吸収マルコフ過程による交通量配分理論

THEORY OF TRAFFIC ASSIGNMENT THROUGH ABSORBING MARKOV PROCESS

佐　佐　木　　綱*

By Tsuna Sasaki

1. 概　　説

大都市の街路交通を巨視的にながめてみると，車の流れは交差点で1つの確率にしたがって方向をかえ，またつぎの交差点へと走行していき，その交差点でまた別の確率にしたがって方向をかえて流れているようにみえる。交差点間で吸収される車もあるし，あらたに発生してくる車もある。このような車の流れを1つの吸収マルコフ連鎖として考えて，交差点間の交通量を求めてみた。

1台の車について考えてみると，その運転者にとっては，はっきり定まったO.D.があって，このO.D.間を走行する1つの過程として経路をえらんでいるのであるから，各交差点における直進率および右左折率がどの車についても一定であると考えるのは実状を無視した仮定となるであろうが，この点についてはあとで検討するとして，各車とも同一方向で交差点にはいる場合，その右左折率および直進率はおなじであると仮定する。

交通量の発生するところを発生源，交通量の吸収（トリップを終了することを意味する）するところを吸収源とよぶことにする。また単位時間に各発生源から発生する車の数を発生交通量，吸収源に吸収される車の数を吸収交通量と呼ぶことにする。

ここで考える街路網は，図―1 に示すように各交差点間にそれぞれ1個ずつの発生源と吸収源とをもち，対象地域外からの各連絡道路に対しては，その道路の背後地を代表する発生源と吸収源とを考えることにする。

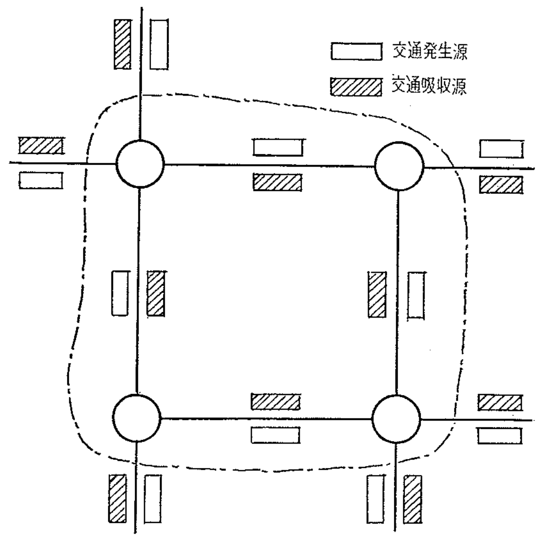
このような街路系に対して車の運行をマルコフ過程と仮定して，交通量の分布を問題にするのである。

2. 吸収マルコフ連鎖の性質

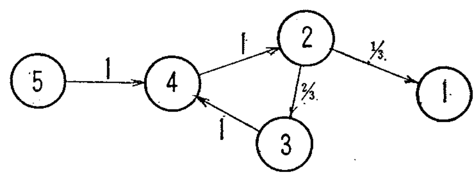
いま簡単のため，5地点①，②，③，④，⑤を考え，図―2 に示すようなシャノン線図によってその遷移確率が与えられているものとする。すなわち，地点④から②へいく確率は1であり，地点②から①および③へ向う確率はそれぞれ 1/3 および 2/3 であり，矢印の方向にしか車は走らないものとする。

* 正会員　工博　京都大学助教授　工学部交通土木工学教室

図―1 街路網のモデル



図―2 シャノン線図



このとき，毎時5台ずつの車が地点⑤から出発し，与えられた遷移確率にしたがって道路網の中を流れ，最後に地点①に到着してくる場合，各道路にはいくらの交通量が現われてくるであろうか。

このような問題を考えていくうえに，吸収マルコフ連鎖の理論は非常に有用である。

いま吸収的な状態（上の例では地点①）が r 個あり，非吸収的な状態（地点①以外の地点）が s 個あるものとする。このとき遷移確率行列を標準形

$$P=\left(\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline R & Q \end{array}\right) \qquad (1)$$

の形に配置しなおしたものとする。ここに I は吸収状態を示すもので，$r\times r$ の単位行列，0 は $r\times s$ の零行列，R は $s\times r$ の行列，Q は $s\times s$ の正方行列で非吸収状態相互の遷移確率を表わしている。

