

円弧部材に対するたわみ角式とそのモーメント分配法について

ON SLOPE-DEFLECTION EQUATION AND MOMENT DISTRIBUTION METHOD OF CIRCULAR-ARC BOW BEAMS

山 本 宏*
By Hiroshi Yamamoto

要 旨 本論文では、水平面内で円弧状をなすはりに垂直に荷重が作用する場合を取り扱うこととする。このような円弧状のはりに対するたわみ角式を誘導し、ついで、このたわみ角式を用いてモーメント分配法を考える。

1. 記 号

記号はつぎのように考えるが、局所的に現われるものは、そのつど文中において述べる。また、Suffix のつけかたは、直線材に対するたわみ角式と同様に考え、円弧材と直線材との併用の構造にも使用できるようにする。

なお、円弧材は図-1 のように支持されているものとする。

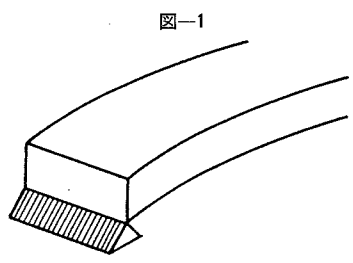


図-1

(1) 円弧ばりの幾何学的形状の表わし方

円弧は、その半径と中心角が与えられれば、その形状が決まる。半径および中心角をそれぞれ r , 2α とする(図-2)。

円弧上の点は、中心を原点とする極座標 (r, θ) で表

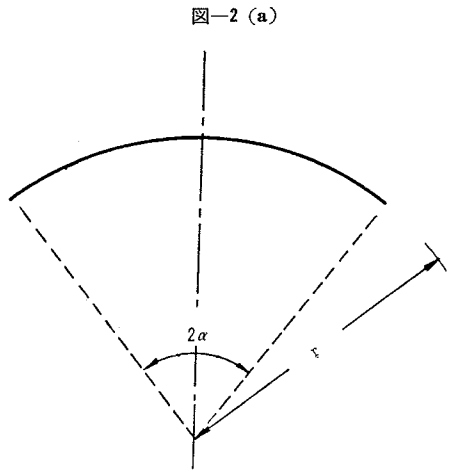
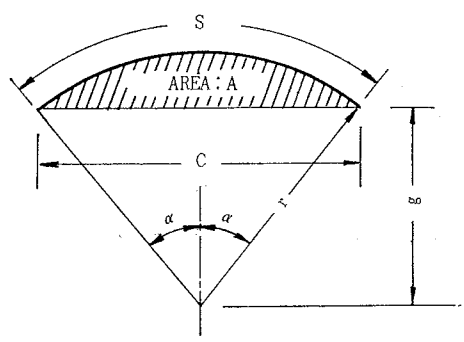


図-2 (a)

図-2 (b)
 $g=r \cdot \cos \alpha, \quad c=2r \sin \alpha, \quad s=2\alpha r$
 $A=(rs-cg)/2=r(\alpha-\sin \alpha \cdot \cos \alpha)$



わすのが最も簡単である。ただし、 r はこの場合円弧の半径で一定であるから、 θ 座標のみで示せば足り、単に θ 点と呼ぶこととする。これは、円弧を中心側からみて、その左右端をきめ、左端を通る半径を基準 ($\theta=0$) とし、これから時計まわりに測る θ を正とする(図-3)。

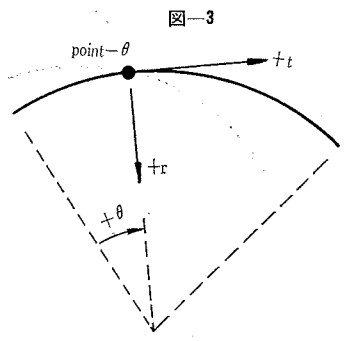


図-3

つぎに、 θ 点において引かれた接線 t は $+\theta$ と一致する方向を正とする。また、 θ 点でひいた法線 r は中心に向かう方向を正とする(図-3)。

