

はりあるいはラーメンとトラスとを組合せた構造物の動的および静的解析法について

DYNAMICAL AND STATICAL ANALYSIS OF BEAM OR RIGID FRAME STIFFENED WITH TRUSS

吉村虎蔵*・平井一男**
By Torazo Yoshimura and Itio Hirai

要旨 この研究は、トラスにより補強されたはりあるいはラーメンを解析するにあたり、これを曲げ構造部とトラス構造部とに分解し、それぞれにおける荷重と変形との関係を求め、しかるのちこれらを機械的に結合して動的あるいは静的に解析する方法を提案したものである。

1. 緒 言

この研究は、はりあるいはラーメンなどのような曲げ構造物をトラス構造で補強した構造物の動的・静的解析法を新たに提案し、若干の数値計算結果を示したものである。この種の構造は土木・建築構造物によくみられるところであるが、そのおもなものを列挙すると

- 1) スジカイを持つラーメン
- 2) トラスで補強したはり
- 3) 斜つり材を持つランガー橋 (Nielsen System 橋)
- 4) 斜つり材を持つつり橋

などがあげられる。

構造物を設計するにあたり曲げ応力のみによって外力に抵抗するような構造にすると、不経済な設計になったり、剛性が不足したり、あるいは振動性状に好ましくない現象を生じる場合などがある。このときその軸力効果をも期待できるような構造にするとそれらの欠点が改善されるのでこの種の構造がとられることは周知のことではあるが、これらの解析は一般に困難な場合が多い。とくにその動的解析は容易でないようと思われる。従来これらに対してとられてきた解析法としては静力学的には仮想仕事法・Castiglano の定理などの利用があり、動力学的には Ritz のエネルギー法・集中 Mass 法などに頼っているのが現状のようである。いずれにしても最初から構造物を一体と考え、これにエネルギーの原理を適用した解析法である点では共通したものであるといえる。

これに対してここに提案する解析法は、首題の構造物が構造的には曲げ部材よりなる構造体をトラスで補強したものに帰着されることに着目して、はじめに構造物全

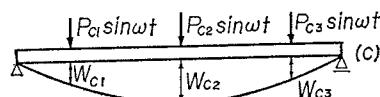
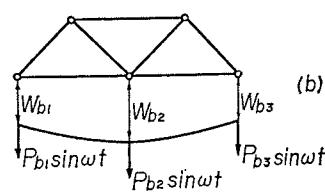
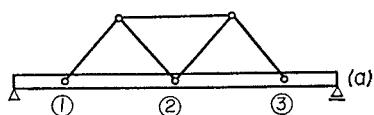
体を 2 つの単位構造体（すなわち曲げ構造体とトラス構造体）に分割し、それらのものについて荷重と変形との関係を求めた後、それらの変形を等置して元の構造物に組み立てるとき、その結合部の力のつりあいをもとに基礎式を誘導しようとするものである。このようにこの理論は、曲げ剛性体とトラス構造体とを機械的に結合して与系を作り、その基礎式を導くものであるから解析過程に何ら近似が行なわれていない。ゆえにこれより得られた解は厳密なものであり、この点 Ritz の方法などのように最初から近似的に式を導く方法とは根本的に異なる。

この解析理論は動的問題にも静的問題にも適用できるのでここでは 2 つの構造を解析例として取り上げそれらについて動的問題・静的問題の解析手法を述べ、つぎにこれらの理論の適用可能ないくつかの構造物を示し、最後にトラスドランガー (Nielsen System 橋) について行なった数値計算結果を示すことにする。

2. 理 論

(1) 動的解析

図-1



* 正会員 工博 熊本大学教授 工学部応用力学教室

** 正会員 工修 熊本大学助教授 工学部応用力学教室

本法の解析理論を図-1(a)に示すような単純ばりの一部をトラスで補強した簡単な構造物の固有振動数と振動モードを求める問題を例にして述べる。ただし、このはりは一様断面で質量は単純ばりのみに分布し、トラスの質量は無視し得るものとする。図-1(a)の振動体は(b)図に示すトラスと(c)図に示す単純ばりとを組み合わせてできていると考えられるから、与系をこの2つの単位構造体に分解して解析を進めることにする。いま(b)系と(c)系とに同じ変形を与えてこれを重ね合わせて結合することにより与系を組み立てるこことを考えてみる。

