

有効応力よりみた飽和粘土の一次元圧密と 強度特性に関する研究*

STUDY ON THE ONE-DIMENSIONAL CONSOLIDATION AND THE SHEAR STRENGTH CHARACTERS OF FULLY-SATURATED CLAY, IN TERMS OF EFFECTIVE STRESS

赤井 浩一**・足立 紀尚***
By Koichi Akai and Toshihisa Adachi

要 旨 一般に飽和粘土の一次元圧密については、Terzaghi¹⁾の著名な理論によって完全に解明されていると考えられている。しかし厳密に言えば、この理論は等方応力のもとで排水のみが一次的に生ずる場合に立脚している。すなわち Terzaghi の理論は圧密過程における粘土層内の有効応力の多次元性を考慮していないのである。

多くの粘土層の圧密は側方変位の生じない条件のもとで起こる。このような場合、側方応力は圧密の進行とともに減少し、その結果主応力差が増大する。したがって一次元圧密を厳密に理解するためには、内部応力の面に立ち入って研究を進める必要がある。

そこで、改良型三軸試験機を用いて側方変位を許さない圧密試験を行ない、側圧変化、間げき水圧の時間的変化に注目して、有効応力と容積変化、圧密中増大する主応力差と形状変化の関係や静止土圧係数 K_0 の推移を研究し、さらに上述のような異方応力履歴が強度におよぼす影響を調べるために、非排水せん断試験を行なった。

1. 飽和粘土の等方圧密と一次元圧密

(1) 概 説

粘土は土粒子の集合体からなる骨格を有し、その間げきは液体と気体の混合物である流体によって満たされており、外力の作用によって生ずる応力は骨格に加わる有効応力と流体に加わる間げき圧に分けられる。

土質力学において間げき圧に関する研究の重要性は、有効応力による試験結果の解析に由来するものであるが、この間げき流体の流動によるこれら応力の時間的変化に着目して土の変形と破壊の問題を取り扱うようになったのは基本的かつ重要な進歩の一つである。

土のように固体、液体または気体が共存する場合、力学的にそれぞれが独立して挙動するとは限らない。したがって三相について別々にそれぞれの力学を適用して、

これらを組み合わせて土の力学を組立ててよいかどうかは今後の重大な問題であろうと思われる。しかし現在の時点においては、既知の知識に立って現象をより正確に追求することが必要であると考えられる。

粘土の一次元圧密については、Terzaghi の著名な理論が出て以来、議論の多い二次圧密の問題を除いては、すべて解明されているように広く思われている。しかしこの一次元圧密において、載荷により粘土層から間げき水の出る過程は透水性とか粘土骨格の圧縮性だけから決まるものではなく、間げき水そのものの物理的性質にも関係し、さらに骨組と間げき物質の相関関係が大きな役割を果たしていると思われる。従来的一次元圧密に関する研究は、変位のみに関する議論が多いが、粘土の力学的挙動を正確に理解するためには変位のみならず、実際に生じている応力をもとに究明すること、すなわち応力一ひずみ関係を正しく把握することが、有効応力の概念にもとづいて粘土の力学を確立するためにも必要なことであろう。

Terzaghi 理論の論拠である標準圧密試験では、周知のように供試体を剛なリング内にセットし、側方変位零なる条件のもとで圧密が行なわれる。土粒子実質部分と水の非圧縮性を考えると、飽和粘土では載荷時において載荷重に等しい間げき水圧が発生する。この初期条件は等方三軸圧密の初期条件でもあり、したがって飽和粘土の標準圧密試験の場合、初期においては側方からも載荷重に等しい応力を受けているものと考えられる。

一方、Terzaghi 理論のように、圧密中における粘土試料内のせん断応力の発生を考慮しないのは、明らかに等方三軸圧密における条件に適合する。

他方、粘土の構造骨格は非圧縮性ではないから、側方拘束状態では圧密の進行とともに側方応力が減少することになる。このことはまた実験的な事実であり、一次元圧密理論をより厳密に研究するためにはこの現象を無視することはできない。すなわち圧密の進行とともに側圧が減少することにより主応力差が増大し、沈下は圧密による容積変化の鉛直方向成分と、主応力差によるせん断変形の和として生じていると考えられる。さらにこのせ

* 土木学会第 18 回および第 19 回年次学術講演会 (昭 38.5. および 39.5) において発表したものに、その後の考察を加えてとりまとめたものである。

** 正 員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室

*** 学生員 工修 京都大学大学院工学研究科博士課程学生

ん断変形にともなう容積変化, すなわちダイレイタンスーが粘土の場合にも生ずることが明らかになっており, これが二次圧密の主要な原因の一つになると考えられる。これらの現象が一次元圧密の間に同時に生じ, このことが圧密中の間げき水圧の様相を複雑にするのであるが, この論文においては有効応力と粘土の骨組の圧縮性に重点をおいて圧密機構を明らかにすることを試みる。

(2) 従来の研究

従来, 一次元圧密について多くの実験的, 理論的研究がなされてきているが, この論文の性格上ここでは特に側圧変化に関する研究について簡単にふりかえってみる。

Terzaghi²⁾ (1925) は側方拘束状態での側方応力を知ることにより土のポアソン比を求めることができることに着目して, 静止土圧係数の値, すなわち水平方向に全然変位しない場合の土圧係数 K_0 の値を求めるために初めて実験的研究を行なった。彼は圧密装置の中に薄い金属の薄片を入れ, 一つは金属片が水平におかれ, 他方は鉛直において, 砂と完全にこねかえした粘土について測定を行なった。実験の方法は試料を荷重によって完全に圧密したのち, 金属片を引抜くに要する力を測定して, 2種の金属片で測定した力の比 p_h/p_v が静止土圧係数 K_0 をあらわすものと考え, 粘土について $K_0=0.70\sim 0.75$ を得ている*。しかし Tschebotarioff は上記の K_0 の値が過大に評価されているとして以下の理由をあげている。すなわち鉛直方向の力 p_v を測定するために水平においた金属片の下の粘土は, 金属片のたわみのため圧密容器の側壁付近で十分圧密されておらず, これによって p_v の値が小さくなり, 真の値より大きな K_0 が測定されている。

Tschebotarioff³⁾ (1948) は土圧計 (lateral earth pressure meter) によっていろいろな深さの点で圧密時の側圧の変化を測定した。十分に飽和され, 先行圧密を受けたことのないねり返した blue clay の試料において, 鉛直圧を加えた直後に測定した応力比 K はほとんど正確に 1.0 であって, 時間の経過とともに圧密が進むにつれて徐々に減少し, 最終的に $K=0.50$ で安定する。載荷直後の完全な液圧状態から Tschebotarioff が名づけた圧密平衡状態まで圧密する間に間げき水圧は消散する。上記の K は全応力で表わした水平—鉛直応力比であり, この時間的な変化は, 一次元圧密時に側圧が減少することを明らかに示している。

Biot⁴⁾ の流れをくんで Tan⁵⁾ (1961) は三次元圧密理論を展開し, 等質, 非等質な粘土層の一次圧密および二次圧密について新しい見解を提案しており, 一次元圧密においては側圧と沈下との双方の測定の重要性を指摘し

* 静止土圧係数はその定義 (式 (22) 参照) により有効応力で表わした静止時の水平—鉛直応力比であって, これを K_0 で表わし, 後述の全応力表示の応力比 K と区別する。

ている。彼は gauge oedometer を用いて密な硬質粘土について実験し, 全応力表示での側圧は間げき水圧の減少とともに変化し, 一次元圧密終了時に $K=0.6$ の値をとり, その後ふたたびわずかに増加すると述べている。

しかし容器と供試体の間の摩擦があるため, 上記のような方法で直接 K_0 の値を測定することに疑問が残る。したがって K_0 を直接測定するためには供試体が鉛直方向にのみ圧縮され, 水平方向にはせん断応力の発生しない境界によって完全に拘束できるような試験方法が要求される。

以上の観点から Bishop⁶⁾ (1958) は側方ひずみ計を併用して普通の三軸試験機による K_0 -test* を実施しているが, その結果乱さない Chew Stoke sandy clay に対して $K_0=0.43$, こねかえした Weald clay について $K_0=0.71$ なる値を得ている。さらに今まで行なわれたクリープ試験によると, K_0 の値が時間とともに増加する傾向のないことと, 二次元圧密においてさえ K_0 の値がわずかに減少する傾向にあると述べている。

ごく最近 Thompson⁷⁾ (1963) は Cambridge Gault clay の飽和したねり返し試料に対して一次元圧密における側圧変化を調べる実験的研究を行っており, 試料の初期間げき比, 荷重増加比が側圧の挙動に関係することを示している。

一方, Leonards と Girault⁸⁾ (1961) は標準圧密試験において間げき水圧を測定し, 間げき水圧におよぼす間げき流体の性質と側面摩擦の影響について研究しているが, さきの Thompson の研究と比較して, 側面摩擦, 側圧変化, 間げき水圧などの相互関係は興味ある問題と思われる。

(3) 応力—ひずみ関係

粘土の圧密の一般的な場合について, つぎの基本的条件を仮定する。

- ① 粘土の間げきは非圧縮性の水で完全に飽和されており, 土粒子もまた非圧縮性とする。
- ② 間げき水の流れに対しては Darcy の法則が成立するものとする。また透水係数は一定と考える。
- ③ 粘土の構造骨格は等方, 等質の弾性体とし, そのひずみは微小である。

粘土の構造骨格に上のような性質を認めると, 有効応力 σ' とひずみ ϵ の関係はつぎのようなテンソル表示で表わされる。

$$\sigma'_{ij} = \frac{3K_V - 2G}{3} \epsilon_{kk} \delta_{ij} + 2G \epsilon_{ij} \dots \dots \dots (1)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}$$

ここに, K_V は体積弾性係数 (圧縮係数 m_v の逆数), G はせん断弾性係数, δ_{ij} は Kronecker の delta を表わす。式 (1) を各方向の成分で表わすと次式を得る。

* 側方拘束状態での一次元圧密試験を簡単に K_0 -test とよぶ。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x' &= \lambda e + 2\mu \epsilon_x, & \tau_{yz}' &= \mu \tau_{yz} \\ \sigma_y' &= \lambda e + 2\mu \epsilon_y, & \tau_{zx}' &= \mu \tau_{zx} \\ \sigma_z' &= \lambda e + 2\mu \epsilon_z, & \tau_{xy}' &= \mu \tau_{xy} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ただし λ, μ は Lamé の定数で、ポアソン比 ν と弾性定数 E の間にはつぎの関係がある。

$$\lambda = \frac{3K_V - 2G}{3} = \frac{2\mu\nu}{1-2\nu}, \quad \mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)} \dots\dots\dots (3)$$

$$e = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z \text{ (dilatation)}$$

一方、応力テンソル T , またはひずみテンソル D は体積ひずみを示す球テンソル T' , D' と形状変化を表わす成分、偏差テンソル T'' , D'' に分けることができる。したがって Hooke の法則は

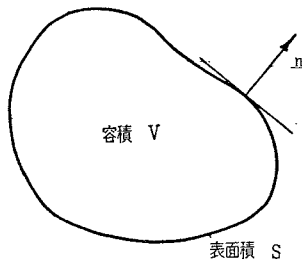
$$\left. \begin{aligned} T' &= 3K_V D' \\ T'' &= 2GD'' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

