

不完全合成桁について

RESEARCHES ON INCOMPLETE COMPOSITE GIRDERS

橋 善 雄*・足 立 義 雄**

By Yoshio Tachibana and Yoshio Adachi

要旨 連続合成桁橋において、中間支点上のコンクリート引張応力度を緩和する一方法として不完全合成桁の問題を取り扱い、中間支点上付近の一部分のみジベルを変化させた場合について、コンクリート引張応力度の緩和量に関する簡易式を導き、さらにそれにもとづいて若干の計算結果を示し、考察を行なったものである。

1. 緒 言

連続合成桁橋およびゲルバー合成桁橋の中間支点上に不完全合成構造（弹性合成構造）を適用すると、コンクリートの引張応力度を減少せしめうることは、すでに実験的に確かめられている¹⁾。また、これに関する理論的研究は Homberg²⁾, Heilig³⁾, Hoischen⁴⁾, Sattler⁵⁾, Newmark⁶⁾など多くの人々により詳細に報告されている。

ところで、これら従来の研究の多くは桁全長にわたり同じバネ定数の弹性ジベルが配置された単純桁についての解法であり、ジベルの変化に対する考慮が払われていないために、実状と多少相違している。また、Sattler の理論は一般的の場合に適用しうる近似解であるが、非常に繁雑であり、実際の計算に対してかなりの労力を要する。

本文は実際の橋梁に即応するように、連続合成桁橋の中間支点上付近のみジベルを違わせた場合の理論式を導き、さらにそれを変形することにより、中間支点上付近の一部分のみジベルを弱め、他の部分には剛ジベルが用いられた連続合成桁についての実用公式を求めた。つぎに、コンクリートの引張応力度がスパン、荷重状態、バネ定数、断面に関する諸値などのパラメータによってどのように変化するかについて考察した。

要するに不完全合成構造を連続桁として実用する際に必要となる問題につき、種々の考慮を払ったものである。

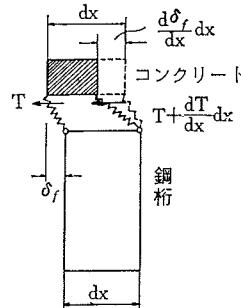
2. 微分方程式

一定の水平せん断力 $T(t/m)$ が作用したとき、バネの弹性変形量 $\delta_f(cm)$ は一定であり、バネ定数を $C(t/m^2)$ とすると

* 正会員 工博 大阪市立大学教授 工学部

** 学生会員 大阪市立大学工学部

図-1 バネ
Fig. 1 Spring.



$$\delta_f = \frac{T}{C} \quad \dots\dots(1)$$

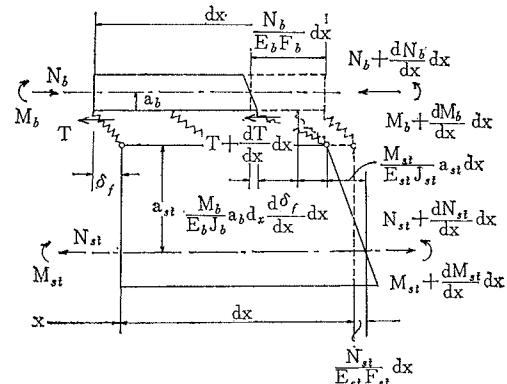
したがって、図-1 よりコンクリートの変形量は水平せん断力の変化量の関数で、

$$\frac{d\delta_f}{dx} = \frac{dT}{dx} \cdot \frac{1}{C} \quad \dots\dots(2)$$

である。いま、点 x にモーメント M_0 が作用したとき、図-2 のようにこれを N_b, N_{st}, M_b, M_{st}

に分割すると、要素 dx の変形量は図-2 のとおりである。

図-2 微少要素の変形
Fig. 2 Deformation of small element.



つりあい条件より

$$N_b = N_{st} = N, M_b = M_b + M_{st} + Na \quad \dots\dots(3)$$

微少の変形量を無視すると、連続条件より

$$\frac{M_{st}}{E_{st} J_{st}} a_{st} - \frac{N_{st}}{E_{st} F_{st}} + \frac{d\delta_f}{dx} = \frac{N_b}{E_b F_b} - \frac{M_b}{E_b J_b} \cdot a_b \quad \dots\dots(4)$$

よって、式(2), (3), (4) および

$$a_b + a_{st} = a, \frac{M_b}{E_b J_b} = \frac{M_{st}}{E_{st} J_{st}}, T = \frac{dN}{dx} \quad \dots\dots(5)$$