この例では1個の吸収状態しかないので，I 行列は1のみである。すなわち

$$P=\begin{array}{cc} \begin{matrix}\text{①}&\text{②}&\text{③}&\text{④}&\text{⑤}\end{matrix} & \\ \left(\begin{array}{c|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1/3 & 0 & 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) & \begin{matrix}\text{①}\\\text{②}\\\text{③}\\\text{④}\\\text{⑤}\end{matrix}\end{array}$$

が遷移確率行列である。したがって，Q は

$$Q=\begin{array}{cc} \begin{matrix}\text{②}&\text{③}&\text{④}&\text{⑤}\end{matrix} & \\ \begin{pmatrix} 0 & 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{matrix}\text{②}\\\text{③}\\\text{④}\\\text{⑤}\end{matrix}\end{array}$$

一般に，このようにしてえられた Q に対して

$$I+Q+Q^2+\cdots\cdots \quad =(I-Q)^{-1} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

なる関係式が成立する。右辺は $(I-Q)$ の逆行列であり，吸収マルコフ連鎖の基本行列とよばれる。

非常に面白い性質であるが，この基本行列の ij 要素はⓘ地点を出発または通過した1台の車がまわりまわって，ⓙ地点を通過する回数の期待値を表わしている。

上の例では

$$I-Q=\begin{pmatrix} 1 & -2/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

であり，逆行列を計算すると

$$(I-Q)^{-1}=\begin{array}{cc} \begin{matrix}\text{②}&\text{③}&\text{④}&\text{⑤}\end{matrix} & \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} & \begin{matrix}\text{②}\\\text{③}\\\text{④}\\\text{⑤}\end{matrix}\end{array}$$

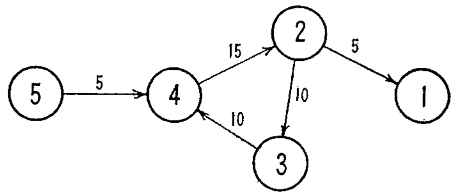
がえられる。たとえば，2行3列の要素3は，地点③をとおった1台の車はまわりまわって地点④を3回通過することになることを意味し，4行2列の値は地点⑤を出発した車は地点③を2回とおることを意味している。

いまわれわれが問題としている交通量は，最下行（第4行）のみが意味をもつ。

地点⑤を出発した1台の車は地点②を3回とおるから，区間②→①に $3\times1/3=1$ 台，区間②→③に $3\times2/3=2$ 台配分され，また地点③では2回かぞえられるので，区間③→④では $2\times1=2$ 台，地点④は3回とおるので区間④→②の交通量は $3\times1=3$ 台となる。しかして，地点⑤を出発する車の数は毎時5台であるので，定常状態においては以上の値を全部5倍した区間交通量が求める配分交通量となる。この結果を図示すると，**図―3** に示すとおりである。地点⑤から流入した交通量と地点①に流出した交通量とはともにひとしく各5台である。

この例では地点⑤のみから交通量が発生しているのであるが，一般に地点②，③，④，⑤からそれぞれ u_2, u_3, u_4, u_5 の交通量が発生するのであれば

図―3 配分交通量



$$(u_2,\ u_3,\ u_4,\ u_5)\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$=(3u_2+3u_3+3u_4+3u_5,\ 2u_2+3u_3+2u_4+2u_5,\ 2u_2+3u_3+3u_4+3u_5,\ u_5)$$

が各地点をとおる交通量であり，この例のように

$$u_2=u_3=u_4=0$$

であれば，

$$(0,\ 0,\ 0,\ u_5)\ (I-Q)^{-1}=(3u_5,\ 2u_5,\ 3u_5,\ u_5) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

が地点②，③，④，⑤を通過する交通量を示している。

また，式(3)に非吸収状態から吸収状態への遷移確率を与える行列 R（4行1列）を乗ずると，吸収源に吸収される交通量 v がえられる。すなわち

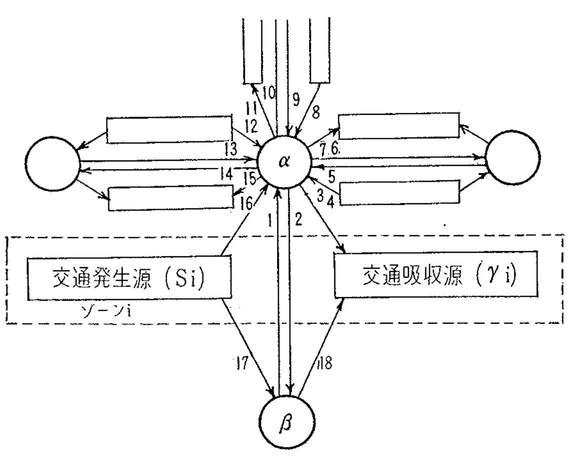
$$v=(0,\ 0,\ 0,\ u_5)\ (I-Q)^{-1}R \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$
$$=u_5$$