となり、容積変化は平均垂直応力に比例し、形状変化は軸差応力に比例することを示している。

(4) 圧密の基礎方程式⁹⁾

間げきをもつ物体内に図-1に示すような容積 V , 表

図-1 間げき物体中にとった任意の閉そく系



面積 S の固定した閉じた容積を考えると、表面 S を通って速度 \mathbf{v} で流入する水量は \mathbf{n} を法線方向の単位ベクトルとすると

$$\iint_S (\mathbf{v}, \mathbf{n}) dS \dots\dots\dots (5)$$

となる。他方、 Q の割合で内部的に発生する水頭の変化による容積の増加はつぎに与えるものとなる。

$$\iiint_V Q dV \dots\dots\dots (6)$$

したがって、全容積変化は

$$\iint_S (\mathbf{v}, \mathbf{n}) dS + \iiint_V Q dV \dots\dots\dots (7)$$

となるが、これに Gauss の定理を適用すると

$$\iiint_V (\nabla \cdot \mathbf{v} + Q) dV \dots\dots\dots (8)$$

と書くことができる。一方、Darcy の法則は次式のよう表わされる。

$$\mathbf{v} = k \nabla h \dots\dots\dots (9)$$

式(9)を式(8)に代入すると、全容積変化は

$$\iiint_V (k \nabla^2 h + Q) dV \dots\dots\dots (10)$$

となる。粘土の構造骨格は間げき水の時間的流出量に等しい容積変化を受けるから

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial t} \dots\dots\dots (11)$$

が成立し、したがって任意の容積 V に対する全容積変化は

$$\iiint_V \frac{\partial e}{\partial t} dV \dots\dots\dots (12)$$

である。粘土の構造骨格の容積変化は間げき水の流出量に等しいから次式が成立する。

$$\iiint_V [k \nabla^2 h + Q + \frac{\partial e}{\partial t}] dV = 0 \dots\dots\dots (13)$$

V は任意の容積であるから式(13)は

$$k \nabla^2 h + Q + \frac{\partial e}{\partial t} = 0 \dots\dots\dots (14)$$

となる。

一般に水頭 h と間げき水圧 u の間にはつぎの関係がある。

$$u = \tau_w h \dots\dots\dots (15)$$

ここに τ_w は水の単位重量である。

飽和粘土層内の任意の面に作用する全応力(平均垂直応力) σ_m は間げき水圧 u と有効応力 σ_m' の双方でうけもたれる。すなわち

$$\sigma_m = \sigma_m' + u \dots\dots\dots (16)$$

ここに $\sigma_m' = (\sigma_x' + \sigma_y' + \sigma_z')/3$

式(4)によって容積変化は平均有効応力に比例する。すなわち

$$\frac{e}{\sigma_m'} = \frac{1}{K_V} = m_v \dots\dots\dots (17)$$

このように容積変化 e と平均有効応力 σ_m' の比を体積圧縮係数 m_v と定義すると、式(16)から

$$\frac{\partial \sigma_m'}{\partial t} = -\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_m}{\partial t} \dots\dots\dots (18)$$

なる関係があるから、式(17)によって

$$\frac{\partial e}{\partial t} = m_v \frac{\partial \sigma_m'}{\partial t} = -m_v \frac{\partial u}{\partial t} + m_v \frac{\partial \sigma_m}{\partial t} \dots\dots\dots (19)$$

となる。式(15)と式(19)を式(14)に代入すると、つぎの圧密の基礎方程式が求まる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{k}{m_v \tau_w} \nabla^2 u + \left(\frac{1}{m_v} Q + \frac{\partial \sigma_m}{\partial t} \right) \\ &= \frac{k}{m_v \tau_w} \nabla^2 u + R \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

ここに $R = Q/m_v + \partial \sigma_m / \partial t \dots\dots\dots (20)'$ であって、右辺第1項は内部的に発生する水頭変化によるもの、第2項は外的な作用平均応力の時間的変化によるものである。

(5) 等方圧密への適用

普通の三軸試験で遭遇する等方圧密の問題を考えてみる。なお以下の問題において応力は主応力と考えて解析する。等方応力条件 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_m$ から $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = e/3$ となる。この場合圧密過程においては、作用全応力の変

化はないから式(20)において $R=0$ であり、したがって圧密の基礎方程式は間げき水圧に関して

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k}{m_v \gamma_w} \nabla^2 u = c_v \nabla^2 u \dots\dots\dots(21)$$

となる。ここに $c_v = k/m_v$, γ_w は圧密係数である。

式(21)は Terzaghi が提示した周知の基礎方程式であり、これを過剰間げき水圧に関する初期条件、境界条件について解けばよい。初期条件としては、作用応力の増加量に対して式(2)と式(15)からそれに等しい過剰間げき水圧が発生するから、その値をとればよい。

(6) 一次元圧密への適用

広く用いられる標準圧密試験は、Terzaghi が彼の理論を展開したときの論拠でもある。この場合に粘土供試体は鉛直荷重 σ_1 の荷重を受け、側方は剛なリングで拘束されており、したがって側方の変位は生じないから、その条件は $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$, すなわち $\sigma_2 = \sigma_3$ となる。一般には比較的薄い粘土層が砂層の間か、砂層と岩盤の間にはさまれている場合とか、粘土層の厚さにくらべて載荷面積が大きい場合の圧密に適合する。

a) 静止土圧係数 水平方向の有効応力 σ_3' と鉛直方向の有効応力 σ_1' の比を K_0 で表わし、静止土圧係数と称する。すなわち

$$K_0 = \frac{\sigma_3'}{\sigma_1'} \dots\dots\dots(22)$$

$\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$ を式(2)に代入すると、つぎの関係式を得る。

$$K_0 = \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} = \frac{\nu}{1 - \nu} \dots\dots\dots(23)$$

粘土の構造骨格のポアソン比 ν を一定と考えると、全圧密過程を通して静止土圧係数 K_0 は一定となる。さらに $\nu \leq 1/2$ であることにより $K_0 \leq 1$ が求まる。

一方、 K_0 と有効応力で表わした粘土のせん断抵抗角 ϕ' との間に Jaky¹⁹⁾ の式を適用すると、つぎの関係式が成立する。

$$K_0 = 1 - \sin \phi' \dots\dots\dots(24)$$

この関係式を採用すると、 ν と ϕ' の間にはつぎの関係が成立するといえる。

$$\nu = \frac{1 - \sin \phi'}{2 - \sin \phi'} \dots\dots\dots(25)$$

b) 側圧変化 a) で述べたように静止土圧係数 K_0 が圧密過程を通して一定であるとする、側圧 σ_3 は間げき水圧 u を用いて式(22)から、

$$\sigma_3 = K_0 \sigma_1 + (1 - K_0) u \dots\dots\dots(26)$$

で与えられる。載荷重 σ_1 は圧密を通して不変であって、初期条件としては載荷の瞬間に排水が生じない。すなわち変位が生じないことから、式(2)と式(16)より

$$\sigma_1 = \sigma_3 = u_0 \dots\dots\dots(27)$$

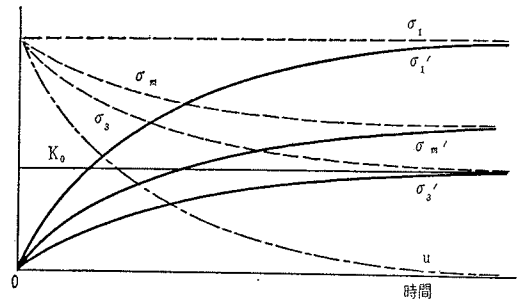
となる。ここに u_0 は初期の発生間げき水圧を表わす。

圧密の進行とともに間げき水圧 u はしだいに減少す

るから、 $K_0 < 1$ なる条件を考えると側方応力 σ_3 もしだいに減少し、最終時には $K_0 \sigma_1$ となる。このことは重要なことである。すなわち一次元圧密(側方拘束条件のもとでの圧密)では、側圧 σ_3 の減少によって平均全応力 σ_m が初期の σ_1 から $(1+2K_0)\sigma_1/3$ まで変化する。

したがって一次元圧密における過剰間げき水圧の逸散は、作用平均応力 σ_m の減少によって内部的に加速されると考えられる。図-2 は一次元圧密時の各方向の全応力、有効応力、静止土圧係数および過剰間げき水圧の時間的変化を表わしている。

図-2 一次元圧密中の各応力の時間的変化



c) 一次元圧密の基礎方程式 b) で考察したよう

に、一次元圧密においては、圧密の進行とともに生ずる全作用応力 σ_m の減少によって過剰間げき水圧が減少し、式(27)で与えられる初期間げき水圧のもとでの排水による減少に付加されることになる。したがって圧密の方向を z 方向にとると、基礎方程式の式(20)によって

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + R \dots\dots\dots(28)$$

で示される。このさい式(20)の $Q=0$, すなわち内部的に発生する水頭の変化がない場合を考えると、 $R = \partial \sigma_m / \partial t$ である。 σ_m の減少による間げき水圧の内部的減少の時間的割合 R は、過剰間げき水圧と同様に場所 z と時間 t の関数であると考えられるから、式(28)は

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + R(z, t) \dots\dots\dots(29)$$

となり、これを与えられた初期条件および境界条件について解けばよいのであるが、 $R(z, t)$ の関数形を決定することは一種の不静定問題であって、実験的に見出さねばならない。

d) 沈下と容積変化 粘土内の有効応力が直接測定できない以上、既知の全応力から測定可能な間げき水圧を差引いて求めるしか現在のところ方法がない。しかし有効応力と容積変化の関係は、微小変位の弾性論を用いると式(17)で示すような直線的な関係となる。また時間的には間げき水圧の消散による遅れ、すなわちいわゆる hydrodynamic lag しか考えられない。これはまた Terzaghi の理論の立脚点でもある。しかし一次元圧

密においては、等方有効応力 σ_m' にもとづく容積変化によって鉛直にも水平にも変位が生じ、この水平方向の変位を打消すために側圧が減少し、このため発生する主応力差 $(1-K_0)\sigma_1'$ によって、水平方向に膨張して、これとさきの容積変化による水平方向の圧縮とが釣合を保つものと考えられる。ゆえに一次元圧密における沈下は、次節で述べるダイレイタンスのない物質においてさえ、等方有効応力 σ_m' による容積変化の鉛直成分と主応力差 $(1-K_0)\sigma_1'$ による形状変化、すなわちせん断変形の成分の和として生じていると考えるべきである。

(7) ダイレイタンス

これまで、粘土の構造骨格の力学的挙動は等方等質の微小変位の弾性理論で説明されるとしてきた。すなわち容積変化は平均有効応力 σ_m' に関係し、主応力差は形状変化にのみ寄与するとしたのである。

ところが実際には、粘土は主応力差(せん断応力)によっても容積変化を生ずる。この主応力差による容積変化、すなわちダイレイタンスの概念はまず砂の研究にとり入れられ、さらに粘土についても多くの研究が行なわれている。しかし粘土のような鱗片状粒子の不均質な構成物質におけるダイレイタンスの物理的意味は簡単に説明できるものではないが、現在のところ間げき水圧の挙動に関して包括的な研究を要するものと思われる。

Skempton¹¹⁾ は非排水条件のもとで、作用応力の増加によって飽和粘土中に発生する間げき水圧の増加量をつぎの関係式で示した。

$$\Delta u = \Delta \sigma_3 + A(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) \dots \dots \dots (30)$$

ここにAは間げき水圧係数である。

その後 Henkel¹²⁾ は、中間主応力の影響を考慮して式(30)をつぎのように改めた。

$$\Delta u = \frac{\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3}{3} + a \sqrt{(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_2)^2 + (\Delta \sigma_2 - \Delta \sigma_3)^2 + (\Delta \sigma_3 - \Delta \sigma_1)^2}$$

ここにaはやはり間げき水圧係数である。普通の三軸試験のような軸対称問題では、この式はつぎようになる。

$$\Delta u = \frac{\Delta \sigma_1 + 2 \Delta \sigma_3}{3} + \sqrt{2} a (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) \dots \dots \dots (31)$$

星埜¹³⁾ は有限変位理論に立って独自の基本理論を展開し、正八面体応力

$$\sigma_m' = \frac{1}{3}(\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3')$$

$$\tau_m' = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1' - \sigma_2')^2 + (\sigma_2' - \sigma_3')^2 + (\sigma_3' - \sigma_1')^2}$$