より

$$\frac{d^2 N}{dx^2} - \omega^2 N + Q M_0 = 0 \quad \dots\dots(6)$$

ここに、

ところで、不完全合成桁においては一般に $E_{st}J_{st} \gg E_b J_b$ の場合に有効と考えられ、その場合には式(7)において $E_b J_b$ を無視することができる。

3. 解

式(6)の一般解は明らかに

$$N = A \cosh \omega x + B \sinh \omega x \\ + \frac{\varrho}{\omega^2} \left(1 + \frac{D^2}{\omega^2} + \frac{D^4}{\omega^4} + \dots \right) M_0 \quad \dots \dots \dots (8)$$

ただし、

$D = d/dx$, A, B は積分定数

式(8)において、境界条件および連続条件を考慮することによって、積分定数 A, B が定まり、任意の荷重状態に対する軸力 N が求められる。そこで図-3に示すような2径間連続桁の中間支点両側 kl の区間に

(1) 集中荷重が作用する場合

a) 集中荷重 P が ml の区間に作用する場合 ($0 \leq \xi \leq m$)

① $0 \leq x \leq l$ の範囲で

$$\frac{N}{N_0} = 1 - \frac{4 \sinh \omega_1 x}{\eta(\xi^3 - 5\xi + 4)\omega_1 x} \left[\lambda \left(\cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 kl + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2 kl \right) + \cosh \omega_1(m-\xi)l \left\{ \cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2(n-m)l + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2(n-m)l \right\} + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1(m-\xi)l \left\{ \cosh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2(n-m)l + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2(n-m)l \right\} \right] \dots\dots\dots (9)$$

② $l \leq x \leq ml$ の範囲で

$$\frac{N}{N_0} = 1 - \frac{4}{\eta \{ (\xi^3 - 5\xi) \omega_1 x + 4 \omega_1 \xi l \}} \cdot \left[\lambda \sinh \omega_1 x \left(\cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 kl + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2 kl \right) \right. \\ \left. + \sinh \omega_1 \xi l \left(\cosh \omega_1 (ml - x) \left[\cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 (n-m)l + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2 (n-m)l \right] \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 (ml - x) \left[\cosh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2 (n-m)l + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 (n-m)l \right] \right) \right] \quad(10)$$

③ $ml \leq x \leq l$ の範囲で

$$\frac{N}{N_0} = 1 - \frac{4}{\eta \{(\xi^3 - 5\xi)\omega_2 x + 4\omega_2 \xi l\}} \left[\lambda \left(\cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 kl + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2 kl \right) \right. \\ \times \left\{ \cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 (x - ml) + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2 (x - ml) \right\} + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 \xi l \\ \times \left. \left\{ \cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 (nl - x) + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2 (nl - x) \right\} \right] \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

④ $l \leq x \leq nl$ の範囲で

$$\frac{N}{N_0} = 1 - \frac{4}{\eta(\xi^3 - \xi) \omega_2 (2l - x)} \left\{ \lambda \left(\cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 kl + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2 kl \right) + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 \xi l \right\} \\ \cdot \left\{ \cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 (nl - x) + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2 (nl - x) \right\} \quad \dots \quad (12)$$

⑤ $nl \leq x \leq 2l$ の範囲で

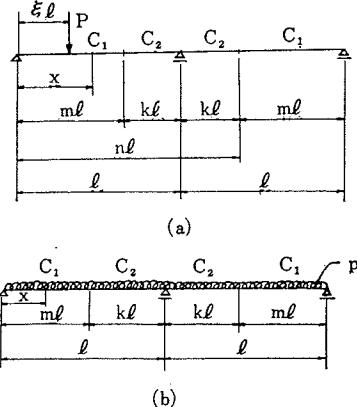
$$\frac{N}{N_0} = 1 - \frac{4 \sinh \omega_1 (2l-x)}{\eta(\xi^3 - \xi)\omega_1(2l-x)} \left\{ \lambda \left(\cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 kl + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh ml \cdot \cosh \omega_2 kl \right) + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 \xi l \right\} \dots \dots \dots (13)$$

b) 集中荷重 P が kl の区間に作用する場合 ($m \leq \xi \leq 1$)

① $0 \leq x \leq ml$ の範囲で

けるバネ定数が C_2 , その他の区間 ml におけるバネ定数が C_1 の場合について, 集中荷重 P と等分布荷重 p に対する軸力 N の解を求めるとなつぎのようになる。ただし, この場合 C_1, C_2 に対する ω, ϱ をそれぞれ $\omega_1, \varrho_1, \omega_2, \varrho_2$ とする。

図-3 荷重状態
Fig. 3 Loading condition.



