水波を与えた若干の実験値と、重ね合わせの方法により求めた計算値とはかなりよい一致をみた。実際の浸透が厚い滞水層上の河川堤防などに生ずるような場合には、この重ね合わせの原理を用いた水位変化の算定はかなり妥当なものといえる。

非定常浸透の機構に影響する因子として、毛管水帯の存在があるが、この点については今後の研究課題としたい。

重ね合わせの原理を適用した計算には、京都大学大学

院工学研究科学生 山内勇喜男君の労をわずらわした。ここに記して謝意を表わす。

#### 参考文献

- 1) 赤井浩一・稲田 裕：淀川堤防のろう水調査，土木学会誌，Vol. 48, No. 5, 1963, pp. 64-70
- 2) 物部長穂：浸透に対する土壌の安定について，土木学会誌，Vol. 4, No. 2, 1918, pp. 291-345
- 3) Polubarinova-Kochina, P. Ya. : Theory of Groundwater Movement, Princeton Univ. Press, 1962, p. 21
- 4) Churchill R.V. (洪四次訳)：応用ラプラス変換，彰国社，1963, pp. 157-171
- 5) 前出 3), p. 159
- 6) Vladimirescu, I. and Lates, M. : Recherches experimentales sur la Filtration en Regime non-permanent, avec Application aux Digue et Barrages en Terre, IAHR 9th Convention, II-36, 1961
- 7) 前出 3), pp. 497-506
- 8) 内田茂男：自由境界を有する非定常浸透について，土木学会誌，Vol. 37, No. 2, 1952, pp. 58-62
- 9) 前出 3) pp. 506-509
- 10) Langbein, W.B. : Computing Soil Temperatures, Trans. A.G.U., Vol. 30, No. 4, 1949, pp. 543-547
- 11) 矢野勝正・山本順一：堤体内非定常浸透に関する研究，京都大学防災研究所年報，No. 1, 1957, pp. 12-25
- 12) 河原田礼次郎：非定常浸透流動の水理学的相似律について，昭和 31 年度農業土木学会講演会，1956
- 13) 田中宏平：干拓堤防内の不定流について，農業土木研究，Vol. 24, No. 2, 1956, pp. 7-10
- 14) 田町正誉：土壌及び堤体内における浸透に関する理論的考察，九州大学農業工学研究資料，51 号，1957, p. 138
- 15) 吉田昭治：飽和浸透流の相似律と模型実験則について，農業土木研究，別冊第 5 号，1962, pp. 1-9
- 16) 前出 3) p. 22
- 17) 赤井浩一・宇野尚雄：自由水面をもつ地下水の揚水試験に対する考察，土と基礎，Vol. 12, No. 7, 1964, pp. 15-19

(1965.8.3・受付)