

直交異方性弾性体内の一定内圧をうける 円孔の変形状態について

ON THE STATE OF DEFORMATION AROUND A CIRCULAR HOLE
SUBJECTED TO UNIFORMLY DISTRIBUTED INTERNAL
PRESSURE IN ORTHOTROPIC ELASTIC MEDIUM

川 本 脩 万*
By Toshikazu Kawamoto

1. 緒 言

最近アーチダムや地下発電所あるいは圧力トンネル等の設計に対して、岩盤の地質工学的ないし力学的な性質の慎重な検討が要求される場合が多くなってきた。この岩盤の力学的性質は岩石供試体のそれとは異なり、地質学的な種々の影響をうけているために、それらの影響をうけたままの状態現場岩盤試験を行なう傾向が強くなってきている。岩盤の弾性係数(変形係数)の現場測定には衆知のように従来より静的変形試験(ジャッキ法、水室試験法)および弾性波試験が慣用されてきているが、このうち静的試験法では結果が局所的な値であり、費用、労力が多大になるという点から、現在さらに測定の容易かつ安価な方法が研究されている。その中の一つにボーリング孔を利用して岩盤深部での円孔の内圧と変形とを測定し、岩盤の弾性係数を求めようとする方法がある。たとえば A. Mayer¹⁾は C.E.B.T.P.の方法、Janod-Merminの方法、Kujundzicの法などについて紹介しており、わが国でも土研、電研および八千代エンジンヤリングKKなどで試作研究が行なわれている。

水室法、TIWAGの方法²⁾(水室法が水圧によって内圧をかけるのに対して、この方法ではフラットジャッキを内壁に沿わせて16個用い、内圧をかけている)やボーリング孔内における変形試験などにおいて、内圧と円孔の変形量の測定値より弾性係数を算定する場合には、従来いずれも岩盤を等方等質の弾性体と仮定して計算が行なわれている。この場合には内圧による各方向における円孔直径の変化の平均値が用いられるが、理論的には1方向の直径の変化(あるいは半径方向変位)を測定するか、円孔の体積変化を測定すれば十分である。ただしその場合ポアソン比と弾性係数との分離はできず、ポアソン比を仮定するか、他の方法で推定しなければならない。土質基礎における Pressuremeter による変形係数の現場測定³⁾では、弾性領域および弾塑性領域に対して体積変化の測定値を用いている。しかし岩盤は複雑な性質を有し、とくに成層状態や地質学的分離面などの

存在によって岩盤の弾性性質が方向性をもつものが多い。すなわち異方性を呈している。したがってこのような岩盤中の円孔内で一様な内圧を加えても、円孔の変形は一様ではないはずであって、TIWAGの測定結果も円孔の半径方向変位が直交する2方向(弾性主軸の方向)でかなり異なった値を与えている。

この点にかんがみ、まず直交異方性弾性体内の円孔が内圧をうける場合の変形状態を解析し、つぎにその結果を用いて円孔の3方向の直径変化の測定値より異方性体の異方特性を求める方法について説明する。円孔内での加圧部分の長さは普通直径の2倍以上とられればよく、2倍の時で中央点の周縁の変位は無限長の円孔全体に内圧をかけた場合の0.96倍である⁴⁾。したがってここでは2次元問題として取り扱い、主弾性係数も円孔軸に垂直な面内での第2次的なものが対象にされる。

2. 直交異方性弾性体における変位式

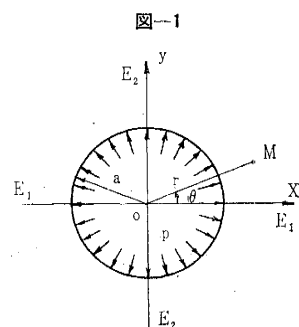
いま図-1に示すように座標軸を弾性主軸に選び、円孔に内圧 p が作用する場合を考えると、応力関数 F はつぎのような適合条件式を満足しなければならない⁵⁾。

$$a_{22} \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + (2a_{12} + a_{66}) \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + a_{11} \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

上式の各係数はつぎのように弾性性質と関係している。平面ひずみ状態に対して、

$$\begin{aligned} a_{11} &= (1 - \nu_{13} \cdot \nu_{31}) / E_1, \\ a_{22} &= (1 - \nu_{23} \cdot \nu_{32}) / E_2, \\ a_{12} &= -(\nu_{23} \cdot \nu_{32}) / E_1, \\ a_{66} &= 1 / G \end{aligned}$$

ただし ν_{31} , ν_{32} はそれぞれ円孔軸方向に関する x 軸, y 軸方向のポアソン比である。式(1)の特性方程式の根はこの場合、 $s_1 = i\beta_1$, $s_2 = i\beta_2$, $s_3 = -i\beta_1$, $s_4 = -i\beta_2$ (β_1, β_2 は実の定数)となり、これらの定数 β_1, β_2 はつぎようになる。