を用いて容積変化および形状変化と応力との間につぎの関係式を提案した。

$$\frac{dn}{1-n} = \frac{1}{V} d\sigma_m' + K \frac{1}{U} d\tau_m$$

$$\frac{dm}{1-m} = \frac{1}{U} d\tau_m$$

ここにnは容積変化、mは全形状変化、V、Uは容積変化および形状変化に対する定数、Kは比例係数である。上の第1式の右辺第2項は主応力差による容積変化を示し、主応力差による全形状変化に比例すると仮定している。これらの式を解いて星埜は作用応力と発生間げき水圧との関係式をつぎのように求めた。

$$\Delta u = \left\{ \frac{1}{3}(\Delta \sigma_1 + 2 \Delta \sigma_3) + \frac{\sqrt{2} K}{3 \left(\frac{U}{V_0} \right)^{\frac{2}{3}}} (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) \right\} \dots \dots \dots (32)$$

この式は式(30)、(31)と類似のものである。

柴田・松尾¹⁴⁾ は正規圧密粘土の容積変化について、つぎのように述べている。

① 供試体が等方応力 σ_m で圧密を受けるさいの容積変化を ΔV_1 で表わすと、

$$\frac{\Delta V_1}{V_0} = C \log \frac{\sigma_m'}{\sigma_0'} \dots \dots \dots (33)$$

ここに V_0 は先行応力 σ_0' によって圧密をうけた粘土の初期容積、Cは圧縮係数に対応する係数である。

② 等方圧密後、平均応力 σ_m' を一定に保って主応力差を増加させたときの容積変化を ΔV_2 とすると、

$$\frac{\Delta V_2}{V_0 - \Delta V_1} = D \left\{ \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - \sigma_c}{\sigma_m'} \right\} \dots \dots \dots (34)$$

ここに σ_c は主応力差が σ_c より小さい場合にはダイレイタンスが生じないという限界値を表わす。

③ 結局、等方圧密とダイレイタンスによる粘土の容積変化は

$$\frac{\Delta V}{V_0} = C \log \frac{\sigma_m'}{\sigma_0'} + D(1 - C \log \frac{\sigma_m'}{\sigma_0'}) \left\{ \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - \sigma_c}{\sigma_m'} \right\} \dots \dots \dots (35)$$

と与えられる。

以上のことからわかるように、一次元圧密における過剰間げき水圧は σ_m の減少によって内部的に減少が加速されるが、一方、主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ の増加によって逆に減少が抑制されることになる。したがって式(29)の付加項 $R(x, t)$ は、平均応力 σ_m の減少と主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ の増加による過剰間げき水圧の内部的な時間的変化割合として表わされる。すなわち

$$R(x, t) = \frac{\partial}{\partial t} \{ \sigma_m + \sqrt{2} a (\sigma_1 - \sigma_3) \} \dots \dots \dots (36)$$

式(36)は σ_m と $(\sigma_1 - \sigma_3)$ の変化が同時に過剰間げき水圧に影響を与えることを意味している。

柴田・梅原¹⁵⁾ は粘土のダイレイタンスに関する実験において、供試体からの排水が完了するには約2週間を要することを報告している。さらに周知のように普通の非排水せん断試験で間げき水圧を測定するためには、非常に遅い変形速度でせん断を行なう必要がある。上の事実を考慮すると、主応力差による過剰間げき水圧はすでに述べたようにながりの時間的遅れを生ずるものと思われる。

正規圧密粘土においては、負のダイレイタンスー（圧縮）によって一次元圧密のほうが等方圧密より大きな体積圧縮係数 m_v をとることが予想される。さらに一次元圧密における粘土のダイレイタンスーが上述のようになり大きい時間的遅れを呈することから、これがいわゆる二次圧密の大きな要因の一つであると考えられる。

(8) 二次圧密

Terzaghi の圧密理論においては、粘土の容積変化とその構造骨格に作用する有効応力とは本質的に時間に関係しない。この理論はかなり広範な粘土の実験データを十分に説明できるが、ある種の粘土ではかなりの離脱が認められており、特に沈下の速さは圧密の終期において理論が示すものよりずっと遅れることが知られている。これを二次圧密と称する。

Taylor¹⁶⁾ は圧密における時間的な遅れが、排水による hydrodynamic lag と構造粘性的な plastic lag との2つからなると述べて、おもに圧縮の速さに関する塑性抵抗の概念を導入した。

その後 Tan⁵⁾ や Lo¹⁷⁾ らによって重要な研究が行なわれているが、これらの理論では一定の応力のもとで粘土の構造骨格がクリープを呈すると考えており、このような考えは広く土のレオロジーの性質の研究において用いられている。

一方、竹中¹⁸⁾ は圧密の終期に現われる沈下—時間曲線の半対数紙上での直線部分はおもに容器と供試体間の摩擦によるものであるから、試験結果によくあう模型を考えて解析することは粘土の構造の本質的な性質に反するものであると述べている。しかし側面摩擦のない三軸試験を行なって、多次元応力、すなわち主応力差によって二次圧密の速さが増大するという結果を得ている。

以上のことを総合して、つぎのように結論づけられる。一次元圧密においては、側圧 σ_3 の減少にともなって平均応力 σ_m と主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ が時間的に変化し、これらの作用応力の間げき水圧への影響を考慮すると、間げき水圧の逸散は圧密の初期に速く、圧密の終期に遅れるものと考えられ、この遅れが二次圧密となって現われるのである。

(9) 一次元圧密の厳密解

a) 鉛直方向への排水の場合 (6) で述べたように

に、一次元圧密では平均応力 σ_m の減少と増大する主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ によって、過剰間げき水圧 u は内部的に変化する。したがって一次元圧密を支配する方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + R(z, t) \dots\dots\dots(37)$$

として考える必要がある。これをつぎの初期条件および境界条件で解く。

$$\left. \begin{array}{l} t=0 \text{ において } u=u_0(z) \\ 0 < t < \infty, z=0 \text{ において } u=0 \\ z=2h \text{ において } u=0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots(38)$$

その結果次式が得られる。

$$\begin{aligned} u(z, t) = & \frac{1}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\int_0^{2h} u_0(z) \sin \frac{n\pi z}{2h} dz \right] \\ & \cdot \sin \frac{n\pi z}{2h} e^{-c_v \left(\frac{n\pi}{2h}\right)^2 t} + \frac{1}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi z}{2h} \int_0^t e^{-c_v \left(\frac{n\pi}{2h}\right)^2 (t-\mu)} \\ & \cdot d\mu \int_0^{2h} R(\lambda, \mu) \sin \frac{n\pi \lambda}{2h} d\lambda \dots\dots\dots(39) \end{aligned}$$

普通の三軸試験では、間げき水圧の初期値 $u_0(z)$ と $R(z, t)$ の変化は位置 z に関係しないから、式 (39) はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} u(z, t) = & \frac{4u_0}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin \cdot \left[\frac{(2n+1)\pi z}{2h} \right] \\ & \cdot e^{-(2n+1)^2 \pi^2 T_v/4} \\ & + \frac{1}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi z}{2h} \int_0^t e^{-c_v \left(\frac{n\pi}{2h}\right)^2 (t-\mu)} R(\mu) d\mu \\ & \cdot \int_0^{2h} \sin \frac{n\pi \lambda}{2h} d\lambda \dots\dots\dots(40) \end{aligned}$$

さらに一般の等方圧密では

$$u(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4u_0}{n\pi} \sin \frac{n\pi z}{2h} e^{-c_v \left(\frac{n\pi}{2h}\right)^2 t} \dots\dots(41)$$

として表わされる。粘土層の全厚にわたる平均間げき水圧 \bar{u} は次式のようになる。

$$\bar{u}(t) = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp \left[-\frac{(2n+1)^2 \pi^2}{4} T_v \right] \dots\dots\dots(42)$$

式 (37) の右辺の熱源項に相当する $R(t)$ が初等関数で表されない場合には数値積分の手法¹⁹⁾を用いて、方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + R(t) \dots\dots\dots(37)'$$

の代わりに

$$u(z, t+\tau) = \frac{1}{2s} \int_{-s}^s u(z+\xi, t) d\xi + R(t) \dots\dots\dots(43)$$

ここに $s = \sqrt{6c_v\tau}$

とおき、これを $R(t)$ の実測値に適用して数値積分を行なうことができる（付録参照）。

b) 水平方向への排水の場合 標準圧密試験にみられる一次元圧密の条件は単に側方変位が零というだけでなく、水平方向には間げき水の流れを考えていない。

三軸試験で行なう通常の K_0 -test* においては、圧密は供試体上面（排水面）からしだいに下方に進行するにかかわらず側圧 σ_3 を供試体全高にわたって一様に減少させるため、鉛直方向には側方変位が一様でなくなる。そこで K_0 -test において側方変位を一様に拘束した状態で粘土の応力—ひずみ関係を正確に知るために水平方向に排水する実験を行なった。これは具体的にはサンドドレーンによる圧密に対応するものであるが、この場合、排水条件の差異が圧密にいかなる効果をおよぼすかに関

* p. 12 脚注参照。

題がある。この点について McKinlay²⁰⁾ は標準圧密試験において、鉛直方向に載荷して水平方向に排水する実験を行ない、排水条件が全圧密量にそれほど影響を与えないと述べている。

この場合の圧密の基本式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + R(r, t) \dots\dots\dots(44)$$

となり、初期条件および境界条件は

$$\left. \begin{aligned} t=0 \text{ において } u &= u_0 \\ 0 < t < \infty, r=r_0 \text{ において } u &= 0 \\ r=0 \text{ において } \partial u / \partial r &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(45)$$

である。解としては次式を得る。

$$u(r, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{2 u_0 J_0 \left(\frac{\lambda_n r}{r_0} \right) e^{-T_v \lambda_n^2}}{\lambda_n J_1(\lambda_n)} + \frac{2}{r_0} \frac{J_0 \left(\frac{\lambda_n r}{r_0} \right)}{[J_1(\lambda_n)]^2} \right] \times \left[\int_0^t \int_0^{r_0} R(\lambda, \mu) J_0 \left(\frac{\lambda_n \lambda}{r_0} \right) \lambda e^{-c_v \left(\frac{\lambda_n}{r_0} \right)^2 (t-\mu)} d\mu d\lambda \right] \dots\dots\dots(46)$$

供試体全体の平均間げき水圧は次式で与えられる。

$$\bar{u}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\lambda_n} e^{-T_v \lambda_n^2} + \frac{2}{r_0} \int_0^{r_0} u_2(r, t) r dr \dots\dots(47)$$

ここに

$$u_2(r, t) = \frac{2}{r_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0 \left(\frac{\lambda_n r}{r_0} \right)}{[J_1(\lambda_n)]^2} \left[\int_0^t \int_0^{r_0} R(\lambda, \mu) J_0 \left(\frac{\lambda_n \lambda}{r_0} \right) \lambda \times e^{-c_v \left(\frac{\lambda_n}{r_0} \right)^2 (t-\mu)} d\mu d\lambda \right] \dots\dots\dots(48)$$

(10) 圧密係数 c_v の決定法

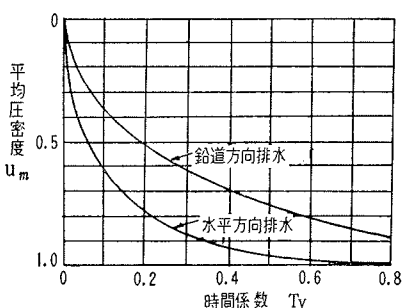
標準圧密試験における c_v の決定法には周知のとおり \sqrt{t} 法と $\log t$ 法とがある。

a) 鉛直方向への排水の場合 等方圧密の場合には式(42)によって粘土層全体の平均圧密度 U_m は

$$U_m = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp \left[- \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{4} T_v \right] \dots\dots\dots(49)$$