なる関係が成立する。吸収源が1個であるから，地点⑤で発生した交通量はすべて地点①に吸収されているわけである。

3. 吸収マルコフ連鎖としての交通流

ここで取り扱うモデルは **図―1** に示した街路系とおなじものであるが，2つの隣接交差点間の状態をくわしく記すと **図―4** に示すとおりである。ここでは便宜的に十字路交差点を考えているが，数本の道路の交差点であっ

図―4 交差点付近の詳細モデル



ても，まったく同一の数学的取り扱いを行なえばよい。

各隣接交差点間を1つのゾーンと考え，このゾーンには1対の発生源と吸収源とが存在すると仮定する。

また交差点に出入する交通を方向をふくめて1つの非吸収状態（このような発生源でない非吸収状態を過渡状態と呼ぶことにする）を考えると，1つの交差点ごとに，合計 16 個の過渡状態が考えられる。

このうち4個は発生源からの流入，別の4個は吸収源への流出を示し，残りの8個はいずれも交差点間の通過交通を意味している。

図—4 に示す交差点αにおける遷移確率は状態①に対しては（図—4 に各過渡状態の状態番号がつけてある）

$$p_{1,6},\ p_{1,7},\ p_{1,10},\ p_{1,11},\ p_{1,14},\ p_{1,15}$$

の6個となり，これらの和は1であって（$p_{1,6}+p_{1,7}$）は右折率，（$p_{1,14}+p_{1,15}$）は左折率となっている。

発生源から隣接交差点αおよびβへの遷移確率すなわち

$$p_{s_i,16},\ p_{s_i,17}$$

もまた定義しておかなければならない。ただし

$$p_{s_i,16}+p_{s_i,17}=1$$

である。本文においては，おなじゾーン内の発生源から吸収源への遷移確率 p_{s_i,r_i} は 0 としているが，考慮にいれても一般性は全然失われない。

当然のことながら，状態③および⑱から吸収源への遷移確率は1である。すなわち

$$p_{3,r_i}=p_{18,r_i}=1$$

である。

いま，発生源の数は吸収源の数に等しく，全部でr個あるものと仮定する。なぜなら，交通量が発生するだけで吸収源のないゾーンというのは実際に考えられないからである。

吸収でも発生でもない状態すなわち交差点における出入交通量に対しては（$s-r$）個の過渡状態があるものとする。

ゾーンiの吸収源r_iに吸収される交通量を v_{r_i}，ゾーン j の発生源 s_j から発生する交通量を u_{s_j}，交差点における出入交通量をそれぞれ1つの過渡状態 s_{r+1}, s_{r+2}, ……, s_s で表わす。過渡状態からの発生交通量は0であるから，式(4)にならって

$$(\overbrace{v_{r_1},\ v_{r_2},\cdots v_{r_r}}^{r})=(\overbrace{u_{s_1},\ u_{s_2},\cdots u_{s_r}}^{r},\ \overbrace{0,0,\cdots 0}^{s-r})(I-Q)^{-1}R \qquad \cdots\cdots(5)$$

ただし，基本行列$(I-Q)^{-1}$は式(7)の形で示すように，発生源からの遷移確率を上部に配置してある。すなわち遷移行列をPとし，

$$P=\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \overbrace{\quad}^{r} & \overbrace{\quad}^{r} & \overbrace{\quad}^{s-r} \end{array} \\ \left(\begin{array}{c:c} I & 0 \\ \hdashline R & Q \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} \}\,r \\ \}\,r \\ \}\,s-r \end{array} \qquad \cdots\cdots(6)$$

行および列を，吸収源，発生源，過渡状態の順にならべると，Qは

$$Q=\begin{array}{c} \begin{array}{cc} \overbrace{\quad}^{r} & \overbrace{\quad}^{s-r} \end{array} \\ \left(\begin{array}{c:c} 0 & Q_1 \\ \hdashline 0 & Q_2 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} \}\,r \\ \}\,s-r \end{array} \qquad \cdots\cdots(7)$$