* 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部土木工学教室

$$\beta_1^2 \beta_2^2 = a_{22}/a_{11}, \beta_1^2 + \beta_2^2 = (2a_{12} + a_{66})/a_{11} \dots\dots\dots (2)$$

式(1)の一般解はつぎのような形で示される。

$$F(x, y) = U_1(z_1) + U_2(z_2) + \overline{U_1(z_1)} + \overline{U_2(z_2)} \dots\dots\dots (3)$$

ここに $z_k = x + s_k y$ ($k=1, 2$) であり, $U_1(z_1)$ および $U_2(z_2)$ は解析関数である。いま,

$$\varphi(z_1) = \frac{dU_1}{dz_1}, \psi(z_2) = \frac{dU_2}{dz_2}$$

とすれば, $\overline{\varphi(z_1)} = d\overline{U_1}/d\overline{z_1}$, $\overline{\psi(z_2)} = d\overline{U_2}/d\overline{z_2}$ となり, 式(3)で与えられる応力関数より各成分応力は2つの解析関数 $\varphi(z_1)$ と $\psi(z_2)$ によってつぎのように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 2 \operatorname{Re} [s_1^2 \varphi'(z_1) + s_2^2 \psi'(z_2)] \\ \sigma_y &= \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 2 \operatorname{Re} [\varphi'(z_1) + \psi'(z_2)] \\ \tau_{xy} &= -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = -2 \operatorname{Re} [s_1 \varphi'(z_1) + s_2 \psi'(z_2)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここで Re は [] 内の実数部を表わし, $\varphi'(z_1) = \partial\varphi/\partial z_1$, $\psi'(z_2) = \partial\psi/\partial z_2$ である。

つぎに x, y 方向の変位を $u(x, y)$ および $v(x, y)$ で表わせば, 平面問題における各成分ひずみは一般に次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = a_{11} \sigma_x + a_{12} \sigma_y \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = a_{12} \sigma_x + a_{22} \sigma_y \\ \tau_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = a_{66} \tau_{xy} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

式(5)に式(4)の σ_x, σ_y の値を代入して積分すれば, $u(x, y)$ および $v(x, y)$ はつぎのようにえられる。

$$\left. \begin{aligned} u(x, y) &= 2 \operatorname{Re} [p_1 \varphi(z_1) + p_2 \psi(z_2)] - r_0 y + \alpha_0 \\ v(x, y) &= 2 \operatorname{Re} [q_1 \varphi(z_1) + q_2 \psi(z_2)] + r_0 x + \beta_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

上式において,

$$p_k = a_{11} s_k^2 + a_{12}, q_k = (a_{12} s_k^2 + a_{22})/s_k, (k=1, 2) \dots\dots\dots (7)$$

であり, また $(-r_0 y + \alpha_0)$ および $(r_0 x + \beta_0)$ は物体全体の固定変位を生ずる項であって, ここで考える円孔の変形に対しては考慮しなくてもよい。

3. 異方性弾性中の内圧をうける円孔周辺の変位

図-1に示されるような荷重状態に対する2つの解析関数はつぎのように求められる⁹⁾。境界においてそれらの合力が零になるような外力 X_n, Y_n が作用する場合には, 一般に境界条件はつぎのように解析関数 $\varphi(z_1)$ および $\psi(z_2)$ で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} 2 \operatorname{Re} [\varphi(z_1) + \psi(z_2)] &= -\int_0^s Y_n ds + C_1 = f_1 \\ 2 \operatorname{Re} [s_1 \varphi(z_1) + s_2 \psi(z_2)] &= \int_0^s X_n ds + C_2 = f_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ここに C_1 および C_2 は実の定数であり, s は境界上の任意点よりの距離である。

いま $z_1 = x + s_1 y$ および $z_2 = x + s_2 y$ によって z -平面上の半径 a なる円孔の境界上の点を z_1 -平面および z_2 -平面の境界上の点に写像し, さらに,

$$z_k = w_k(\zeta) = \frac{a}{2} (1 + i s_k) \zeta + \frac{a}{2} (1 - i s_k) \frac{1}{\zeta}, (k=1, 2) \dots\dots\dots (9)$$

によって z_1 - および z_2 -平面上の境界の外部を z -平面の単位円の内部に写像して考える。いま,

$$\left. \begin{aligned} \Phi(\zeta) &= \varphi[w_1(\zeta)], \Psi(\zeta) = \psi[w_2(\zeta)] \\ 2 \operatorname{Re} [\Phi(\sigma) + \Psi(\sigma)] &= f_1(\theta) \\ 2 \operatorname{Re} [s_1 \Phi(\sigma) + s_2 \Psi(\sigma)] &= f_2(\theta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに,