で与えられ、 U_m と時間係数 T_v の関係は 図-3 に示されている。 \sqrt{t} 法は式(49)の関係を U_m と $\sqrt{T_v}$ に対してプロットすると、 $U_m=0$ から $U_m=52.6\%$ まではほぼ直線的な関係にあって、原点を通りその横距が理論曲線の初期の直線部分の 1.15 倍をもつような直線と曲

図-3 理論的平均圧密度と時間係数の関係



線との交点が $U_m=90\%$ に相当するという理論上の意味をもつ。しかし式(49)は等方応力条件のもとで成立する式であることに注意する必要がある。

なお Terzaghi-Fröhlich²¹⁾ が提案した圧密の近似解法から粘土層底面での間げき水圧 u_h を測定することによって、次式から圧密係数 c_v を容易に求めることができる。

$$c_v = \frac{h^2}{3t} \left\{ \frac{1}{4} - \log_e \left(\frac{u_h}{u_0} \right) \right\} \dots\dots\dots(50)$$

b) 水平方向への排水の場合 この場合も等方圧密における圧密度は次式で与えられる。

$$U_m = 1 - 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n} \exp(-\lambda_n^2 T_v) \dots\dots\dots(49)'$$

この式の U_m-T_v 関係もさきの 図-3 に示されている。鉛直方向への排水の場合と同様にこの理論式を $U_m - \sqrt{T_v}$ 関係にプロットしなおすと $U_m=50\%$ まではほぼ直線となり、初期の直線部分の原点を通り 1.45 倍の横距を有する直線との交点が $U_m=90\%$ に相当する。以上の理論上の事実を実験値に適用することによって圧密係数 c_v を決定することができる。

(11) 実験試料および装置

a) 試料

① 乱さない試料：大阪安治川および尼崎市で採取したもので、その諸性は表-1 に示すとおりである。

表-1 乱さない試料の物理試験結果

	安治川粘土	尼崎粘土
土粒子の比重	2.64~2.67	2.70~2.71
粘土分 (<5μ)	44.0~52.0 %	31.0~44.0 %
含水比	53.9~72.0 %	51.2~85.0 %
液性限界	76.0~101.0 %	59.8~118.0 %
塑性指数	45.7~69.4 %	25.1~31.6 %
間げき比	1.74~2.16	1.46~2.36

表-2 乱した試料の物理試験結果

	試料 No. 1	試料 No. 2
土粒子の比重	2.72	2.70
粘土分 (<5μ)	~25.0 %	52.0 %
含水比	39.1 %	77.0 %
液性限界	51.4 %	88.2 %
塑性指数	26.8 %	57.1 %
間げき比	1.17	2.09

② 乱した試料：74μフルイを通過した粘土粒子を水と混合して注意深く気泡を除去し、試料作製用大型圧密試験器につめ、0.5~0.7 kg/cm² の荷重で圧密を行なって作成した。これらの物性は表-2 に示されている。

b) 実験装置

① 三軸試験機：その外観は写真-1 に示すものであるが、つぎの特徴がある。② 荷重荷重ピストンは供試

写真-1 三軸試験用セル

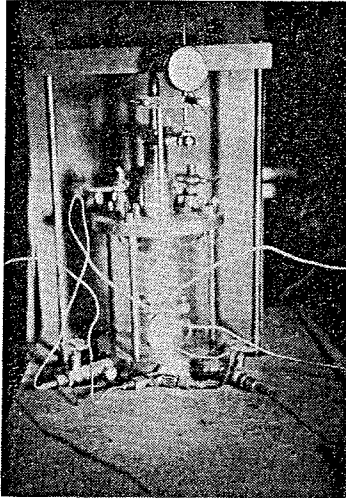
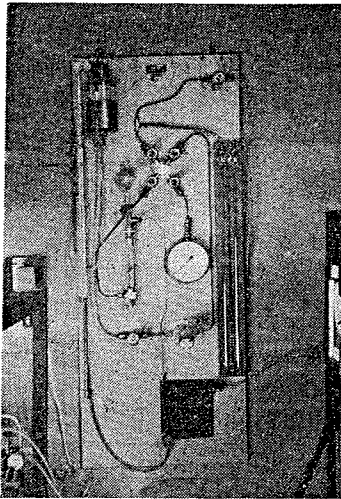


写真-2 間げき水圧計



体と同じ 3.5 cm の直径を有しており、一次元圧密中側圧 σ_s が変化しても鉛直応力 σ_1 を一定に保つことができる。① 試験中の間げき水圧は供試体底面で測定され、一方、排水は上面のポラスメタルを通して行なうことが可能である。② 種々の高さの供試体を使用できるように、底部ペダスタルを交換できるようになっている。

② 間げき水圧計：この研究で使用した間げき水圧計は B.I.C. 型のもので、写真-2 に示してある。

③ 側圧自動記録装置：一次元圧密において側圧の変化を自動記録させるために、写真-3 に示す電子管式自動平衡型指示記録計を用いて測定を行なった。

④ 恒圧装置：等方圧密のさい、側圧を一定に保つために写真-4 に示す N.G.I. 型恒圧装置を使用した。

⑤ 側方ひずみ計：円筒形供試体の中央高さにおける直径の変化は写真-5 に示す側方ひずみ計で測定した。このひずみ計はバーニヤ式のもので、精度は 5×10^{-3} cm,

写真-3 側圧自動記録装置

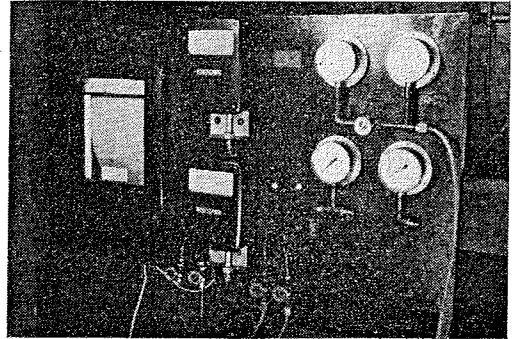


写真-4 恒圧装置

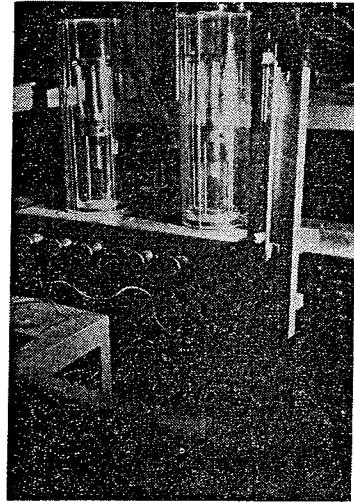
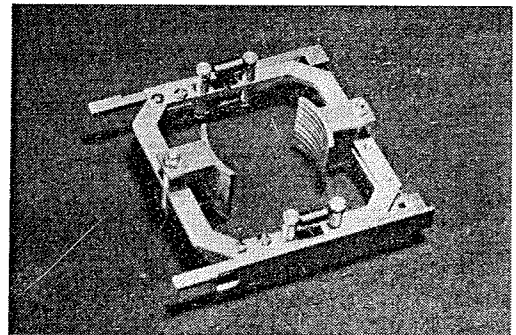


写真-5 側方ひずみ計

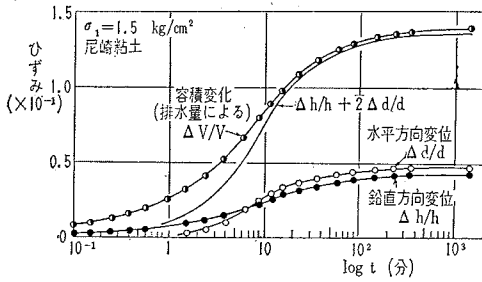


測定範囲は 3.5 ± 0.5 cm である。一次元圧密に対しては、このひずみ計に変位が生じないように、注意深く水平方向の応力、すなわち側圧を調節する。供試体の容積を V 、高さを h 、直径を d とすると、圧密の場合つぎの関係式が近似的に成立する。

$$\frac{dV}{V} = \frac{dh}{h} + 2\frac{dd}{d}$$

図-4 に実験値を示してあるが、これが理論曲線とよく合うことは、このひずみ計の精度の高いことを示している。ただし圧密の初期において両者が一致しないのは、片面排水のため供試体中央高さでの測定値に遅れを生ず

図-4 等方圧密中のひずみの時間的变化



るからと説明できる。

(12) 実験方法²²⁾

一次元圧密における側圧の変化を直接測定するには供試体が鉛直方向にのみ圧縮され、一方、いわゆる側面摩擦の生じない境界によって水平方向に拘束される試験機が必要である。以上の理由から、つぎのような実験的研究を行なった。

a) 鉛直方向に排水を行なう場合 高さおよび直径とも 3.5 cm を有する粘土供試体を薄いゴム膜でおおひ、側方ひずみ計を供試体中央高さにとりつけ、三軸セル内に水中セットする。その後所定の圧力で等方圧密または一次元圧密を行ない、排水量、間げき水圧、軸方向変位、側方変位(等方圧密の場合のみ)ならびに側圧(一次元圧密の場合のみ)をそれぞれ測定する。等方圧密は一般に広く行なわれているものと変わらないが、一次元圧密(側方変位のない圧密(K_0 -consolidation)をいう)においては、側方ひずみ計が変位を示さないように側圧をコントロールした。

b) 水平方向に排水を行なう場合 (9) で述べたように、一次元圧密中の側圧は圧密度の関数であるから、鉛直方向に排水する場合には時間のみならず位置の関数でもある。したがって上記の実験では、圧密が供試体上面から下面へとしだいに進行するので、測定された側圧変化は供試体全高にわたる平均的なものであるとみなさねばならない。ゆえにこの種の実験においては、側方変位を全高にわたってコントロールすることは困難である。そこでこの不都合を除去するために、キャップのポラス・メタルは使用せず、供試体の周面に巻いたフィルター・ストリップによって集めた水をピュレットに導いて、水平方向にのみ排水する実験を行なった。(9) **b)** で触れておいたように、McKinlay は全圧密度が排水条件には関係しないと述べているが、この点に関してはさらに研究が必要であると思われる。しかしこのような水平方向排水による一次元圧密の長所としては、せん断試験に必要な標準寸法(直径 3.5 cm, 高さ 8 cm)の供試体を用いて圧密を行なうことができ、同時に容積変化や軸方向変位、すなわち沈下と有効応力との関係を高い精度で測定しうるうえ、さらに底面で測定される圧密

中の間げき水圧が、供試体全体にわたる平均的なものと考えることができることなどがあげられる。この排水条件は具体的にはサンド・ドレーンやカードボード・ドレーンなどの地盤改良工法におけるものと対応している。

(13) 実験結果および考察

a) 鉛直方向への排水の場合 図-5 ~ 図-7 (a)

は初期側圧 $\sigma_3 = 1.5 \text{ kg/cm}^2$ による等方圧密ならびに一次元圧密における尼崎粘土の容積変化(排水量)、軸方向変位、一次元圧密時の側圧 σ_3 の変化、供試体底面での間げき水圧をそれぞれ時間に対してプロットしたものである。図-5 (a) の容積変化量を等方圧密と一次元圧密の両者について比較すると、究極の圧密量には大差はないが、一次元圧密では圧密終期においてもなお若干容積が減少する傾向が見える。図-5 (b) は軸方向変位の時間的変化を表わしているが、変位の絶対量において一次元圧密では等方圧密の 3 倍程度の大きさを示し、圧密終期における変位の時間的増加割合は等方圧密の場合は零であるが、一次元圧密ではかなりの二次圧密を示していることがわかる。

