

橋 梁 構 造 の 振 動 減 衰*

DAMPING OF BRIDGE STRUCTURES

伊 藤 学**・片 山 恒 雄***

By Manabu Ito and Tsuneo Katayama

1. 緒 言

近年、比較的柔軟な構造物の耐震設計あるいは耐風設計にはいわゆる動的解析法が用いられるようになった。これは時間とともに変動する外力に対して、構造物をその動的応答にもとづいて設計するのであるが、この際そとの他の多くの因子のほかに、構造系が有する振動減衰性を量的に把握することが必要である。また車両など動的外力による構造物の振動の解析にも構造物の振動減衰性はその結果に影響を与える。さらに、これら諸問題において構造減衰を増大せしめる手段をはかることが必要とされる場合もある。

このような事情から、この分野の研究は本文末の参考文献にもうかがえるように過去においてもかなり多数見うけられるが、理論的取り扱いは個々の素因に限られ、構造物全体としての定量的評価はできない現状にある。減衰力をどのように運動方程式にとり入れるかにも問題があるが、構造物全体としての減衰力には材料・接合方法・支持方法・質量・振動形・空気抵抗の度合など種々の要因が複雑に関係してくるためである。それゆえ、減衰量の数値としては実際の構造物の実測例を参考にして推定するほか、現在のところ方法はない。しかしながら、これまでに求められた橋梁の振動減衰に関する実測結果もある特定の構造について、あるいは比較的少数例についてまとめられたもので、それらの貴重な数値に総括的な考察を試みたものではなく、経験的事実の抽出も貧困といわざるを得ない。

構造物の振動減衰は通常、材料自身の減衰と構造系の減衰とに分けて考えている。前者は粘性摩擦（内部減衰）、ヒステリシス減衰という言葉で説明され、後者は継手や接触面などにおけるエネルギー消散による構造減衰と、構造系から空気・水・土などの中のエネルギー逸散による減衰と大別され、構造減衰の中にはいわゆるクーロン減衰もふくまれる。構造物全体としての振動減衰は以上の各因子が組み合わせられて生じているものであり、その性質は構造物内の各部材の形状、それらの

連結方法、その構造物が変形の際えがくヒステリシスループの性質、その構造物の支持方法など多くの要素の影響を受けることは先に述べたとおりである。したがって、これら個々の原因が全体的減衰におよぼす影響の度合が明らかにされればよいが、それは現段階では望み得ない。

本研究は多くの文献により橋梁を中心とした構造物の減衰性状に対する考え方を整理するとともに、実測資料を収集解析して、スパンの大小、橋梁形式、使用材料などを考慮し、その一般的傾向と種々の要因の影響とを検討することをおもな目的とした。この結果から、少なくとも特殊な場合を除いては橋梁の振動減衰に対する定量的推定を行なうことができよう。また筆者らが行なったボルト継手を有するI形断面片持ばかりの実験結果から、継手剛度、静的ヒステリシス性状などと振動減衰との関連についても若干の検討を行なった。

なお、ここで対象とするのは主として橋梁上部構造の弾性域内の振動に限るものである。下部構造については本論文では触れないが、これまで実測された対数減衰率の値は上部構造におけるより概して大き目ではあるけれども0.1ないし1.2のかなり広い範囲に分布し、基礎地盤のよいほど減衰性は低い傾向のあることなどの事実が認められる。

2. 減衰に影響をおよぼす因子

(1) 減衰の物理的性格

構造物全体としての減衰は種々の因子の組み合わさったものであることは前節で述べたとおりで、その個々についてにはすでにかなり知られているが、ここではそれらの有する性質をまとめ、かつ次項以後に構造全体としての減衰の定量的評価に関連ある二、三の考察をしたい。

減衰の種類を理論的に分類することはむずかしいが、従来用いられているそれらの物理的性格の概念によってつぎのように分けられる。前節にあげた減衰の各因子はこれらのいずれかの性格をもっている。

a) 粘性減衰 減衰力は速度に比例し、速度と同じ位相を有する。粘性の大きい流体中において低速度の運動が受けける抵抗力として説明される。

b) 複素減衰 減衰力は位変に比例し、速度と同じ位相を有する。複素減衰とは現象の説明ではなく適切な用

* 概要是第19回土木学会年次学術講演会（昭和39年5月）において発表

** 正会員 工博 東京大学助教授 工学部土木工学科

*** 工修 Teaching Fellow, University of New South Wales, Australia

語とは思われないが、結果的には減衰が小さい場合は粘性減衰とほとんど変わらない。

c) ヒステリシス減衰 逸散エネルギーは応力の関数(通常ベキ関数)として変化し、ヒステリシスループの形状については種々の仮定および提案がある。固体の内部摩擦によるエネルギー逸散はこれに当たる。

d) クーロン減衰 減衰力は速度の大きさには関係しない定数である。乾いた接触平面間に作用する摩擦力で、荷重が増すと増加する。

e) スリップ減衰 部材接触面における局部的な滑りによるエネルギー逸散で、一定値以上の外力のもとで生じるものと¹⁾、どんな小さな外力のもとでも生じるもの²⁾とがある。減衰力としての性質はクーロン減衰と異なり、荷重が増すと小さくなる。

f) 空気抵抗による減衰 減衰力は速度の二乗に比例し、粘性の小さい流体中において高速度の運動が受けける抵抗力として説明される。

これらの存在

による減衰自由振動波形は、クーロン減衰による図-1 a) のような直線的減衰、および粘性減衰または複素減衰による図-1 b) のような対数減衰率一定の指標曲線的減衰が代表的なものとされていく。しかし実際の構造物における減衰波形は必ずしもこの両者の組み合わせのみでなくかなり複雑な場合が多い。とくに、桁支承におけるクーロン減衰のみをとっても、Bleich, Fr.³⁾ の指摘のごとく振動形によっては、対数減衰率一定の減衰性状を示す場合がある。

(2) 構造物における減衰力の考え方と諸元の影響

減衰量を表わすのに、消散エネルギー量をそのまま用いる方法と、消散エネルギーのひずみエネルギー量に対する比を用いる方法の二つがあり、後者が構造物の減衰性状を表わすのに一般的なものである。また、その数値的な指標としては無次元量を用いるのが比較のため便利であるので、臨界減衰状態に対する減衰力の比である減衰定数 β 、または図-1 b) において $\delta = \ln y_n / y_{n+1}$ で定義される対数減衰率が工学的にはよく使用されるが、本

論文では後者の対数減衰率を用いることとする。この両者の間の関係はよく知られているように、

$$\delta = \frac{2\pi\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (1)$$

で、 β の値が小さいときは近似的に、

$$\delta \approx 2\pi\beta \quad (2)$$

と考えてよい。

一方、冒頭に述べた減衰量の表示法にもどって Hooke の法則にしたがう系が図-1 b) の減衰状態にあるとき、1サイクル当たりのこの消散エネルギー AW のひずみエネルギー W に対する比は、

$$\psi = \frac{AW}{W} = 2 \frac{dy}{y} \left(1 - \frac{dy}{2y}\right) \quad (3)$$