$$\sigma = e^{i\theta} \dots\dots\dots (11)$$

上式の境界条件を満足する関数 $\Phi(\zeta)$ および $\Psi(\zeta)$ はつぎのように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \Phi(\zeta) &= \frac{i}{4\pi(s_1 - s_2)} \int_r [s_2 f_1(\theta) - f_2(\theta)] \\ &\quad \times \frac{\sigma + \zeta}{\sigma - \zeta} \cdot \frac{d\sigma}{\sigma} + \lambda_1 \\ \Psi(\zeta) &= \frac{-i}{4\pi(s_1 - s_2)} \int_r [s_1 f_1(\theta) - f_2(\theta)] \\ &\quad \times \frac{\sigma + \zeta}{\sigma - \zeta} \cdot \frac{d\sigma}{\sigma} + \lambda_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ここに r は単位円の全周にわたっての積分を表わし, λ_1 および λ_2 は積分定数である。この問題の場合には,

$$\left. \begin{aligned} X_n &= -p \cos(n, x) = -p \frac{dy}{ds} \\ Y_n &= -p \cos(n, y) = p \frac{dx}{ds} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

であるから, 式(9)を用いれば, 境界条件式(10)中の $f_1(\theta)$ および $f_2(\theta)$ はつぎのようにえられる。

$$\left. \begin{aligned} f_1(\theta) &= -p \int_0^s dx + C_1 = -pa \cos \theta + C_1 \\ &= -\frac{pa}{2} \left(\sigma + \frac{1}{\sigma} \right) + C_1 \\ f_2(\theta) &= p \int_0^s dy + C_2 = pa \sin \theta + C_2 \\ &= -\frac{ipa}{2} \left(\sigma - \frac{1}{\sigma} \right) + C_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

上式を式(12)に用いれば, つぎようになる。

$$\Phi(\zeta) = -\frac{ipa(1 + is_2)}{2(s_1 - s_2)} \zeta, \Psi(\zeta) = -\frac{ipa(1 + is_1)}{2(s - s_2)} \zeta$$

ここで変数 ζ をもとの変数 z_1, z_2 に変換すると, 求め

る解析関数 $\varphi(z_1), \psi(z_2)$ がつぎのようにえられる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi(z_1) &= -\frac{ipa^2(1+is_2)}{2(s_1-s_2)} \cdot \frac{(1-is_1)}{z_1 + \sqrt{z_1^2 - a^2(1+s_1^2)}} \\ \psi(z_2) &= \frac{ipa^2(1+is_1)}{2(s_1-s_2)} \cdot \frac{(1-is_2)}{z_2 + \sqrt{z_2^2 - a^2(1+s_2^2)}} \end{aligned} \right\} \dots(15)$$

$$u(x, y) = pa^2 \sum_{\substack{k=1,2, \\ l=1,2}} \sum_{k \neq l} (a_{11}\beta_k^2 - a_{12}) \frac{(1+\beta_k)(1-\beta_l)}{(\beta_k - \beta_l)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-3)a^{2(n-1)}(1-\beta_k^2)^{n-1}}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2n(x^2 + \beta_k^2 y^2)^{2n-1}} \\ \times \sum_{j=0}^{n-1} (-1)^j {}_{2n-1}C_{2j} \beta_k^{2j} x^{2n-2j-1} y^{2j} \dots \dots \dots (16)$$

$$v(x, y) = pa^2 \sum_{\substack{k=1,2, \\ l=1,2}} \sum_{k \neq l} \frac{-a_{12}\beta_k^2 + a_{22}}{\beta_k} \cdot \frac{(1+\beta_k)(1-\beta_l)}{(\beta_k - \beta_l)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-3)a^{2(n-1)}(1-\beta_k^2)^{n-1}}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2n(x^2 + \beta_k^2 y^2)^{2n-1}} \\ \times \sum_{j=1}^n (-1)^j {}_{2n-1}C_{2j-1} \beta_k^{2j-1} x^{2n-2j} y^{2j-1} \dots \dots \dots (17)$$

ただし上式の級数和 $\sum_{n=1}^{\infty}$ 内の係数において $n=1$ のとき $1/2$ である。いま等方等質あるいはそれに近い状態の場合は $\beta_1 = \beta_2 = 0$ あるいは $\beta_1 = \beta_2 = 1$ となるから、上式において分母が零になるために計算できないように思われるが、上式の級数項を分解整理すれば、式(16)および式(17)は $(\beta_1 - \beta_2)$ に対して無関係な項と $(\beta_1 - \beta_2)$ の高次の項に分けることができる。その表示式は多少複雑になるので省略するが、とくに等方等質の弾性体の場合には $\beta_1 = \beta_2 = 1$ および $a_{11} = a_{22} = 1/E$ であって、変位成分は次式のように簡単に表わされる。

$$\left. \begin{aligned} u(x, y) &= \frac{pa^2}{E} (1+\nu) \frac{x}{(x^2+y^2)} \\ v(x, y) &= \frac{pa^2}{E} (1+\nu) \frac{y}{(x^2+y^2)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (18)$$

