

基礎岩盤の変位状態におよぼす地山の 異方性の影響について

ON THE EFFECTS OF ANISOTROPY ON DISPLACEMENTS
IN FOUNDATION ROCK

川 本 眺 万*
By Toshikazu Kawamoto

1. 緒 言

基礎岩盤の地質条件としては、岩盤の性状（岩石の組成、各石および岩塊の強度、節理、きれつなどの割目の頻度、風化変質の程度など）、地質構造（成層状態、断層および褶曲、地すべりおよび崖錐など）および浸透水の状態などが考えられる。このような多くの要素のために、基盤は複雑な状態を呈し、さらに地形条件とともに、基盤の応力、変形状態や安全性の解決を困難にしている。これらの諸要素が基盤内の応力伝播ならびに変形状態に及ぼす影響をおよぼすかを明らかにする必要があるが、すべての要素を同時に考慮することは不可能であろう。従来よりこれらの要素のいくつかを取り出して考え、さらに岩盤の状態を理想化することにより、種々の力学的モデルを適用して、基盤内の応力や変形の状態の研究が行なわれている。

最近では、このような基礎岩盤の力学的性状を明らかにするために、岩盤力学（Rock Mechanics）が大いに討議されている。そして、岩盤力学の理論的研究を行なうために、岩塊の種々の定義および分類が、主として地質構造上から行なわれている。Müller¹⁾は岩盤構造に対して地質学的分離面の統計的な取り扱いを行ない、大低の場合、岩盤力学は接合構造（jointed structure）あるいは不連続体の研究であると指摘している。また Döring²⁾は地質構造的に攪乱された地山あるいは攪乱されていない地山について、それぞれ分離面の状態により地山構造の分離を行なっており、つぎのような取り扱い：

a) 考えている地山岩盤の位置に補正媒体（Ersatzmedium）を導入する。

b) 岩塊の性質および変形状態、岩塊の境界での条件を考慮して、地山全体における応力分布を検討する。を考えている。このような取り扱いではいずれも、地山における応力状態の考察は、連続体の力学の原理にもとづいて、理論的に行なうことができると述べている。著者も、さきに、ダム基礎岩盤が層状性、直交異方性および深さとともに増加する弾性係数を有する場合などを仮

定して、基礎岩盤内の応力状態について考察を行なった³⁾。そのほか種々の力学的モデルを仮定した基盤内の応力状態に対する理論的ないし実験的研究も多い^{4)~7)}。

このように基盤内の応力状態についてはかなりの研究が行なわれているが、変形状態について検討したものは少ない。基盤の安定性を論ずる場合、基盤内の応力状態と基盤における軟弱な層、すなわち断層やジョイントなどの位置、方向、強度等との関係が問題になるのは当然であるが、ダムの安定性は、この基盤が応力的にみてまだ十分に安全性を確保している状態においても、軟弱層における変位や、地山の非等方性、非等質性による異常な変位によって、かなり影響されるだろう。また岩盤の力学的性質を明らかにするために行なわれている岩盤試験の際の変形の測定結果を解析する場合にも、かなり地山の異方性が影響をおよぼすであろう。したがって、基盤内の応力状態のみならず、その変形状態をも十分究明する必要がある。

さきにも述べたように、基盤が等方等質であることがまれであるにもかかわらず、従来その取り扱いが簡単であるために、地山を完全弾性体と仮定して、Boussinesqの理論により基礎の変形量を算定している。近年 Litwiniszyn および その一派⁸⁾が岩盤力学の問題に統計的方法を適用して多くの研究を発表し、いわゆる stochastic media における変位状態を論じて、岩盤力学および土質力学の分野における研究者の間に大きい興味をひきおこしている。しかし Berry⁹⁾も指摘しているように、この地盤の運動についての推計的理論を岩盤力学に適用するには、まだいろいろな問題を含んでいる。たとえば、鉛直方向変位のみがこの理論に含まれるただ一つの物理量で、水平方向変位が直接考慮されていないことや、この理論が乾いた砂の挙動に関係させられるが、われわれが対象としている岩盤の物理的な性質とは明らかな関係がないことなども問題である。

基盤が均質な場合でも、岩石の種類によってかなりの異方性を示す場合や、また細かいきれつ、節理が発達し、適当に分布していて、基盤全体として異方性を示す場合とか、層状の基盤で層相互間の付着が十分である場

* 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部土木工学科

合などには、基礎を直交異方性体として取り扱うことができる。直交異方性基礎の変位の理論的な取り扱いとしては、土質基礎を対象として古くから研究されている^{10),11)}。土壌は通常堆積し、長い期間にわたって一次元的あるいは異方性的に圧密されているから、土壌の性質は、多くの場合、鉛直方向と水平方向でかなり異なっている。いままでの研究では、いずれも鉛直方向と水平方向（水平面内ではいずれの方向にも一定）で異なる弾性性質、いわゆる Cross anisotropy を有する3次元の半無限弾性体を考え、その表面に集中荷重が作用する場合を取り扱っている。また分布荷重に対しては、その結果を重積分している。Barden¹¹⁾ は Michell の解を用いて、Cross anisotropic な地盤に対して、その異方性の影響を検討している。このような土質力学における異方性地盤の問題は、いずれも弾性的な取り扱いであって、岩盤力学にも適用されるが、異方性の方向（主弾性係数の方向）が地表面と傾斜する場合については検討されていない。

本論文では、任意の方向に主方向をもつ直交異方性の半無限基礎岩盤の表面に3種の荷重(通常アーチダムの基礎に作用するスラストを分解して、等分布圧縮荷重、等分布せん断荷重、曲げモーメントによる三角形分布荷重の3種を取り扱う)が作用した場合を考え、それらの平面ひずみ問題における応力関数³⁾を用いて変位式を求め、いくつかの異方性の状態に対して、基礎内の変位状態を計算した。そして基礎の異方性の程度(主弾性係数の方向およびその比率)が基礎の変位にどのような影響をおよぼすかについて検討した。

2. 基礎方程式および変位式

図-1のように、半無限板(平面ひずみ状態)を考える。応力関数を U とすると、この場合の適合条件式は衆知のように次式で与えられる。

$$a_{22} \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} - 2 a_{26} \frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} + (2 a_{12} + a_{66}) \frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} - 2 a_{16} \frac{\partial^4 U}{\partial x \partial y^3} + a_{11} \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} = 0 \dots\dots(1)$$

上式の特微方程式の根を s_1, s_2, s_3, s_4 とすると、 $s_1 = \alpha_1 + i\beta_1, s_2 = \alpha_2 + i\beta_2, s_3 = \alpha_1 - i\beta_1, s_4 = \alpha_2 - i\beta_2$ のようになり、式(1)を満足する応力関数 U は、 $z_1 = x + s_1 y, z_2 = x$

$+ s_2 y$ に関する2つの解析関数 $W_1(z_1)$ および $W_2(z_2)$ で、つぎのように与えられる。

$$4U = \iint W_1(z_1) dz_1 + \iint W_2(z_2) dz_2 + \iint \overline{W}_1(\bar{z}_1) d\bar{z}_1 + \iint \overline{W}_2(\bar{z}_2) d\bar{z}_2 \dots\dots(2)$$

式(2)で与えられる応力関数を用いて、 x および y 方向の変位成分 u および v を計算すると、次式をうる。

$$4(u + iv) = p_1 \int W_1(z_1) dz_1 + p_2 \int W_2(z_2) dz_2 + \bar{q}_1 \int \overline{W}_1(\bar{z}_1) d\bar{z}_1 + \bar{q}_2 \int \overline{W}_2(\bar{z}_2) d\bar{z}_2 + \text{const.} \dots\dots(3)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} p_k &= a_{12} - a_{16} s_k + a_{11} s_k^2 + i(a_{22} - a_{26} s_k + a_{12} s_k^2) / s_k, \\ \bar{q}_k &= a_{12} - a_{16} \bar{s}_k + a_{11} \bar{s}_k^2 + i(a_{22} - a_{26} \bar{s}_k + a_{12} \bar{s}_k^2) / \bar{s}_k \end{aligned} \right\} (k=1,2) \dots\dots(4)$$