(2) $\lambda=EI/GJ$

ただし、 EI =曲げ剛度
 GJ =ねじり剛度

(3) $2W$ =集中荷重; 2ω =分布荷重の強度
荷重は下向きのを正とする。

(4) M, T

それぞれ曲げモーメント、ねじりモーメント。いずれも軸を、 r および t の正方向にむけて時計まわりのものを正とする。

(5) V : 端せん力

r の正方向にみて、考える端の V が遠端を中心にし

* 正会員 工修 三菱重工業KKK広島研究所

て部材を時計まわりに回転させる働らきを示すものを正とする。

荷重をもふくめて、垂直方向の力は、すべて下向きのものを●、上向きのものを⊙で表わす。

(6) τ_{ij} : 接線角

その符号は、曲げモーメントのものと同じ。

(7) θ_{ij} : たわみ角

τ の符号に同じ。

(8) R_i : 部材角

τ の符号に同じ。

2. 仮 定

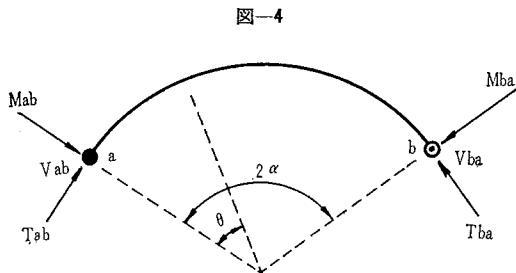
たわみ角式の誘導に際して、つぎの仮定を行なう。

1. 部材は等断面である。
2. 水平方向の変位は無視し、垂直方向の変位のみを考える。
3. せん断力および軸力の影響は無視する。

3. 材端にモーメントが作用する場合

図-4 に示す場合を考える。

任意点 (θ 点) の M および T は、



$$\left. \begin{aligned} M &= M_{ab} \cos \theta - T_{ab} \sin \theta + V_{ab} r \sin \theta \\ T &= M_{ab} \sin \theta + T_{ab} \cos \theta + V_{ab} r (1 - \cos \theta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

この場合のつりあい条件式は、

$$\left. \begin{aligned} V_{ab} &= V_{ba} \\ M_{ab} \cos \alpha + M_{ba} \cos \alpha - T_{ab} \sin \alpha \\ &+ T_{ba} \sin \alpha + 2 V_{ab} r \sin \alpha = 0 \\ M_{ba} \sin \alpha - M_{ab} \sin \alpha + T_{ab} \cos \alpha \\ &+ T_{ba} \cos \alpha = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

このつりあい式より、 T を M と V の関数で表わすと、

$$\left. \begin{aligned} T_{ab} &= M_{ab} \cot 2\alpha + M_{ba} \operatorname{cosec} 2\alpha + V_{ab} \cdot r \\ T_{ba} &= -(M_{ab} \cdot \operatorname{cosec} 2\alpha + M_{ba} \cot 2\alpha + V_{ab} \cdot r) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

式(3)を式(1)に代入して、 θ 点の M , T を求めると、

$$\left. \begin{aligned} M &= M_{ab} (\cos \theta - \cot 2\alpha \cdot \sin \theta) \\ &- M_{ba} (\operatorname{cosec} 2\alpha \cdot \sin \theta) \\ T &= M_{ab} (\sin \theta + \cot 2\alpha \cdot \cos \theta) \\ &+ M_{ba} (\operatorname{cosec} 2\alpha \cdot \cos \theta) + V_{ab} \cdot r \end{aligned} \right\} \dots\dots (4)$$

つぎに、両端 a および b に生ずる接線角 τ_{ab} , τ_{ba} を求める。

曲げモーメントとねじりモーメントによるひずみエネルギー U は、

$$U = \int \frac{M^2}{2EI} ds + \int \frac{T^2}{2GJ} ds$$

円弧材であるから、 $ds = r \cdot d\theta$

また、材質・断面ともに一定とすれば、 U はつぎのようになる。

$$U = \frac{r}{2EI} \int M^2 d\theta + \frac{r}{2GJ} \int T^2 d\theta$$

これより τ_{ab} , τ_{ba} , V_{ab} は、支点沈下がないとした場合、つぎのようになる。

$$\tau_{ab} = \frac{r}{EI} [M_{ab}(\kappa_1 + \lambda\kappa_3) - M_{ba}(\kappa_2 + \lambda\kappa_4)] \dots\dots\dots (5)$$

$$\tau_{ba} = \frac{r}{EI} [-M_{ab}(\kappa_2 + \lambda\kappa_4) + M_{ba}(\kappa_1 + \lambda\kappa_3)] \dots\dots\dots (6)$$

$$V_{ab} = -(M_{ab} + M_{ba}) / 2\alpha r \dots\dots\dots (7)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \kappa_1 &= \frac{\alpha}{\sin^2 2\alpha} - \frac{\cos 2\alpha}{2 \sin 2\alpha} = \frac{Ar^2}{c^2 g^2} + \frac{c}{4g} \\ \kappa_2 &= \frac{1}{2 \sin 2\alpha} - \frac{\cos 2\alpha}{\sin^2 2\alpha} \quad \alpha = -\frac{Ar^2}{c^2 g^2} + \frac{sr}{4g^2} \\ \kappa_3 &= \frac{\alpha}{\sin^2 2\alpha} + \frac{\cos 2\alpha}{2 \sin 2\alpha} - \frac{1}{2\alpha} = \frac{Ar^2}{c^2 g^2} + \frac{g}{c} - \frac{r}{s} \\ \kappa_4 &= -\frac{\cos 2\alpha}{\sin^2 2\alpha} \alpha - \frac{1}{2 \sin 2\alpha} + \frac{1}{2\alpha} \\ &= \frac{Ar^2}{c^2 g^2} - \frac{sr}{c^2} + \frac{r}{s} \\ \lambda &= \frac{EI}{GJ} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