なお上式はたとえば S. Timoshenko による極座標表示の応力式⁷⁾ を用いて求めた変位式、

$$u_r = \frac{pa^2(1+\nu)}{Er}, \quad u_\theta = 0$$

よりえられる直角座標系における変位式と同一である。

4. 円孔周縁の変位 (円孔直径の変化)

つぎに円孔周縁における変位あるいは円孔直径の変化を考えてみる。周縁上では、式(15)において、

$$\begin{aligned} \sqrt{z_k^2 - a^2(1+s_k^2)} &= \sqrt{(x+i\beta_k y)^2 - a^2(1-\beta_k^2)} \\ &= a(i \sin \theta + \beta_k \cos \theta), \quad (k=1, 2) \end{aligned}$$

が成り立つから、 $\varphi(z_1)$ および $\psi(z_2)$ はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi(z_1) &= -\frac{pa(1-\beta_2)}{2(\beta_1-\beta_2)} (\cos \theta - i \sin \theta) \\ \psi(z_2) &= \frac{pa(1-\beta_1)}{2(\beta_1-\beta_2)} (\cos \theta - i \sin \theta) \end{aligned} \right\} \dots(19)$$

したがって周縁における x, y 方向の変位成分は、式(19)を式(6)に用いて、つぎのようにえられる。

$$\left. \begin{aligned} u_{r=a} &= pa \{ a_{11}(\beta_1 - \beta_1\beta_2 + \beta_2) - a_{12} \} \cos \theta \\ v_{r=a} &= \frac{pa}{\beta_1\beta_2} \{ a_{22}(\beta_1 + \beta_2 - 1) - a\beta_1\beta_2 \} \sin \theta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (20)$$

式(15)を式(6)に代入し、式(7)を考慮すればこの場合の変位成分 $u(x, y)$ および $v(x, y)$ は次式で与えられる。

また極座標系における変位成分に変換すると、

$$u_r = u \cos \theta + v \sin \theta, \quad u_\theta = -u \sin \theta + v \cos \theta$$

であるから、円孔周縁における半径方向および切線方向の変位 u_r および u_θ は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} u_r &= pa \left\{ a_{11}(\beta_1 - \beta_1\beta_2 + \beta_2) \cos^2 \theta \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\beta_1\beta_2} a_{22}(\beta_1 + \beta_2 - 1) \sin^2 \theta - a_{12} \right\} \\ u_\theta &= pa \left\{ -a_{11}(\beta_1 - \beta_1\beta_2 + \beta_2) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\beta_1\beta_2} a_{22}(\beta_1 + \beta_2 - 1) \sin \theta \cos \theta \right\} \end{aligned} \right\} \dots(21)$$

なお等方等質の場合には、上式に $\beta_1 = \beta_2 = 1, a_{11} = a_{22} = 1/E, a_{12} = -\nu/E$ を代入すれば、

$$u_r = \frac{(1+\nu)}{E} pa, \quad u_\theta = 0 \dots \dots \dots (22)$$

いまません断弾性係数 G がその方向に無関係に一定であると仮定し、 $\nu_{13} \cdot \nu_{31}$ および $\nu_{23} \cdot \nu_{32}$ が1に比して小さいので無視すれば、

$$\frac{1}{G} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{2\nu_1}{E_1}$$

であって、式(2)より、

$$\beta_1^2 \beta_2^2 = E_1/E_2 = e, \quad \beta_1^2 + \beta_2^2 = E/G - 2\nu_1 = 1+e$$

したがって、

$$\beta_1 = 1, \quad \beta_2 = \sqrt{E_1/E_2} = \sqrt{e} \dots \dots \dots (23)$$

u_r および u_θ はつぎのように示される。

$$\left. \begin{aligned} u_r &= \frac{pa}{E_1} (\cos^2 \theta + e \sin^2 \theta + \nu_1) \\ u_\theta &= -\frac{pa}{E_1} (1-e) \sin \theta \cos \theta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (24)$$

u_r および u_θ より円孔半径 a の変化 Δa はつぎのようになる。

$$\Delta a = u_r \left(1 + \frac{u_\theta^2}{(a+u_r)^2} \right)^{1/2} + \frac{a}{2(a+u_r)^2} u_\theta^2$$

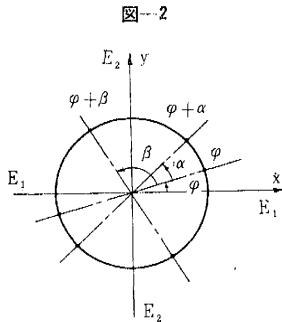
等方等質の場合には $u_\theta = 0$ であるから $\Delta a = u_r$ で、半径の変化は半径方向変位に一致する。一般に u_θ は $(a+u_r)$ に比して小さいので、この場合も近似的に $\Delta a = u_r$ と

ると、円孔直径の変化 ΔD は、

$$\Delta D = \frac{2pa}{E_1} (\cos^2\theta + e \sin^2\theta) + \frac{2pa}{E_1} \nu_1 \dots\dots(25)$$