まず(b), (c)系の結合点となる点にそれぞれ $P_{bi} \sin \omega t$, $P_{ci} \sin \omega t$, ($i=1, 2, 3$)なる集中周期力を作らせると。このとき、その作用点のたわみは(b)系においては静力学的に求めることができ、この関係は次式にて与えられる。

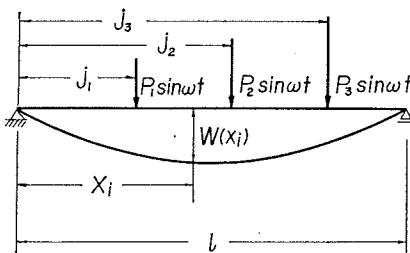
$$\begin{pmatrix} W_{b1} \\ W_{b2} \\ W_{b3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{b1} \\ P_{b2} \\ P_{b3} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここに b_{ij} , ($i, j=1, 2, 3$)は静力学的方法(たとえば仮想仕事法)により決定される係数である。(c)系のたわみは、強制周期力の振動数に応じて変化するものであるけれども上式と同じ形式で表現できる。すなわち

$$\begin{pmatrix} W_{c1} \\ W_{c2} \\ W_{c3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{c1} \\ P_{c2} \\ P_{c3} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここに c_{ij} , ($i, j=1, 2, 3$)は動力学的に求められる定数であり、外力の振動数 ω によって変化するがこれは以下のようにして求められる。

図-2



単純ばりに集中周期力 $P_i \sin \omega t$, ($i=1, 2, 3$)が作用するとき(図-2), そのたわみは次式により与えられる¹⁾。

$$W(x_i) = \sum_n \frac{\phi_n(x_i)}{\omega_{gn}^2 - \omega^2} \{ \phi_n(j_1)P_1 + \phi_n(j_2)P_2 + \phi_n(j_3)P_3 \} \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここに

$$\omega_{gn} = \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho}}, \quad \phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\rho l}} \sin \frac{n\pi x}{l}$$

x_i : 測定点の座標

j_p : 荷重点の座標

ω_{gn} : 単純ばりの n 次の固有振動数

$\phi_n(x)$: 単純ばりの n 次の正規化モード

EI : 曲げ剛性

ρ : はりの単位長さあたりの質量

したがって、式(2)における c_{ij} は次式により示されるものである。

$$c_{ij} = \sum_n \frac{\phi_n(x_i)\phi_n(x_j)}{\omega_{gn}^2 - \omega^2} \quad \dots\dots\dots(4)$$

ここで考えている強制周期力は同一位相のものであるから、 $\sin \omega t = 1$ の瞬間にについてのみ考え方の表現を簡単にした。

このように変形を与えた(b), (c)系を重ね合わせて結合すれば与系(a)系ができる。このためには両者の変位を等しく置く必要があるが、これは解析的には式(1)と式(2)とを等置することにより満足できる。またこのようにして結合された原系には、その結合点において

$$P_{bi} + P_{ci} = \ddot{x}_i, \quad (i=1, 2, 3) \quad \dots\dots\dots(5)$$

により表わされる外力が作用していることになる。与系が自由振動しているときには、外力は0でなければならぬから式(5)は次式となる。

$$P_{bi} + P_{ci} = 0 \quad \dots\dots\dots(6)$$

この関係を式(1)と式(2)とを等置した式に代入すると次式を得る。

$$\begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{vmatrix} \begin{pmatrix} P_{c1} \\ P_{c2} \\ P_{c3} \end{pmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots(7)$$

ここに

$$r_{ij} = b_{ij} + c_{ij}, \quad (i, j=1, 2, 3)$$

すべてが0でない P_{ci} , ($i=1, 2, 3$)の値に対して上式が成立するためにはその係数行列が0でなければならない。すなわち

$$\begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{vmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots(8)$$