図-6 は一次元圧密における側方応力 σ_3 と鉛直応力

図-5 (a) 容積変化-時間曲線

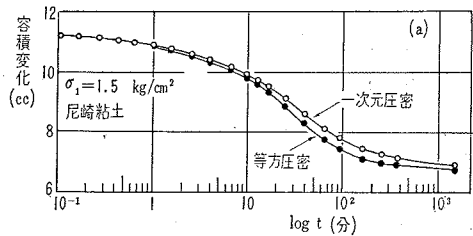


図-5 (b) 軸方向変位-時間曲線

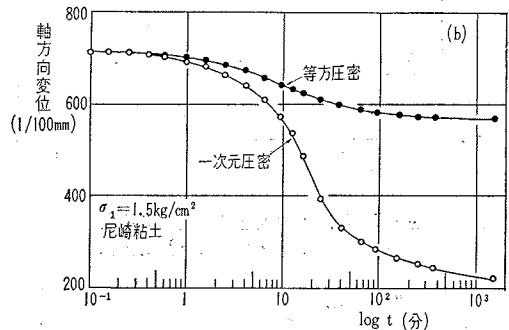
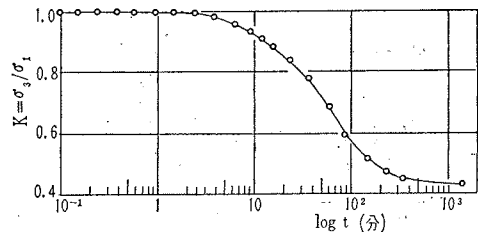


図-6 一次元圧密における $K = \sigma_3/\sigma_1$ の時間的变化



σ_1 の比の時間的変化であって、当初の $\sigma_3/\sigma_1=1.0$ から、時間の経過とともに圧密が進むにつれてしだいに減少し、究極にはほぼ $\sigma_3/\sigma_1=0.45$ 程度にまで減少する。したがって一次元圧密においては、側圧 σ_3 の減少によって平均応力 σ_m は圧密の進行とともに減少する。ゆえに圧密終了時における平均有効応力 σ_m' も等方圧密の場合と比較して小さくなる。同じ鉛直圧力 σ_1 で圧密するとき、容積変化がおもに平均有効応力に支配されることを考えると、一般に一次元圧密のほうが圧密終了時の容積変化は小さいと予想される。

粘土の構造骨格を等方・等質の弾性体と仮定し、ポアソン比 $\nu=1/3$ (すなわち圧密終了時における $K_0=1/2$) として計算すると、容積変化については一次元圧密が等方圧密の $2/3$ 倍、軸方向変位については2倍とならねばならない。しかし 図-5 (a), 図-5 (b) がこのようになっていないのは粘土が等方・等質な弾性体とみなしえないこと、および構造の異方性やダイレイタンスーによるものと考えられる。

図-7 (a) は供試体底面で測定した圧密時の過剰間げき水圧である。等方圧密と一次元圧密の両曲線を比較すると、圧密の初期においては一次元圧密のほうが間げき水圧が早く減少するが、ある時間以後は逆に遅れを生ずることが明らかである。このことは一次元圧密では、そ

図-7 (a) 供試体底面における間げき水圧の時間的変化

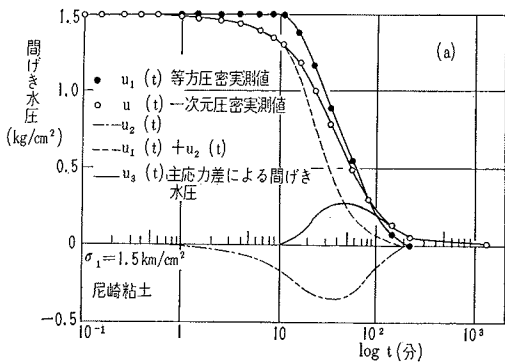
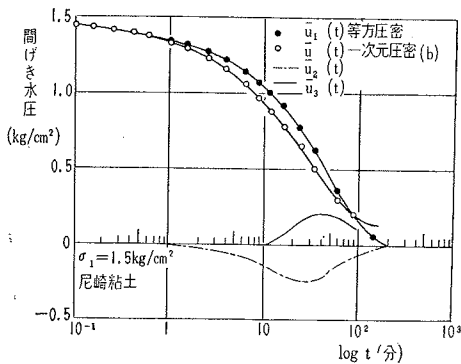


図-7 (b) 供試体全高に対する平均間げき水圧の時間的変化



の初期においては前述の平均応力 σ_m の減少が間げき水圧の減少に与える影響が大であるが、圧密の後半においては増大する主応力差によるダイレイタンスー効果が支配的になるものと考えられる。

有効応力によって実験結果を検討するためには、圧密中の過剰間げき水圧の変化を正確に知る必要がある。しかしながら鉛直上向きに排水して供試体底面で間げき水圧を測定する実験では、その測定値を直接解析に適用することはできない。すなわち他の測定値はすべて供試体全高にわたる平均間げき水圧を推定する必要がある。そこでさきに述べた諸式を用いて、一次元圧密過程の平均間げき水圧の時間的変化は、つぎのように求められる。

① まず初めに、等方圧密における間げき水圧の実測値 $u_1(t)$ の変化曲線から式 (50) を用いて全圧密期間中の平均圧密係数 c_θ を決定し、式 (42) より供試体全高に対する平均間げき水圧 $\bar{a}_1(t)$ が求まる (図-7 (a), 図-7 (b) 参照)。

② つぎに、図-6 に示す一次元圧密時の側圧の変化曲線にそって周圧を等方的に減少させた場合を、等方圧密と周圧を圧力零から等方的に漸減した場合との和として表わされると考え、この周圧を等方的に漸減した場合の間げき水圧変化 $u_2(t)$ を式 (43) の数値積分*によつて求め、同時に $\bar{a}_2(t)$ も求まる。これにより一次元圧密時の側圧の変化曲線にそって周圧を等方的に減少させたときの間げき水圧 $u_1(t)+u_2(t)$ が求まる。

③ 最後に、増大する主応力差による発生間げき水圧 $u_3(t)$ は一次元圧密における実測値 $u(t)$ を用いると $u_3(t)=u(t)-\{u_1(t)+u_2(t)\}$ として求まる。この $u_3(t)$ として求めた底面での主応力差による発生間げき水圧の変化から供試体全高に対する平均値 $\bar{a}_3(t)$ を推定すると、一次元圧密時の平均間げき水圧は $\bar{a}(t)=\bar{a}_1(t)+\bar{a}_2(t)+\bar{a}_3(t)$ として求められる。

図-7 (a) は供試体底面での測定値を示すものであり、供試体全体にわたる平均値は図-7 (b) に示してある。すなわち一次元圧密における平均間げき水圧 $\bar{a}(t)$ は 図-7 (b) に示すものとなる。図-7 (b) において一次元圧密に対する $\bar{a}(t)$ と等方圧密に対する $\bar{a}_1(t)$ を比較すると、前者は圧密初期において減少が早く、後半では逆に遅れているのは、図-7 (a) における底面での測定間げき水圧の傾向と一致する。

圧密中の有効応力の経路を Rendulic の応力面上に示すと理解しやすい。図-8 は以上の結果を用いて応力面上にプロットした一次元圧密中の応力経路であって、圧密初期の静止土圧係数 $K_0=1.0$ から平均有効応力 σ_m' の増加につれて、主応力差 $(\sigma_1-\sigma_3)$ はしだいに増加し、 K_0 はしだいに減少して、圧密終期においてはほぼ $K_0=$

* 数値積分の方法については付録参照。

図-8 一次元圧密における有効応力の経路
(鉛直方向排水)

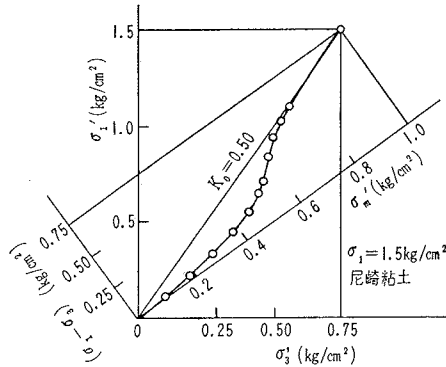
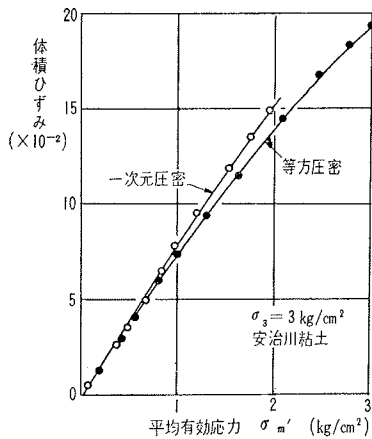


図-9 体積ひずみと平均有効応力の関係



0.45~0.50 をとることがわかる。

図-9 は平均有効応力 σ_m' と体積ひずみ (容積変化) $\Delta V/V$ の関係を示す一例であるが、明らかに同一の平均有効応力については、一次元圧密のほうが等方圧密の場合よりも容積変化が大きいことがわかる。このことは、一次元圧密では増大する主応力差による容積変化、すなわち負のダイレイタンスによる量が増加されているものと考えられる。

以上の実験結果は、三軸セル内で鉛直上方に排水を行なう型の等方圧密および一次元圧密の実験から得られたものである。しかるにこのような排水方法では、圧密は供試体上面よりしたいに内部に向かって進行し、圧密度は時間のみならず位置 (排水面からの距離) の関数にもなる。したがって、ある時刻における側方変位も測定する位置によって異なることになるので、供試体中央にはめた側方ひずみ計によって側方変位をコントロールしたといっても、それは供試体全高にわたる平均的ないしは近似的なものにしかすぎないであろう。したがって、ここに得られた実験結果、たとえば圧密中の静止土圧係数 K_0 の変化などについても、はたして正しい結論を得ているかどうか疑問の点が少なくない。ゆえにつぎに水平

図-10 (a) 体積ひずみ-時間曲線

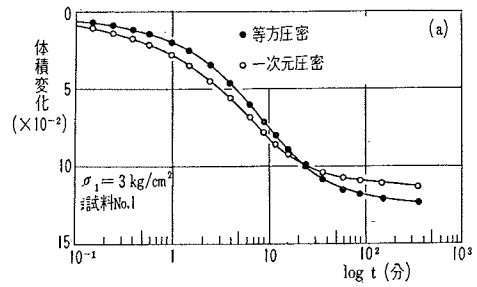


図-10 (b) 軸方向ひずみ-時間曲線

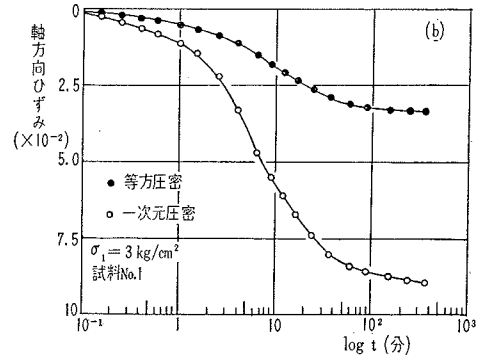
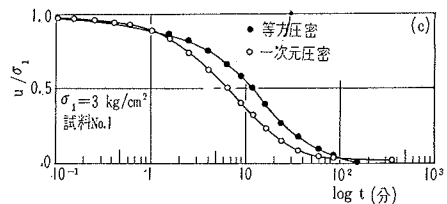