となる。R についても同様に

$$R=\begin{array}{c} \overbrace{\quad}^{r} \\ \left(\begin{array}{c} R_1 \\ \hdashline R_2 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{l} \}\,r \\ \}\,s-r \end{array} \qquad \cdots\cdots(8)$$

と定義しておく。

式(5)をベクトルで表示すると

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{u}\ (I-Q)^{-1}R \qquad \cdots\cdots(9)$$

となる。

交通流のもつ必要な性質として，第1に各ゾーンで発生する交通量とそのゾーンで吸収される交通量とは定常状態においてはひとしくなってくれること，第二に各発生源から発生して任意の吸収源に吸収される交通量が与えられた O.D. 交通量を満足していることである。

そこでまず第一の条件について考えてみる。任意のゾーンに吸収される交通量とひとしいためには

$$(u_{s_1},\ u_{s_2},\cdots u_{s_r})=(v_{r_1},\ v_{r_2},\cdots v_{r_r}) \qquad \cdots\cdots(10)$$

でなければならない。

$$S=(I-Q)^{-1}R \qquad \cdots\cdots(11)$$

とおくと，S は各行の和が1となる $s\times r$ 行列となり

$$S=\begin{pmatrix} P_0 \\ P_0' \end{pmatrix} \qquad \cdots\cdots(12)$$

で表わされる。ここに P_0 は $r\times r$ 行列で，O.D. 間の遷移行列を与えている。

したがって，式(10)の右辺は式(5)を参照して

$$(\boldsymbol{u}^*,\ 0)(I-Q)^{-1}R=(\boldsymbol{u}^*,\ 0)\begin{pmatrix} P_0 \\ P_0' \end{pmatrix}$$

$$=(\boldsymbol{u}^*P_0) \qquad \cdots\cdots(13)$$

ここに

$$\boldsymbol{u}^*=(u_{s_1},u_{s_2},\cdots\cdots u_{s_r}) \qquad \cdots\cdots(14)$$

したがって式(10)の関係は

$$\boldsymbol{u}^*=\boldsymbol{u}^*P_0 \qquad \cdots\cdots(15)$$

となる。P_0 は O.D. 間の遷移確率 p_{s_i,r_j} ($i,\ j\leqq r,\ i\neq j$) の行列である。

交通量の分布を求める問題では，この O.D. の遷移確率 P_0 と $\boldsymbol{u}^*$ とを与えるのであるが，発生量と吸収量とがひとしいという条件式(15)のもとでは，両者をまったく独立に与えることはできない。

そこで遷移確率 P_0 と交通発生量の和

$$u=u_{s_1}+u_{s_2}+\cdots\cdots+u_{s_r} \cdots\cdots(16)$$

とを与えて，式 (15) と連立させて各交通発生量 u_{s_1}, $u_{s_2}, \cdots\cdots u_{s_r}$ を求めるとよい。 このようにすれば，各ゾーンの発生交通量と吸収量とがひとしくなる。

いま1つの考え方は各車のトリップについてみるのである。各車はそのトリップが終了した地区で，そのゾーンにおけるつぎの発生交通量とみなすことができると考えられる。すなわち N トリップ目の発生交通量 $\boldsymbol{u}^*(N)$ は $(N-1)$ トリップの吸収量にひとしいから

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}^*(N)&=\boldsymbol{u}^*(N-1)\cdot P_0\\&=\boldsymbol{u}^*(0)\cdot P_0{}^N \cdots\cdots(17)\end{aligned}$$

N が無限大に近づくと，$P_0{}^N$ は極限行列 W に近づくから (P_0 は正則と仮定する)

$$\boldsymbol{u}^*(\infty)=\boldsymbol{u}^*(0)\cdot W \cdots\cdots(18)$$

が成立する。ここに

$$W=\begin{pmatrix}\omega_1, & \omega_2, \cdots\cdots\omega_r\\ \omega_1, & \omega_2, \cdots\cdots\omega_r\\ \cdots & \cdots\cdots\cdots\\ \omega_1, & \omega_2, \cdots\cdots\omega_r\end{pmatrix} \cdots\cdots(19)$$