であるが、これを対数減衰率 δ と結びつければ $\delta < 0.05$ ならば、

$$\psi \approx 2\delta \quad (4)$$

としてよい近似が得られ、 $0.05 < \delta < 0.40$ ならば近似的に、

$$\psi \approx 2\delta \left\{ \frac{1-(\delta/2)}{1+(\delta/2)} \right\} \quad (5)$$

となる。式(3)で ψ が一定ならば 1 より小さい dy/y の値が一つだけ決まり、これより一定値の δ が得られる。したがってひずみエネルギーが振幅の二乗に比例することが対数減衰率が一定になるための必要十分条件であって、Bleich の指摘するように桁の支承部のクーロン摩擦による減衰でも振動形によってはこのような場合が存在しうる。

減衰定数、対数減衰率は振動振幅の減衰を示す指標であって、減衰力の性質を示すものではない。はりの横振動に対してもつぎのような減衰力のとり方が行なわれている。以下これらを比較検討し、若干の考察を加える。

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + 2\kappa m \frac{\partial y}{\partial t} = f(x, t) \quad (6)$$

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + r_i \frac{\partial^4 y}{\partial t \partial x^3} = f(x, t) \quad (7)$$

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI e^{2bi} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = f(x, t) \quad (8)$$

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI(1+i\eta) \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = f(x, t) \quad (9)$$

Inglis, C.E.⁴⁾ の仮定した式(6)は質点の振動における粘性減衰に対応するもので、いま減衰が小さいとすれば、この系の円振動数 ω_n なる n 次固有振動に対する対数減衰率 δ_n は、

$$\delta_n = \frac{2\pi\kappa}{\omega_n} \quad (10)$$

で与えられ、スパン l の単純支持ばりの場合には、

$$\delta_n = 2\pi\kappa \sqrt{\frac{m}{EI}} \left(\frac{l}{n\pi} \right)^2 \quad (11)$$

となる。したがって定数 κ が存在すれば対数減衰率は死荷重の $1/2$ 乗に比例し、はりの曲げ剛性の $1/2$ 乗および

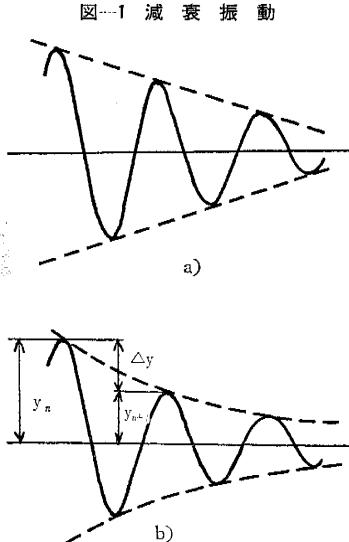
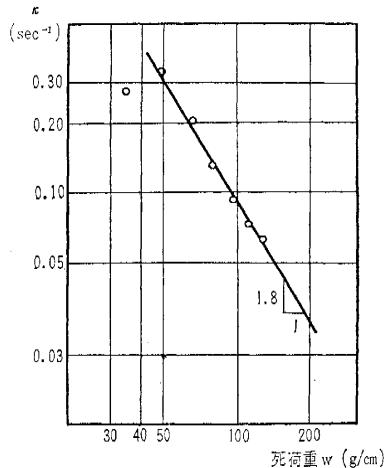


図-2 模型単桁の死荷重と減衰



振動次数の2乗に反比例することになる。すなわち高次振動ほど減衰率は小さくなる。Inglisは鉄道橋を扱ってレールが橋端で連続していることがそこで角変位に抵抗を与えるとすると $m\kappa = K_1$ (一定) になると述べており、Hunley, J.B. など⁵⁾ もこの立場をとっているが、このとき式(11)は、

$$\delta_n = \frac{2\pi K_1}{m\omega_n} = 2\pi K_1 \sqrt{\frac{1}{mEI}} \left(\frac{l}{n\pi}\right)^2 \quad \dots \dots \dots (12)$$

となる。しかし、独立した単純支持ばり（スパン 3 m）について筆者らが行なった模型実験によれば、図-2 に示すとく $m^2\kappa = K_2$ (一定) に近い結果が認められた。この場合は、

$$\delta_n = \frac{2\pi K_2}{m^2\omega_n} = \sqrt{\frac{1}{m^2EI}} \left(\frac{l}{n\pi}\right)^2 \quad \dots \dots \dots (13)$$

となり、式(6)において減衰力は質量にほぼ反比例することになる。式(12), (13)で質量が増すと減衰率が減るという性質は真実に近いものと思われるが、筆者らの実験では曲げ剛性の変化はこれらの式で示されるほど影響を与えないように思われた。これは模型実験では質量は他の諸因に影響をおよぼさないよう変化させることができたが、曲げ剛性を変えることは難手、材料その他影響のおよぶ範囲が小さくなかったためと考えられる。

式(7)ははりの内部摩擦をひずみ速度の一次関数として仮定したものであり⁶⁾、前出の式に対応させれば、

$$\delta_n = r_i \pi \omega_n = r_i \pi \sqrt{\frac{EI}{m}} \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \quad \dots \dots \dots (14)$$

となり、 r_i が定数とすれば前と逆のような結果となる。とくに減衰率が振動次数の2乗に比例するということは高次振動になるほど対数減衰率は大きくなり、ある次数以上の高次振動は実用上ほとんど問題にならないことになる。しかし筆者らがつり橋の模型実験（スパン 14 m）で観測した範囲内ではこのような傾向は現われず、むしろ対数減衰率は振動次数とともに漸減し、ある一定値に漸近する事実が認められた。一例を 図-3 に示す。もち

ろん、減衰率はさして変化しなくとも、高次になるほど振動数は高くなるから、高次振動の波は短時間ですみやかに減衰する。

複素減衰の考え方にもとづく式(8), (9)は減衰が小さい場合には同じと考えてよく⁷⁾、対数減衰率はそれぞれ式(15), (16)で与えられる。

$$\delta = 2\pi \tan b \quad \dots \dots \dots (15)$$

$$\delta = \pi\eta \quad \dots \dots \dots (16)$$

すなわち、これらの系では対数減衰率は質量にも振動次数にも関係しない一定値をとる。小西教授ら⁸⁾はこの立場をとり、式(8)による解析の結果、高次振動の共振幅が実測値とかなりよく合うことを示している。実用上の範囲の質量の増減に対しては対数減衰率一定とみなされる例が同教授の論文にあげられているが、これらは質量の増加による減衰の減少が、質量を大きくしたために生じる材料の減衰および構造減衰の増加分とつりあつたためとも考えられる。この相殺が常に起こるという理論的な根拠はないので、常に対数減衰率一定という仮定は必ずしも首肯できない。