図-1に示すように、直線境界上に分布垂直荷重 $p(s)$ およびせん断荷重 $q(s)$ が作用する場合を考える。適合条件式を満足し、また無限遠において応力を生ぜず、直線縁において $(\sigma_y)_0 = -p(s), (\tau_{xy})_0 = q(s)$ なる境界条件を満足する解析関数 $W_1(z_1), W_2(z_2)$ は、つぎのように求められる¹²⁾。

$$W_k(z_k) = \frac{1}{2\pi i} \cdot \frac{4}{s_k - s_l} \int_A \frac{s_l p(s) - q(s)}{s - z_k} ds, \quad (k=1,2; l=1,2; k \neq l) \dots\dots(5)$$

上式の積分は全境界線上での積分を示す。いま直線境界上に作用する荷重として、図-2に示すものと考えとそれぞれの場合に対して $W_k(z_k)$ はつぎのようにえられる。

$$(a) \quad W_k(z_k) = \frac{2p_0}{\pi i} \cdot \frac{s_l}{s_k - s_l} \log \frac{1 - z_k}{1 + z_k} = \frac{4p_0}{\pi} \cdot \frac{s_l}{s_k - s_l} \tan^{-1} iz_k \dots\dots(6)$$

図-2 基礎表面における荷重状態

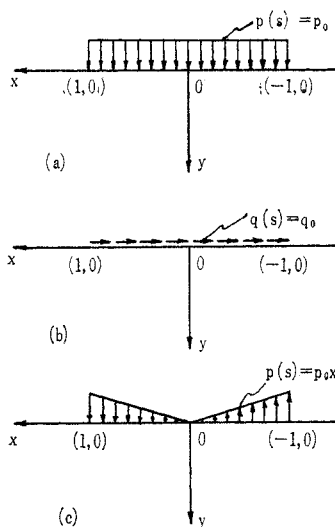
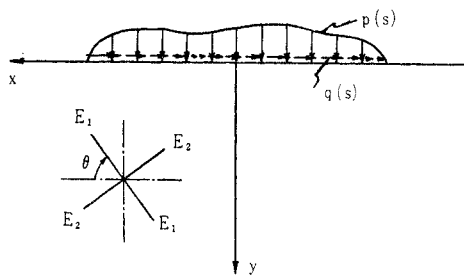


図-1



$$(b) \quad W_k(z_k) = -\frac{2q_0}{\pi i} \cdot \frac{1}{s_k - s_l} \log \frac{1-z_k}{1+z_k}$$

$$= -\frac{4q_0}{\pi} \cdot \frac{1}{s_k - s_l} \tan^{-1} iz_k \dots\dots(7)$$

$$(c) \quad W_k(z_k) = \frac{2p_0}{\pi i} \cdot \frac{s_l}{s_k - s_l} \left(2 + z_k \log \frac{1-z_k}{1+z_k} \right)$$

$$= \frac{4p_0}{\pi} \cdot \frac{s_l}{s_k - s_l} (1 + z_k \tan^{-1} iz_k),$$

(k, l=1, 2; k ≠ l).....(8)

この $W_k(z_k)$ の値を式 (3) に代入し、実部と虚部とに分解すれば、各変位成分 u および v を求めることができる。いまつぎのように置く。

$$\left. \begin{aligned} L_k(x, y) &= \log \{ (x+1)^2 + 2\alpha_k(x+1)y \\ &\quad + (\alpha_k^2 + \beta_k^2)y^2 \} \\ L'_k(x, y) &= \log \{ (x-1)^2 + 2\alpha_k(x-1)y \\ &\quad + (\alpha_k^2 + \beta_k^2)y^2 \} \\ t_k(x, y) &= \tan^{-1} \frac{\beta_k y}{x + \alpha_k y + 1} \\ t'_k(x, y) &= \tan^{-1} \frac{\beta_k y}{x + \alpha_k y - 1} \\ \alpha &= \alpha_k - \alpha_l, \quad \beta = \beta_k - \beta_l \end{aligned} \right\} \dots\dots(9)$$

(1) 等分布圧縮荷重の場合

$$u = \frac{p_0}{2\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \sum_{\substack{k=1,2 \\ l=1,2 \\ k \neq l}} [\{ A_{k,l}(x+1) + B_{k,l}y \} \\ \times L_k(x, y) - \{ A_{k,l}(x-1) + B_{k,l}y \} L'_k(x, y) \\ + 2\{ C_{k,l}(x+1) + D_{k,l}y \} \{ t_k(x, y) + \varepsilon_1\pi \} \\ - 2\{ C_{k,l}(x-1) + D_{k,l}y \} \{ t'_k(x, y) + \varepsilon_2\pi \}] \\ - G_a \dots\dots(10)$$

$$v = \frac{p_0}{2\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \sum_{\substack{k=1,2 \\ l=1,2 \\ k \neq l}} [\{ \bar{C}_{k,l}(x+1) + \bar{D}_{k,l}y \} \\ \times L_k(x, y) - \{ \bar{C}_{k,l}(x-1) + \bar{D}_{k,l}y \} L'_k(x, y) \\ + 2\{ \bar{A}_{k,l}(x+1) + \bar{B}_{k,l}y \} \{ t_k(x, y) + \varepsilon_1\pi \} \\ - 2\{ \bar{A}_{k,l}(x-1) + \bar{B}_{k,l}y \} \{ t'_k(x, y) + \varepsilon_2\pi \}] \\ - K_a \dots\dots(11)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} A_{k,l} &= -S_{k,l}A_k - R_{k,l}B_k, \quad B_{k,l} = Q_{k,l}A_k + P_{k,l}B_k \\ C_{k,l} &= -R_{k,l}A_k + S_{k,l}B_k, \quad D_{k,l} = P_{k,l}A_k - Q_{k,l}B_k \\ \bar{A}_{k,l} &= -S_{k,l}C_k - R_{k,l}D_k, \quad \bar{B}_{k,l} = Q_{k,l}C_k + P_{k,l}D_k \\ \bar{C}_{k,l} &= R_{k,l}C_k - S_{k,l}D_k, \quad \bar{D}_{k,l} = -P_{k,l}C_k + Q_{k,l}D_k \end{aligned} \right\} \dots\dots(12)$$

さらに、

$$\left. \begin{aligned} P_{k,l} &= \alpha_k(\alpha_l^2 + \beta_l^2) - \alpha_l(\alpha_k^2 + \beta_k^2) \\ Q_{k,l} &= \beta_k(\alpha_l^2 + \beta_l^2) - \beta_l(\alpha_k^2 + \beta_k^2) \\ R_{k,l} &= (\alpha_k - \alpha_l)\alpha_l + (\beta_k - \beta_l)\beta_l \\ S_{k,l} &= \alpha_k\beta_l - \alpha_l\beta_k \end{aligned} \right\} \dots\dots(13)$$

$$\left. \begin{aligned} A_k &= a_{12} - a_{16}\alpha_k + a_{11}(\alpha_k^2 - \beta_k^2) \\ B_k &= -a_{16}\beta_k + 2a_{11}\alpha_k\beta_k \\ C_k &= \frac{a_{22}\beta_k}{(\alpha_k^2 + \beta_k^2)} - a_{12}\beta_k \\ D_k &= \frac{a_{22}\alpha_k}{(\alpha_k^2 + \beta_k^2)} - a_{26} + a_{12}\alpha_k \end{aligned} \right\} \dots\dots(14)$$

(k, l=1, 2; k ≠ l)

(2) 等分布せん断荷重の場合

$$u = \frac{q_0}{2\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \sum_{\substack{k=1,2 \\ l=1,2 \\ k \neq l}} [\{ -A_{k,l}(x+1) + B_{k,l}y \} \\ \times L_k(x, y) - \{ -A_{k,l}(x-1) + B_{k,l}y \} L'_k(x, y) \\ + 2\{ -C_{k,l}(x+1) + D_{k,l}y \} \{ t_k(x, y) + \varepsilon_1\pi \} \\ - 2\{ -C_{k,l}(x-1) + D_{k,l}y \} \{ t'_k(x, y) + \varepsilon_2\pi \}] \\ - G_b \dots\dots(15)$$

$$v = \frac{q_0}{2\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \sum_{\substack{k=1,2 \\ l=1,2 \\ k \neq l}} [\{ -\bar{C}_{k,l}(x+1) + \bar{D}_{k,l}y \} \\ \times L_k(x, y) - \{ -\bar{C}_{k,l}(x-1) + \bar{D}_{k,l}y \} L'_k(x, y) \\ + 2\{ -\bar{A}_{k,l}(x+1) + \bar{B}_{k,l}y \} \{ t_k(x, y) + \varepsilon_1\pi \} \\ - 2\{ -\bar{A}_{k,l}(x-1) + \bar{B}_{k,l}y \} \{ t'_k(x, y) + \varepsilon_2\pi \}] \\ - K_b \dots\dots(16)$$