集中荷重 P が kl の区間に作用する場合 ($m \leq \xi \leq l$)

$$\frac{N}{N_0} = 1 - \frac{4 \sinh \omega_1 x}{\eta(\xi^3 - 5\xi + 4)\omega_1 x} \left[\lambda \left(\cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 kl + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2 kl \right) + \left\{ \cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2(n-\xi)l + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2(n-\xi)l \right\} \right] \quad (14)$$

② $ml \leq x \leq \xi l$ の範囲で

$$\frac{N}{N_0} = 1 - \frac{4}{\eta(\xi^3 - 5\xi + 4)\omega_2 x} \left[\lambda \left(\cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 kl + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2 kl \right) + \left\{ \cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2(n-\xi)l + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2(n-\xi)l \right\} \right. \\ \times \left. \left\{ \cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2(x-ml) + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2(x-ml) \right\} \right] \quad (15)$$

③ $\xi l \leq x \leq l$ の範囲で

$$\frac{N}{N_0} = 1 - \frac{4}{\eta(\xi^3 - 5\xi)\omega_2 x + 4\omega_2 \xi l} \left[\lambda \left(\cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 kl + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2 kl \right) \right. \\ \times \left. \left\{ \cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2(x-ml) + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2(x-ml) \right\} \right. \\ \left. + \left\{ \cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2(\xi-m)l + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2(\xi-m)l \right\} \right. \\ \left. \times \left\{ \cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2(nl-x) + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2(nl-x) \right\} \right] \quad (16)$$

④ $l \leq x \leq nl$ の範囲で

$$\frac{N}{N_0} = 1 - \frac{4}{\eta(\xi^3 - \xi)\omega_2(2l-x)} \left[\lambda \left(\cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 kl + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2 kl \right) \right. \\ \left. + \left\{ \cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2(\xi-m)l + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2(\xi-m)l \right\} \right. \\ \left. \times \left\{ \cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2(nl-x) + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2(nl-x) \right\} \right] \quad (17)$$

⑤ $nl \leq x \leq 2l$ の範囲で

$$\frac{N}{N_0} = 1 - \frac{4 \sinh \omega_1(2l-x)}{\eta(\xi^3 - \xi)\omega_2(2l-x)} \left[\lambda \left(\cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 kl + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2 kl \right) \right. \\ \left. + \left\{ \cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2(\xi-m)l + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2(\xi-m)l \right\} \right] \quad (18)$$

ただし、

$$\lambda = \frac{1}{2}(\xi^3 - 3\xi) \\ \eta = \left. \begin{aligned} & \left(\cosh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2 ml - \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 ml \right) \cdot \left(\cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 nl \right. \\ & \left. + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2 nl \right) - \left(\cosh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 ml - \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2 ml \right) \\ & \times \left. \left(\cosh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2 nl + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 nl \right) \right\} \end{aligned} \right. \quad (19)$$

また、 N_0 は剛合成桁の軸力を表わし、今の場合、つぎの値である。

$$\left. \begin{aligned} N_0 &= \nu M_0 \\ \nu &= \frac{\omega_1}{\omega_1^2} = \frac{\omega_2}{\omega_2^2} = \frac{F_{st}a_{st}}{J_v} \\ M_0 &= \frac{P}{4}(\xi^3 - 5\xi + 4)x \quad (0 \leq x \leq \xi l) \\ &= \frac{P}{4} \{ (\xi^3 - 5\xi)x + 4\xi l \} \quad (\xi l \leq x \leq l) \\ &= \frac{P}{4}(\xi^3 - \xi)(2l-x) \quad (l \leq x \leq 2l) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

(2) 等分布荷重が作用する場合

① $0 \leq x \leq ml$ の範囲で

$$\frac{N}{N_0} = 1 + \frac{1}{\eta \left(\frac{3}{8}\omega_1 l - \frac{1}{2}\omega_1 x \right)} \left[\frac{5}{8} \cdot \frac{l}{x} \sinh \omega_1 x \right. \\ \left. + \frac{1}{\omega_1 x} \{ \cosh \omega_1(ml-x) - \cosh \omega_1 ml \} \right. \\ \times \cosh \omega_2 kl - \frac{1}{\omega_2 x} \sinh \omega_1 x \cdot \sinh \omega_2 kl \\ \left. + \frac{\omega_2}{\omega_1^2 x} \{ \sinh \omega_1 x - \sinh \omega_1 ml \right. \\ \left. + \sinh \omega_1(ml-x) \cdot \sinh \omega_2 kl \} \right] \quad (21)$$