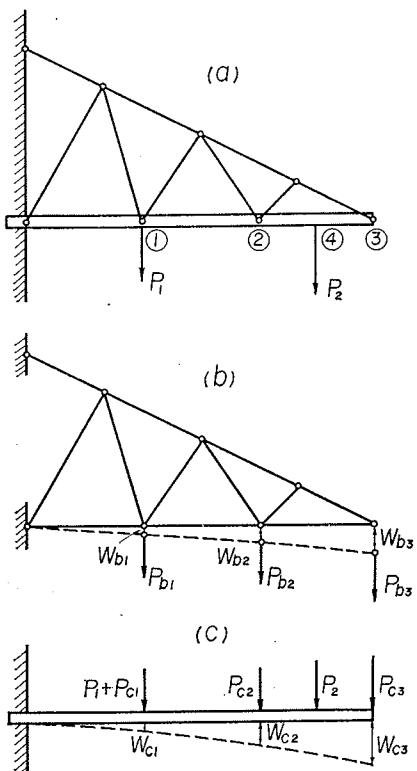
この関係は振動方程式にはかならない。上式より得られた固有振動数 ω_m , ($m=1, 2, 3, \dots, \infty$)の値を式(7)に代入すると、 P_{ci} , ($i=1, 2, 3$)の比が決定できるので、この比を式(3)に代入すると振動モード $\varphi_m(x)$ が決定できる。

固有振動数と振動モードが決定できれば、移動荷重などすべての動荷重に対する運動方程式はただちに決定できる²⁾。

(2) 静的解析

静的な解析例として図-3(a)に示すようにトラスで補強した片持ばりに集中荷重 P_1, P_2 が作用する問題を取りあげる。この与系は(b), (c)図に示すトラスと片持ばりに分解される。動的な場合と同様にはじめにこの両者の結合点に P_{bi}, P_{ci} , ($i=1, 2, 3$)なる集中荷重を作成させる。(c)系には与えられた外力 P_1, P_2 も同時に

図-3



作用させておく。このときこの2つの系の結合点①, ②, ③におけるたわみは静力学的に求めることができるので、これを式(9), (10)により表わす。

$$\begin{cases} W_{b1} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{b1} \\ P_{b2} \\ P_{b3} \end{pmatrix} \\ W_{b2} = \begin{pmatrix} b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{b1} \\ P_{b2} \\ P_{b3} \end{pmatrix} \\ W_{b3} = \begin{pmatrix} b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{b1} \\ P_{b2} \\ P_{b3} \end{pmatrix} \end{cases} \dots \dots \dots (9)$$

$$\begin{cases} W_{c1} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{c1} + P_1 \\ P_{c2} \\ P_{c3} \\ P_2 \end{pmatrix} \\ W_{c2} = \begin{pmatrix} c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{c1} + P_1 \\ P_{c2} \\ P_{c3} \\ P_2 \end{pmatrix} \\ W_{c3} = \begin{pmatrix} c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{c1} + P_1 \\ P_{c2} \\ P_{c3} \\ P_2 \end{pmatrix} \end{cases} \dots \dots \dots (10)$$

P_2 の作用点を④とした。

前にも示したように、(b), (c) 系を結合して与系を作ることには式(9), (10)を等置する必要がある。また、このようにして構成された与系には、その結合点において(b), (c) 系に載荷した荷重の和が作用していることになる。この場合結合点において

$$\left. \begin{cases} P_{b1} + P_{c1} + P_1 = \mathfrak{P}_1 \\ P_{b2} + P_{c2} = \mathfrak{P}_2 \\ P_{b3} + P_{c3} = \mathfrak{P}_3 \end{cases} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

なる外力が作用している。この例題の場合与系の載荷状態より

$$\left. \begin{cases} \mathfrak{P}_1 = P \\ \mathfrak{P}_2 = 0 \\ \mathfrak{P}_3 = 0 \end{cases} \right\} \dots \dots \dots (12)$$