実際の橋梁で質量、剛性など諸元の増減が減衰におよぼす効果を調べることは不可能に近いし、また従来ほとんどの測定が低次振動についてのものであるので、どのような減衰力のとり方が真実に近いかは断言しがたい。従来用いられている上述の3つの考え方でもすでにかなり異なる結果を与える。しかし、弾性域が明確に存在する場合には、変形がさして大きくなれない範囲では式(6)および(13)で理想化されるような表現が妥当ではないかと筆者らは考える。

(3) 減衰と振幅との関係

種々の場合についての対数減衰率 δ と振幅 a との関係を、筆者らが調べた既往の資料にもとづいて図-4 に示し、これらの説明を表-1 に要約する。

表-1 に見るように減衰と振幅との関係は場合によって性格が異なり、また同じような構造についても実測例によってその傾向が逆のこともあり定説はないようである。橋梁構造の減衰は種々の原因が組み合わさったものであるから、とくに結論は出しにくい。上部構造の減衰は普通つぎのように構造減衰 δ_s と空気抵抗による減衰

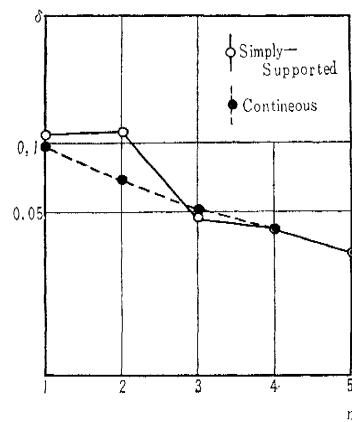
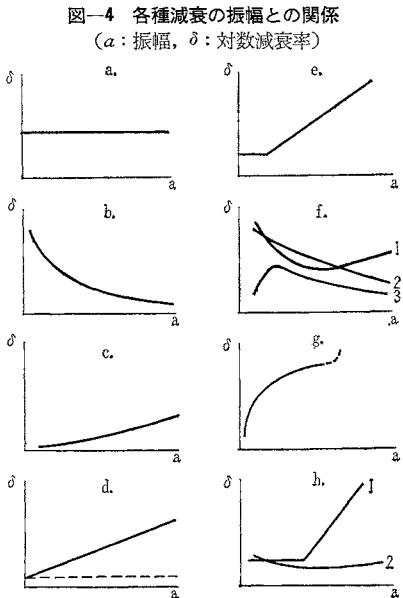
図-3 振動次数 n と対数減衰率 δ
(側径間を有するつり橋模型)

表-1 各種減衰の振幅との関係

図-4 対照記号	説明	参考文献
a	対数減衰率は振幅に無関係で一定：粘性減衰、複素減衰および式(8)で $n=2$ の場合のヒステリシス減衰、さらには逆対称振動形のはりの支承摩擦による減衰などがこの例である。	3)
b	対数減衰率は振幅に反比例して減少：単純なクーロン減衰の場合に成り立つ。橋梁では対称形振動形の桁の支承摩擦、横桁・斜桁間の摩擦による減衰など。	3)
c	対数減衰率は振幅の0.4乗に比例して増加：多くの構造用材料の実験から得られた平均値で、応力振幅が疲労強さの0.8倍以下の場合に成り立つといわれている。	9)
d	対数減衰率は振幅に無関係な一定値と、振幅に比例して増加する量との和：つり橋の部分模型実験などに見られるもので、振幅に比例する部分は空気抵抗による減衰と説明されている。	10)
e	対数減衰率は振幅が小さい間は一定で、振幅がある値を越すと振幅に比例して増大：ジュラルミン薄板の片持ばかりの実験から得られた結果で、比例部分は速度の2乗に比例する空気抵抗による。	11)
f	実在の小つり橋の振動実験から得られたもので、大別して3つの傾向が認められたが、最大値を有する曲線③がもっとも多く現われた。	12)
g	航空機の翼の実物振動実験から得られたもので、対数減衰率は振幅の増加にともなって急増し、実験の範囲内ではある値に漸近した。	13)
h	5. 報告する筆者らが行なったボルト締手を有する片持ばかりの振動実験から得られた結果で、①はごく弱い締手の場合である振幅以上で対数減衰率が急激に増大した。②はかなり剛な締手のある場合で、減衰率の変化の範囲はきわめて小さい。	



δ_A とに分けて扱っている。

$$\delta = \delta_S + \delta_A \quad \dots \dots \dots \quad (17)$$

このうち δ_A は空気の流体としての粘性と圧力に起因するが、振幅とともに増大するものと考えられ¹⁴⁾、構造物の寸法、振動数、振動形にも関係する。したがって、式(17)で δ_A が δ_S に比して無視できないようなものでは減衰は図-4(d)のような傾向をとるであろう。長径間つり橋ではこのような場合が考えられる。構造減衰 δ_S が支配的な構造物でも、継手があまり剛でない場合には同図(e), (f①)、また比較的長径間の場合には(e)のような線をたどるものと思われる。

実橋の測定結果では表-1(f)のほかに久保教授ら¹⁵⁾の測定したスパン137.6mの小つり橋では図-4(e)のような結果が、城ヶ島大橋(3径間連続箱桁)ではやはり振幅とともに減衰率は増すがある値に漸近する結果¹⁶⁾

が得られ、また Selberg, A.¹⁷⁾はスパン 70~100 m の数個の小つり橋において、図-4 (f ③) のような傾向はあるが振幅にかかわらずほとんど一定の減衰率を得ている。これらはいずれもかなり綿密な実測結果ではあるが、Selberg のものはほとんど老朽橋といってよく、スパンが長いときは概して減衰率は振幅とともに増すといえよう。

3. ボルト継手を有する片持ばかりの実験

(1) 実験の目的

この種の実験は小西・山田の研究¹⁸⁾などこれまでにも行なわれているが、筆者らは、1. 繼手の有無、2. ひずみ(応力)振幅の大きさ、3. 繼手の剛度、4. 介在物質の有無などが鋼筋の減衰性におよぼす影響と、静的ヒステリシス曲線と振動減衰との関係を系統的に調べることを目的としてこの基礎実験を行なった。

(2) 実験の方法

試験体は厚さ 4.5 mm の鋼板を溶接集成した 図-5 (a) に示す I 形断面を有する長さ 1.8 m の片持ばかりで、継手のないもの、およびはり中央に図-5 (b) のような各種の剛度を有するボルト継手を設けたもの 2 種を用いた。継手におけるはりのボルト用孔は 3 mm であるが、

図-5 片持ばかり試験体

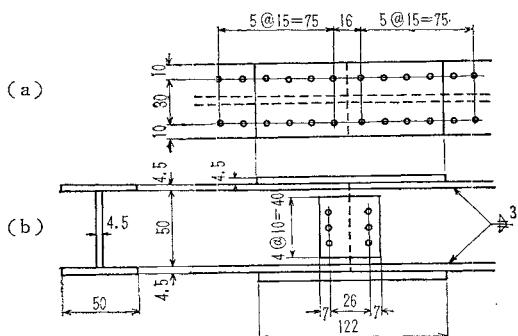


表-2 実験内容 ($\alpha=15\text{ cm}$)