上式よりポアソン比が ν_1 であるときの円孔の各方向における直径の変化は、 $\nu_1=0$ のときの変化に対して、 $2pa/E_1$ なる一定値増加することがわかる。

いま図-2のように x 方向より φ だけ傾斜した方向を基準にして、その方向およびそれと角 α, β をなす方向の直径の変化を測定して、 $\Delta D^\varphi, \Delta D^\alpha, \Delta D^\beta$ がえられたとすると、それらの値を式(25)に用いれば3個の方程式をうる。



主弾性係数 E_1 および E_2 (あるいは e)、その方向 φ 、ポアソン比 ν_1 の4つの未知数を決定するために4方向の直径変化を測定して、4つの方程式を用いればよいように思われるが、式(25)を変形すれば明らかのように3方向の直径変化(あるいは半径方向変位)が定まると、他の方向の変化は定められ、したがって3個の未知数が残りの1個で表わされることになる。このことは等方等質の場合に直径変化はどの方向でも同一であり、したがって測定値は1個で方程式が1つしか得られないのに対して、未知数 E, ν が存在し、 E と ν との分離ができないので、一般にポアソン比 ν を仮定していると同様である。したがってこの場合も3個の方程式より E_1, e および φ を、 ν_1 をパラメーターとして、求めることにする。

通常行なわれている測定のように $\alpha=45^\circ, \beta=90^\circ$ とすると、

$$\left. \begin{aligned} \Delta D^\varphi &= \frac{2pa}{E_1} (\cos^2\varphi + e \sin^2\varphi + \nu_1) \\ \Delta D^{45} &= \frac{pa}{E_1} \{ (1+e) - (1-e) \sin 2\varphi + 2\nu_1 \} \\ \Delta D^{90} &= \frac{2pa}{E_1} (\sin^2\varphi + e \cos^2\varphi + \nu_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots(26)$$

ここで測定基準方向 (φ の方向) が $-22.5^\circ \leq \varphi \leq 45^\circ$ の範囲でとられるものとする。また主弾性係数比 $e = E_1/E_2$ として $0 \leq e \leq 1.0$ とするものとする。式(26)よりまず E_1 を求めると、

$$\begin{aligned} E_1 &= 4pa(1+\nu_1) \\ &\times \frac{(\Delta D^\varphi + \Delta D^{90}) - \sqrt{2} \sqrt{(\Delta D^\varphi - \Delta D^{45})^2 + (\Delta D^{45} - \Delta D^{90})^2}}{\{ \Delta D^\varphi (\Delta D^{90}) \}} \\ &= 2pa(1+\nu_1) \cdot \frac{1}{\Delta D^\varphi} \cdot U \dots\dots(27) \end{aligned}$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} s &= \Delta D^{45} / \Delta D^\varphi, \quad t = \Delta D^{90} / \Delta D^\varphi \\ U &= \frac{2\{ (1+t) - \sqrt{2} \sqrt{(1-s)^2 + (s-t)^2} \}}{\{ 4t - (1-s+t)^2 \}} \end{aligned} \right\} \dots\dots(28)$$

また $0 \leq e \leq 1.0$ であるから、 $0 \leq s \leq 1.0, 0 \leq t \leq 1.0$ で、さらに $0 \leq U \leq 1.0$ となる。等方等質の場合には $s=t=1.0$ であって $U=1.0$ となる。つぎに式(26)の第1式および第3式を用いれば、

$$e = \frac{E_1}{2pa} \Delta D^\varphi (1+t) - (1+2\nu_1)$$

上式の E_1 に式(27)を代入すれば、結局主弾性係数比 e がつぎのように t および U によって与えられる。

$$e = (1+\nu_1)(1+t)U - (1+2\nu_1) \dots\dots(29)$$

さらに式(26)より比 $s = \Delta D^{45} / \Delta D^\varphi$ および $t = \Delta D^{90} / \Delta D^\varphi$ をつくり、その両者より e を消去すれば、 ν_1 に無関係に t と s との関係が φ をパラメーターとしてつぎのようにえられる。

$$t = \frac{(2s-1) \cos \varphi + \sin 2\varphi}{\sin 2\varphi + \cos 2\varphi} \dots\dots(30)$$

5. 数値計算結果とその利用

まず式(24)を用いて円孔周縁の半径方向および切線方向変位を求めると図-3をうる。ここでは図-2において $\varphi=0$ なる場合、すなわち x 軸方向 (E_1 方向) を基準にしてとった角度 θ に対する変位の変化が、種々