なる関係が満足されなければならない。式(9), (10)を

等置したものに式(11), (12)を使用すれば式(13)となる。

$$\begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{c1} \\ P_{c2} \\ P_{c3} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} c_{11} & c_{14} \\ c_{21} & c_{24} \\ c_{31} & c_{34} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} \dots \dots \dots (13)$$

ここに $d_{ij} = b_{ij} + c_{ij}$

式(13)から P_{c1}, P_{c2}, P_{c3} を決定し、これらをあらためて図-3(c)に示す片持ばかりに P_1, P_2 とともに作用させれば、与系のたわみ・曲げモーメントなどの大きさを決定することができるわけである。このように P_{c1}, P_{c2}, P_{c3} の各値がいったん決定できると、与系のたわみの曲線を求める問題はたんに4つの集中荷重($P_{c1}+P_1$), P_{c2} , P_{c3} , P_2 が作用する片持ばかりのたわみ曲線を求める静定問題となる。たわみ曲線が容易に求まることはたわみの影響線が容易に求められることになる。また、与系が分布荷重をふくむ場合には(c)系に分布荷重も作用させ、式(10)にその荷重によるたわみもふくませて上述の解析を行なえばよいことは容易に理解されよう。

3. 適用可能な構造物の例

前節に取り上げた構造物は、はりをトラスで補強したものであったが上の解析法は与系を図-1または図-3に示すような2つの単位構造物に分解できてしかもそれらおののに対しても荷重とたわみとの関係が求まる限り、解析可能である。いまこの解析法の適用できる主な

図-4

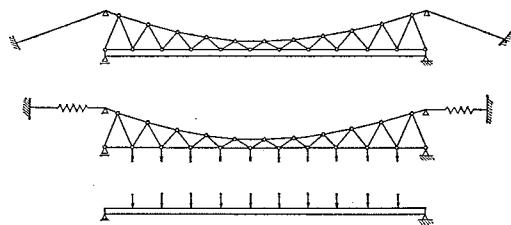


図-5

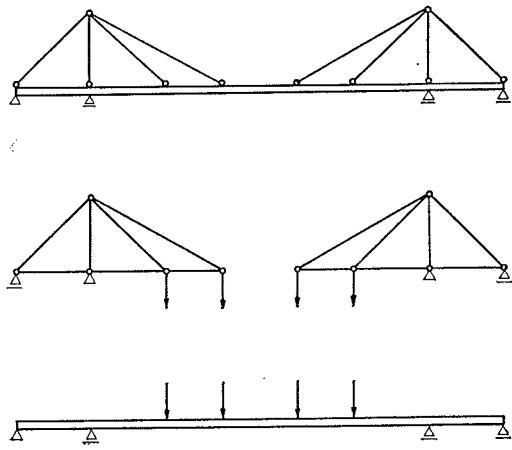
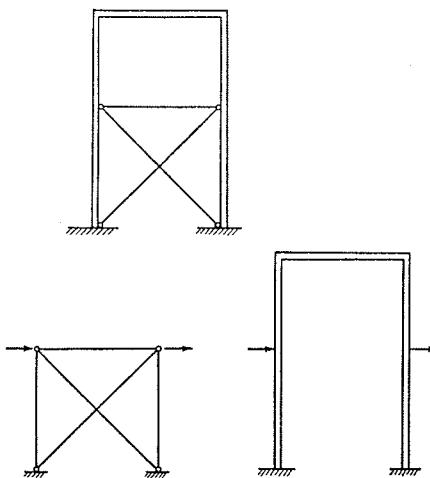