式(5)、式(6)より逆にモーメントを接線角の関数として表わすと式(9)、(10)を得る。

$$M_{ab} = \frac{EI}{2\alpha r} [k_1' \tau_{ab} + k_2' \tau_{ba}] \dots\dots\dots (9)$$

$$M_{ba} = \frac{EI}{2\alpha r} [k_2' \tau_{ab} + k_1' \tau_{ba}] \dots\dots\dots (10)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} k_1' &= \frac{2\alpha(\kappa_1 + \lambda\kappa_3)}{(\kappa_1 + \lambda\kappa_3)^2 - (\kappa_2 + \lambda\kappa_4)^2} \\ k_2' &= \frac{2\alpha(\kappa_2 + \lambda\kappa_4)}{(\kappa_1 + \lambda\kappa_3)^2 - (\kappa_2 + \lambda\kappa_4)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

これが、円弧材の場合のたわみ角式の基本たるべきものである。つぎに部材の両端が変位して、いわゆる部材

角 R' を生じた場合を考える。しかるときは、たわみ角式は接線角の和で表わされ、

$$\begin{aligned} \theta_{ab} &= \tau_{ab} + R' \\ \theta_{ba} &= \tau_{ba} + R' \end{aligned}$$

したがって部材角の生ずる場合には、

$$\left. \begin{aligned} \tau_{ab} &= \theta_{ab} - R' \\ \tau_{ba} &= \theta_{ba} - R' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

a および b 端の変位をそれぞれ d_a および d_b とし、式(13)の R を用いると R' は式(14)のように表わされる。

$$R = \frac{d_a - d_b}{2r \sin \alpha} = \frac{d_a - d_b}{c} \dots\dots\dots(13)$$

$$R' = R \cdot \sec \alpha = \frac{r}{g} R \dots\dots\dots(14)$$

すなわち、部材の両端に変位がある場合の M_{ab} , M_{ba} は

$$M_{ab} = \frac{EI}{s} [k_1' \theta_{ab} + k_2' \theta_{ba} - R \sec \alpha (k_1' + k_2')] \dots\dots\dots(15)$$

$$M_{ba} = \frac{EI}{s} [k_2' \theta_{ab} + k_1' \theta_{ba} - R \sec \alpha (k_1' + k_2')] \dots\dots\dots(16)$$

式(15), (16)は、直線材のたわみ角式で行なうようにつぎのように書きかえて実用式とする。この場合、円弧材と直線材との併用になる構造に適用しやすくするために、直線材と同じ記号を用いることとする。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \varphi_a &= 2E\theta_{ab}, & \psi_{ab} &= -6ER \\ \varphi_b &= 2E\theta_{ba}, & K_{ab} &= I/s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

これにより、つぎの実用たわみ角式を得られる。

$$M_{ab} = K_{ab} [k_1 \varphi_a + k_2 \varphi_b + k_3 \psi_{ab}] \dots\dots\dots(18)$$

$$M_{ba} = K_{ab} [k_2 \varphi_a + k_1 \varphi_b + k_3 \psi_{ab}] \dots\dots\dots(19)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{\alpha(\kappa_1 + \lambda\kappa_3)}{(\kappa_1 + \lambda\kappa_3)^2 - (\kappa_2 + \lambda\kappa_4)^2} \\ k_2 &= \frac{\alpha(\kappa_2 + \lambda\kappa_4)}{(\kappa_1 + \lambda\kappa_3)^2 - (\kappa_2 + \lambda\kappa_4)^2} \\ k_3 &= \frac{k_1 + k_2}{3 \cos \alpha} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(20)$$

式(18), (19)にみるように、直線材に対するたわみ角式においては、 φ および ψ の係数が1あるいは2であるのに対し、円弧材の場合には、円弧材の幾何学的形状と材料の機械的性質で定まる定数となる。曲げモーメントが求まれば、端せん力は式(7)により求めることができ、ねじりモーメントは式(3)によって計算することができる。

4. 中間荷重が作用する場合

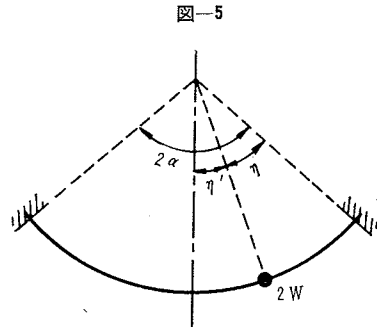
前節では、部材の中間に作用する荷重については考慮しなかった。中間荷重が存在する場合には、これの影響をも加算しておかなければならない。それには、部材両