② $ml \leq x \leq l$ の範囲で

$$\frac{N}{N_0} = 1 + \frac{1}{\eta \left(\frac{3}{8}\omega_2 l - \frac{1}{2}\omega_2 x \right)} \left[\frac{5}{8} \cdot \frac{l}{x} \{ \cosh \omega_1 ml \right.$$

$$\begin{aligned} & \cdot \sinh \omega_2(x - ml) + \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cosh \omega_2(x - ml) \Big\} \\ & - \frac{1}{\omega_1 x} \sinh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 kl \\ & + \frac{1}{\omega_2 x} \cosh \omega_1 ml \{ \cosh \omega_2(l - x) - \cosh \omega_2 kl \} \\ & + \frac{\omega_2}{\omega_1^2 x} (1 - \cosh \omega_1 ml) \cosh \omega_2(l - x) \Big] \dots \dots \dots (22) \end{aligned}$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \cosh \omega_1 ml \cdot \cosh \omega_2 kl \\ &+ \frac{\omega_2}{\omega_1} \sinh \omega_1 ml \cdot \sinh \omega_2 kl \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (23)$$

$$M_0 = \frac{3}{8} p l x - \frac{1}{2} p x^2$$

また、水平せん断力は $T = dN/dx$ より簡単に求めることができる。

4. 弹性合成

一般に連続桁に弾性合成構造を適用するとき、図-3におけるバネ定数 C_1 の部分は剛合成とし、 C_2 の部分のみを弾性合成とする方法が通常用いられる。そこで 3.

$$\frac{N}{N_0} = 1 - \frac{4 \sinh \omega_2(x - ml) \{ \lambda \sinh \omega_2 kl + \sinh \omega_2(n - \xi)l \}}{(\xi^3 - 5\xi + 4)\omega_2 x \cdot \sinh \omega_2(n - m)l} \dots \dots \dots (28)$$

(3) $\xi l \leq x \leq l$ の範囲で

$$\frac{N}{N_0} = 1 - \frac{4 \{ \lambda \sinh \omega_2 kl \cdot \sinh \omega_2(x - ml) + \sinh \omega_2(\xi - m)l \cdot \sinh \omega_2(nl - x) \}}{(\xi^3 - 5\xi)\omega_2 x + 4\omega_2\xi l} \sinh \omega_2(n - m)l \dots \dots \dots (29)$$

(4) $l \leq x \leq nl$ の範囲で

$$\frac{N}{N_0} = 1 - \frac{4 \sinh \omega_2(nl - x) \{ \lambda \sinh \omega_2 kl + \sinh \omega_2(\xi - m)l \}}{(\xi^3 - \xi)\omega_2(2l - x) \sinh \omega_2(n - m)l} \dots \dots \dots (30)$$

(2) 等分布荷重が作用する場合

① $0 \leq x \leq ml$ の範囲で

$$\frac{N}{N_0} = 1 \dots \dots \dots (31)$$

② $ml \leq x \leq l$ の範囲で

$$\frac{N}{N_0} = 1 + \frac{\frac{5}{8} \frac{l}{x} \sinh \omega_2(x - ml) + \frac{1}{\omega_2 x} (\cosh \omega_2(l - x) - \cosh \omega_2 kl)}{\left(\frac{3}{8} \omega_2 l - \frac{1}{2} \omega_2 x \right) \cosh \omega_2 kl} \dots \dots \dots (32)$$

以上の式 (24)~(32)において、 $\omega_2 \rightarrow \infty$ とすると全断面、剛合成の場合となり、 $\omega_2 \rightarrow 0$ とすると断続合成の場合に相当する。

ついで、このようにして軸力 N が求まるとき M_b , M_{st} が算出され、応力が求まる。いま、作用モーメント M_0 が弾性合成の場合には N , M_b , M_{st} に、剛合成の場合には N_0 , M_{bo} , M_{sto} に分割されるとし、弾性合成の剛合成に対する軸力の減少率を α とすると、つぎのように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} N_0 &= \frac{F_b a_b}{n J_v} M_0 \\ M_{bo} &= \frac{J_b}{n J_v} M_0 \\ M_{sto} &= \frac{J_{st}}{J_v} M_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (33)$$

の諸式においてバネ定数 C_1 が無限に大で、バネ定数 C_1 の部分が完全な剛合成であると仮定すると、 $\omega_1 \rightarrow \infty$ となり、つぎのような簡単な関係となる。