図-6



対象物とその分解の仕方とを示すと 図-4～図-6 のようになる。

4. 数値計算例

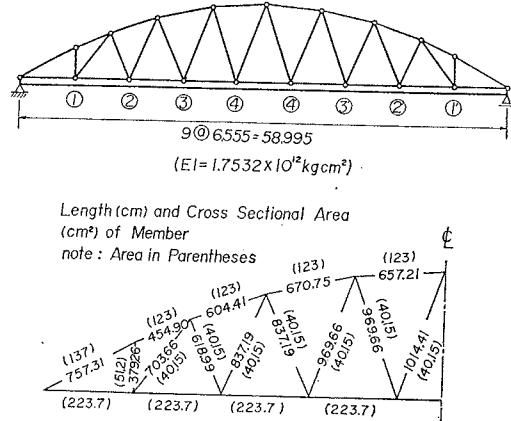
上述の理論を適用して、鉛直つり材の代りに斜材を用いたランガー橋について数値計算を行なってみた。この橋の骨組図とそのおもな諸元を図-7に示した。

(1) 固有振動数と振動モード

本橋の場合、図-1 に示すようにトラス部と曲げ剛性部とに分けて、荷重と変形との関係を求めた後この両者を直接結合すると、式(8)の振動数方程式の行列式次数は8次となり数値計算がかなりやっかいになるので、ここでは対称振動と逆対称振動との2つのグループに分けて解析する方法をとった。このような方法をとると式(8)の行列次数は4次となり、その各元素 r_{ij} は式(3), (4)により次式にて表わされる。

$$r_{ij} = \sum_n \left[\frac{A_n}{1 - B_n \lambda} \{ \varphi_n(x_i) \varphi_n(x_j) \} \right] + E_{ij} \quad \dots \dots \dots (14)$$

図-7



ここに

	対称振動の場合	逆対称振動の場合
$\varphi_n(x)$	$\sin\{(2n-1)\pi x/l\}$	$\sin\{2n\pi x/l\}$
A_n	$\frac{4l^3}{(2n-1)^4\pi^4 EI}$	$\frac{4l^3}{2n^4\pi^4 EI}$
B_n	$\frac{l^4}{(2n-1)^4\pi^4 EI}$	$\frac{l^4}{(2n)^4\pi^4 EI}$
E_{ij}	$b_{ij} + b_{ij}'$	$b_{ij} - b_{ij}'$

$$n=1, 2, 3, \dots, \quad i, j=1, 2, 3, 4, \quad \lambda=\rho\omega^2$$

b_{ij} : トラスのたわみの影響係数

$l/2$ 点に対して j 点に対称な位置を j' 点として示した(図-7 参照)。

対称振動・逆対称振動に対するこれらの諸数値を表-1, 2, 3 に示した。またこの時の振動モード $\varphi_m(x)$ は式(15)より求められる。

$$\varphi_m(x) = \sum_n \frac{A_n}{1 - B_n \lambda_m} \cdot \varphi_n(x) \cdot \left\{ \sum_{j=1}^4 \varphi_n(x_j) P_{cj} \right\} \quad \dots \dots \dots (15)$$

式中の λ_m , ($m=1, 2, 3, \dots, \infty$) は振動数方程式より求めた固有値である。これらの関係を利用して固有値と振動モードとを求めるこれを図-8 に示した。

表-1

n	対称振動				逆対称振動			
	$\varphi_n(x_1)$	$\varphi_n(x_2)$	$\varphi_n(x_3)$	$\varphi_n(x_4)$	$\varphi_n(x_1)$	$\varphi_n(x_2)$	$\varphi_n(x_3)$	$\varphi_n(x_4)$
1	0.34202	0.64279	0.86603	0.98481	0.64279	0.98481	0.86603	0.34202
2	0.86603	0.86603	0	-0.86603	0.98481	0.34202	-0.86603	-0.64279
3	0.98481	-0.34202	-0.86603	0.64279	0.86603	-0.86603	0	0.86603