ここに係数 $A_{k,l} \dots \bar{D}_{k,l}$ は式 (12) と同じ形をとり、さらに $A_k \dots D_{k,l}$ は式 (14) で与えられる。ただし、式 (13) 中の $P_{k,l} \dots S_{k,l}$ の代りに、

$$\left. \begin{aligned} P'_{k,l} &= (\alpha_k - \alpha_l) + (\beta_k - \beta_l)\beta_k, \quad Q'_{k,l} = \alpha_k\beta_l - \alpha_l\beta_k \\ R'_{k,l} &= (\alpha_k - \alpha_l), \quad S'_{k,l} = -(\beta_k - \beta_l) \end{aligned} \right\} \dots\dots(17)$$

を用いるものとする。

(3) 曲げモーメントによる三角形分布垂直荷重の場合

$$u = \frac{p_0}{4\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \sum_{\substack{k=1,2 \\ l=1,2 \\ k \neq l}} [\{ A_{k,l}(x^2 - 1) + B_{k,l}xy \} \\ + 2E_{k,l}xy \} \{ L_k(x, y) - L'_k(x, y) \} \\ + 2\{ C_{k,l}(x^2 - 1) + D_{k,l}y^2 + 2F_{k,l}xy \} \\ \times \{ t_k(x, y) - t'_k(x, y) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\pi \} \\ - 4\{ A_{k,l}x + E_{k,l}y \}] - G_c \dots\dots(18)$$

$$v = \frac{p_0}{4\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \sum_{\substack{k=1,2 \\ l=1,2 \\ k \neq l}} [\{ \bar{C}_{k,l}(x^2 - 1) + \bar{D}_{k,l}y^2 \\ + 2\bar{F}_{k,l}xy \} \{ L_k(x, y) - L'_k(x, y) \} \\ + 2\{ \bar{A}_{k,l}(x^2 - 1) + \bar{B}_{k,l}y^2 + 2\bar{E}_{k,l}xy \} \\ \times \{ t_k(x, y) - t'_k(x, y) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\pi \} \\ - 4\{ \bar{C}_{k,l}x + \bar{F}_{k,l}y \}] - K_c \dots\dots(19)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} A_{k,l} &= -S_{k,l}A_k - R_{k,l}B_k, \quad B_{k,l} = Q_{k,l}A_k - R_{k,l}B_k \\ C_{k,l} &= -R_{k,l}A_k + S_{k,l}B_k, \quad D_{k,l} = -P_{k,l}A_k - Q_{k,l}B_k \\ E_{k,l} &= U_{k,l}A_k + T_{k,l}B_k, \quad F_{k,l} = T_{k,l}A_k - U_{k,l}B_k \\ \bar{A}_{k,l} &= -S_{k,l}C_k - R_{k,l}D_k, \quad \bar{B}_{k,l} = Q_{k,l}C_k - R_{k,l}D_k \\ \bar{C}_{k,l} &= R_{k,l}C_k - S_{k,l}D_k, \quad \bar{D}_{k,l} = P_{k,l}C_k + Q_{k,l}D_k \\ \bar{E}_{k,l} &= U_{k,l}C_k + T_{k,l}D_k, \quad \bar{F}_{k,l} = -T_{k,l}C_k + U_{k,l}D_k \end{aligned} \right\} \dots\dots(20)$$

さらに、

$$\left. \begin{aligned} P_{k,l} &= -\alpha_k\beta_k(\alpha_k\beta_l - \alpha_l\beta_k) - (\alpha_k^2 - \beta_k^2)(\alpha_l^2 + \beta_l^2) \\ &\quad + (\alpha_k^3\alpha_l - \beta_k^3\beta_l) \\ R_{k,l} &= (\alpha_k - \alpha_l)\alpha_l + (\beta_k - \beta_l)\beta_l, \quad S_{k,l} = \alpha_k\beta_l - \alpha_l\beta_k \\ Q_{k,l} &= -\alpha_k\beta_k(\alpha_k\beta_l + \alpha_l\beta_k) + 2\alpha_k\beta_k(\alpha_l^2 + \beta_l^2) \\ &\quad - (\alpha_k^3\beta_l + \alpha_l\beta_k^3) \\ T_{k,l} &= \alpha_k(\alpha_l^2 + \beta_l^2) - \alpha_l(\alpha_k^2 + \beta_k^2) \\ U_{k,l} &= \beta_k(\alpha_l^2 + \beta_l^2) - \beta_l(\alpha_k^2 + \beta_k^2) \end{aligned} \right\} \dots\dots(21)$$

また、係数 $A_k \cdots D_k$ は式 (14) で与えられる。 $G_a \cdots K_c$ は積分定数で、それぞれの荷重状態に対する境界条件より決定される。 ϵ_1 および ϵ_2 はつぎのような値をとる。

$x + \alpha_k y > 1$ のとき、

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0$$

$-1 > x + \alpha_k y > -1$ のとき、

$$\epsilon_1 = 0, \epsilon_2 = 1$$

$-1 > x + \alpha_k y$ のとき、

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$$

3. 等方等質性基礎岩盤に対する変位式

等方等質の場合には、式 (1) の特性方程式の根は、 $\alpha_1 = \alpha_2 = 0, \beta_1 = \beta_2 = 1$ として与えられるが、この係数を変位式に用いると、それらの分母が 0 になるので、等方等質の場合の計算には、これらの式を変形して用いねばならない。しかしこれらの式の変形はかなり面倒なので、上述の場合と同様な手法で、別に最初から等方等質の場合の解析関数を用いて、変位式を求めることにする。解析関数を $W(z)$ ($z = x + iy$) とすると、この場合の変位成分は、式 (3) の代りに次式で与えられる。

$$4\mu(u + iv) = \kappa \int W(z) dz - z \overline{W}(\bar{z}) - \int \overline{w}(\bar{z}) d\bar{z} + \text{const.} \quad \dots\dots\dots (22)$$

上式で、平面ひずみ状態に対して、 $\mu = G, \kappa = 3 - 4\nu$ であり、 $w(z)$ は半無限板内の領域でつぎのように与えられる。

$$w(z) = -\overline{W}(\bar{z}) - W(z) - z \frac{dW(z)}{dz} \quad \dots\dots\dots (23)$$

図-1 に示すような一般的な荷重状態の場合には、この直線境界上および無限遠における境界条件を満足する $W(z)$ はつぎのように与えられる¹²⁾。

$$W(z) = \frac{1}{\pi i} \int_A \frac{-\{p(s) + iq(s)\}}{s - z} ds \quad \dots\dots\dots (24)$$

上式を用いて、図-2 に示されている 3 種の荷重状態に対する $W(z)$ を求めるとつぎようになる。

(a) $W(z) = \frac{ip_0}{\pi} \log \frac{1-z}{1+z} \quad \dots\dots\dots (25)$

(b) $W(z) = -\frac{s}{\pi} \log \frac{1-z}{1+z} \quad \dots\dots\dots (26)$

(c) $W(z) = \frac{ip_0}{\pi} \left(2 + z \log \frac{z-1}{z+1} \right) \quad \dots\dots\dots (27)$

式 (25)~(27) を式 (22) に代入し、実部と虚部分けると、各荷重状態に対する変位式はつぎようになる。なおここでつぎのように置く。

$$\left. \begin{aligned} L(x,y) &= \log \{(x+1)^2 + y^2\} \\ L'(x,y) &= \log \{(x-1)^2 + y^2\} \\ t(x,y) &= \tan^{-1} \frac{y}{x+1} \\ t'(x,y) &= \tan^{-1} \frac{y}{x-1} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (28)$$

(1) 等分布圧縮荷重の場合

$$u = \frac{p_0}{8\pi\mu} [(\kappa+1)y\{L(x,y) - L'(x,y)\} + 2(\kappa-1)\{(x+1)\{t(x,y) + \epsilon_1\pi\} - (x-1)\{t'(x,y) + \epsilon_2\pi\}\}] - G_a^\circ \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$v = \frac{p_0}{8\pi\mu} [(\kappa+1)\{-(x+1)L(x,y) + (x-1)L'(x,y)\} + 2(\kappa-1)y \times \{t(x,y) - t'(x,y) + (\epsilon_1 - \epsilon_2)\pi\}] - K_a^\circ \quad \dots\dots\dots (30)$$