実験番号	継手の有無	継手の長さ (mm)	介在物質の有無	締付けトルク (kg·cm)	最大先端集中荷重 (kg)	静的くり返し載荷試験	継手剛度 S
1	無	—	—	—	32	○	∞
2	有 62 (ボルト 数 8)	無	0.25 α 0.50 α 0.75 α 1.00 α	10 10 10 10		○ ○ ○ ○	1 2 3 4
3							
4							
5							
6	有 122 (ボルト 数 16)	無	0.25 α 0.50 α 0.75 α 1.00 α	10 10 10 10		○ ○ ○ ○	2 4 6 8
7							
8							
9							
10	有 182 (ボルト 数 24)	有	0.25 α 0.50 α 0.75 α	10 10 10		— — —	— — —
11							
12							
13	無	無	0.25 α 0.50 α 0.75 α 1.00 α	10 10 32 10		— — — —	3 6 9 12
14							
15							
16							

添接板の方は 4.2 mm の孔で、はりと添接板の間の相対変位を可能にした。

実験の種類は表-2 に示すとおりで、ここに α は締付けトルクの腕長で 15 cm である。また硬質塩化ビニール層は厚さ 6 mm のもので、フランジ内側の添接板との間にはさみこみ、粘弾性体介在物質の影響を調べることとした。一方、表-2 にあるように実験番号 : 2 の場合を $S=1$ として、片側添接板当りのボルト数 N 、締付けトルク T の継手の剛度を、

$$S = \frac{N}{8} \frac{T}{0.25 \alpha} \quad \dots \dots \dots (18)$$

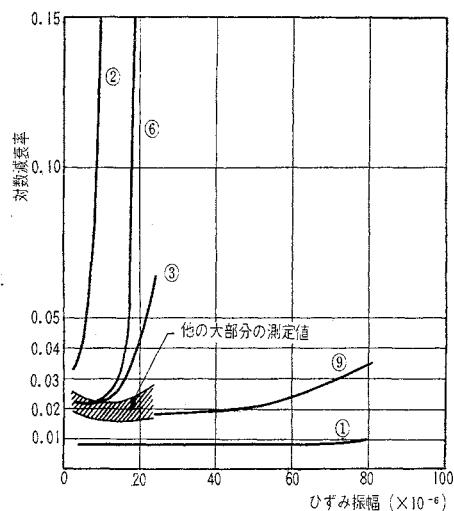
と定義し、実験結果の解析を行なった。

実験は、ヒステリシスループを求めるための静的実験と、減衰率を求めるための自由振動実験より成り、静的たわみ測定にはダイヤルゲージを、またひずみ(応力)測定には電気抵抗線ひずみ計を用いた。

(3) 実験結果の考察

片持ばかり試験体の固定端におけるひずみ振幅 δ と自由振動実験から得られた対数減衰率 δ との間の関係の全般的動向を図-6 に示す。継手のない溶接組立ばかりの減衰率は振幅とともにわずかながら増大する傾向を示し、応力振幅が 200 kg/cm² を越えるとこれがややいちじるしくなる。しかしここで対象とした応力約 400 kg/cm² までの範囲ではその変化はきわめて小さく、0.008~0.009 というほぼ一定の値を有するとみなされる。後で 4.(4) に述べるように、この程度の応力振幅における鋼材の δ は 0.002~0.004 と考えるのが妥当のように思えるが、本実験における値が大きいのは片持ばかり支点の所におけるエネルギー逸散によるものと考えられる。

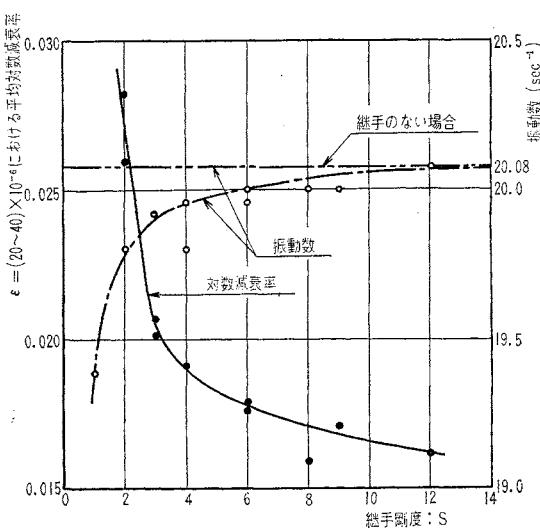
ボルト継手のある試験体の対数減衰率はある振幅 ϵ_1 まではほとんど一定で、このひずみ ϵ_1 を振幅が越えると減衰は急激に増大することがうかがえる。この限界振

図-6 実験における振幅による対数減衰率の変化
(図中数字は実験番号)

幅ともいいくべき ϵ_1 の値は当然のことながら継手剛度 S の小さいものほど小さく、またこのようなものでは振幅増大にともなう減衰率の増加の度合もいちじるしい。さらに、限界振幅 ϵ_1 以下の対数減衰率一定とみられる部分は、図-6 においていずれも凹なゆるやかな曲線を呈し、ある振幅で減衰率最低となることは注目される。

継手の剛な試験体も、図-6 に示したよりもさらに大きなひずみ振幅のところで限界振幅 ϵ_1 が存在することが予想されるが、十分剛な継手ならば材料の最大使用応力付近までこの限界振幅を増大せしめることも可能であろう。ただし本実験の結果からは、いかに継手の剛度を増しても、対数減衰率は継手のない場合の値の約 2 倍はあり、継手のない場合の値に近づくことは考えられない。すなわちボルト継手が存在することにより、たとえ

図-7 継手剛度と対数減衰率および振動数の関係



その継手がきわめて大きい剛度を有するものであっても、継手のない場合の2倍ぐらいの減衰率を有することは期待できよう。後に4.(5)で述べるようにリベット継手についても同様の事実があることは興味がある。

図-7には継手剛度の変化とともに固有振動数およびひずみ振幅(20~40)×10⁻⁶における平均対数減衰率の変動を示した。振動数の増大とともに対数減衰率が減少することができる。これは先の式(10)ないし(13)の考え方を裏づけるものといえよう。

フランジ添接部に塩化ビニール層をはさんだ継手は、継手剛度の小さい場合振幅の小さいところで若干減衰率が大きいほかは、これがない場合と比較してまったく程度の対数減衰率を示し、振動数はわずかに低下したに過ぎず、本実験では影響がなかった。このように局部的に粘弾性物質を添加しても、総体的な減衰の増大は望めないことが判明した。

静的な上下方向くり返し載荷実験の結果求めたヒステリシス曲線の例(実験番号:8)を図-8に示す。実験を行なった3種類の継手のすべてにおいて明らかなる下側への変形の残留が認められ、ヒステリシスループの形状は二次曲線や円弧の一部では近似できず、上下方向とも除荷時には継手のない場合のこう配に等しい直線となる傾向を示した。実験された継手は全体としてsoftening-typeであり、荷重振幅の増大とともに剛性は漸減する。その様子を実験番号:⑥について図-9に示す。なお継手のない試験体では荷重・たわみは完全な直線関係を示し、そのこう配は $k=48 \text{ kg/cm}$ であった。