(1) 集中荷重が作用する場合

a) $0 \leq \xi \leq m$ の範囲で

① $0 \leq x \leq ml$, $nl \leq x \leq 2l$ の範囲で

$$\frac{N}{N_0} = 1 \dots \dots \dots (24)$$

② $ml \leq x \leq l$ の範囲で

$$\frac{N}{N_0} = 1 - \frac{2 \lambda \sinh \omega_2(x - ml)}{(\xi^3 - 5\xi)\omega_2 x + 4\omega_2\xi l} \cosh \omega_2 kl \dots \dots \dots (25)$$

③ $l \leq x \leq nl$ の範囲で

$$\frac{N}{N_0} = 1 - \frac{2 \lambda \sinh \omega_2(nl - x)}{(\xi^3 - \xi)\omega_2(2l - x) \cosh \omega_2 kl} \dots \dots \dots (26)$$

b) $m \leq \xi \leq 1$ の範囲で

① $0 \leq x \leq ml$, $nl \leq x \leq 2l$ の範囲で

$$\frac{N}{N_0} = 1 \dots \dots \dots (27)$$

② $ml \leq x \leq \xi l$ の範囲で

(2) 等分布荷重が作用する場合

① $0 \leq x \leq ml$ の範囲で

$$\frac{N}{N_0} = 1 \dots \dots \dots (31)$$

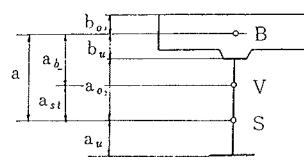
② $ml \leq x \leq l$ の範囲で

$$\frac{N}{N_0} = 1 + \frac{\frac{5}{8} \frac{l}{x} \sinh \omega_2(x - ml) + \frac{1}{\omega_2 x} (\cosh \omega_2(l - x) - \cosh \omega_2 kl)}{\left(\frac{3}{8} \omega_2 l - \frac{1}{2} \omega_2 x \right) \cosh \omega_2 kl} \dots \dots \dots (32)$$

$$\left. \begin{aligned} N &= (1 - \alpha) N_0 = \frac{(1 - \alpha) F_b a_b}{n J_v} M_0 \\ M_b &= \frac{J_b}{J_b + n J_{st}} \left\{ 1 - \frac{(1 - \alpha) F_b a_b}{n J_v} a \right\} M_0 \\ M_{st} &= \frac{n J_{st}}{J_b + n J_{st}} \left\{ 1 - \frac{(1 - \alpha) F_{st} a_{st}}{J_v} a \right\} M_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (34)$$

図-4 合成桁の断面

Fig. 4 Section of composite girder.



よって、弾性合成の応力 $\sigma_{b,0/u}$ および $\sigma_{st,0/u}$ 、剛合成の応力 $\sigma_{b,0/u}$ および $\sigma_{st,0/u}$ は、図-4 を参照してつぎのごとくなる。ただし、応力 σ の添字中 b はコンクリート、 st は鋼桁を示し、 o/u において o は上縁、 u は

下縁を表わし,以下の式中, \pm の符号は o/u と複合同順とする。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{b0,0/u} &= -\frac{a_b \pm b_0/u}{nJ_v} M_0 \\ \sigma_{st0,0/u} &= \frac{a_{st} \mp a_0/u}{J_v} M_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \quad (35)$$

$$\sigma_{b,0/u} = -\frac{M_0}{nJ_v} \left[(a_b \pm b_0/u) - \alpha \left(a_b \mp \frac{aS_v}{\frac{J_b}{n} + J_{st}} b_{0/u} \right) \right] \quad (36)$$

$$\sigma_{st,0/u} = \frac{M_0}{J_v} \left[(a_{st} \mp a_{0/u}) - \alpha \left(a_{st} \pm \frac{aS_v}{\frac{J_b}{n} + J_{st}} a_{0/u} \right) \right] \quad (36)$$

よって、

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\sigma_b}{\sigma_{b_0}} \right)_{0/u} &= 1 - \beta_{1/2}\alpha, \\ \left(\frac{\sigma_{st}}{\sigma_{st_0}} \right)_{0/u} &= 1 - \beta_{3/4}\alpha \end{aligned} \right\} \dots \quad (37)$$

۲۷۸

$$\beta_{1/2} = \frac{a_b \mp \frac{aS_v}{\frac{J_b}{n} + J_{st}} b_{0/u}}{a_b \pm b_{0/u}}, \quad \beta_{3/4} = \frac{a_{st} \pm \frac{aS_v}{\frac{J_b}{n} + J_{st}} a_{0/u}}{a_{st} \mp a_{0/u}}$$