(2) 等分布せん断荷重の場合

$$u = \frac{q_0}{8\pi\mu} [(\kappa+1) \times \{(x+1)L(x,y) - (x-1)L'(x,y)\} - 2(\kappa+3)y\{t(x,y) - t'(x,y) + (\epsilon_1 - \epsilon_2)\pi\}] - G_b^\circ \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$v = \frac{q_0}{8\pi\mu} [(\kappa-3)y\{L(x,y) - L'(x,y)\} + 2(\kappa-1)(x+1)\{t(x,y) + \epsilon_1\pi\} - 2(\kappa-1)(x-1)\{t'(x,y) + \epsilon_2\pi\}] - K_b^\circ \quad \dots\dots\dots (32)$$

(3) 曲げモーメントによる三角形分布垂直荷重の場合

$$u = \frac{p_0}{8\pi\mu} [(\kappa+1)xy\{L(x,y) - L'(x,y)\} + (\kappa+1)(x^2 - y^2 - 1) \times \{t(x,y) - t'(x,y) + (\epsilon_1 - \epsilon_2)\pi\} - 2(x^2 + y^2 - 1)\{t(x,y) - t'(x,y) + (\epsilon_1 - \epsilon_2)\pi\} - 2(\kappa+3)y] - G_c^\circ \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$v = \frac{p_0}{16\pi\mu} [-(\kappa-1)(x^2 - y^2 - 1) \times \{L(x,y) - L'(x,y)\} + 4(\kappa-1)xy\{t(x,y) - t'(x,y) + (\epsilon_1 - \epsilon_2)\pi\} - 2(x^2 + y^2 - 1)\{L(x,y) - L'(x,y)\} + 4(\kappa+1)x] - K_c^\circ \quad \dots\dots\dots (34)$$

上の各式で $G_a^\circ \cdots K_c^\circ$ は積分定数であって、後述のように境界条件より定められる。また ϵ_1 および ϵ_2 はつぎのような値をとる。

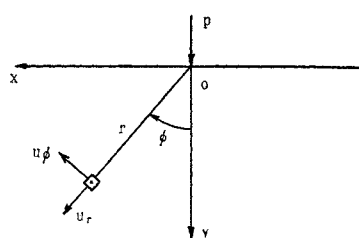
$x > 1$ のとき、 $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0$

$-1 > x > -1$ のとき、 $\epsilon_1 = 0, \epsilon_2 = 1$

$-1 > x$ のとき、 $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$

等方等質性基盤に対して、古くから用いられている

図-3



Boussinesq の式を上で求めた式とを比較してみる。図-3 のように半無限体の直線表面に集中荷重 P が作用した場合を考えると、平面ひずみ状態における変位成分は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u_r &= -\frac{2P}{\pi E} (1-\nu^2) \cos \phi \log r \\ &\quad -\frac{P}{\pi E} (1+\nu)(1-2\nu) \phi \sin \phi \\ &\quad + A \sin \phi + B \cos \phi \\ u_\phi &= \frac{2P}{\pi E} \nu(1+\nu) \sin \phi + \frac{2P}{\pi E} (1-\nu^2) \sin \phi \log r \\ &\quad + \frac{P}{\pi E} (1+\nu)(1-2\nu)(\sin \phi - \phi \cos \phi) \\ &\quad + A \cos \phi - B \sin \phi + Cr \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(35)$$

上式で A, B, C は積分定数である。この場合、問題の対称性より y 軸上において水平方向変位は 0 であるから、 $\phi=0$ で $u_\phi=0$ より、 $A=C=0$ となる。定数 B を求めるための条件として、無限遠において変位が 0 である場合を考えると、 $B=\infty$ となり、式 (35) より変位を求めることができなくなる。しかし荷重の近傍における変位状態を対象にしている場合が多く、このような場合には実際に荷重位置よりある程度離れると、変位が急激に減少するから、つぎのような 2 つの場合を仮定して、定数 B を定める。

(i) 直線縁において原点 (荷重点) より距離 $r=r_0$ のところで、鉛直方向変位 $u_\phi=0$ と仮定する場合：

$$B = \frac{P}{\pi E} (1+\nu) + \frac{2P}{\pi E} (1-\nu^2) \log r_0 \dots\dots(36)$$

この場合の地表面 (直線縁) の鉛直方向変位は、鉛直方向下向きの変位を正とすれば、つぎのように与えられる。

$$(u_\phi)_0 = \frac{2P}{\pi E} (1-\nu^2) \log \frac{r_0}{r} \dots\dots\dots(37)$$

(ii) 荷重点直下 (y 軸上) で深さ d_0 において鉛直方向変位 $u_r=0$ と仮定する場合¹³⁾：

$$B = \frac{2P}{\pi E} (1-\nu^2) \log d_0 \dots\dots\dots(38)$$

この場合の地表面の鉛直方向変位はつぎのように与えられる。

$$(u_\phi)_0 = \frac{2P}{\pi E} (1-\nu^2) \log \frac{d_0}{r} - \frac{P}{\pi E} (1+\nu) \dots\dots(39)$$

条件 (i) と (ii) の場合で鉛直変位が等しくなるときの r_0 と d_0 の関係を求めると、

$$\log r_0 = \log d_0 - \frac{1}{2(1-\nu)} \dots\dots\dots(40)$$

いま $\nu=0.3$ とすると、

$$r_0 = 0.607 d_0$$

となる。

分布垂直荷重に対する変位式は、式 (35) を荷重状態に応じて積分することにより求められるが、定数 $A, B,$

C などは、その結果に対して境界条件を考慮することより定められる。しかし、集中荷重に対する定数 B 、すなわち式 (38) で与えられる定数を用いた変位式が近似的に積分されているが、荷重強度によって変位が無視される深さ d_0 は変わるであろうから、厳密には分布荷重に対する積分の過程で d_0 を一定には取れないし、また定数 A も 0 にはならないだろう。しかしこれらの定数の決定は、なんらかの条件を設けねば困難であるので、ここでは上の 2 つの条件を等分布荷重の場合に使い、さきの複素関数による変位式を検討するために、地表面における変位式を比較する。図-2 (a) のように等分布荷重が作用する場合の地表面の鉛直変位 v_0 は、式 (37) および (39) を積分して、つぎのように得られる。

条件 (i) の場合：

$$v_0 = \frac{2p_0(1-\nu^2)}{\pi E} \{ -(x+1) \log |x+1| + (x-1) \log |x-1| + 2(1+\log r_0) \} \dots(41)$$

条件 (ii) の場合：

$$v_0 = \frac{2p_0(1-\nu^2)}{\pi E} \left\{ -(x+1) \log |x+1| + (x-1) \log |x-1| + 2 \log d_0 + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \right\} \dots\dots\dots(42)$$

一方式 (30) を用いて地表面での鉛直変位を求めると、

$$v_0 = \frac{p_0}{8\pi\mu} (x+1) \{ -(x+1) \log(x+1)^2 + (x-1) \log(x-1)^2 \} - K_a^\circ = \frac{2p_0(1-\nu^2)}{\pi E} \{ -(x+1) \log |x+1| + (x-1) \log |x-1| \} - K_a^\circ \dots\dots\dots(43)$$

式 (43) と式 (41) あるいは式 (42) を比較すれば、定数項を除いて全く同一であることがわかる。式 (43) の定数項 K_a° をいかにとるかが問題であるが、近似的に Boussinesq 式より求められたときの仮定 (i) と同様に地表面上で載荷部分よりかなり離れた位置において変位がおこらないと仮定して定数を求めることにする。他の荷重状態および直交異方性の場合の変位式における定数 $G_a \dots K_c$ も上と同様の仮定のもとに定めることには疑問があるが、ここでは、基礎岩盤の異方性の影響を検討するために、それぞれの異方性基盤における変位状態の相対的な比較を行なうのが目的であるので、近似的にこのような仮定も許されるであろう。

条件 (i) を考慮して、地表面の分布荷重の中心より r_0 の位置において変位が 0 であることより、式 (10)~(19) における積分定数 $G_a \dots K_c$ を求めると、つぎのようになる。

等分布垂直荷重に対して、

$$\left. \begin{aligned} G_a &= \frac{p_0 R}{\pi(\alpha^2 + \beta^2)} (A_{1,2} + A_{2,1}) \\ K_a &= \frac{p_0 R}{\pi(\alpha^2 + \beta^2)} (\bar{C}_{1,2} + \bar{C}_{2,1}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(44)$$