図-8 静的荷重・たわみ曲線の例
(実験番号:⑧)

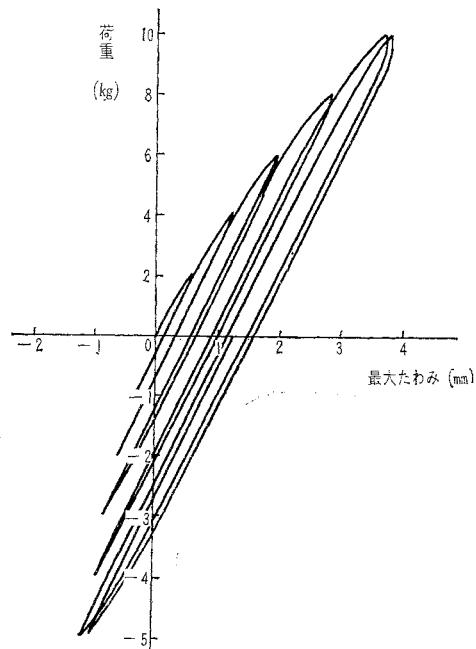


図-10には載荷重とヒステリシスループから求めた最大ひずみエネルギー($W \text{ kg}\cdot\text{cm}$)、1周期当りの消散エネルギー($\Delta W \text{ kg}\cdot\text{cm}$)の関係を示した。最大ひずみエネルギーは継手を有する場合でも一般に荷重の2乗に比例している。消散エネルギーの方は荷重がある値以上では、そのほぼ5乗に比例して増大するようであった。

鋼構造溶接接合部にお

図-9 荷重振幅の増大による剛性の低下
(図中数字は実験番号)

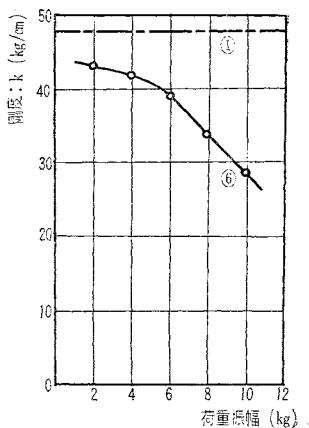
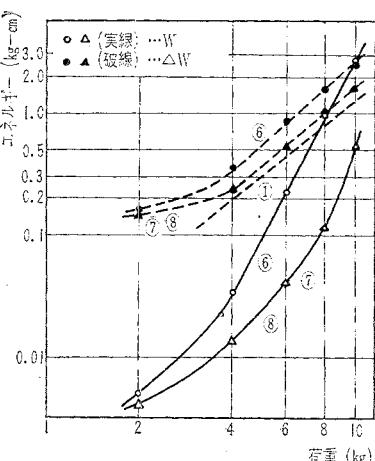


図-10 荷重とひずみエネルギーおよび消散エネルギーとの関係
(図中数字は実験番号)



ける消散エネルギーが降伏荷重の2倍ぐらいの荷重に対しても振幅の2ないし3乗に比例して増大するに過ぎない¹⁹⁾ことから考えて、この試験体のボルト継手はエネルギー吸収性が高い。

静的実験から得られたヒステリシスループを用いて計算した対数減衰率を、先の自由振動実験から求められた値と比較して図-11に示した。静的実験より求めた値は継手剛度の大きいNo.8の方がNo.7より大きくなっているが、これは継手がある程度以上剛になるとヒステリシスループの差がほとんどなくなるためである。図-11の3つの図より、静的ヒステリシスループから求めた δ の値が真の対数減衰率よりかなり大きく、とくに継手剛度の大なるほどその差は大きい。動的実験よりの値が測定したひずみ振幅の範囲でほぼ一定とみなされる場合でも、静的実験からの値はひずみの増大とともになっていちじるしい増加を示した。したがって、継手部

分が実際に振動しているときには、同じひずみに対しても、静的に荷重を加えた場合よりは小さなすべりが生じるに過ぎないようと思われる。すなわち、この実験の場合にはすべりが追随できないような機構が存在するのではないか。一般にこのような継手の減衰性状は、静的・動的にかかわらず同一であると考えられており、これを裏づける実験結果も報じられている^{1), 2)}。エネルギーの吸収性もふくめて、本実験が実際の継手構造とはやや異なる特殊性のためか、興味ある現象である。継手の存在と全体の構造物の減衰率との関連については次節においてもふれたい。

4. 橋梁上部構造の減衰

(1) 概要

計測技術の進歩とともに最近は実在橋梁の振動実測が各所で行なわれるようになり、公表された資料も多い。しかしながら、緒言でふれたようにこれら資料を総合的に検討した研究はない。そこで筆者らは各種橋梁の減衰率測定結果をできる限り収集して考察を加え、橋梁の減衰性状の一般的傾向を抽出することを試みた。

データの個数は単桁橋40、連続橋17、ゲルバー橋19、アーチ橋6、つり橋26で総計108である。なお連続橋などで各スパンごとに測定値がある場合にはそれぞれを1つのデータとして個数にふくめて整理した。アーチ系橋梁は意外に実測例が少なく、また長径間橋梁についてもデータが少ないのは惜しまれる。

橋梁上部構造の減衰の原因としては、材料自身の有するヒステリシス減衰、構造物内の各種継手・支承などにおけるエネルギー逸散、空気抵抗による減衰、下部構造を通じて水や土の中へのエネルギー逸散、鉄道橋ではレールの連続性によって生じる抵抗、車両バネの干渉作用

図-11 動的、静的実験より求めた対数減衰率の比較

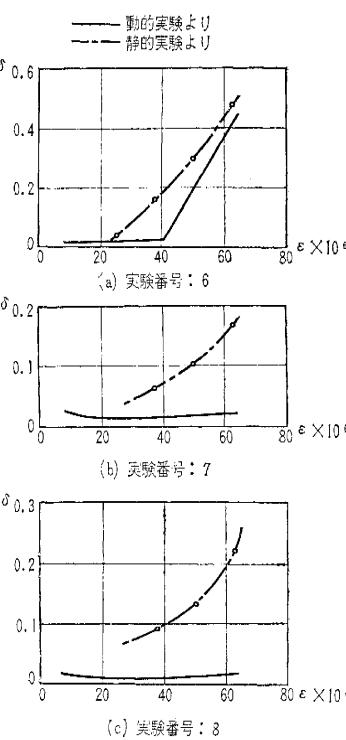


図-12 スパン l と対数減衰率 δ

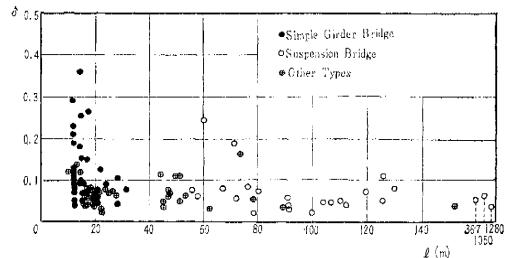
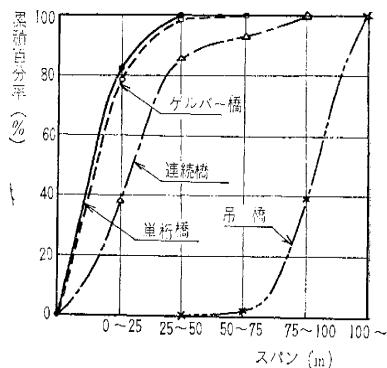