図-10 (c) 間げき水圧-時間曲線



方向に排水を行なう実験によって上述の実験上の不備を解消しようと試みた。

b) 水平方向への排水の場合 図-10 (a) は圧密中の容積変化の時間的割合を、等方圧密と一次元圧密の両方の場合についてそれぞれ求めたものである。究極の圧密量は一次元圧密のほうが等方圧密の場合より小さくなっているが、これは容積変化をおもに支配する平均有効応力 σ_m の大小によって説明される。図-10 (b) は軸方向ひずみすなわち沈下と時間の関係であるが、一次元圧密と等方圧密の場合と比較すると、前者のほうが後者の約3倍程度の大きさを示し、圧密終期における変位の増加割合は等方圧密の場合にはほぼ零であるが、一次元圧密の場合にはかなりの二次圧密を示している。図-10 (c) は間げき水圧の時間的変化であって、一次元圧密の場合が等方圧密の場合にくらべて圧密の初期において間げき水圧の逸散が早いのは、側方応力 σ_3 の減少にともなう平均応力の減少によって内部的に間げき水圧の減少が加速されることを意味する。なお、一次元圧密の終期

には逆に間げき水圧の逸散がわずかに遅れる傾向を示しているが、これは増大する主応力差によるものと考えられる。

図-11 は一次元圧密中の側方応力 σ_3 の変化を表わす $K = \sigma_3 / \sigma_1$ (全応力表示での土係数) の時間曲線であって、圧密の進行とともに $K = 1.0$ から終局の $K = 0.45$ 程度にまで減少することがわかる。

図-12 (a) と 図-12 (b) は応力面上に求められた圧密中の有効応力の経路であり、図-12 (a) (試料 No. 1) によると、圧密期間中静止土係数 $K_0 = \sigma_3' / \sigma_1'$ はほぼ一定 (0.40~0.45) であり、この傾向は図-12 (b) (試料 No. 2) においては $K_0 = 0.48$ なる一定値がより明白に示されている。さきの鉛直方向へ排水する型の一次元圧密の実験からは、 K_0 が圧密によって初期値の 1.0 より $K_0 = 0.45 \sim 0.50$ まで減少するように見えたが、これは側方変位のコントロールが供試体全高を通じて完全に保たれなかったためと考えるべきである。

図-11 一次元圧密における $K = \sigma_3 / \sigma_1$ の時間的变化

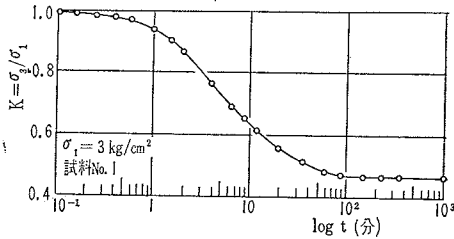
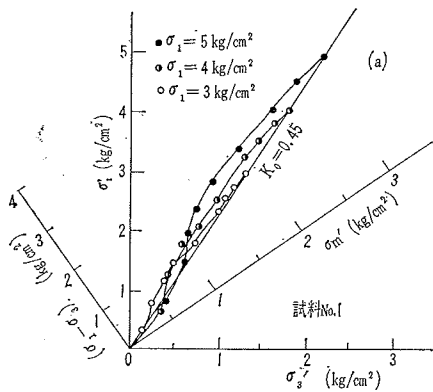


図-12 一次元圧密における有効応力の経路 (水平方向排水)

(a) 試料 No. 1



(b) 試料 No. 2

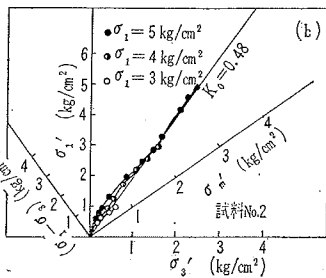
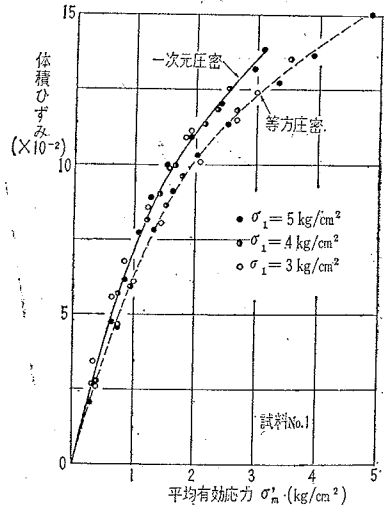


図-13 体積ひずみと平均有効応力の関係



つきに上記の実験結果から有効応力と容積変化の関係を調べてみよう。図-13 は体積ひずみと平均有効応力 σ_m' の関係図であるが、これから明らかなように、同じ σ_m' については一次元圧密に対する値が、等方圧密によるものにくらべて大きいことがわかる。したがって、平均有効応力 σ_m' について体積圧縮係数 m_v を定義すると、一次元圧密に対するもののほうが大きくなるといえよう。このことは一次元圧密においては、図-12 (a), (b) から明らかなように、 σ_m' の増加量に比例して増大する主応力差 ($\sigma_1 - \sigma_3$) による容積変化、すなわちダイレイタンスによる圧縮量が加算されていることを示している。

図-14 (a) は平均有効応力 σ_m' と側方変位および鉛直方向変位 (沈下) の関係をそれぞれ示している。また一次元圧密の場合の沈下量 ρ から等方応力 σ_m' による圧密の鉛直成分 ρ_c を差し引いた値を、図-12 (a) を用い

図-14 (a) 各方向ひずみと平均有効応力の関係

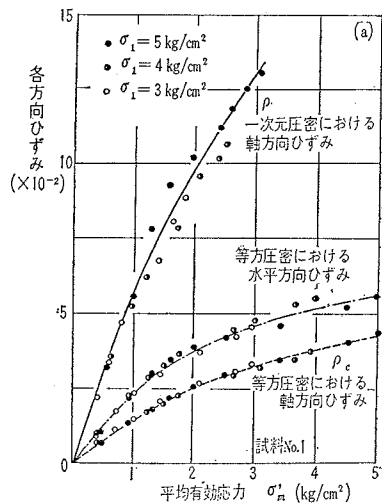
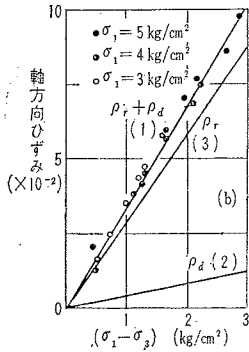


図-14 (b) 軸方向ひずみと主応力差の関係



その値を主応力差に対して求めると 図-14 (b) の直線 (2) となり、ダイレイタンスーによる沈下量もやはり主応力差に比例していることがわかる。したがって(1) から (2) を引いた直線 (3) が一次元圧密において増大する主応力差によって生ずる純粋な形状変化の鉛直方向の成分であり、これが主応力差の増加量に比例することがわかる。以上をまとめると、一次元圧密における沈下、すなわち鉛直方向変位 ρ は、等方応力 σ_m' による等方的圧縮の鉛直成分 ρ_c と増大する主応力差による形状変化の成分 ρ_r に加えて、さらに負のダイレイタンスーによる成分 ρ_d の和として生ずるものと結論される。すなわち $\rho = \rho_c + \rho_r + \rho_d$ となる。上記の実験から量的には ρ_c, ρ_r, ρ_d の割合は、それぞれ約 30, 60, 10% となっていることが知られる。またこの主応力差が粘土のせん断クリープの原因であることから、これが二次圧密のおもな因子の一つと考えられる。

(14) 結 論

- ① 一次元圧密中の全応力で表わした水平-鉛直応力比 $K = \sigma_3/\sigma_1$ は、圧密開始時の $K=1.0$ から終局には $K=0.45$ (粘土によって異なる値となる) まで減少する。
- ② 一方、有効応力で表わした静止土圧係数 $K_0 = \sigma_3/\sigma_1'$ は圧密過程を通じてほぼ一定となる。
- ③ 平均有効応力 σ_m' に対して体積圧縮係数 m_v を定義すると、一次元圧密に対する値は等方圧密のそれにくらべて大きくなる。これは一次元圧密のさいに、増大する主応力差にもとづくダイレイタンスーによる圧縮量を加算されるためである。
- ④ 一次元圧密における沈下は、等方応力 σ_m' による圧密の鉛直方向成分と主応力差による形状変化およびダイレイタンスーによる成分の三者からなる。
- ⑤ 一次元圧密では等方圧密にくらべて初期において圧密速度が早い。これは平均応力 σ_m の減少によって間げき水圧が内部的に減少を促進されるからであって、厳密にいうと、一次元圧密を支配する圧密の基礎方程式は Terzaghi の理論式 (21) と異なり、式 (29) の形をと

らねばならない。

⑥ 議論の多い二次圧密は、上に述べた一次元圧密を支配する基礎方程式と等方応力状態を仮定して誘導した Terzaghi の理論式との差異として表わすことができるが、増大する主応力差によるダイレイタンスーに付随して生ずるせん断クリープがその要因と考えられる。

2. 一次元圧密を受けた飽和粘土のせん断強さ

(1) 概 説²³⁾

一般に地盤上に広範囲な荷重がのった場合の圧密は一次元的なもので、自然堆積状態を考えると、水平方向には変位の生じない条件であるから、圧密過程における応力状態は等方的と考えることはできない。このように変形に関して一次元的な圧密を受けた粘土は、1. で詳述したように静止土圧係数 K_0 を導入すると $\sigma_1'(1-K_0)$ なる主応力差を受けていることになる。ただし σ_1' は粘土の構造骨格に作用する鉛直方向の有効応力である。

粘土の強度特性は圧縮特性と同様に数多くの因子によって支配されているが、上述のような圧密時の異方応力履歴がいかなる影響を与えるかは、理論的ならびに実際上かなり重要な問題である。そこで本章では一次元圧密を受けた飽和粘土試料に対して間げき水圧測定をともなう一連の非排水せん断試験を行ない、従来の等方圧密試料との比較を試みることにする。

土の破壊規準は周知の Coulomb の式で与えられる。すなわち、破壊時のせん断応力 τ_f は次式で示される。

$$\tau_f = c + \sigma_f \tan \phi \dots\dots\dots(51)$$

ここに、 c は土の粘着力、 ϕ はせん断抵抗角、 σ_f は破壊面上の垂直応力を表わす。

粘土の変形および強度特性を支配する有効応力の概念を導入すると、上式は有効垂直応力 σ_f' を用いて

$$\tau_f = c' + \sigma_f' \tan \phi' \dots\dots\dots(52)$$

ここに、 c', ϕ' はそれぞれ有効応力に関する土の粘着力とせん断抵抗角、 $\sigma_f' = \sigma_f - u$ はせん断面での有効垂直応力 (ただし u は間げき水圧) である。主応力で式 (52) を表わすと、

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{c' \cos \phi' + (\sigma_3 - u) \sin \phi'}{1 - \sin \phi'} \dots\dots(53)$$

となる。ここに σ_1, σ_3 はそれぞれ破壊時の最大、最小主応力である。

一般に用いられている三軸圧縮試験において、等方周圧 p のもとで完全に圧密した飽和粘土試料を考える。非排水条件で側圧を $\Delta\sigma_3$ だけ増加させたのち、主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ で破壊が生ずるまで鉛直軸方向応力を増加すると、破壊時の全応力はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= p + \Delta\sigma_1 \\ \sigma_3 &= p + \Delta\sigma_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(54)$$

である。飽和粘土の間げき水圧の変化については、三軸試験では式 (31) より Henkel の間げき圧係数 α を用い

て

$$\Delta u = \left(\frac{1}{3} + \sqrt{2}a\right)(\sigma_1 - \sigma_3) \dots\dots\dots(55)$$

と表わされるから、破壊時の有効応力はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1' &= p + \left(\frac{2}{3} - \sqrt{2}a\right)(\sigma_1 - \sigma_3) \\ \sigma_3' &= p - \left(\frac{1}{3} + \sqrt{2}a\right)(\sigma_1 - \sigma_3) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(56)$$

となる。間げき水圧を測定して正規圧密粘土の非排水せん断試験を行なうと、その結果は Mohr の破壊応力円で表わされ、この円に接する破壊包絡線は原点を通り、その傾斜は式 (52) によって粘土のせん断抵抗角 ϕ' となる。したがって、せん断強さは式 (53) より