である。

極限行列の $\omega_1, \omega_2, \cdots\cdots\omega_r$ は

$$(\omega_1, \omega_2, \cdots\cdots\omega_r)=(\omega_1, \omega_1, \cdots\cdots\omega_r)\ P_0 \cdots\cdots(20)$$

$$\omega_1+\omega_2+\cdots+\omega_r=1$$

を解いてえられる。

式 (16) の u を1とおくと，式 (15) および式 (16) を連立的に解くということは，式 (20) を解くことと等価である。したがって

$$u_{s_1}=u\,\omega_1,\ u_{s_2}=u\,\omega_2, \cdots\cdots u_{s_r}=u\,\omega_r \cdots\cdots(21)$$

が成立するであろう。

このことはゾーン i の発生交通量が ω_i によって表わされることを意味している。式 (21) の関係が成立していれば，各ゾーンごとの発生交通量と吸収交通量とが期待値としてひとしくなるのである。そしてまた P_0 を最初に与えて，この値と矛盾のない遷移行列 P あるいは Q を作らなければならない。このようにすれば，第二の条件すなわち O.D. 交通量を満足させることができる。

式 (7) を用いると

$$I-Q=\begin{pmatrix}I, & -Q_1\\ 0, & I-Q_2\end{pmatrix}$$

であるから

$$(I-Q)^{-1}=\begin{pmatrix}I, & Q_1(I-Q_2)^{-1}\\ 0, & (I-Q_2)^{-1}\end{pmatrix} \cdots\cdots(22)$$

となる。また式 (8) の R_1 は0であるから，

$$(I-Q)^{-1}R=S$$

に代入すると

$$\begin{pmatrix}I, & Q_1(I-Q_2)^{-1}\\ 0, & (I-Q_2)^{-1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ R_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}P_0\\ P_0'\end{pmatrix}$$

ゆえに

$$Q_1(I-Q_2)^{-1}R_2=P_0$$

$$(I-Q_2)^{-1}R_2=P_0' \cdots\cdots(23)$$

したがって

$$Q_1P_0'=P_0 \cdots\cdots(24)$$

なる関係を満足するように Q_1, Q_2, R_2 を決定しなければならない。

これらの条件を満足するような遷移行列を用いることによって，各街路区間の交通量 $\boldsymbol{X}$ は

$$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{u}^*\,Q_1(I-Q_2)^{-1} \cdots\cdots(25)$$

で与えられる。ここに $\boldsymbol{X}$ は $1\times(s-r)$ の行ベクトルで，各過渡状態における交通量を示している。

実際の街路に適用するにあたっては，交差点における観測資料にもとづいて遷移確率 P を決定することになるので，この P から P_0 が算定され，u_{s_i} を乗ずることによって O.D. 交通量を知ることができる。このようにして求めた O.D. 交通量が実際の O.D. 交通量と一致していれば，全体の交通流を一つの吸収マルコフ連鎖として取り扱って差し支えない。

しかしながら，すべての O.D. 交通を1つのマルコフ連鎖と考えることは，交通混雑のいちじるしい場合に限られてくると思われる。各交差点での右左折率によって，何台かの車はぐるぐるとまわって，なかなか吸収されない事態が生じ，実際の発生交通量を与えた場合，実際の交通量以上に各街路に車が流れることになるであろう。このように各 O.D. をもった車を1つのマルコフ連鎖と考えたことによって，実際の交通量以上に配分される交通量の増大の程度を知る1つの尺度として，発生源を出発した車が吸収されるまでの時間 (通過した過渡状態の延数に相当) を考えるとよいであろう。この推移の数を τ とすると，式 (22) から

$$\tau=[I,\ Q_1(I-Q_2)^{-1}]\,\xi \cdots\cdots(26)$$

ここに ξ は過渡状態の数だけ1が並んだ列ベクトル，τ もまた発生源の数だけの要素をもつ列ベクトルであって，各発生源からでた交通が吸収されるまでの推移数の期待値を表わしている。

この τ に交差点間の平均所要時間を乗じ，O.D. 交通量のウェイトで加重平均すれば，トリップの平均所要時間がえられる。この値が実際のトリップよりも極端に長いときは，全体を1つのマルコフ連鎖と考えることが不都合なのである。

4. 各 O.D. 交通ごとに吸収マルコフ連鎖と考える場合

交通混雑の多い場合には，全部の O.D. 交通を1つのマルコフ連鎖と考えても差し支えなくなってくるが，交通量の少ない場合には，ほとんどの車は最短経路を選択するようになるので，1つのマルコフ連鎖と考えた交通量は実際の交通量よりもかなり大きくなるものと思われる。