図-13 収集データのスパン分布



などがあげられるが、ここで扱かれる主体は前三者と考えてよからう。

(2) スパン長および振動数と減衰性状との関係

調査したすべての橋梁について、その対数減衰率 δ をスパンの長さ l に対してプロットすれば 図-12 のようになる。またこの図にせられている橋梁の形式別のスパンの分布は 図-13 に示すとおりで、単桁橋の大部分は 25 m 以下の長さで、100 m 以上のスパンの橋梁はここではほとんどつり橋である。連続橋やゲルバー橋もふくまれているので、形式の異なる橋梁をスパン長にもとづいて比較することに多少問題はあるが、図-12 からつぎのことがいえよう。

1) スパン 35 m 以上の橋梁の対数減衰率は橋梁形式にかかわらずほとんど 0.02 と 0.10 の間にふくまれ、スパンが大きくなってもこの範囲より出ることはないと考えてよい。スパン 80 m 以上の大半がつり橋であるので一般的結論は下しにくいが、この傾向は変わらないとみてよからう。

スパン 35 m 以上の橋梁で 0.2 前後のとくに大きな対数減衰率を示した 3 つの橋梁は、つり橋 2、アーチ橋 1 であって、いずれもかなり古いもので特殊な例と考えられる。

2) スパン 35 m 以下の橋梁の対数減衰率は広い範囲に分布しているが、この調査範囲内では 0.36 以上および 0.02 以下のものはない。

以上の結果は、短スパンの橋梁では内部摩擦による減衰が、長スパンでは支点付近の拘束状態（支承における

摩擦や、鉄道橋ではレールの連続性など)が支配的であるという従来の説をある程度裏付けるものである。

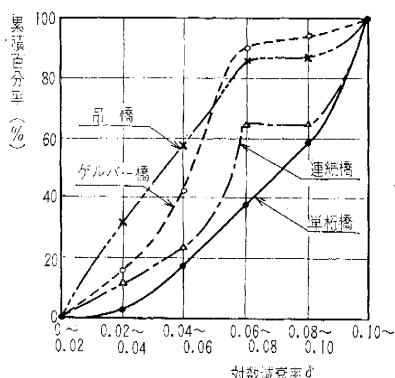
3) スパン 35 m 以下の短スパン橋梁において、単桁橋以外の形式の橋梁の対数減衰率はすべて 0.15 以下であるのに、単桁橋の測定結果のはらつきはとくにいちじるしい。減衰の大きい単桁橋はほとんど米国で測定されたワイド フランジ桁橋についてのものである^{20)~22), 17)}。

4) 固有振動数と減衰率の関係は図示すればかなりばらつきがあり、はっきりした性格はつかめないが、概して振動数の高いほど減衰率の上昇する傾向がある。振動数の高い橋は概して死荷重の小さいことを考えると、2.(3)において筆者らの実験から推定した式(13)は妥当な結論であるといえよう。

(3) 橋梁形式と減衰性状

図-14 に単桁橋、連続橋、ゲルバー橋、つり橋の4種について、その対数減衰率の分布を累積百分率で表わした結果を示す。これからつぎのことがいえる。

図-14 橋梁形式別の対数減衰率分布



1) つり橋の対数減衰率は他の形式の橋梁よりも小さく、二、三の高い値を示した老朽橋を除き、ほとんど 0.02 と 0.08 の間に分布し、この値はスパンの大小には関係ないものとみられる。またトラス補剛桁およびプレートガーダー補剛桁を有するつり橋の対数減衰率は、前者 11 橋の平均値が 0.064、後者 10 橋の平均値が 0.072 でとくに両者の差異は認められない。以上の事実より、スパンの長いつり橋の減衰には空気抵抗もかなり影響しているのではないかと思われる。

なほ、つり橋においては一般にたわみ振動よりねじれ振動の方が減衰率は大きい。

2) 単桁橋の対数減衰率は他の形式の橋梁よりも大きく、集録された値の 60% 以上が 0.08 以上である。もととて図-13 を対照してみれば、つり橋と単桁橋の減衰の相違はむしろスパンの違いによるものであり、橋梁形式に固有な性質によるものではないと考えられる。

3) 連続橋とゲルバー橋は上述 2 形式の中間にくるが、連続橋について測定された対数減衰率 15 個は 0.025 から 0.142 の間に分布しその平均値は 0.082 であ

るのにひきかえ、ゲルバー橋における 19 個の測定値は 0.032 と 0.11 の間に分布し平均値は 0.063 である。しかも図-13 に見るようにスパン分布はゲルバー橋の方に短いものが多いことから考えて、同じスパン長で比較した場合にゲルバー橋が連続橋よりも減衰が小さいことは明らかである。さらに図-14 から、スパンが平均してはるかに大きいつり橋と同程度の減衰率しかゲルバー橋は示さない。これは従来いわれているゲルバー橋はゆれやすいという事実と密接な関係があろう。

(4) 主桁構成材料との関係

集録した資料のうち、主桁の材料による減衰率の相違を表-3 に示した。分類の方法によって、測定された橋梁数が相当に異なっているし、個数の少ないものでは 1 つの特異な値が大きな影響を与えることになるのでこの結果は必ずしも一般的な傾向を表わしているとはいえないが、だいたい以下のような事実を抽出できる。

表-3 橋梁材料別の対数減衰率平均値
(カッコ内数字はデータ数)

支承形式による分類	材料による分類	対数減衰率	構造による分類	対数減衰率	集成法による分類	対数減衰率
単桁橋	鋼橋 (31)	0.121	合成桁橋 (11)	0.117	プレートガーダー橋 (9)*	0.075
	非合成橋 (18)	0.129	I ピーム橋 (8)	0.176		
連続橋	コンクリート橋 (13)	0.123	プレストレスコンクリート橋 (7)	0.063		
	鉄筋コンクリート橋 (5)		鉄筋コンクリート橋 (5)	0.151		
鋼橋 (6)		0.076				
コンクリート橋 (5)		0.115				

* このプレートガーダー橋はすべて道路橋であるが、普通の鉄道橋 プレートガーダーでは 0.074~0.240 という数値²³⁾があげられている。

1) 単桁橋では鋼橋とコンクリート橋とでその減衰性を一般的に比較することはできないが、連続橋については測定値は少ないとてもコンクリート橋の方が鋼橋よりも減衰性は大きい。