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{p \sin \phi'}{1 + \left(2\sqrt{2}a - \frac{1}{3}\right) \sin \phi'} \dots\dots(57)$$

で与えられる。

ところで前述したように、一次元圧密を受けた粘土では、せん断試験を行なう以前にすでに $p(1-K_0)$ なる主応力差を受けている。ここに K_0 は一次元圧密完了時の静止土圧係数である。ゆえに破壊時の全応力は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= p + \Delta \sigma_1 \\ \sigma_3 &= K_0 p + \Delta \sigma_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(58)$$

であり、間げき水圧の変化は

$$\Delta u = \left(\frac{1}{3} + \sqrt{2}a\right) \{(\sigma_1 - \sigma_3)_f - p(1-K_0)\} \dots\dots\dots(59)$$

で示される。したがって、破壊時の有効応力は、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1' &= p + \left(\frac{2}{3} - \sqrt{2}a\right) \{(\sigma_1 - \sigma_3)_f - p(1-K_0)\} \\ \sigma_3' &= K_0 p - \left(\frac{1}{3} + \sqrt{2}a\right) \{(\sigma_1 - \sigma_3)_f - p(1-K_0)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(60)$$

破壊時の主応力の方向が圧密時の主応力の方向と変わらないならば、せん断強さは

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{p \sin \phi' \left[\frac{1}{3}(1+2K_0) + \sqrt{2}a(1-K_0) \right]}{1 + \left(2\sqrt{2}a - \frac{1}{3}\right) \sin \phi'} \dots\dots\dots(61)$$

として求められる。

式 (61) において $K_0=1.0$ とおけば、等方圧密を受けた粘土に対する式 (57) と一致するから、応力履歴の差にかかわらずせん断抵抗角 ϕ' と間げき圧係数 a が粘土について一義的に決まるならば、飽和粘土の強度は静止土圧係数 K_0 へのみ関係することがわかる。

上記の考察から、式 (61) と式 (57) の比で表わされる一次元圧密をうけた試料の非排水強度 c_u と等方圧密をうけた試料の強度 c_i の比 c_u/c_i は、破壊時の間げき圧係数を a_f とすれば、 $a_f > 0.5$ のときは K_0 が小さ

いほど c_u/c_i は大きくなり、しかも常に $c_u/c_i > 1$ であるから、一次元圧密試料の強度は等方圧密試料の強度より大きくなる。 $a_f < 0.5$ の場合には $c_u/c_i < 1$ であって、 K_0 の減少とともに強度比は減少する。これは a_f の大きさ、すなわちダイレイタンスの大きさが強度比に関係するといえよう。しかしながら、初めと終りの有効応力が同一でも、圧密中の応力経路によって間げき圧係数 a が異なる場合には、問題はさらに複雑となる。

Rutledge²⁴⁾ は正規圧密粘土の強度が破壊時の含水比によって決まると考えている。また Skempton と Sowa²⁵⁾ の最近の研究によれば、含水比を普通目盛にとり、破壊時の主応力差を対数目盛にとってプロットすると、両者の関係は1本の直線となることが示されている。

(2) 実験試料および実験方法²⁶⁾

この一連の試験に用いた粘土試料は、前章の表-1 および表-2 に示した諸性を有するものであって、すべて径 3.5 cm、高さ 8.0 cm の供試体を使用した。

実験方法は 1. で述べたとおり、フィルター ストリップを用いて等方圧密あるいは一次元圧密を 24 時間にわたって行ない、その後排水を止めて非排水状態でせん断を開始する。せん断の速さとしては、まず 3~5 段階にわたる応力制御試験を行ない、破壊点(主応力差の最大点)を明確にするために、後半においては約 0.1%/min のひずみ制御試験で実験を進めた。なおこのさい 0.5 kg/cm² の initial back pressure²⁷⁾ を与えたことを特記する。

(3) 実験結果および考察

非排水せん断時の応力-ひずみ曲線については、一次元圧密を受けた試料はせん断開始時にすでに $p(1-K_0)$ の「先行せん断応力」とも称すべき値をもっており、粘土固有の静止土圧係数 K_0 の値によって、その初期応力値が決まってくる。

図-15 (a) は等方圧密試料において、主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ と間げき水圧 u をそれぞれ圧密圧力 σ_m で除した値を軸方向ひずみに対してプロットしたものであるが、 σ_m に関係なくほぼ同一の曲線となることがわかる。図-15

図-15 (a) 応力-ひずみ曲線 (等方圧密試料)

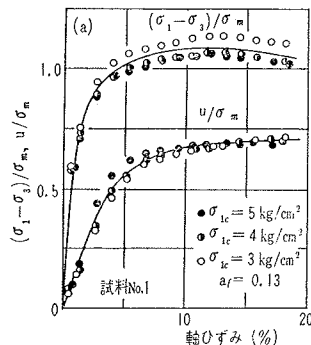
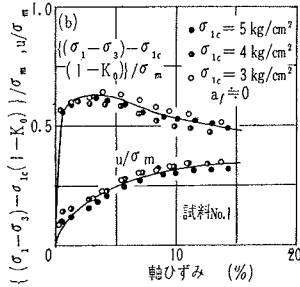


図-15 (b) 応力-ひずみ曲線 (一次元圧密試料)



(b) は一次元圧密試料に対する応力-ひずみ曲線であるが、この図は圧密中のせん断応力は除外して、新たに発生したせん断応力に対して描いたものである。せん断時の応力-ひずみ曲線の傾向は、一次元圧密を受けた試料においては、ひずみの増加とともに主応力差は急激に増加して、軸方向ひずみ 2~4% で最大主応力差に達しており、その後はかなり急激に強度が減少する。一方、等方圧密試料については、応力-ひずみ曲線はゆるやかに増加し、ひずみ量 8~12% で最大主応力差に達し、その後の強度の減少は比較的ゆるやかである。せん断時の発生間げき水圧については、等方圧密試料にくらべて一次元圧密試料のほうがかなり小さい値を示すが、これは後者では主応力差による間げき水圧として、一次元圧密中にすでにある程度の間げき水圧が消費されており、ここに発生するのはせん断応力の新たな増加量に対するものであるためと考えられる。破壊時の間げき圧係数 a_f は図-15 (a) での等方圧密試料に対して約 0.13 であるが、一次元圧密試料ではこれよりかなり小さく、極端な場合には負となることもある (図-15 (b) の例では $a_f=0$)。したがって異方応力履歴の影響としては、一般にせん断時の間げき圧係数をかなり低下させる傾向があると結論される。

破壊時の主応力差、すなわちせん断強さを Mohr の応力円で表わしたものが図-16 (a) と図-16 (b) である。図-16 (a) は等方圧密試料、図-16 (b) は一次元圧密試料に対するものであるが、有効せん断抵抗角 ϕ' はいずれの場合も 32° ないし 33° となり、有意の差異は認められない ($c'=0$)。すなわち異方応力履歴は強度定

図-16 (a) モールの応力円 (等方圧密試料)

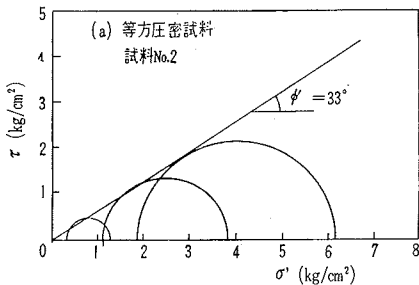
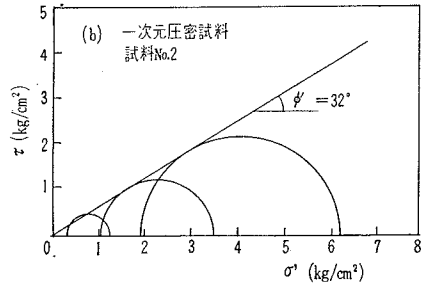


図-16 (b) モールの応力円 (一次元圧密試料)



数 ϕ' に影響をおよぼさないと結論され、これは Skempton-Sowa²⁸⁾ の実験結果と同じ傾向である。

せん断時の有効応力の軌跡を知るために、Rendulic の応力面上に応力経路をプロットしたものが図-17 である。等方圧密試料は $K_0=1.0$ という直線上にせん断の開始点があり、一次元圧密試料では圧密終了時にすでに $p(1-K_0)$ の主応力差をもっているから、静止土圧係数によって決まる K_0 線上から出発する。なお両圧密試料の応力軌跡を比較すると、その曲線の形が違っているのはせん断時のダイレイタンスの相違を示すものである。なお破壊包絡線は両者の間に差はなく、同じ粘土であれば破壊点の主応力比は常に一定であることを示している (この図では $\sigma'_1/\sigma'_3 \approx 3.6$)。

図-18 は破壊時の含水比 w と最大主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ の関係を示したものであるが、同一含水比については一次元圧密試料のほうがいくぶん大きい強度を示し

図-17 せん断時の応力経路

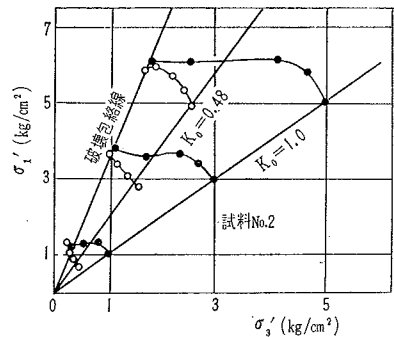


図-18 含水比と最大主応力の関係

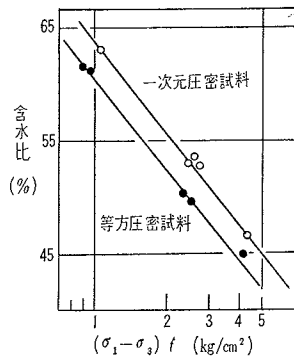
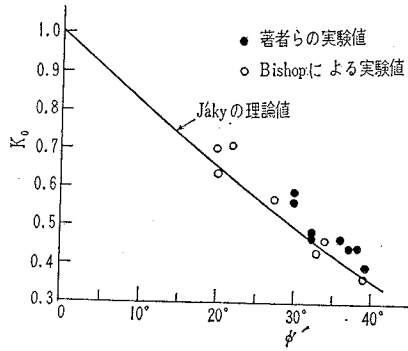


図-19. 静止土圧係数 K_0 と有効せん断抵抗角 ϕ' の関係

ている。

図-19 は静止土圧係数 K_0 と有効せん断抵抗角 ϕ' の関係を示している。Jáky¹⁰⁾ は $K_0 = 1 - \sin \phi$ なる関係を提案し、Bishop⁶⁾ はそれを有効せん断抵抗角 ϕ' に適用して、 K_0 -test によってこの関係が成立することを報告している。この図からは Jáky の関係式の妥当性を論ずることはできないが、 K_0 は ϕ' の増加とともに減少する傾向を示しており、 ϕ' から K_0 を近似的に推定することは可能である。しかし破壊時のせん断抵抗角 ϕ' と静止土圧係数 K_0 の関係が、物理的にどのような意味をもつものであるかは疑問の点が少なくない。

(4) 結 論

① 一次元圧密を受けた飽和粘土試料の応力-ひずみ曲線は、等方圧密を受けたものと異なっておらずか2~4%のひずみで最大主応力差に達し、それ以後はかなり急速に強度が減少する傾向を示す。

② 一次元圧密試料のせん断時の発生間げき水圧は、等方圧密試料のものにくらべて小さいが、これは圧密中の主応力差によってすでにいくぶんかの間げき水圧が消費されているためである。しかし新たに生ずる主応力差に対して破壊時の間げき圧係数 a_f を求めると、一般に等方圧密試料のもの1/3以下となり、圧密時の異方応力履歴がせん断時のダイレイタンスーに影響を与えていることがわかる。