等分布せん断荷重に対して、

$$\left. \begin{aligned} G_b &= -\frac{q_0 R}{\pi(\alpha^2 + \beta^2)} (A_{1,2} + A_{2,1}) \\ K_b &= -\frac{q_0 R}{\pi(\alpha^2 + \beta^2)} (\bar{C}_{1,2} + \bar{C}_{2,1}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(45)$$

曲げモーメントによる三角形分布に対しては、地表面における変位の逆対称性より、

$$G_c = 0, K_c = 0 \dots\dots\dots(46)$$

なお式(44)と式(45)の係数 $A_{k,l}$ および $\bar{C}_{k,l}$ の内容が異なることは、式(12),(13)および式(17)を見れば明らかである。

また等方等質の場合に対しては、条件(i)を考慮すると、

$$\left. \begin{aligned} G_a^\circ &= K_b^\circ = G_c^\circ = K_c^\circ = 0 \\ K_a^\circ &= \frac{-p_0 R}{4\pi\mu} (\kappa + 1), G_b^\circ = \frac{q_0 R}{4\pi\mu} (\kappa + 1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(47)$$

上の各式で R は次式で与えられる。

$$R = (r_0 + 1) \log(r_0 + 1) - (r_0 - 1) \log(r_0 - 1) \dots\dots\dots(48)$$

なお等方等質性基盤に等分布せん断荷重あるいは曲げモーメントによる三角形分布垂直荷重が作用する場合についても、前述の複素関数によって求められた変位成分は、集中荷重に対する Boussinesq の変位式を積分して得た変位成分と、定数項を除いて全く一致する。

4. 弾性定数

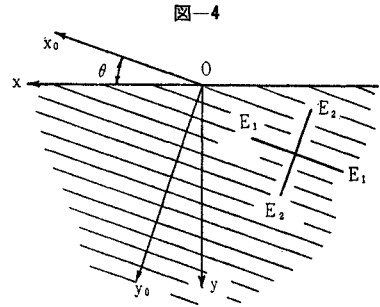
式(1)の係数 $a_{11} \sim a_{66}$ 等はいずれも異方性基盤の主弾性係数、ポアソン比およびせん断弾性係数など関係がある。平面ひずみ状態において、座標軸が平面内の主弾性係数の方向(添字1,2はその各方向を示す)に一致するようにとると、

$$\left. \begin{aligned} a_{11}^\circ &= \frac{C_{11}^\circ C_{33}^\circ - C_{13}^\circ C_{13}^\circ}{C_{33}^\circ} \\ a_{12}^\circ &= \frac{C_{12}^\circ C_{33}^\circ - C_{13}^\circ C_{23}^\circ}{C_{33}^\circ} \\ a_{16}^\circ &= 0, a_{22}^\circ = \frac{C_{22}^\circ C_{33}^\circ - C_{23}^\circ C_{23}^\circ}{C_{33}^\circ} \\ a_{26}^\circ &= 0, a_{66}^\circ = C_{66}^\circ \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(45)$$

また、

$$\left. \begin{aligned} C_{11}^\circ &= 1/E_1, C_{22}^\circ = 1/E_2, C_{33}^\circ = 1/E_3 \\ C_{12}^\circ &= -\nu_{12}/E_1 = -\nu_{21}/E_2 \\ C_{13}^\circ &= -\nu_{13}/E_1 = -\nu_{31}/E_3 \\ C_{23}^\circ &= -\nu_{23}/E_2 = -\nu_{32}/E_3, C_{66}^\circ = 1/G_{12} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(46)$$

E_1, E_2 および ν_{12}, ν_{21} は平面内の主弾性係数およびポアソン比, E_3, ν_{13}, ν_{31} は平面に垂直な方向のものである。図-1における座標 (x, y) 方向は必ずしも主弾性係数の方向と一致しないから、式(1)の係数は一般には、式(45)のようにはならない。しかし座標軸の変換によって、つぎのように弾性定数が変換される。図-4に示すように、半無限基盤の表面に沿って x 軸、これに垂直に



基盤内に y 軸をとり、異方性の主弾性係数の方向に平行に x_0, y_0 軸をとって、その傾きを θ とする。 x_0, y_0 軸に関する係数 a_{ij}° は式(45)で与えられるが、 x, y 軸に関する係数 a_{ij} は、式(46)中の (x_0, y_0) 軸に対する c_{ij}° を (x, y) 軸に関して変換した値 c_{ij} よりえられる。 c_{ij}° と c_{ij} との関係は次式より求められる¹⁴⁾。

	C_{11}°	C_{12}°	C_{22}°	C_{66}°
C_{11}	m^4	$2m^2n^2$	n^4	m^2n^2
C_{12}	m^2n^2	$m^4 + n^4$	m^2n^2	$-m^2n^2$
C_{16}	$-2m^2n$	$2(m^2n - mn^3)$	$2mn^3$	$m^2n - mn^3$
C_{23}	n^4	$2m^2n^2$	m^4	m^2n^2
C_{26}	$-2mn^3$	$2(mn^3 - m^3n)$	$2m^3n$	$mn^3 - m^3n$
C_{66}	$4m^2n^2$	$-8m^2n^2$	$4m^2n^2$	$(m^2 - n^2)^2$

.....(47)

	C_{18}°	C_{28}°
C_{18}	m^2	n^2
C_{28}	n^2	m^2
C_{68}	$-2mn$	$2mn$

.....(48)

$$C_{33} = C_{33}^\circ \dots\dots\dots(49)$$

上式はつぎのような意味をもつ。すなわち C_{11} は、

$$C_{11} = m^4 C_{11}^\circ + 2m^2 n^2 C_{12}^\circ + n^4 C_{22}^\circ + m^2 n^2 C_{66}^\circ$$

となり、また、

$$m = \cos \theta, n = \sin \theta \dots\dots\dots(50)$$

である。上の係数 c_{ij} から係数 a_{ij} を求めるには、つぎの関係が用いられる。

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \frac{C_{11} C_{33} - C_{13}^2}{C_{33}}, & a_{12} &= \frac{C_{12} C_{33} - C_{13} C_{23}}{C_{33}} \\ a_{16} &= \frac{C_{16} C_{33} - C_{13} C_{36}}{C_{33}}, & a_{22} &= \frac{C_{22} C_{33} - C_{23}^2}{C_{33}} \\ a_{26} &= \frac{C_{26} C_{33} - C_{23} C_{36}}{C_{33}}, & a_{66} &= \frac{C_{66} C_{33} - C_{36}^2}{C_{33}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(51)$$

式(46)および式(47)~(51)を用いて、係数 a_{ij} を θ のある特定の値に対して求めた結果を示すとつぎのようである。ただし、式(45)中の C_{13}° および C_{23}° 等の2乗の項は1に比してかなり小さいから、これを無視する。

$\theta = 0^\circ$ の場合

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= 1/E_1, & a_{12} &= -\nu_{12}/E_1 = -\nu_{21}/E_2 \\ a_{22} &= 1/E_2, & a_{66} &= 1/G_{12} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(52)$$

$\theta=22.5^\circ$ の場合

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= 0.7286/E_1 - 0.25\nu_{12}/E_1 + 0.0215/E_2 + 0.125/G_{12} \\ a_{12} &= 0.125/E_1 - 0.75\nu_{12}/E_1 + 0.125/E_2 - 0.125/G_{12} \\ a_{16} &= -0.6035/E_1 - 0.5\nu_{12}/E_1 + 0.1035/E_2 + 0.25/G_{12} \\ a_{22} &= 0.0215/E_1 - 0.25\nu_{12}/E_1 + 0.7286/E_2 - 0.125/G_{12} \\ a_{26} &= -0.1035/E_1 + 0.5\nu_{12}/E_1 + 0.6035/E_2 - 0.25/G_{12} \\ a_{66} &= 0.5/E_1 + \nu_{12}/E_1 + 0.5/E_2 + 0.5/G_{12} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(53)$$

$\theta=45^\circ$ の場合

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= 0.25/E_1 - 0.5\nu_{12}/E_1 + 0.25/E_2 + 0.25/G_{12} \\ a_{12} &= 0.25/E_1 - 0.5\nu_{12}/E_1 + 0.25/E_2 - 0.25/G_{12} \\ a_{16} &= -0.5/E_1 + 0.5/E_2 \\ a_{22} &= 0.25/E_1 - 0.5\nu_{12}/E_1 + 0.25/E_2 + 0.25/G_{12} \\ a_{26} &= -0.5/E_1 + 0.5/E_2 \\ a_{66} &= 1/E_1 + 2\nu_{12}/E_1 + 1/E_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(54)$$