2) プレートガーダー橋では合成桁よりも合成しないものの方が減衰率は低く、ワイド フランジ ピーム橋ではその逆の傾向がある。合成作用のない鋼道路橋は床版と桁の間の摩擦があって減衰は大きいはずである。しかし振幅が小さく、床版と桁との間のせん断力がある値より小さい間は合成桁に近い性質を有するであろう。この形式の橋の減衰実測値が他の形式の橋にくらべて大きなばらつきを示したことを述べた報告がある¹⁷⁾。したがってつぎの 3) に述べるように、ここでは非合成プレートガーダー橋が低い減衰を示したとしてもそれを一概に認めるることはできない。また表-3 の注にあるように、床版のないプレートガーダー鉄道橋の対数減衰率にもかなりばらつきがある。

3) プレストレストコンクリート橋は鉄筋コンクリート橋に比して、またプレートガーダー橋はワイド フランジ ピーム橋に比して減衰性の低いことが明らかに認められる。

表-4 土木構造用材料の対数減衰率

材料の種類	対数減衰率	備考	参考文献
構造用鋼	0.002	応力 350 kg/cm ²	24)
	0.005	応力 3500 kg/cm ²	
	0.002		25)
	0.004	応力 700~2100 kg/cm ²	3)
無筋コンクリート	0.02~0.04	クラックなし	26)
	0.08~0.13	クラックあり	
	0.16		27)
	0.015~0.038	曲げ振動	28)
	0.018~0.033	綫振動	
鉄筋コンクリート	0.016~0.034	ねじれ振動	26)
	0.033	クラックなし、小振幅	
プレストレストコンクリート	0.05~0.065		27)
	0.057		29)
	0.045	桁室内実験	30)

められるが、これらはスパンの相違にも若干関係があると思われる。とくにワイド フランジ ビーム橋は桁の数が多く、しかも短スパンのために床版と桁との接触面や支承における摩擦の影響が顕著に現われることも原因であろう。

4) ここで土木構造物に用いられる材料の対数減衰率を文献によって調べてみると、表-4 のような数値が得られている。これから鋼材の対数減衰率は構造物に普通生じている程度の応力においては 0.002 ないし 0.005 と考えてよい。無筋コンクリートではきれつがない場合には減衰はかなり小さく、 $\delta=0.01 \sim 0.04$ 程度であるが、きれつが生じると 0.1 前後の値になろう。鉄筋コンクリートについてはデータが少なくはっきりとはいえないが、無筋コンクリートよりやや大きめの減衰率を有する。プレストレストコンクリートでは $\delta=0.05$ ぐらいが妥当な値ではないだろうか。

これら表-4 の構造材料の減衰率は、1)~3) に述べた事実とあまり相関性はない、値としては一般に小さいのは、橋梁上部構造の減衰性がやはり継手、部材接触面および支点付近のエネルギー消散に起因するものが大きな要素を占めているといえよう。ただしスパンの小さいコンクリート橋の減衰値は材料自身の減衰値に近い値を示すことが予想される。

5) 鉄筋コンクリート橋の減衰がそれほど大きくなことは、一般にこの種の橋梁が鋼橋やプレストレストコンクリート橋より振動数が低いことと考え合わせると注意を要する。固有振動数の小さい橋梁ほど大きな振動振幅を生じやすいという一般的の傾向があるからである²⁰⁾。

(5) 接合法と減衰性

ドイツ国鉄の測定結果によれば、ゆるんだ継目や溶接のいずれのない健全な橋梁の対数減衰率は、リベット接合鋼橋で 0.05~0.5、溶接鋼橋で 0.02~0.2 と報じられている²¹⁾。また小西教授ら¹⁸⁾が溶接、リベット接合およびボルト接合の模型鋼桁の比較実験を行なった結果で

は、たわみがスパンの 1/600 以下では溶接桁の対数減衰率はほぼ一定で 0.005 であったが、リベット接合桁およびボルト接合桁では振幅の増大にともないそれぞれ 0.013 および 0.015 まで増加したと報告されている。前節に述べた筆者らの実験でもボルト継手を有するものは継手をもたないものの最低 2 倍弱の減衰率を示した。これらの結果から、溶接部の存在はほとんど減衰に影響のないこと、リベットまたはボルト接合鋼橋は溶接構造の少なくとも約 2 倍の減衰を有することはほぼ確実と思われる。

(6) 車両バネ、地盤その他の影響

車両バネの作用は一般に振動振幅を減少させる。スパン 26.2 m のプレートガーダー単桁橋で測定された結果によれば²¹⁾、ほぼ同じ速度で車両を走らせた場合の衝撃係数が、車両バネをロックしたときに 56%、ロックしないときには 20% であったという例がある。車両バネの存在が制振作用を有しているものと思われる。

下部構造と一体になったラーメン橋などでは地盤の性質が減衰に与える影響は大きいであろうが、これに関する実験結果は少ない。表-5 は東海道新幹線の標準高架ラーメン橋（線路方向に 3 スパン、横方向に 1 スパン）について行なわれた振動実験の結果である²²⁾。これによると地盤の影響はきわめて大きく、地盤が悪いほどその上につくられた高架橋の減衰性の高いことがわかる。地盤が減衰に与える影響の大きいことは、建築物や橋脚についてもしばしば指摘されている。

表-5 標準高架ラーメン橋の振動実験結果²²⁾

地名	笹島	横山	米原	
地盤の状態	良好	やや不良	とくに不良	
対数減衰率	縦方向	0.151~0.188	0.402~0.427	0.465
	横方向	0.082~0.113	0.351	0.446~0.559

減衰の時間的変化に関する測定値はほとんどないが、合成桁および鉄筋コンクリート橋の減衰率が約 2 年間にわたりほぼ一定値を保った例がある²³⁾。鉄筋コンクリート橋の方はその間振動数が約 20% 減少し、コンクリートにきれつが発生したことなどが唆しているにもかかわらず、減衰値が変化していないことは常識的に理解しにくい。しかし、老朽化による局部的な損傷や、継手、支承などにおける抵抗の増大がなければ、減衰性の時間的変動はとりあげるに足りぬものであろう。

5. 結論

従来の構造物の振動減衰に対する考え方を整理し、考察を加えるとともに、まず鋼構造の減衰に関連のある継手の性状を調べるために、ボルト継手を有する片持ばかりの実験を行ないつぎの結果を得た。

1) 継手がある場合、あるひずみ振幅までは対数減衰

率は振幅にあまり影響されないが、これを越えると減衰率は急激に増す。この限界振幅は継手の剛度の大きいほど大きい。

2) 対数減衰率は継手の剛度が大きくなると減少するが、継手のない場合の2倍弱より下がることはない。

3) 本実験では、静的ヒステリシスループから計算した対数減衰率はひずみ振幅が増すとかなり急激に増大し、振動実験から求めた真の値より大きく、とくに締付け力の大きい継手がある場合に差がいちじるしい。すべりが振動速度に追随できない機構が存在するのではないかと考えられる。