.....(38)

ただし、

$$S_v = F_{st}a_{st} = \frac{1}{n}F_b a_b$$

これらの式より弾性合成の区間における応力を簡単に算定することができる。

5. 計算図表およびその考察

つぎの仮定にしたがって、若干の計算を行ない、計算図表を作製した。

- 1) 荷重状態は集中荷重と等分布荷重の2種類とし、集中荷重は剛合成の場合において、中間支点上に最大曲げモーメントを生ずる位置、 $\xi=0.6$ とした。
 - 2) バネ定数には実験によって得た値¹⁾を用い、 $C_1=25\text{ t}/0.1\text{ mm/m}$ 、 C_2 は種々な値 $0.4, 0.8, 2, 3, 5\text{ t}/0.1$

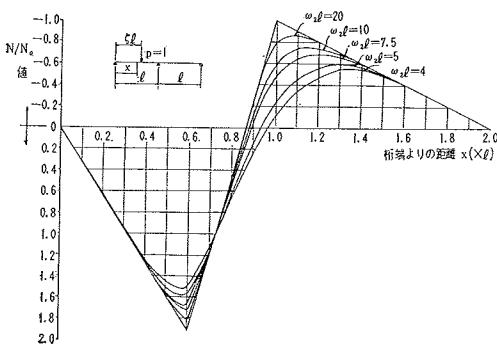


Fig. 5 Variation of value N/N_0 in longitudinal direction due to various values $\omega_b l$ ($\xi = 0.6, m = 0.7$)

mm/mとした。 $C_2=0.4\text{ t}/0.1\text{mm/m}$ は $\phi 3.2$ のスタッド ジベルに、 $C_2=5\text{ t}/0.1\text{ mm/m}$ は $\phi 13$ の曲げ上げ鉄筋に相当する。また、 $\omega_2 l$ 値にはスパン $l=20\sim50\text{ m}$ について概略断面を算定し、 $\omega_2 l=4, 5, 7.5, 10, 20$ の 5 種類とした。

3) 弹性ジベルを用いる区間として, $k=0.2, 0.3, 0.4$ の3種類につき計算の結果, いずれも大差はないのでここで簡単に $k=0.3$ の場合のみを記した。

以上により描いたグラフが 図-5 である。その場合 $\omega_1 ml$ が他の値にくらべて非常に大なるため $\sinh \omega_1 ml = \cosh \omega_1 ml = 1/2 e^{\omega_1 ml}$ とし、 e 関数に直して計算した。

図-6 種々の $\omega_2 l$ に対する橋軸方向の N/N_0 値の変化 ($m=0.7$)

Fig. 6 Variation of value N/N_0 in longitudinal direction due to various values $\omega_2 l$ ($m = 0.2$)

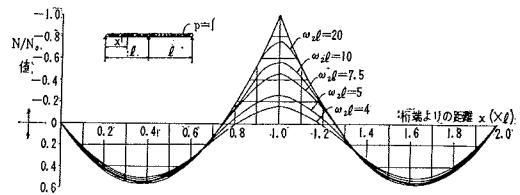


図-7 種々の $\omega_2 l$ に対する橋軸方向の T/T_0 値の変化 ($\xi=0.6$, $m=0.7$)

Fig. 7 Variation of value T/T_0 in longitudinal direction due to various values ω_{sl} ($\xi = 0.6$, $m = 0.7$).

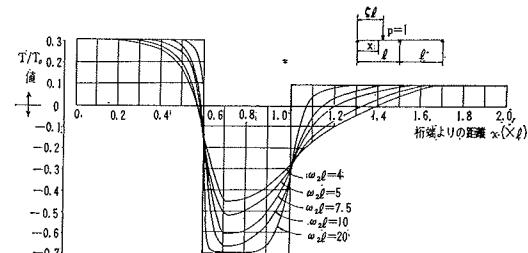


図-8 種々の $\omega_2 l$ に対する橋方向の T/T_0 値の変化 ($m=0.7$)

Fig. 8 Variation of value T/T_0 in longitudinal direction due to various values ω_{2l} ($m = 0.7$).