$\theta=67.5^\circ$ の場合

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= 0.0215/E_1 - 0.25\nu_{12}/E_1 + 0.7285/E_2 + 0.125/G_{12} \\ a_{12} &= 0.125/E_1 - 0.75\nu_{12}/E_1 + 0.125/E_2 - 0.125/G_{12} \\ a_{13} &= -0.1034/E_1 - 0.5\nu_{12}/E_1 + 0.6034/E_2 - 0.25/G_{12} \\ a_{22} &= 0.7285/E_1 - 0.25\nu_{12}/E_1 + 0.0215/E_2 + 0.125/G_{12} \\ a_{26} &= -0.6034/E_1 - 0.5\nu_{12}/E_1 + 0.1034/E_2 + 0.25/G_{12} \\ a_{66} &= 0.5/E_1 + \nu_{12}/E_1 + 0.5/E_2 + 0.5/G_{12} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(55)$$

$\theta=90^\circ$ の場合

$$a_{11} = 1/E_2, \quad a_{12} = -\nu_{12}/E_1, \quad a_{22} = 1/E_1, \quad a_{66} = 1/G_{12} \dots\dots\dots(56)$$

5. 数値計算および変位状態

式(52)~(56)におけるせん断弾性係数は、等方等質の場合のように、簡単に他の係数で表わすことができないし、また測定も容易でないので、いま計算の簡単のために、それが方向に無関係であると仮定すれば $1/G_{12} = 1/E_1 + 1/E_2 + 2\nu_{12}/E_1$ で与えられる。図-4に示すように、基盤の主弾性係数の方向が直線緑(基盤表面)となす角が、 $\theta=0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ, 90^\circ$ であり、さらに主弾性係数比が $e = E_1/E_2 = 1, 1/2, 1/4, 1/6, 1/8, 1/10$, ポアソン比 $\nu_{12} = 0.3$ の場合に対して、図-2に示した3種の荷重状態について変位状態を求めた。この場合の適合条件式(1)の各係数は、上で与えた各値を式(52)~(56)に用いて求められるから、式(1)の特性方程式の根 $s_1 = \alpha_1 + i\beta_1, s_2 = \alpha_2 + i\beta_2, s_3 = \alpha_1 - i\beta_1, s_4 = \alpha_2 - i\beta_2$ は表

-1のように算定される。

計算がやや複雑になり、また計算数が多いので、NEAC-2203を用いて計算を行なった。一般に主弾性係数 E_1 を単位にとり、主弾性係数比 e およびその方向角 θ をデータとして与えれば、まず式(52)~(56)によって定数 $a_{11} \sim a_{66}$ が計算され、それらの値を式(1)の特性方程式に用いて、表-1に示されている定数 α_k, β_k が求められる。つづいて $a_{11} \sim a_{66}$ および α_k, β_k を用いて、それぞれの異方性の状態および荷重状態に対応する変位式中の各係数が計算され、さらに基盤内の各位置における変位成分 u, v が計算される。この場合境界条件としてさきに示した条件(i)を用い、 $r_0 = 5l$ (l : 分布荷重幅)において変位成分 u および v がともに0として定数項を求めている。この境界条件は式(40)より荷重中心下 $d_0 = 8.24l$ の深さの位置で鉛直および水平方向変位を生じないという条件に相当する。したがって求められる変位状態は厳密にはこのような条件を満足する地盤に対してのみ正しい。いま r_0 のとり方によって変位状態がどのように変化するかは、たとえば等分布垂直荷重の作用する等方等質地盤に対しては、式(30)中の定数項、

$$K_a^\circ = \frac{-p_0(k+1)}{4\pi\mu} R = -\frac{2p_0(1-\nu^2)}{\pi E}$$

$$\times \{ (r_0+1) \log(r_0+1) - (r_0-1) \log(r_0-1) \}$$

の値の変化によって示される。上の関係を r_0 のある範囲の値に対して図示すると図-5のようである。式(30)より明らかなように $-K_a^\circ$ は $x=y=0$ すなわち

図-5 境界条件を与える位置 r_0 と定数項 K_a° (等分布垂直荷重をうける等方質地盤の場合) との関係

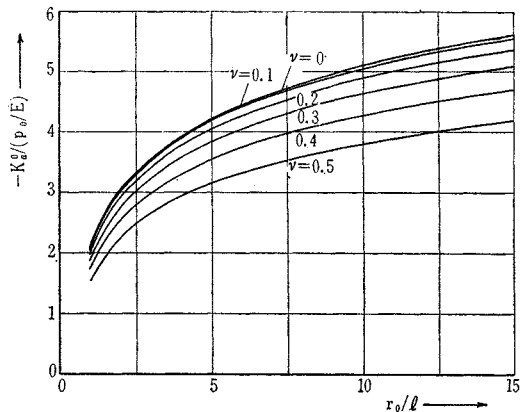
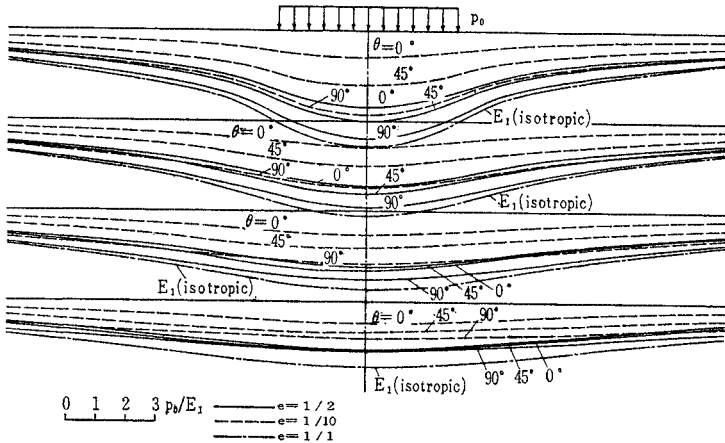


表-1

e	$\theta=0^\circ$				$\theta=22.5^\circ$				$\theta=45^\circ$				$\theta=67.5^\circ$				$\theta=90^\circ$			
	α_1	β_1	α_2	β_2	α_1	β_1	α_2	β_2	α_1	β_1	α_2	β_2	α_1	β_1	α_2	β_2	α_1	β_1	α_2	β_2
1/2	0	1.0	0	0.7071	0	1.0	-0.1907	0.7630	0	1.0	-0.3396	0.9414	0	1.0	-0.3084	1.2336	0	1.0	0	1.4142
1/4	0	1.0	0	0.5000	0	1.0	-0.2979	0.5617	0	1.0	-0.6000	0.8000	0	1.0	-0.7369	1.3896	0	1.0	0	2.0000
1/6	0	1.2	0	0.4082	0	1.0	-0.3354	0.4650	0	1.0	-0.7142	0.7000	0	1.0	-1.0194	1.4138	0	1.0	0	2.4495
1/8	0	1.0	0	0.3536	0	1.0	-0.3548	0.4055	0	1.0	-0.7778	0.6285	0	1.0	-1.2222	1.3968	0	1.0	0	2.8284
1/10	0	1.0	0	0.3162	0	1.0	-0.3665	0.3642	0	1.0	-0.8182	0.5750	0	1.0	-1.3727	1.3642	0	1.0	0	3.1623

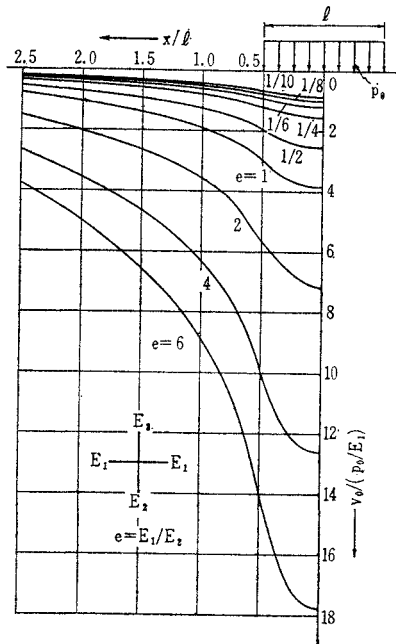
図-6 等分布圧縮荷重による基盤内の鉛直方向変位状態



分布荷重中点における鉛直変位成分を与えるが、図-4に示す関係と同様な関係が、他の荷重状態や直交異方性地盤に対しても求められる。図-4より $\nu=0.3$ のときには、 $r_0=5l$ の場合と $r_0=15l$ の場合とで、鉛直変位 $v_0/(p_0/E)$ に約 20% の変化がある(図-9 参照)。上述の各変位式より明らかなように各荷重状態あるいは地盤の異方性の状態に対して一定の r_0 の値をとれば、地盤の変位状態の相対的な比較は可能である。したがって、ここでは $r_0=5l$ として変位状態を検討した。計算結果は、すべて p_0/E_1 あるいは q_0/E_1 を単位として、変位を与えている。