端が固定でかつ材端の移動のない場合に中間荷重によって支点到誘発される曲げモーメントを追加すればよい。ここでは、軸面に垂直に作用する集中荷重、分布荷重を中間荷重として考える。直線材の場合に合わせて、このモーメントを荷重項と名づけ C で表わすこととする。

この場合には、エネルギー法を用い、対称・逆対称荷重を用いるなどの力学的手段によって解くことができるが、その結果のみを記すと、つぎのようである。

(1) 集中荷重が作用する場合

図-5 の場合を考える。この場合の荷重項は、



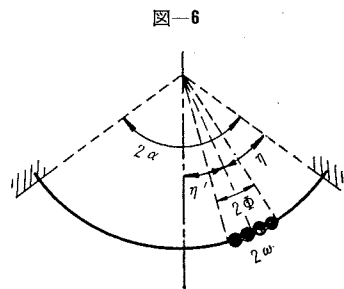
$$\left. \begin{aligned} C_{ab} &= [\mathfrak{I} \cos \alpha - \mathfrak{L} \cdot \alpha - (\eta' - \sin \eta)] Wr \\ C_{ba} &= -[\mathfrak{I} \cos \alpha + \mathfrak{L} \cdot \alpha + (\eta' + \sin \eta)] Wr \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(21)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{S} &= \frac{[2(1+\lambda)\eta \cdot \sin \eta' - (1-\lambda)\sin \alpha \cdot \sin \eta + 2\lambda(\cos \alpha - \cos \eta')]}{2\alpha(1+\lambda) + (1-\lambda)\sin 2\alpha} \\ \mathfrak{I} &= \frac{2[1+\lambda][\eta \cdot \cos \alpha \cdot \sin \eta' - \eta' \sin \eta - \alpha \eta'] + (1-\lambda)\eta' \sin 2\alpha + 4\lambda \sin \alpha \sin \eta'}{2\alpha^2(1+\lambda) - (1-\lambda)\alpha \sin 2\alpha - 4\lambda \sin^2 \alpha} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(22)$$

(2) 部分等分布荷重が作用する場合

図-6 のごとき場合を考える。

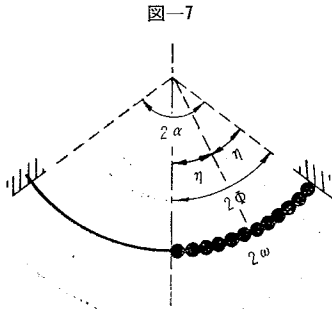


$$\left. \begin{aligned} C_{ab} &= [\sin \Phi \cdot \sin \eta - 2\mathfrak{S} \cos \alpha + \Phi \eta - \mathfrak{C} \alpha] \cdot 2\omega r^2 \\ C_{ba} &= -[\sin \Phi \cdot \sin \eta - 2\mathfrak{S} \cos \alpha - \Phi \eta + \mathfrak{C} \alpha] \cdot 2\omega r^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(23)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{C} &= \Phi + \frac{\begin{aligned} &(1+\lambda)[\sin \alpha \cdot \sin \eta' (2 \sin \Phi - \Phi \cos \Phi)] \\ &+ \sin \Phi (\eta \cdot \sin \alpha \cdot \cos \eta' - \alpha \sin \eta) \\ &- \alpha \Phi \eta' \end{aligned}}{(1+\lambda)2\alpha^2 - (1-\lambda)\alpha \sin 2\alpha - 4\lambda \sin^2 \alpha} \\ \mathcal{S} &= \frac{\begin{aligned} &\sin \Phi [(1+\lambda)(2 \cos \eta' - \eta \cdot \sin \eta')] \\ &- (1-\lambda) \cos \eta \cdot \cos \alpha \end{aligned}}{(1+\lambda)2\alpha + (1-\lambda) \sin 2\alpha} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24)$$

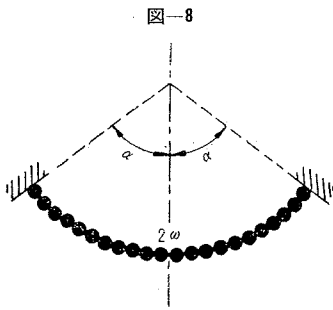
(3) 半弧上に等分布荷重が作用する場合
図-7 の場合。



$$\left. \begin{aligned} C_{ab} &= [\alpha^2 + 2(1 - \cos \alpha) - 8\mathcal{S} \cos \alpha + 4\mathcal{C} \alpha] \cdot \frac{\omega r^2}{2} \\ C_{ba} &= -[-\alpha^2 + 2(1 - \cos \alpha) - 8\mathcal{S} \cos \alpha \\ &\quad + 4\mathcal{C} \alpha] \cdot \frac{\omega r^2}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(25)$$