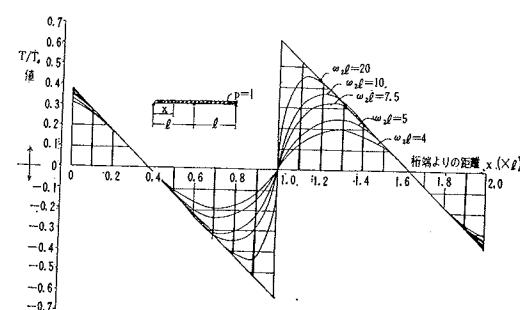


図-9 $\omega_2 l$ に対する支点上の N/N_0 値の変化
(集中荷重 $\xi=0.6, m=0.7$)

Fig. 9 Variation of value N/N_0 at middle support
(concentrated, load $\xi=0.7, m=0.7$).

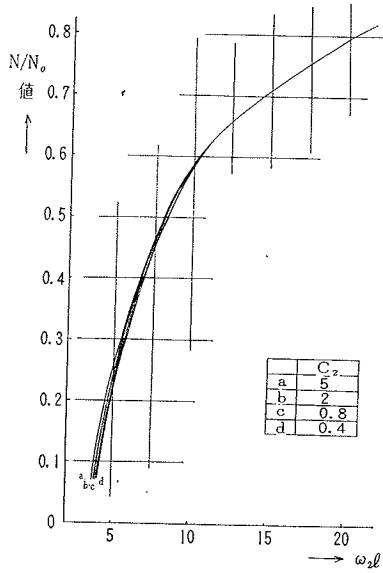


図-10 $\omega_2 l$ に対する支点上の N/N_0 値の変化 (等分布荷重 $m=0.7$)

Fig. 10 Variation of value N/N_0 at middle support
(Uniform distributed load, $m=0.7$).

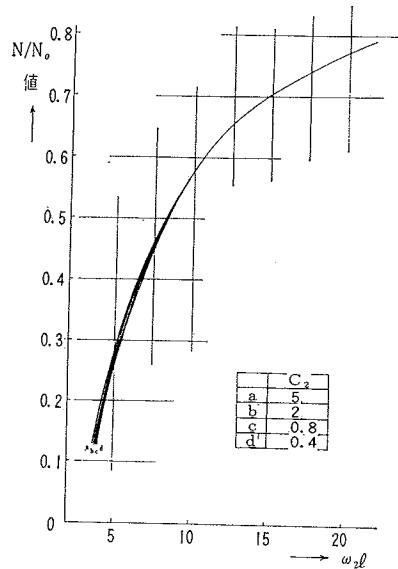


図-5 は集中荷重 P が $\xi=0.6$ に作用するとき、 $m=0.7$ についての橋軸方向の軸力の変化を表わし、縦軸には N/N_0 値をとり、 N_0 は剛合成の場合における中間支点上の軸力の絶対値を示し、たとえば剛合成の中間支点上において $N/N_0=-1$ である。ただし $C_2=3 \text{ t}/0.1 \text{ mm/m}$ としている。図-6 は等分布荷重に対するもので、図-7, 8 は上記の場合の水平せん断力についての一例である。

図-11 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta$ 値
Fig. 11 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta$ value.

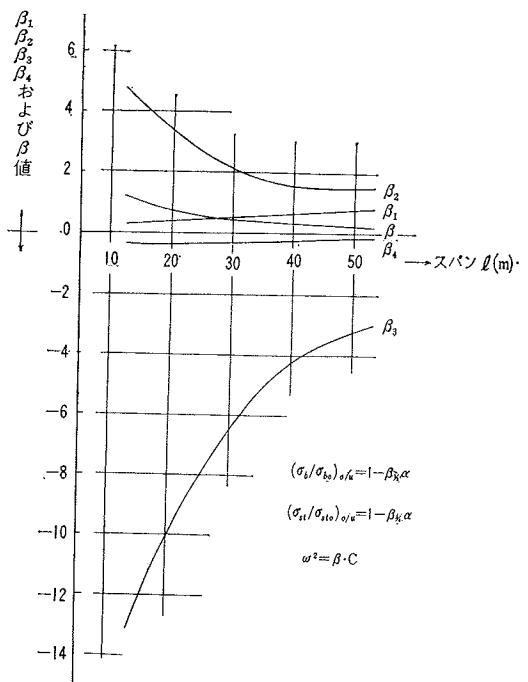
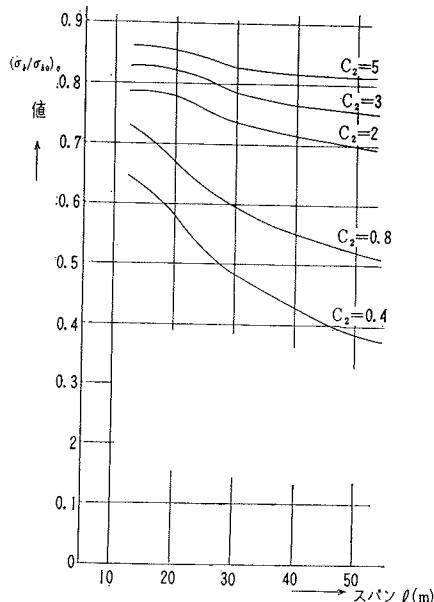