図-3 半径方向および接線方向変位

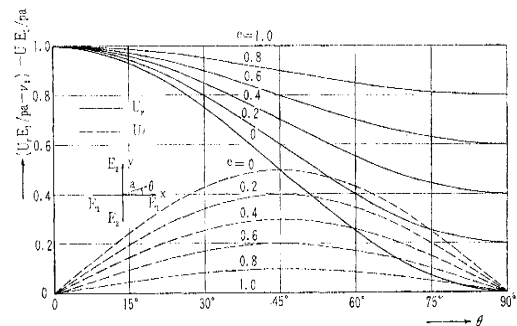
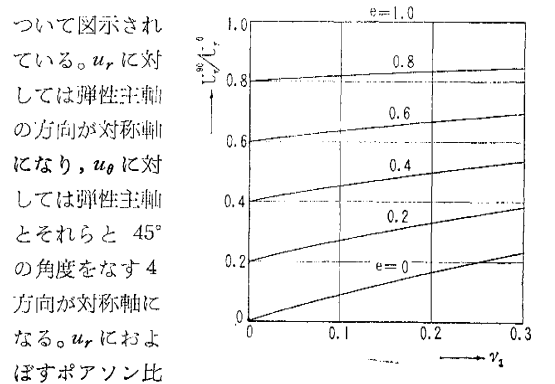
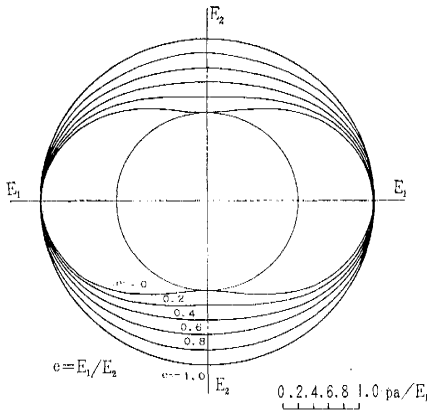


図-4 弾性主軸に平行な半径方向変位の比とポアソン比との関係



の主弾性係数比 ($e=0 \sim 1.0$) について図示されている。 u_r に対しては弾性主軸の方向が対称軸になり、 u_θ に対しては弾性主軸とそれらと 45° の角度をなす4方向が対称軸になる。 u_r におよぼすポアソン比

図-5 円孔の変形状態 ($\varphi=0^\circ, \nu_1=0$)



の影響は前述のとおりであるが、いま2つの弾性主軸方向の半径方向変位の比 $u_{r,90}/u_{r,0}$ とポアソン比の関係を、 e をパラメータとして、図示すると図-4 のようである。

つぎに円孔の変形状態を明らかにするために、 $\nu_1=0$ の場合に対して式 (24) を計算すれば、図-5 のようになる。この図より主弾性係数 E_1 を一定とし、 E_2 の変化が e で示されているものと考えれば、 E_2 の大きさによっていかにその方向に変形が拘束されるかが明らかになる。 $e=0$ は $E_2=\infty$ の場合に相当する。

上では異方性体の異方特性（主弾性係数、ポアソン比、弾性主軸の方向）が既知の場合の円孔周縁の変位あるいは円孔の変形状態を示したが、つぎは逆に内圧による円孔直径の変化の測定値より異方特性を求めるために用いる図を示すことにする。さきにも述べたように3方向の円孔直径の変化のみが独立に測定されるのであり、弾性係数とポアソン比を分離することができないので、ここでは ν_1 を仮定して、 $\theta=\varphi, \varphi+45^\circ, \varphi+90^\circ$ の3方向の測定値を利用する場合の方法について説明する。仮定した ν_1 の値の E_1, E_2 の算定におよぼす影響は図から推定される。また φ は測定現場の成層状態から大体見当のつく場合が多いが、その場合には2方向の測定値を用いればよい。

一般に $\theta=\varphi, \varphi+90^\circ$; $\psi, \psi+90^\circ$ の2組の直交する方向に直径変化の測定をした場合を考えると、式 (25) より、

$$\begin{aligned} \Delta D^\varphi &= \frac{2pa}{E_1} (\cos^2\varphi + e \sin^2\varphi + \nu_1) \\ \Delta D^{\varphi+90^\circ} &= \frac{2pa}{E_1} \{\cos^2(\varphi+90^\circ) + e \sin^2(\varphi+90^\circ) + \nu_1\} \\ &= \frac{2pa}{E_1} (\sin^2\varphi + e \cos^2\varphi + \nu_1) \\ \Delta D^\psi &= \frac{2pa}{E_1} (\cos^2\psi + e \sin^2\psi + \nu_1) \\ \Delta D^{\psi+90^\circ} &= \frac{2pa}{E_1} \{\cos^2(\psi+90^\circ) + e \sin^2(\psi+90^\circ) + \nu_1\} \end{aligned}$$

$$= \frac{2pa}{E_1} (\sin^2\psi + e \cos^2\psi + \nu_1)$$

ゆえに、

$$\begin{aligned} \Delta D^\varphi + \Delta D^{\varphi+90^\circ} &= \frac{2pa}{E_1} (1+e+2\nu_1) \\ &= \Delta D^\psi + \Delta D^{\psi+90^\circ} \dots\dots\dots(31) \end{aligned}$$