式中、 \mathcal{C} および \mathcal{S} は式 (24) で $\Phi = \eta = \eta' = \frac{\alpha}{2}$ とおいたものとなる。

(4) 全弧上に等分布荷重が作用する場合



$$\left. \begin{aligned} C_{ab} &= [1 - \cos \alpha - 4\mathcal{S} \cos \alpha] \cdot 2\omega r^2 \\ C_{ba} &= -[1 - \cos \alpha - 4\mathcal{S} \cos \alpha] \cdot 2\omega r^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots(26)$$

\mathcal{S} は式 (24) 参照。

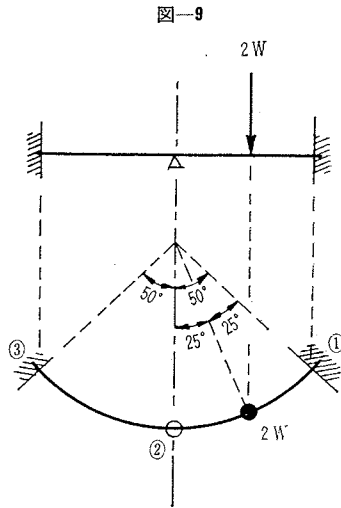
5. 円弧材に対するたわみ角式

3. および 4. で誘導した諸式によって、円弧材に対するたわみ角式は、つぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} M_{ab} &= K_{ab}[k_1\varphi_a + k_2\varphi_b + k_3\psi_{ab}] + C_{ab} \\ M_{ba} &= K_{ab}[k_2\varphi_a + k_1\varphi_b + k_3\psi_{ab}] + C_{ba} \end{aligned} \right\} \dots\dots(27)$$

解例 1.

図-9 に示す 2 スパン円弧連続ばりを解く。ただし、



つぎの仮定を行なう。

- a. 支点沈下はない。
- b. $\lambda=10$ とし、部材はすべて等断面。

式 (20), (21) より

$$k_1 = 1.561 \text{ (両スパン部材共通)}$$

$$C_{21} = -0.244 Wr$$

したがって、

$$M_{21} = K(1.561 \varphi_2) - 0.244 Wr$$

$$M_{23} = K(1.561 \varphi_2)$$

$$M_{21} + M_{23} = 0 \text{ より}$$

$$\varphi_2 = 0.0781 Wr/K$$

これより、

$$M_{21} = 0.122 Wr - 0.244 Wr = -0.122 Wr$$

$$M_{23} = 0.122 Wr$$

$$M_{12} = 0.081 Wr + 0.244 Wr = 0.325 Wr$$

$$M_{32} = 0.081 Wr$$

M が求まれば、式 (3), (7) によって、ねじりモーメントおよび反力を求めることができる。

6. モーメント分配法

5. までに、たわみ角式を誘導したが、これをもとにしてモーメント分配法を考えることができる。この場合も、円弧・直線両材併用の構造にも適用できるように、用語等直線材のそれに合わせる。

(1) 部材角のない場合

a) 固定端へのモーメントの伝達 図-10 で、 ab

部材の b 端を固定とした場合に、 a 端に加えられたモーメント M_{ab} と、 b 端に生ずるモーメント M_{ba} との関係は、

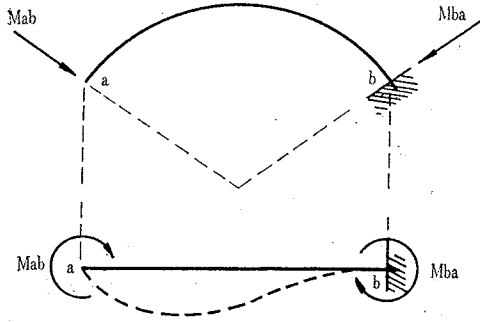
$$M_{ab} = K_{ab}(k_1\varphi_a + k_2\varphi_b)$$

$$M_{ba} = K_{ab}(k_2\varphi_a + k_1\varphi_b)$$

において、 $\varphi_b = 0$ を代入して、

$$M_{ab} = K_{ab}(k_1\varphi_a)$$

図-10



$$M_{ba} = K_{ba}(k_2 \varphi_a)$$

すなわち、

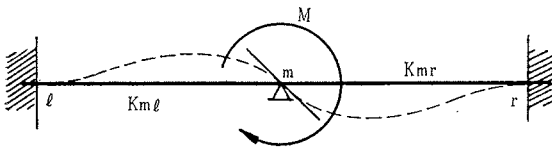
$$M_{ba} = \frac{k_2}{k_1} M_{ab} \dots \dots \dots (28)$$