基盤内の変位状態の一例として等分布圧縮

図-7 水平および鉛直方向に主弾性係数をもつ基盤 ($\theta=0^\circ$) の表面における沈下曲線、水平方向弾性係数 E_1 を基準にして沈下量を示している



荷重の場合を示すと、図-6 のようである。主弾性係数の方向が荷重方向より傾斜すると、変位状態がいくぶん非対称になり、各水平断面において最大鉛直変位をおこす点は y 軸よりずれ、それらの点を結ぶ線は等分布荷重の中点より斜め下に向う。しかし変形の非対称性の程度は、応力分布の非対称性³⁾ に比較してかなり小さい。基盤表面における鉛直方向変位(沈下)は異方性の方向に無関係に、対称荷重に対しては対称になる。

水平あるいは鉛直成層状態、すなわち鉛直および水平方向に異方性の弾性

主軸をもつ基盤 ($\theta=0^\circ$) の表面の沈下状態が、主弾性係数比 e によっていかに影響されるかを示せば、図-7 のようである。この図は、水平方向の主弾性係数 E_1 が一定で、鉛直方向の主弾性係数 E_2 が変化する場合の沈下状態を示している。図-8 は等分布圧縮荷重が作用した場合の荷重の中心線 ($x=0$ の鉛直断面) に沿う鉛直変位 v の変化する状態を、 $\theta=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ に対して示している。

図-8 等分布圧縮荷重が作用する場合の荷重中心線 ($x=0$ 鉛直線) に沿う、鉛直方向変位 v の変化状態

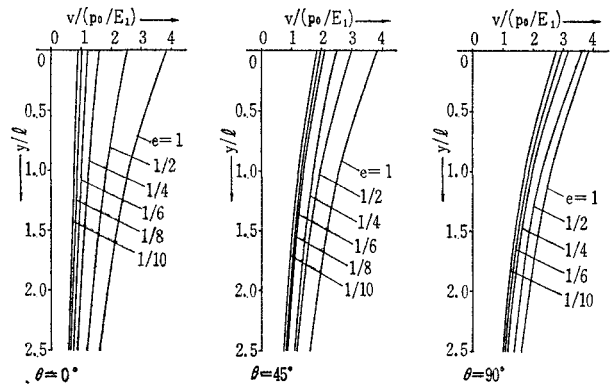


図-9 等分布圧縮荷重をうける基盤表面における変位状態と異方性の方向との関係

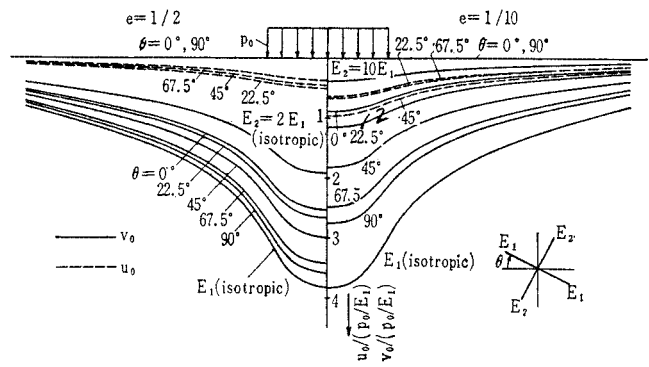
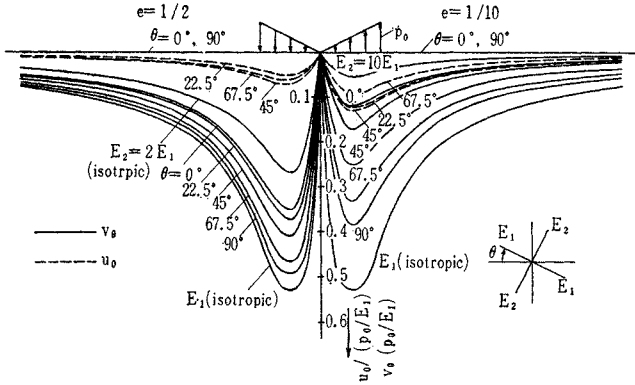


図-10 曲げモーメントによる三角形分布荷重をうける基盤表面における変位状態と異方性の方向との関係



基盤表面における変位状態が異方性の方向によって変化する様子を示すと 図-9 および 図-10 のようである。図-9 は等分布圧縮荷重に対するものであり、等分布せん断荷重に対しては、図-9 の u と v とを交換すればよく、その場合には等分布せん断強度 q_0 と E_1 との比 q_0/E_1 を単位にとればよい。図-10 は曲げモーメントによる三角形分布垂直荷重に対するもので、三角形分布の最大荷重強度 p_0 と E_1 の比を単位にとっている。三角形分布荷重による変形量は、等分布圧縮荷重の場合のものよりかなり小さいから、アーチ ダムのスラストで台形分布の圧縮荷重を与えるような場合には、主として等分布圧縮荷重によって変形量が定まることがわかる。

6. 変位におよぼす基礎岩盤の異方性の影響について

5. で求めた変位状態より、主として等分布圧縮荷重が作用する場合について、基盤の異方性が変位におよぼす影響について考察する。まず 図-7 および 8 より明らかなように、 E_2 が大きくなると、すなわち e が小さくなれば鉛直変位量は減少するが、とくに $e < 1/6$ ではその状態はあまり変化しない。水平方向の主弾性係数が大きい場合 ($\theta=90^\circ$) の方が、鉛直方向のそれが大きい場合 ($\theta=0^\circ$) にくらべて、等方等質の場合に対する変形状態からの変化は少ない。いいかえれば、水平方向の弾性係数の増加は、基盤表面の沈下量にあまり影響をおよぼさないが、鉛直方向の弾性係数の増加は沈下量の減少に大きく貢献する。異方性基盤の変位量を等方等質の基盤の変位量と比較する場合には、 E_1 か E_2 のどちらを基準にとって等方等質の場合の E に対応させるかによって、変位量の増減の状態が変わってくる。

図-9 および 10 より異方性の方向および主弾性係数比によって、鉛直変位状態がいかに変化するかを知ることができるが、同時に水平変位 u は鉛直変位 v の状態とはまったく反対の影響を受けることがわかる。

基盤表面の鉛直変位量は、等分布圧縮荷重に対しては、式 (11) で $y=0$ においてつぎのようにえられる。

$$(v_0)_{ortho} = \frac{p_0(\bar{C}_{1,2} + \bar{C}_{2,1})}{\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \times \{(x+1) \log(x+1) - (x-1) \log(x-1) - R\} \dots\dots\dots (57)$$

一方等方等質の場合の基盤表面の変位量は、式 (30) より、

$$(v_0)_{iso} = -\frac{p_0(\kappa+1)}{4\pi\mu} \times \{(x+1) \log(x+1) - (x-1) \log(x-1) - R\} \dots\dots\dots (58)$$

で与えられる。式 (57) と (58) の形は同様であるから異方性基盤に対する地表面の沈下曲線は、つぎの関係式を用いて、等方等質性基盤の沈下曲線を修正して容易にえられる。すなわち、