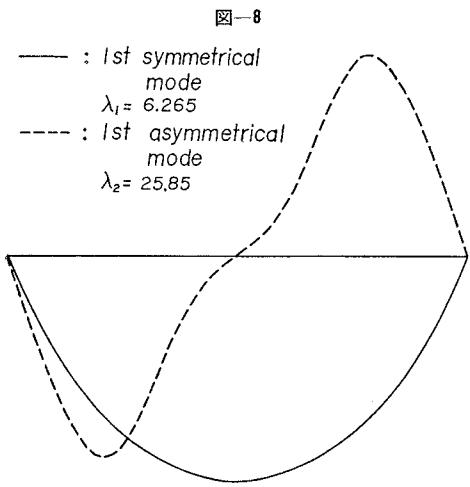
表-2

n	対称振動		逆対称振動	
	A_n	B_n	A_n	B_n
1	4809.2	709.29	300.57	44.331
2	59.373	8.7567	18.786	2.7707
3	7.6947	1.1349	3.7108	0.54729
係数	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-2}$

表-3

$i \setminus j$	1	2	3	4	5	6	7	8
	1	3.6350	3.1234	2.6606	2.1788	1.7359	1.3387	0.9648
2	3.1234	5.0737	4.3159	3.5200	2.8014	2.1745	1.5945	0.9648
3	2.6606	4.3159	5.8227	4.7375	3.7682	2.9365	2.1745	1.3387
4	2.1788	3.5200	4.7375	6.0716	4.8282	3.7682	2.8014	1.7359

$$\times 10^{-6} \text{cm/kg}$$



通常のランガー桁の逆対称振動にはアーチは寄与しないから、単純ばかりの固有振動数と一致する²⁾。本橋の場合補剛桁単独の逆対称最低次の固有値を λ_{g2} とすると

$$\lambda_{g2} = 2.256, \quad \lambda_{g2}/\lambda_2 = 0.08727$$

これより斜つり材を持つランガー桁の場合には逆対称振動時にもアーチと腹材が貢献していることがわかる。

(2) 静的たわみの影響線

静的問題としてたわみの影響線を求めるることを考えよう。図-7 のトラスド ランガーの J 点に荷重 P_J が作用するときその基礎式は式(13)を使用して次のように与えられる。

$$[d_{ij}] [P_{cj}] = -[c_{ij}] P_J \dots \dots \dots (16)$$

$$\text{ここに } d_{ij} = b_{ij} + c_{ij}$$

$$i, j = 1, 2, 3, \dots, 2', 1' \text{ (格点 No.)}$$

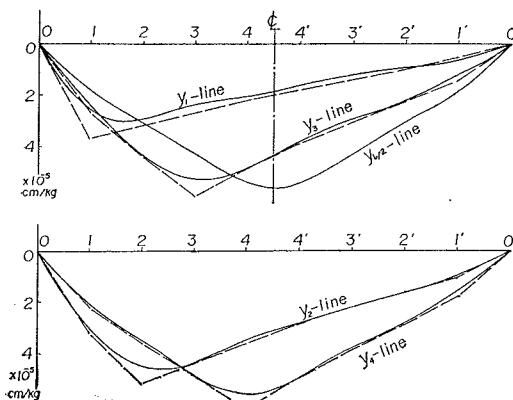
J: 荷重点番号

式(16)中の c_{ij} は静力学的式を用いてもよいが、式(4)において $\omega \rightarrow 0$ とおいた次式によってもよい。すなわち

$$c_{ij} = \frac{2 l^3}{EI\pi^4} \sum_n \frac{1}{n^4} \sin \frac{n\pi x_i}{l} \sin \frac{n\pi x_j}{l} \dots \dots \dots (17)$$

式(16)を解けば P_J の関数として P_{cj} が決定される。

図-9



結合力 P_{cj} が決定できれば単純ばかりに作用する荷重が求まることになるからたわみ曲線は容易に求められる。 $l/2$ 点と格点①, ②, ③, ④の影響線を求めこれを図-9に示した。これより等分布荷重 ($p_0 = 2.54 \text{ t/m}$) 満載時の $l/2$ 点のたわみを求めれば 4.9 cm となる*。図中の破線は、はりの曲げ剛性を無視してトラスとして解いたたわみの影響線である。図でわかるようにこの橋の場合、厳密に解いた場合とトラスのみの 1 次応力によるたわみとはこの場合よく一致している。このような場合には桁の曲げ応力は従来のトラスの 2 次応力の計算法によってもよいように思われる。また、たわみの影響線では、 $l/4$ 点付近のそれがランガー桁におけるものと全く相違することがわかる。