③ 飽和粘土の破壊包絡線は圧密時の応力履歴には関係せず、一つの粘土について単一に決まり、したがって、Mohr の破壊応力円によって求められる有効せん断抵抗角 ϕ' も同様に一義的に決まる。

④ 一次元圧密試料は等方圧密試料にくらべて、同一含水比に対して大きい強度を示す。

⑤ 上述のことから、(1) で述べたせん断強さを与える式(61)は、静止土圧係数 K_0 のみでなく、間げき圧係数 a によっても左右されることがわかる。したがって一次元圧密試料のせん断強さを知るには、その粘土の圧密時の静止土圧係数 K_0 だけでなく、せん断時の間げき水圧の特性を十分に検討せねばならない。

この一連の研究に対し、昭和38年度および39年度文部省科学研究費(特定・総合)の交付を受けたことを付記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Terzaghi, K. : Erdbauméchanik, Deuticke, 1925, pp. 111-183.
- 2) Terzaghi, K. : Principles of Soil Mechanics, Engineering News Record, Vol. 95, No. 20, 1925, p. 798.
- 3) Tschebotarioff, G.P. and Welch, J.D. : Effect of Boundary Conditions on Lateral Earth Pressures, Proc. 2nd Int. Conf. S.M.F.E., Vol.4, 1948, pp. 308-318.
- 4) Biot, M.A. : Theory of Deformation of a Porous Visco-elastic Anisotropic Solid, J. Appl. Phys., Vol. 27, No. 5, 1956, pp. 456-467.
- 5) Tan, T.K. : Consolidation and Secondary Time Effect of Homogeneous, Anisotropic, Saturated Clay Strata, Proc. 5th Int. Conf. S.M.F.E., Vol. 3, 1961, pp. 367-373.
- 6) Bishop, A.W. : Test Requirements for Measuring the Coefficient of Earth Pressure at Rest, Proc. Conf. Earth Pressure Problems, Vol. 1, 1958, pp. 2-14.
- 7) Thompson, W.J. : Lateral Pressures in One-Dimensional Consolidation, Proc. Asia Regional Conf. S. M.F.E., 1963, pp. 26-31.
- 8) Leonards, G.A. and Girault, P. : A Study of the One-Dimensional Consolidation Test, Proc. 5th Int. Conf. S.M.F.E., Vol. 1, 1961, pp. 213-218.
- 9) Schiffman, R.L. : Consolidation of Soil under Time-Dependent Loading and Varying Permeability, Highway Research Board Proc., Vol. 37, pp. 584-617.
- 10) Jáky, J. : Pressure in Soils, Proc. 2nd Int. Conf. S. M.F.E., Vol. 1, 1948, pp. 103-109.
- 11) Skempton, A.W. : The Pore Pressure Coefficients A and B, Geotechnique, Vol. 4, No. 4, 1954, pp. 143-147.
- 12) Henkel, D.J. : The Shear Strength of Saturated Remoulded Clays, A.S.C.E. Research Conf. on Shear Strength of Cohesive Soils, 1960, pp. 550-552.
- 13) Hoshino, K. : An Analysis of the Volume Change, Distortional Deformation and Induced Pore Pressure of Soils under Triaxial Loading, Proc. 5th Int. Conf. S.M.F.E., Vol. 1, 1961, pp. 151-157.
- 14) 柴田 徹・松尾 稔 : 粘土のダイレイタンスー, 第11回レオロジー討論会講演概要, 1962, pp. 50-60.
- 15) 柴田 徹・梅原端文 : 粘土の圧縮性, 第18回土木学会年次学術講演会講演概要, 第三部, 1963, pp. 21-22.
- 16) Taylor, D.W. : Fundamentals of Soil Mechanics, New York, John Wiley & Sons, Inc., 1948, pp. 243-247.
- 17) Gibson, R.E. and Lo, K.Y. : A Theory of Consolidation for Soils Exhibiting Secondary Compression, N.G.I. Publ., No. 41, 1961, pp. 1-15.
- 18) 竹中準之介 : 軟弱粘土の圧密計算における一提案, 第17回土木学会年次学術講演会講演概要, 第三部, 1962, pp. 7-14.
- 19) 日高孝次 : 高橋喜彦氏の方法と応用数学, 海と空, 第21巻第10号, 1941, pp. 285-291.
- 20) McKinlay, D.G. : A Laboratory Study of Rates of Consolidation in Clays with Particular Reference to Conditions of Radial Pore-Water Drainage, Proc. 5th Int. Conf. S.M.F.E., Vol. 1, 1961, pp. 225-228.

21) Terzaghi, K. and Fröhlich, O.K. : Theorie der Setzung von Tonschichten, Deuticke, 1936, pp. 36-45, 61-69.
 22) 赤井浩一・足立紀尚：飽和粘土の一次元圧密における側圧変化と間げき水圧の挙動について，第18回土木学会年次学術講演会講演概要，第Ⅲ部，1963，pp. 95-96.
 23) Skempton, A.W. and Bishop, A.W. : Building Materials, Edited by Reiner, M., North-Holland Publ. Co., 1954, pp. 452-462.
 24) Rutledge, P.C. : Cooperative Triaxial Shear Research Program of the Corps of Engineers, U.S. Waterways Expt. Sta., 1947, pp. 1-182.
 25) Skempton, A.W. and Sowa, V.A. : The Behaviour of Saturated Clays during Sampling and Testing, Geotechnique, Vol. 13, No. 4, 1963, pp. 269-290.
 26) 赤井浩一・足立紀尚・増本治夫：一次元圧密を受けた飽和粘土の強度特性について，第18回土木学会年次学術講演会講演概要，第Ⅲ部，1963，pp. 97-98.
 27) 赤井浩一，小谷 章：不攪乱飽和粘土の圧密とせん断におよぼす back pressure の効果，土木学会論文集，第91号，pp. 1-9.

付 録

変化する荷重のもとでの間げき水圧の近似的解法

(1) 数値積分法 熱伝導の問題に関する高橋の方法を応用すると，微分方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + R(t) \dots\dots\dots(1)$$

の代わりに

$$u(z, t+\tau) = \frac{1}{2s} \int_{-s}^s u(z+\xi, t) d\xi + \tau R(t) \dots\dots\dots(2)$$

を用いることができる。ただし s と τ との間には

$$s = \sqrt{6 c_v \tau} \dots\dots\dots(3)$$

なる関係がある¹⁹⁾。このさい Simpson 則を用いて式(2)の代わりに次式を採用することができる。

$$u(z, t+\tau) = \frac{1}{6} u(z-s, t) + \frac{4}{6} u(z, t) + \frac{1}{6} u(z+s, t) + \tau R(t) \dots\dots\dots(4)$$

1. での実際の計算にあたって，まず $s=0.5$ cm をとり，平均圧密係数 c_v を供試体底面での実測間げき水圧から求めてみると， $c_v=0.0833$ cm²/min を得た。以上の値を式(3)に代入すると $\tau=0.5$ sec が求まる。各時間における供試体内の 0.5 cm ごとの間げき水圧が求まると，つぎに供試体全体に対する平均値をとって各時間の平均間げき水圧が求まる。

(2) 図式的解法 上面が透水層で，底面が不透水層の間にはさまれた厚さ h の粘土層において，上載荷重が 0 から u_0 まで等速で増加する場合の間げき水圧の挙動について Terzaghi-Fröhlich の近似式から導いた図式的解法は実験値への適用を考慮して，底面 ($z=h$) におけるもの $u_h(t)$ と平均間げき水圧 $\bar{u}(t)$ についてつぎに示される²¹⁾。

まずつぎの記号を定義する。

$$v = t_1/T, v_h = t_h/T$$

ここに $t_h = h^2/12 c_v$ は圧密が不透水層に達するまでの時間， c_v は圧密係数， T は載荷終了までの時間である。

この場合つぎの境界条件により 2 つに分けられる。

(I) $T \leq t_h$ ($v_h \leq 1$) のとき (II) $T \geq t_h$ ($v_h \geq 1$) のとき

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| (1) $0 \leq v \leq v_h$ | (1) $0 \leq v \leq 1$ |
| (2) $v_h \leq v \leq 1$ | (2) $1 \leq v \leq v_h$ |
| (3) $1 \leq v \leq 1 + v_h$ | (3) $v_h \leq v \leq 1 + v_h$ |
| (4) $1 + v_h \leq v \leq \infty$ | (4) $1 + v_h \leq v \leq \infty$ |

粘土層底面での間げき水圧の変化は上述の各境界条件に対して

- (I)
- (1) $u_h(t_1) = u_0 v$
 - (2) $u_h(t_1) = 4 u_0 v_h \left[\frac{5}{4} - e^{-\frac{1}{4}(\frac{t_1}{t_h}-1)} \right]$
 - (3) $u_h(t_1) = 4 u_0 v_h \left[\frac{5}{4} - e^{-\frac{1}{4}(\frac{t_1}{t_h}-1)} \right] + u_0(1-v)$
 - (4) $u_h(t_1) = 4 u_0 v_h (e^{\frac{1}{4} \frac{T}{t_h}} - 1) e^{-\frac{1}{4}(\frac{t_1}{t_h}-1)}$

- (II)
- (1) $u_h(t_1) = u_0 v$
 - (2) $u_h(t_1) = u_0$
 - (3) $u_h(t_1) = 4 u_0 v_h \left[\frac{5}{4} - e^{-(\frac{t_1}{t_h}-1)} \right] + u_0(1-v)$
 - (4) $u_h(t_1) = 4 u_0 v_h (e^{\frac{1}{4} \frac{T}{t_h}} - 1) e^{-(\frac{t_1}{t_h}-1)}$

粘土層全高にわたる平均間げき水圧は

- (I)
- (1) $\bar{u}(t_1) = u_0 v \left(1 - \frac{2}{9} \sqrt{\frac{t_1}{t_h}} \right)$
 - (2) $\bar{u}(t_1) = \frac{8}{3} u_0 v_h \left\{ \frac{31}{24} - e^{-\frac{1}{4}(\frac{t_1}{t_h}-1)} \right\}$
 - (3) $\bar{u}(t_1) = \frac{8}{3} u_0 v_h \left\{ \frac{31}{24} - e^{-\frac{1}{4}(\frac{t_1}{t_h}-1)} \right\} - u_0(v-1) \left\{ 1 - \frac{2}{9} \sqrt{\frac{t_1-T}{t_h}} \right\}$
 - (4) $\bar{u}(t_1) = \frac{8}{3} u_0 v_h (e^{\frac{1}{4} \frac{T}{t_h}} - 1) e^{-\frac{1}{4}(\frac{t_1}{t_h}-1)}$

- (II)
- (1) $\bar{u}(t_1) = u_0 v \left(1 - \frac{2}{9} \sqrt{\frac{t_1}{t_h}} \right)$
 - (2) $\bar{u}(t_1) = u_0 \left\{ 1 - \frac{2}{9} \left[v \sqrt{\frac{v}{v_h}} - (v-1) \sqrt{\frac{v-1}{v}} \right] \right\}$
 - (3) $\bar{u}(t_1) = \frac{8}{3} u_0 v_h \left\{ \frac{31}{24} - e^{-\frac{1}{4}(\frac{t_1}{t_h}-1)} \right\} - u_0(v-1) \left(1 - \frac{2}{9} \sqrt{\frac{v-1}{v}} \right)$
 - (4) $\bar{u}(t_1) = \frac{8}{3} u_0 v_h (e^{\frac{1}{4} \frac{T}{t_h}} - 1) e^{-\frac{1}{4}(\frac{t_1}{t_h}-1)}$

実験で得られた $R(t)$ の時間曲線をいくつかの直線部分に分割して，各部分に以上の式を適用し，求めた値の和として計算される。