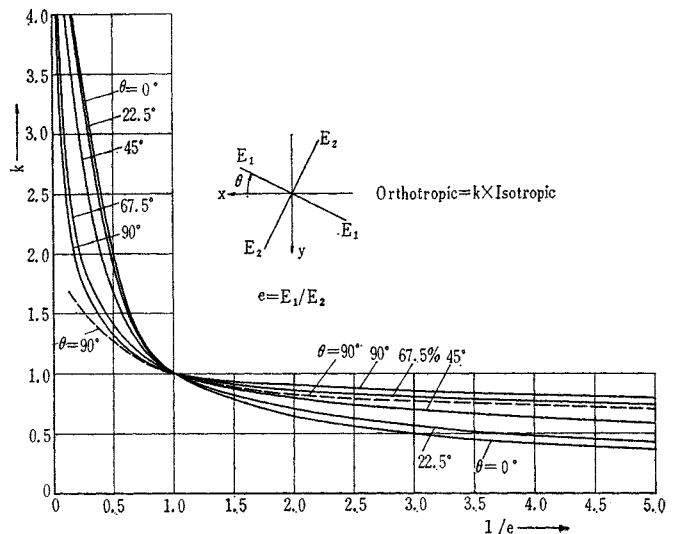
$$(v_0)_{ortho} = k(v_0)_{iso} \dots\dots\dots (59)$$

ここに、

$$k = \frac{-4\mu(\bar{C}_{1,2} + \bar{C}_{2,1})}{(\kappa+1)(\alpha^2 + \beta^2)} \dots\dots\dots (60)$$

前記の種々の異方特性に対して k の値を計算すると、図-11 がえられる。図中点線は、水平および鉛直方向に主弾性係数をもつ、いわゆる cross-anisotropy を示す3次元半無限地盤がその表面で集中荷重 P をうける場合に対する Barden の計算結果¹¹⁾ を示したものである。

図-11 修正係数 k と主弾性係数比 e との関係



なお彼の結果は $\theta=90^\circ$ の場合に相当する。この図からもさきに述べた基盤の異方性が変位におよぼす影響の程度が明らかにされる。とくに $\theta=90^\circ$ の場合についてみると、 $1/e$ が増加するにつれて、すなわち鉛直方向の弾性係数よりも水平方向の弾性係数が大きくなるほど、基盤の荷重を分散する能力が増大し、したがって表面の沈下は減少することがわかる。

なお等分布せん断荷重の場合の基盤表面における水平変位 u_0 、および、三角形分布荷重の場合の鉛直変位 v_0 に対しても、同様に、異方性に対する修正係数は式(60)で与えられる。

結 語

直交異方性の基礎岩盤に3種の分布荷重(等分布圧縮荷重, 等分布せん断荷重, 曲げモーメントによる三角形分布垂直荷重)が作用する場合の2次元変位式を複素関数による解を用いて求めた。さらに種々の異方特性(主弾性係数比およびその方向)を有する基盤内の変位を, NEAC 2203 を用いて計算し, 基盤の変形状態におよぼす地山の異方性の影響について検討した。この場合変位式に入ってくる積分定数の取り扱いが問題になるが, すべての地山状態に対して同様に地表面において分布荷重中点よりある距離だけ離れた位置で変位がおこらないと仮定して, 定数を定めた。厳密には異方性の状態や荷重状態によって, 上記の条件は異なり, なお問題を残しているように思われるが, 荷重近傍の大きい変位を対象にして, 地山の異方性の相対的な影響を検討するには十分であろう。

つぎに, ここで求めた異方性基盤に対する変位式を等質等方性基盤に対する変位式(集中荷重に対する Bousinesq 式を積分して求めたもの)と比較したが, 基盤表面における沈下曲線に対しては, 簡単な修正係数によって, 両者を結びつけることができる。この修正係数を種々の異方特性に対して図で与えた。そしてその中で cross-anisotropic な性質を有する3次元半無限地盤が集中荷重をうける場合に対して Barden が計算した修正係数(これは鉛直方向の主弾性係数が一定である場合のみを取り扱っている)を示し, 対比したが, 著者の求めた修正係数が Barden のものよりも大きく, 変形におよぼす異方性の影響が大きく示された。

等分布圧縮荷重が作用する基盤では, 弾性主軸の方向が荷重方向より傾くと, 変位状態がいくぶん非対称性を示し, 各水平断面において最大鉛直変位をおこす位置は荷重中央線よりそれ, それらの点を結ぶ線は荷重中央より斜め下に向う。しかし変形状態の非対称性は, 応力分布の非対称性に比較してかなり小さい。基盤表面における鉛直変位(沈下)は異方性の方向に無関係に対称荷重に対しては対称になる。

等分布せん断荷重による基盤表面における変位状態は, 等分布圧縮荷重の場合の鉛直変位と水平変位とを交換すればよい。曲げモーメントによる三角形分布垂直荷重に対する鉛直変位は, 等分布圧縮荷重の場合に比してかなり小さく, アーチダムのスラストが台形分布の圧縮荷重を与えるような場合には, 主として後者の荷重によって鉛直方向の変位量が定まる。

等分布圧縮荷重の場合の鉛直変位に対しては, 基盤の異方性はつぎのような影響をおよぼすことが明らかになった。いま水平方向の主弾性係数を一定($\theta=0^\circ$)として考えるとき, 鉛直方向の主弾性係数が大きくなると(したがって e は小さくなる), 鉛直変位量は減少するが, $e < 1/6$ ではその状態はあまり変化しない。鉛直方向の主弾性係数が大きい場合より, 水平方向のそれが大きい場合の方が, 等方等質の基盤の変位状態からの変化は少ない。つぎに見方を変えて, 鉛直方向の主弾性係数が一定($\theta=90^\circ$)であると考えるとき, 水平方向の弾性係数が鉛直方向のものよりも大きくなるほど, 基盤の荷重を分散する能力を増大し, したがって基盤表面の沈下は減少する。しかし, 水平方向の弾性係数の増減は, 基盤表面の沈下量に大きくは影響をおよぼさず, それと反対に鉛直方向の弾性係数の増加は沈下量の減少に大きく貢献する。

なお等分布せん断荷重が作用する場合の基盤表面における水平変位, および, 曲げモーメントによる三角形分布垂直荷重が作用する場合の鉛直変位に対しても, 等分布圧縮荷重の場合と同様に, 異方性に対する修正係数が用いられる。

終りに数値計算を行なうにあたり, 電子計算機のプログラミングにご助力いただいた当教室中川建治助手に感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) L. Müller: Grundsätzliches über gebirgsgeologische Grossversuche, Geologie und Bauwesen, Vol. 27 (1961), s. 1
- 2) T. Döring: Bemerkungen über eine Begriffsgliederung und Hinblick auf theoretische Untersuchungen gebirgsmechanischer Probleme, Rock Mechanics and Engineering Geology, Supplementum I, (1964) s. 10
- 3) 川本眺万: ダム基礎地盤内の応力状態に関する 2,3 の考察, 発電水力, No. 68 (昭 39. 1), p. 1
- 4) D.P. Kryniene and W.R. Judd: Principles of Engineering Geology and Geotechnics, McGraw Hill, p. 566
- 5) 林 正夫: ひびわれ性基盤, 斜層基盤の応力伝播の特性およびアーチダムの基盤の滑り破壊安全率の分布に関する考察, 第1回岩盤力学シンポジウム(1962)
- 6) 高野 稔: アーチダムの基盤の安全性に対する実験的検討方法に関する研究, 土木学会論文集, No. 78 (1962), p. 43
- 7) 君島博次, 他: ゴムブロック模型による岩盤の変形機構ならびに対策についての考察, 電研報告(昭 37.7)
- 8) J. Litwiniszyn: Statistical Method Applied to Pro-

blem of Rock Mechanics, International Strata Control Congress, Leipzig, Oct. 1958;

Litwiniszyn の理論を適用した彼および彼の一派による多くの論文は, Bulletin de L'academie Polonaise des Sciences; Serie des Sciences techniques の 1958 年頃以降にでてゐる。

- 9) D.S. Berry: A Discussion of the "Stochastic" Theory of Ground Movement, Rock Mechanics and Engineering Geology, Vol. 11/3-4 (1964), s. 211
- 10) K. Wolf: Ausbreitung der Kraft in der Halbebene und im Halbraum bei anisotropen Material, Zeit. angew. Math. u. Mech., 15 (1935), s. 249
- 11) L. Barden: Stresses and Displacements in a Cross-Anisotropic Soil, Géotechnique, Vol. 13, (1963), p. 198
- 12) L.M. Milne-Thomson: Plane Elastic Systems, Springer Verlag, (1960), p. 188
- 13) S. Timoshenko and J.N. Goodier: Theory of Elasticity, 2nd Edition, McGraw-Hill, (1951), p. 90
- 14) R.F.S. Hearmon: An Introduction to Applied Anisotropic Elasticity, Oxford University Press, (1961), p. 10

(1965. 5.24・受付)