5. 補足的説明

上記までで本解析法は十分理解されると思うが、本法の特長やその適用にあたって留意すべきいくつかのことながらをここでまとめておこう。

(1) 基礎式の誘導について

上述のようにここに提案した解析法は、はじめに構造物全体を解析の容易な 2 つの適当な単位構造体（曲げ剛性体とトラス構造体）に分解し、それらを機械的に組み立てて元の構造物に対する基礎式を誘導しようとするものである。これらの荷重と変形との関係式の中には、トラスの例のように静力学的に決定したものをふくんでいてもよいが、その中にどれか一つ動力学的に求められる関係式が存在しておれば動的解析となり、全部が静力学的に求めたものであれば、当然静力学的解析を行なったことになる。動的な場合においても静的な場合においても基礎式の誘導法は全く同じであるが、動的解析では自由振動時に作用する外力は 0 であるのに対し、静的な場合には作用している外力の関係を考慮する点で若干異なっている。

またこの解析法は、前述のようにトラスとはり構造とを結合して式を導くものであり解析途中に何ら近似を行なっていないので、厳密解が得られる。基礎式には結合に要する力の数だけの未知数をふくむことになる。2 つの構造単位がともに静定であるならば、静力学的には仮想仕事法や Castigiano の定理などの従来の解析法と全く同じ数の未知数をふくむことになり、従来の弾性方程式を別の見解から作成したことになる。しかしながら従来の方法では不静定力として部材力や断面力 (M, N, Q)などを選ぶのに対して、本法では常に結合点に働く力を選ぶところに相違がある。またここに提案する方法では分解された 2 つの構造単位が必ずしも静定でなくてもよいのであって（図-4, 5, 6），与系を曲げ剛性体とトラ

* 設計計算書（变形法）⁴⁾においても 4.9 cm が得られている。

ス構造体との2つに分解して解析を進めるとこの方法の特長がある。たとえば図-3の構造に対しては、Castigianoの定理を図(b),(c)の各結合点に適用して、

$$\frac{\partial W_T}{\partial P_{bi}} = \frac{\partial W_B}{\partial P_{ci}}, \quad i=1,2,3$$

(ここに W_T : (b) 図のエネルギー, W_B : (c) 図のエネルギー)

をつくったのと本法が同じことになり、従来の不静定力の選び方と本法の未知数の選び方は相違するのである。このように未知数を選ぶことが、解析に対する考え方を単純かつ明確にし、とくに動的解析では厳密解が得られることになる。

(2) 与系の分解の方法について

はじめに構造物を単位構造物に分解する時、その分解の仕方は任意であるけれども、各単位構造物ごとに荷重と変形との関係が容易に与えられるような分解の仕方をしなければならない。質量の無視できるものについては静力学的解析が可能であるから問題ないとしても、質量の考慮を必要とするものについては周期荷重を作らせたとき、そのレスポンスが容易に求まるものを基本系に選定する必要がある（このためにはその固有振動数と振動モードが決定されていなければならぬ）。その選び方は大切であり、たとえば図-1のような振動系において、はり部を①, ②, ③の断面にて切斷した基本系をつくりてそれら切斷点の変位を等置しようとするならば、変位と荷重との関係はかなり複雑な式によって表わされることになり数値計算もやっかいとなろう。