つぎに、これまで得られている橋梁上部構造についての振動減衰の実測結果を対数減衰率についてまとめ、分析を行なった。その結果つぎのような事実が確認された。

1) 上部構造の対数減衰率は、スパンが35m以上では、橋架形式を問わず0.02ないし0.10という比較的せまい範囲にある。一方、スパンが小さい場合は構造形式によって減衰率は大きな差を示す。したがって短スパンでは上部構造の内部減衰が、長スパンでは支点付近の摩擦の影響が大であるという事実は正しいものと思われる。

2) ゲルバー橋は測定されたもののスパンが比較的小さいにもかかわらず、減衰率は他の形式の橋梁にくらべて非常に低い。

3) つり橋は特殊な例を除き、スパンの大小にかかわらず対数減衰率は0.02~0.08の範囲にあり低い。各種の索などを用いて減衰性を高める手段を施さない限り、長径間つり橋の振動減衰には空気抵抗の影響がかなり大きいと推定される。

4) 単桁橋では鋼橋とコンクリート橋の間に減衰値の有意差は認められなかった。鋼橋ではプレートガーダー橋が比較的減衰性が低く、非合成ワイドフランジビーム橋はもっとも減衰が大きい。プレストレスコンクリート橋は、鉄筋コンクリート橋より減衰率はかなり低い。

5) リベット接合またはボルト接合構造は溶接構造の約2倍の減衰率をもつ。

6) 下部構造と一体につくられるラーメン橋のような構造では、地盤の悪いほど明らかに減衰は大で、測定值のはらつきもいちじるしい。

収集したデータの数は十分とはいえないが、従来橋梁構造全般については多くの測定結果をまとめて考察した資料もないないので、本論文が橋梁の振動減衰値の定量的評価にいくぶんとも役立ち、また将来構造物の減衰性の理論的研究の資となれば幸いである。

内外の貴重な実測資料を多数引用させていただいたが、終わりにこれらの関係の方々に敬意を表する次第で

ある。

参 考 文 献

- 1) Goodman, L.E. and Klumpp, J.H.: Analysis of Slip Damping with Reference to Turbine-Blade Vibration, *J. App. Mech.*, Vol. 23, 1956.
- 2) Pian, T.H.H.: Structural Damping of a Simple Built-up Beam with Riveted Joints in Bending, *J. App. Mech.*, Vol. 24, No. 1, 1957.
- 3) Bleich, Fr. and Teller, L.W.: Structural Damping in Suspension Bridges, *Trans. ASCE*, Vol. 117, 1952.
- 4) Inglis, C.E.: "A Mathematical Treatise on Vibration in Railway Bridges", Cambridge University Press, 1934.
- 5) Hunley, J.B.: Impact in Steel Railway Bridges of Simple Span, *Bull. AREA*, Vol. 37, No. 380, 1935.
- 6) Muto, K.: Biegeschwingungen mit Berücksichtigung der Stabmasse und der äußerem und inneren Dämpfung, *ZAMM*, Vol. 10, No. 4, 1930.
- 7) Myklestad, N.O.: The Concept of Complex Damping, *J. App. Mech.*, Vol. 19, No. 3, 1952.
- 8) 小西一郎・山田善一: 鋼構造物の減衰性と桁橋の強制振動特性について, 土木学会誌, 第41巻2号, 昭31.2.
- 9) Ruzicka, J.E.: "Structural Damping", Pergamon Press, 1960.
- 10) Vincent, G.S.: Discussion on "Structural Damping in Suspension Bridges," *Trans. ASCE*, Vol. 117, 1952.
- 11) 大森丈夫: 構造物振動減衰性に関する研究(第一次), ジュラルミン板の曲げ振動, 日本航空学会誌, 第11巻105号, 昭. 19. 1.
- 12) Vincent, G.S.: Aerodynamic Stability of Suspension Bridges, Part V, The Structural Res. Lab., University of Washington, June 1954.
- 13) Fearnlow, D.O.: Investigation of the Structural Damping of a Full-Scale Airplane Wing, NACA RM L 51 A 04.
- 14) Kubo, K.: Aseismicity of Suspension Bridges Forced to Vibrate Longitudinally, Proc. 2nd WCEE, Vol. 2, 1960.
- 15) 城ヶ島大橋応力測定委員会: 「城ヶ島大橋応力測定報告書」, 技報堂, 1961.
- 16) Selberg, A.: Dampening Effect in Suspension Bridges, *Publ. IABSE*, 1950.
- 17) Fenves, S.J., Veletsos, A.S. and Siess, C.P.: Dynamic Studies of Bridges on the AASHO Test Road, Civil Engineering Studies, Structural Res. Series No. 227, University of Illinois, Feb. 1962.
- 18) 小西一郎・山田善一: 鋼桁の振動減衰性について, 京都大学工学研究所彙報, Vol. 9(昭31.3), Vol. 10(昭31.9), Vol. 11(昭32.3).
- 19) 坂本順・五十嵐定義・角田重喜: 鋼構造節点の履歴特性並びに構造減衰性に関する実験的研究, 日本建築学会論文報告集, 第75号, 昭37.8.
- 20) Oehler, L.T.: Vibration Susceptibilities of Various Highway Bridges Types, *Proc. ASCE*, Paper 1318, 1957.
- 21) Biggs, J.M. and Suer, H.S.: Vibration Measurements on Simple-Span Bridges, *Highway Res. Board Bull.* 124, 1956.
- 22) Foster, G.M. and Oehler, L.T.: Vibration and Deflection of Rolled-Beam and Plate-Girder Bridges, ditto.
- 23) 土木学会: 「土木工学ハンドブック」第15編, 鉄道橋,

1964,

- 24) Contractor, G.P. and Thompson, F.C. : The Damping Capacity of Steel and Its Measurement, J. Iron and Steel Industry, Vol. 141, Feb. 1940.
- 25) Kimball, A.L. : Analysis of Vibration with Solid Friction Damping, Proc. 3rd International Cong. for App. Mech., Vol. III, 1930.
- 26) Bock, E. : Verhalten von Beton- und Stahlbetonbalken bei Biegeschwingungen, VDI-Zeitschrift, Bd. 86, 1942.
- 27) Denkhaus, G. und Dück, G. : Über das Verhalten von Spannbetonbalken, Beton u. Stahlbeton., H. 3, 1952.
- 28) Jones, R. : The Effect of Frequency on the Dynamic Modulus and Damping Coefficient of Concrete, Magazine of Concrete Res., Vol. 9, No. 26, Aug. 1957.
- 29) Netherland Committee for Concrete Res. : Vibration Problems in Prestressed Concrete, 17 th Report, C.U.R.
- 30) Müller, F. : Die Ermittlung der Abweichung von linearen Formänderungsgesetz sowie die Dämpfung von Spannbeton durch Ausschwingversuche, Beton und Stahlbeton, 1959.
- 31) Bernhardt, K. : Finding Weak Spot in Bridge, E.N. R., Vol. 119, No. 9, 1937.
- 32) 土木学会：「耐震構造設計に関する研究報告（国鉄委託研究, 昭和37年度）」。

(1964. 9.11・受付)