したがって、「a端に加えられたモーメントは固定端bに、その k_2/k_1 が伝達する」。

b) 分割モーメント、分割率および伝達率 任意の m 節点に集まる部材の他端が、すべて固定で、かつ部材角が生じない場合、 m 節点に加えられたモーメント M が、各部材の m 端にどのように分割されるか、また分割されたモーメントが固定端に伝達される割合を考えよう。

図-11 に示すものは、 m 節点に ml および mr 部材が集まり、 l と r は固定、 m 節点にモーメント M が作用している円弧ばりである。

図-11



たわみ角式は、

$$M_{ml} = K_{ml}(k_1^{ml} \varphi_m)$$

$$M_{mr} = K_{mr}(k_1^{mr} \varphi_m)$$

ここに、 k_1 の肩字 ml, mr は、それぞれ k_1 が ml, mr のものであることを示す (以下同様)。

モーメントのつりあい条件より、

$$K_{ml} \cdot k_1^{ml} \varphi_m + K_{mr} \cdot k_1^{mr} \varphi_m - M = 0$$

$$\therefore M = \varphi_m (K_{ml} \cdot k_1^{ml} + K_{mr} \cdot k_1^{mr})$$

$$\frac{M_{ml}}{M} = \frac{K_{ml} \cdot k_1^{ml}}{K_{ml} \cdot k_1^{ml} + K_{mr} \cdot k_1^{mr}} = \frac{K_{ml} \cdot k_1^{ml}}{\Sigma K \cdot k_1}$$

$$\frac{M_{mr}}{M} = \frac{K_{mr} \cdot k_1^{mr}}{K_{ml} \cdot k_1^{ml} + K_{mr} \cdot k_1^{mr}} = \frac{K_{mr} \cdot k_1^{mr}}{\Sigma K \cdot k_1}$$

ここに、

$$\frac{K_{mi} \cdot k_1^{mi}}{\Sigma K \cdot k_1} = r_{mi} \dots \dots \dots (29)$$

とおくと、

$$M_{ml} = r_{ml} \cdot M$$

$$M_{mr} = r_{mr} \cdot M$$

これより、「節点に加えられたモーメントは、各部材の $K \cdot k_1$ に比例して分割される」。直線材の場合と同様に各部材の m 点に生じた M_{ml}, M_{mr} を分割モーメント、 r_{mi} を分割率と各づける。このように分割されたモーメントは、それぞれの部材の固定端に式 (28) によって、

$$M_{lm} = \left(\frac{k_2}{k_1}\right)^{ml} \cdot M_{ml}$$

$$M_{rm} = \left(\frac{k_2}{k_1}\right)^{mr} \cdot M_{mr}$$

すなわち、伝達モーメント C.M. (Carry over moment) は分割モーメント D.M. (Distributed moment) の k_2/k_1 倍である。

$$C.M. = \left(\frac{k_2}{k_1}\right) D.M.$$

したがって、 m 節点に加えられたモーメント M は、各固定端に、つぎのように伝達される。

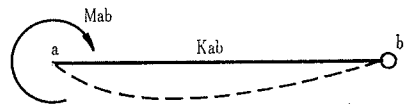
$$\left. \begin{aligned} M_{lm} &= \left(\frac{k_2}{k_1} \cdot r\right)^{ml} \cdot M \\ M_{rm} &= \left(\frac{k_2}{k_1} \cdot r\right)^{mr} \cdot M \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (34)$$

ここに、

$$\frac{k_2}{k_1} \cdot r \text{ を伝達率と名づける。}$$

c) 一端ヒンジ材 図-12 のように、部材 ab の一端 b がヒンジの場合を考える。ただし、この場合のヒンジとは曲げに対してのものでねじりに対しては図-11 のように固定とする。

図-12



M_{ab} と M_{ba} の式で、 $M_{ba} = 0$ とおき両式から φ_b を消去すると、

$$M_{ab} = \frac{k_1 - k_2}{k_1} K_{ab}(k_1 + k_2) \varphi_a$$

これをつぎのように書きかえる。

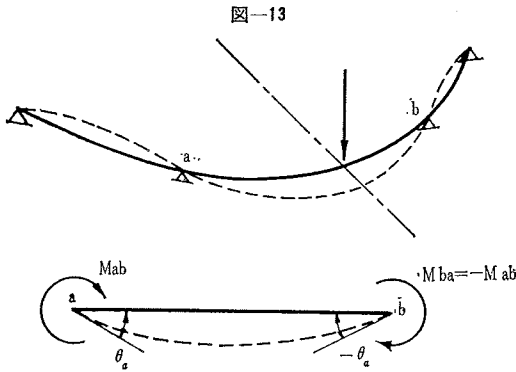
$$\begin{aligned} M_{ab} &= \frac{k_1 - k_2}{k_1} K_{ab} \left[\frac{k_1(k_1 + k_2)}{k_1 + k_2} \varphi_a \right] \frac{k_1 + k_2}{k_1} \\ &= \frac{k_1^2 - k_2^2}{k_1^2} K_{ab}(k_1 \varphi_a) \\ &= K_{ab}'(k_1 \varphi_a) \dots \dots \dots (31) \end{aligned}$$