すなわち基盤のある異方特性に対しては、直交する方向の直径変化量の和は常に一定値をとることがわかる。

式 (27) により係数 U の値が定まると、それと基準方向 (φ 方向) の直径変化 ΔD^φ とより E_1 が求まるから、まず係数 U が基準方向の変化に対する他の2方向のそれとの比 $s = \Delta D^{45}/\Delta D^\varphi$ および $t = \Delta D^{90}/\Delta D^\varphi$ の値によっていかにかかわるかを計算し、図示すると図-6 のようである。一方、式 (29) を用いて主弾性係数比 $e = E_1/E_2$ と係数 U の関係は図-7 のようであり、係数 U のある値に対して e を求める場合にはポアソン比に関係してくる。

図-6 係数 U と s, t との関係

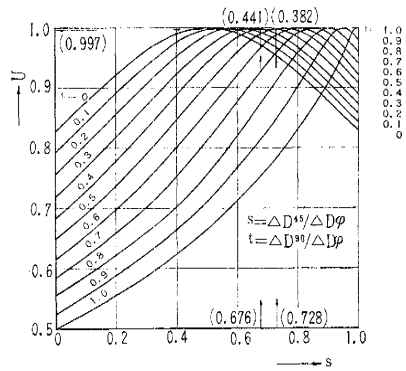
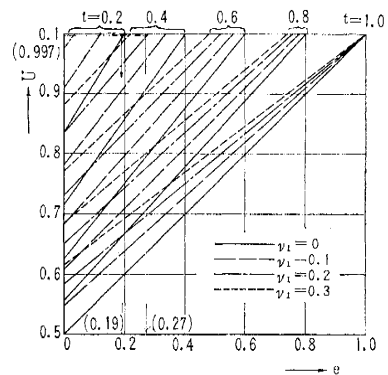


図-7 係数 U と e との関係



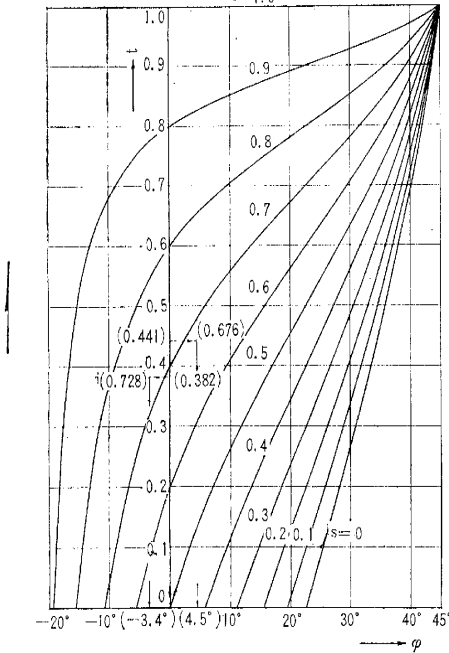
つぎに円孔直径変化の測定値を用いて測定基準方向 (φ 方向) が弾性主軸 E_1 の方向 (x 軸方向) となす角 φ を求めるために、式 (30) を用いて φ と s および t との関係を図示すれば図-8 のようになる。なお図-8 の関係は ν_1 の値に関係なくえられる。

いま TIWAG で行なわれた横坑内での試験結果を用いて基盤の異方性を調べてみる。測定結果は図-9 のよ

うであり、④は半径方向変位の生の測定値をプロットしたものであり、⑤は直径の変化の半分をプロットし直した図である。またSは現場で観測した成層方向であり、弾性変形と全変形が示されている。試験円孔の半径は $a=125\text{ cm}$ である。図中6の方向を測定基準方向にとる。

弾性変形に対しては、
 $\Delta D^0 = 1.79\text{ mm}$ 、
 $\Delta D^{45} = 1.21\text{ mm}$ 、
 $\Delta D^{90} = 0.79\text{ mm}$