そこで各 O.D. 交通ごとに1つの発生源（s_i）と1つの吸収源（r_j）とをもったマルコフ連鎖を考える。

1つの O.D. 交通量に対して式（6）の形の遷移行列 P_{ij} を考える。この O.D. 交通量を u_{s_i,r_j} とすると

$$(u_{s_i,r_j},\ 0,\ 0,\ \cdots\cdots 0)(I-Q_{ij})^{-1} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

によって各過渡状態の交通量が求められる。Q_{ij} は P_{ij} の非吸収状態相互間の遷移行列を示すものであって，$(I-Q_{ij})^{-1}$ は s_i から r_j への交通に対する基本行列である。

各 O.D. の組に対して式（27）をつくり，その第1行のみをとって順序よくならべると，$r\,(r-1)$行の新しい行列 Y ができあがる。前節とおなじように，Y にはすべての過渡状態を記入しておく。

このような新しい行列 Y を用いると，各過渡状態の交通量 $\boldsymbol{X}$ は

$$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{u}Y \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(28)$$

で与えられる。ここに

$$\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{u}=(u_{s_1,r_2},\ u_{s_1,r_3},\cdots\cdots,\ u_{s_r,r_{r-1}}) \\ Y=\left(\begin{array}{cc} \overbrace{\qquad}^{r} & \overbrace{\qquad}^{s-r} \\ & \end{array}\right)\Big\}\,r\,(r-1) \end{array}\right\} \quad\cdots\cdots(29)$$

このように新しい行列 Y を用いると，各 O.D. ごとにルートに配分されているので，O.D. の組合せの数だけのマルコフ連鎖が重合した状態で解かれている。

ここで大きな問題となるのは，各 O.D. 交通ごとの遷移行列 P_{ij} が他の O.D. 交通量の経路選択によって影響をうける場合であろう。

各 O.D. ごとに P_{ij} が観測によって求められたならば，O.D. 交通量のパターンに大きな変動がなければ，上記の方法によって交通量の増大ないしは交通規制に応じた交通量分布が決定されるであろう。

各 O.D. 交通ごとに遷移行列 P_{ij} を理論的に与えることが，とりもなおさず交通量の配分理論の中心課題である。

5. 結　論

交通混雑のみられないような街路網においては，全部の交通を1つのマルコフ連鎖と考えることは無理であるが，交通量が非常に多くなってきた場合，各 O.D. 交通は最短経路をとおって目的地に行くことが困難となり，他の時間的に早いと思われるルートをえらぶようになり，交通混雑の増大にともなって経路選択も多岐にわたってくるので，各 O.D. 交通の遷移行列の0でない要素が増加し，おのおのの P_{ij} の差が小さくなり，究局の状態では全体を1つのマルコフ連鎖と考えて差し支えないようになるものと思われる。

全体を1つのマルコフ連鎖と考えることができれば，各交差点出入交通の遷移行列を考えることによって，短期的な交通予測ならびに右折禁止，一方通行の実施の影響などを求めることができる。

全部の交通を1つのマルコフ連鎖とみる考え方は，各 O.D. ごとに最短経路に配分していくとする考え方ときわめて対照的であって，可能な最長経路にまで残らず配分される点にその特徴がある。

かなり長期にわたる交通量の予測を行なうためには，まず総発生交通量 u およびゾーン間遷移行列 P_0 の推定が必要であって，つぎに式（20）を用いて P_0 から ω_i を，さらに式（21）によって u_{s_i} が求められるので，式（24）を満足する範囲内で Q_1, Q_2, R_2 の各要素を決定しなければならない。

Q_1, Q_2, R_2が与えられると（ただし $R_1=0$），遷移行列Pのすべての要素が決定されたことになるので，与えられた O.D. 交通量に対応する街路網上の交通量分布を式（25）を用いて決定することができる。この際各ゾーンの発生交通量と吸収交通量とは期待値としてひとしくなっている。

この方法を実際の街路網に適用する場合には，過渡状態の数が非常に多くなるので計算に多大の時間を要する。したがって，適当に大きなゾーンを考え，しかも主要交差点をとりあげることによって，実際の都市に適用することができると思われる。

（1965. 3.25・受付）