ただし、

$$K_{ab}' = \frac{k_1^2 - k_2^2}{k_1^2} K_{ab}$$

すなわち、一端ヒンジの場合には、部材の K の $(k_1^2 - k_2^2)/k_1^2$ 倍のものを用いると、一端固定端とみなしてさしつかえない。

d) 対称構造に対称荷重が作用する場合 図-13 に
おいて、対称軸をふくむ部材では、



$$\begin{aligned}
 M_{ab} &= K_{ab}(k_1\varphi_a + k_2\varphi_b) = K_{ab}(k_1 - k_2)\varphi_a \\
 &= K_{ab} \cdot \frac{k_1 - k_2}{k_1} (k_1\varphi_a) \\
 &= K_{ab}'' (k_1\varphi_a) \dots\dots\dots(32)
 \end{aligned}$$

ただし、

$$K_{ab}'' = \frac{k_1 - k_2}{k_1} K_{ab}$$

式(32)は、 K_{ab}'' の b 端固定ばりの a 端の端モーメントにはかならない。したがって、対称構造が対称荷重をうける場合は、対称軸をふくむ部材の K を $(k_1 - k_2)/k_1$ 倍しておけば、部材の一端を固定とみなしてさしつかえない。

e) 対称構造に逆対称荷重が作用する場合 d) の場合と同様に考えて、

$$M_{ab} = K_{ab}(k_1 + k_2)\varphi_a = K_{ab}''' (k_1\varphi_a) \dots\dots\dots(33)$$

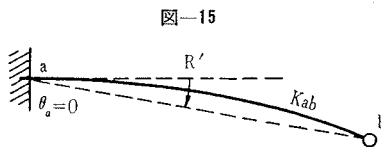
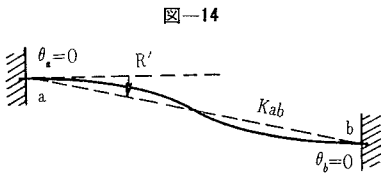
ただし、

$$K_{ab}''' = \frac{k_1 + k_2}{k_1} K_{ab}$$

対称軸をふくむ部材の K を $(k_1 + k_2)/k_1$ 倍しておけば、部材の一端を固定とみなしてさしつかえない。

(2) 部材角のある場合

支点沈下によって部材角が生ずる場合を考える。部材角による固定端モーメントが求まれば解くことができるが、



両端固定の場合は、

$$M_{ab} = M_{ba} = K_{ab} \cdot k_3 \psi_{ab} \dots\dots\dots(34)$$

一端ヒンジの場合は、

$$M_{ab} = K_{ab}(k_2\varphi_b + k_3\psi_{ab})$$

$$M_{ba} = K_{ab}(k_1\varphi_b + k_3\psi_{ab}) = 0$$

より φ_b を消去して、

$$M_{ab} = K_{ab} \cdot \frac{k_3}{k_1} (k_1 - k_2) \psi_{ab} \dots\dots\dots(35)$$

以上、円弧部材の場合のモーメント分配法の基本事項を求めたのであるが、直線部材の場合の分配法では、諸係数が定数として与えられるのに対して、円弧部材の場合には、部材の幾何学的形状と材料の機械的性質によってきまるものとなることは大きい相違点である。分配計算の考え方と要領は、直線材の場合と同様に行なえばよい。表-1 に、直線および円弧材の場合を比較する。

表-1

	円弧部材	直線部材
固定端へのモーメントの伝達	a 端に加えられたモーメントは固定端に k_2/k_1 が伝達する	a 端に加えられたモーメントは固定端にその $1/2$ が伝達する
分割率	$\frac{K_{mi} \cdot k_1^{mi}}{\sum K \cdot k_1}$	$\frac{K_{mi}}{\sum K}$
伝達率	$\frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{K_{mi} k_1^{mi}}{\sum K k_1}$	$\frac{K_{mi}}{2 \sum K}$
一端ヒンジ材の有効剛度	$\frac{k_1^2 - k_2^2}{k_1^2} K$	$\frac{3}{4} K$
対称構造が対称荷重をうけるときの有効剛度	$\frac{k_1 - k_2}{k_1} K$	$\frac{1}{2} K$
対称構造が逆対称荷重をうけるときの有効剛度	$\frac{k_1 + k_2}{k_1} K$	$\frac{3}{2} K$

解例 2.