図-8 t および s と φ の関係
 $s=1.0$



で、これらより、

$$s=0.676, t=0.441$$

となり、まず 図-6 より、 $U=0.997$ をうるから、

$$E_1 = 1813 p_e \text{ kg/cm}^2 \quad (p_e : \text{kg/cm}^2)$$

となる。ここで p_e は試験内圧を表わし、ポアソン比

$\nu_1=0.3$ と仮定している。つぎに 図-7 より、

$$e=0.27 \therefore E_2 = 6713 p_e \text{ (kg/cm}^2)$$

さらに 図-8 より、

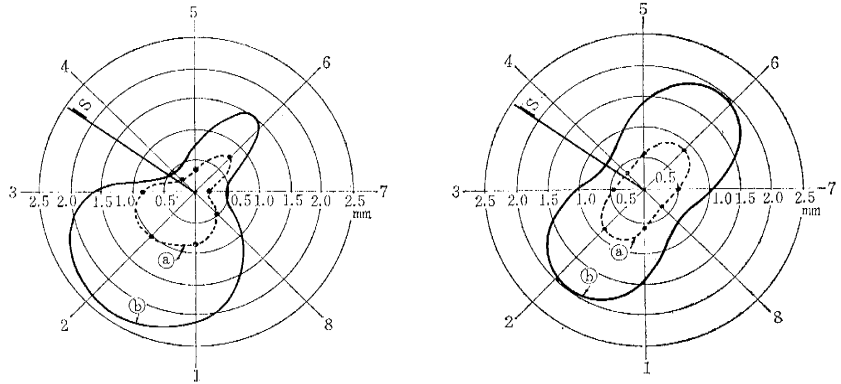
$$\varphi=4.5^\circ$$

をうる。

全変形に対してはこの計算方法が正確には用いられないが、全変形過程での平均的な変形係数の算定に対して

図-9 TIWAG の半径方向ジャッキ法による測定結果
 (Lauffer および Seeder による)

④ 半径方向変位の測定値 ⑤ 直径変化の半分をプロットしたもの
 ⑥ 弾性変形 ⑦ 全変形



近似的に用いられるだろう。全変形に対する測定値は、

$$\Delta D^0 = 3.90\text{ mm}, \Delta D^{45} = 2.84\text{ mm},$$

$$\Delta D^{90} = 1.49\text{ mm}$$

したがって、 $s=0.728, t=0.382$ で、上と同様にして $U=0.997, e=0.19, \varphi=-3.4^\circ$ をうる。それらの値より

$$E_1 = 831 p_t \text{ kg/cm}^2,$$

$$E_2 = 4375 p_t \text{ kg/cm}^2 \quad (p_t : \text{kg/cm}^2)$$

となる。算定された弾性主軸の方向は現場の成層方向とよく一致している。

それぞれの場合の p の値がわからないので、 E_1 および E_2 の絶対値が定められないが、全変形に対する異方性は弾性変形に対するものより大きく、算出された弾性係数(変形係数)も両者でかなり変化するように思われる。この場合にも通常のジャッキ法の場合と同様に、荷重-変形曲線より弾性係数を算定するための種々の問題が入ってくる。

6. 結 語

基礎岩盤内の横坑やボーリング孔における内圧荷試験の結果から岩盤の異方特性を推定する目的で、直交異方性の弾性体において均一な内圧をうける円孔の変形の算定式を求め、弾性性質と変形状態との関係を明らかにした。また3方向の円孔直径の変化と異方特性との関係を図示し、それをを用いて直径変化の測定値より弾性体の異方性の程度が求められることを示した。ここで示した理論的な考察は横坑あるいはボーリング孔が開ききされた後に円形であった孔の変形あるいは半径方向変位を取扱っている。しかし弾性体を対象としているから、円形孔の開き前からの変形状態を求めるには、基盤の初期応力の作用による円孔の変形状態を重畳すればよい。

実際の基盤では分離面の存在などによって、開き時の初期応力の解放のためにゆるみを生じたり、円孔周辺の応力の再分布によって塑性化が行なわれたりしている

から、必ずしも円孔周辺が内圧に対して弾性的な変形を示すとは限らない。むしろこの場合もジャッキテストにおけると同様な応力変形曲線がえられるものと思われるから、測定結果の処理や変形係数のとり方に問題が残る。このような場合の完全な力学的取り扱い是非常に困難になってくるが、今後の研究課題であろう。

等方等質性の塑性基盤や弾塑性基盤において、初期応力が静水圧的に作用する場合（たとえばボーリング孔が鉛直方向に掘られる場合はこれに相当する）には比較的容易に円孔の変形状態を求めることができるが、これらの場合には初期応力と内圧との関係で基盤の弾塑性状態が異なってくるから、本論文で示したように簡単に内圧のみによる問題として取り扱うことはできない。

参 考 文 献

- 1) Mayer, A : Recent Work in Rock Mechanics, Géote-

chnique, pp. 108/111, June, 1963.

- 2) Lauffer, H. and Seeber, G. : Design and Control of Linings of Pressure Tunnels and Shafts, Based on Measurements of the Deformability of the Rock, 7th Congress on Large Dam, Question No. 25, 1961.
- 3) Gibson, R.E. and Anderson, W.F. : In-Situ Measurement of Soil Properties with the Presssuremeter, Civil Engineering and Public Works Review, Vol. 55, No. 658, pp. 615/618, May, 1961.
- 4) Talobre, J. : La Méchanique des Roches, p. 101, Dunod, Paris, 1957.
- 5) 倉西正嗣 : 弾性学, 586 ページ, 日本機械学会.
- 6) Sawin, G.N. : Spannungserhöhung am Rande von Löchern, ss. 167/170, s. 190, VEB Verlag Technik, Berlin, 1956.
- 7) Timoshenko, S. and Goodier, J.N. : Theory of Elasticity, p. 59, McGraw-Hill.

(1964.11.25・受付)