(3) 略算法と精算法について

数値計算の難易はまず行列の次数の大小によって支配されるものと考えられるから、電子計算機を使用できる今日でもなお、式中の行列次数をできるだけ下げるこことは重要な要素となる。とくに固有値問題では静的な場合とぐらべて比較にならぬほど計算時間が短縮できる。この意味ではここに提案する方法で動的解析を行なうとき、結合点がきわめて多い場合には、Ritzの方法にくらべて本法は不利かもしれない。しかし本法ではそれらの解決策としてつぎの方法が考えられる。2つの構造体を結合するとき、必ずしも同時に全部の結合を行なわなくてもよいから、数値計算の可能な範囲において結合点をグループにわけ、逐次結合をくり返し結合力を修正してゆく方法が静的解析法の一つとして用いられる。あるいは静的略算を行なわんとすれば結合点を粗に（結合点のうちとくに有効に働く結合点を）選定することによって目的を達することができる。あるいは対称変形と逆対称変形を利用して方法（静的には荷重置換法（B.I.U. 法）、動的には例題において採用した）も解析を容易にする。動的解析の場合には結合点を粗に選んで近似値を求める方法あるいはこの近似値を、厳密な振動数方程式中に使

用することによって比較的容易に精算値を求めることができるようになる。

上記のように本法では、結合点がきわめて多い場合でも静的略算も可能で、さらに逐次近似も可能で、しかも動的略算は Ritz 法と異なった意味で可能で、さらにこの近似値を用いて精算値も比較的容易に得られることになる。

動的解析のとき、その行列元素は式(4)に示すように無限級数の和として与えられているので、その項数を増加させることによって計算精度をあげることができるので、行列の次数と計算精度とは無関係になっている。Ritz の方法によると、その行列次数は最初に仮定した振動モードの項数によって決定され、精度と行列次数とは比例関係にあるので上述の解析法と比較すれば両者の相違点がはっきりする。また式(8)に示される振動数方程式は試算法によって求めるのが便利である。ゆえに適當な ω の値を代入することによって振動次数とは無関係にいくらでも高次の固有振動数を求めることができる点でも Ritz の方法と異なっている。さらにこのようにして得られた固有振動数 ω_m の値を振動数方程式に代入し、各元素の収束性を調べれば得られた値に対する精度の検討も可能である。

固有振動数が求められると結合点に作用させる荷重相互の比が決定できるから振動モード $\varphi_m(x)$ は容易に求められる。もちろん、この場合においても結合点が少ない構造物に対しては、これら荷重相互の比がとくに簡単に計算できることは式(7)よりわかるところである。

(4) たわみについて

静的な問題に対する本法の特長の一つとしてたわみの影響線が容易に求められることがあげられる。本法ではたわみと結合力との関係がわかっているから、結合力が求まると与系の各結合点のたわみは容易に知られる。その例を 4. において示した。

6. 結論

この論文ははりまたはラーメンとトラスとを組合せてできる構造物を動的あるいは静的に解析する一方法を提案したものである。この方法の特長などは 5. に詳述したのでここにこれらを要約して結論とする。

この解析法は分解した単位構造物のたわみの影響係数のうちどれか一つが動的なものであれば動的解析となり、全部が静的に求められたものであれば静的解析となり、それらの基礎式は容易に機械的に求められる。

結合点が多い構造物の場合には、結合点を粗に選んで略算する方法や、これらの略算法を使って精算する方法などがありその応用は自在である。このような点から動的解析では Ritz 法と異なったすぐれた趣を持っていますし、また静的解析においても仮想仕事法や変形法¹⁾と

異なった算法で、精算も略算も可能であるという利点を持つている。

このようにここに提案の解析法は、静力学的には従来の仮想仕事法や変形法などと比較して、また動力学的には従来のエネルギー法と比較して基礎式の誘導法はもとよりその特長もおのずから異なるものである。解析の対象となる構造物の種類あるいは要求される精度に応じて、本法を適用する範囲はきわめて広いものと考える。

参考文献

- 1) 平井：結合法による弾性支承を有する連続ばかりの動的解析、土木学会論文集 No. 104, 1964
- 2) 吉村・平井：ランガー桁の動的解析、土木学会論文集 No. 101, 1964
- 3) 赤尾：トラスド ランガー桁の振動について、第19回土木学会年次学術講演会 I-33, 昭 39.5
- 4) 成岡外：変形法による滑節構造物の解法、土木学会誌、46巻2号, p. 9, 変形法によるリブ アーチ構造の解法、土木学会誌、46巻10号, p. 19など

(1964.5.29・受付)