解例 1. の構造をモーメント分配法で解くとつぎのようになる。

式(20)によって、 k_1 および k_2 を求め、これによりつぎの値が得られる。

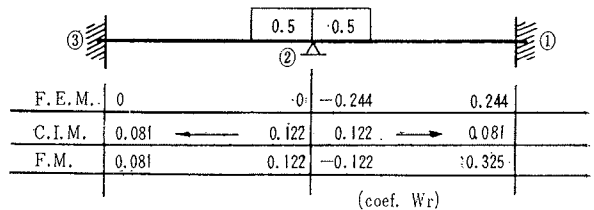
$$k_2/k_1 = 0.66$$

$$\text{分割率 } r = 0.50$$

$$\text{伝達率 } (k_2/k_1) \cdot r = 0.33$$

解析の要領は図-16に示す。結果は解例 1. の場合のものと同じである。

図-16

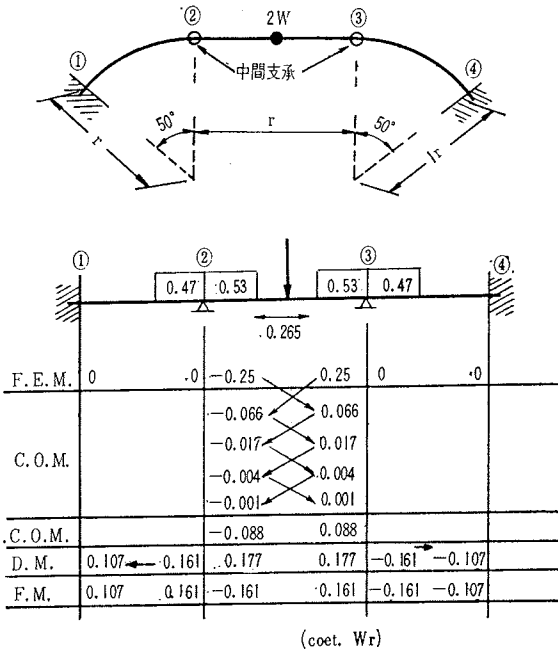


解例 3.

つぎに、直線材と円弧材とによって形成される図-17の連続構造を解析する。ここでもつぎの仮定を行なう。

- a. $\lambda=10$, 全部材の断面は等しい。
- b. 支点沈下はない。

図-17



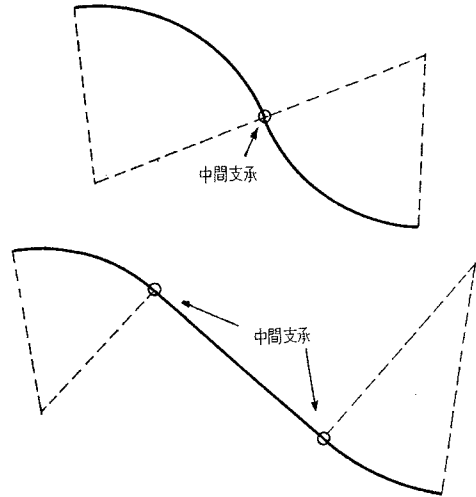
分割率、伝達率を求めて 図-17 に示すように解析すればよい。この際、直線材の部分に対しては、従来用いられている直線材に対する分配法の考えを使用し、本節でのべた円弧材に対するものと組み合わせればよい。

7. 結 語

以上、円弧材に対するたわみ角式を誘導し、それをもとにしてモーメント分配法についても考察した。この際、この計算式の誘導にあたっては、従来慣用されている直線材に対するものとの関連を考えて、円弧材と直線材との併用になる構造にも適用できるようにした。

ここにあげた解析例のほかにも 図-18 に示すような構造をも解くことができるが、この際には端モーメント、端せん断力等の方向性を明確にしておく必要がある。また通常ラーメン計算に用いられる機械的作法法も可能で

図-18



あることも容易に推測できよう。

円弧材が、軸面内の荷重をうける場合については、九州大学村上教授の研究がある。したがって、村上教授の方法と本論文の方法とを用いれば任意の荷重をうける円弧材の解も可能となる。

さらに、本論文の方法に、いま少しの修正を加えれば、いわゆる格子構造への拡張も電子計算機の利用と相まって可能となるが、これについてはつぎの機会にゆずることとする。

8. あとがき

この研究に関しては、九州大学村上正教授のご指導をいただいた。付記して謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) Tadashi Murakami: "Studies on the Slope-Deflection Method", Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu University, Vol. XIV, No. 1
- 2) 山本 宏: "円形梁より成る構造物の解法について", 土木学会西部支部 33 年度研究発表会
- 3) 山本 宏・坂田敦彦: "円形梁より成る構造物の解析について", 土木学会西部支部 34 年度研究発表会
- 4) 村上 正・山本 宏: "曲線桁および曲線格子の一解法", 第 6 回日本道路会議
- 5) 樋浦大三・栗本 謙: "曲線ラーメンについて", 土木学会第 18 回年次学術講演会講演概要

(1963. 4. 10・受付)