図-12 スパン l に対する $(\sigma_b/\sigma_{b0})_0$ 値の変化
($\xi=0.6, m=0.7$)

Fig. 12 Variation of value $(\sigma_b/\sigma_{b0})_0$ due to span length ($\xi=0.6, m=0.7$).



さらに、図-9, 10 は縦軸に中間支点上の軸力比 N/N_0 を、横軸に $\omega_2 l$ をとり、集中荷重と等分布荷重について、 C_2 を種々変化させて作製したものである。

ついで、スパン l と中間支点上の応力との関係につい

図-13 スパン ℓ に対する $(\sigma_b/\sigma_{b0})_u$ 値の変化
($\xi=0.6, m=0.7$)

Fig. 13 Variation of value $(\sigma_b/\sigma_{b0})_u$ due to span length ($\xi=0.6, m=0.7$).

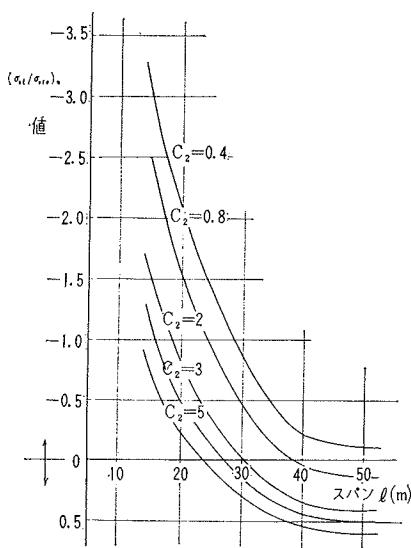
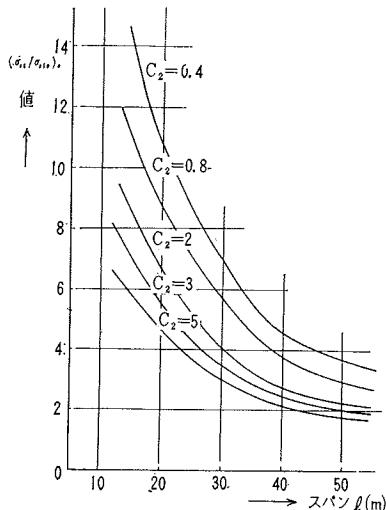


図-14 スパン ℓ に対する $(\sigma_{st}/\sigma_{st0})_0$ 値の変化
($\xi=0.6, m=0.7$)

Fig. 14 Variation of value $(\sigma_{st}/\sigma_{st0})_0$ due to span length ($\xi=0.6, m=0.7$).



て概略値を求めてみた。試算により、支点沈下によりプレストレスを導入する方法を用いて概算断面を $\ell=20 \sim 50$ m について算出し、式(38)の $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ を求めると図-11 のようになる。これより、式(37)によりコンクリート上下縁、鋼桁上下縁の、剛合成に対する弾性合成の応力比を求めたものが図-12~19 である。図-12~15 は集中荷重について、図-16~19 は等分布荷重についてのものである。ただし、いずれも縦軸には

図-15 スパン ℓ に対する $(\sigma_{st}/\sigma_{st0})_u$ 値の変化
($\xi=0.6, m=0.7$)

Fig. 15 Variation of value $(\sigma_{st}/\sigma_{st0})_u$ due to span length ($\xi=0.6, m=0.7$).

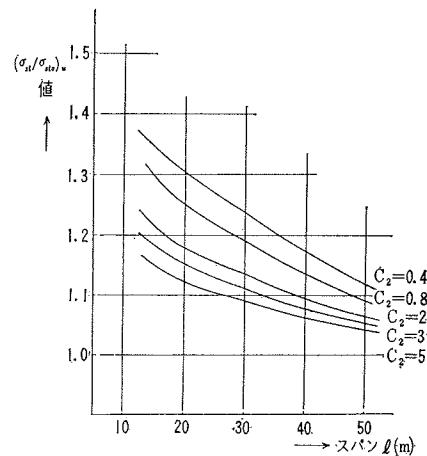
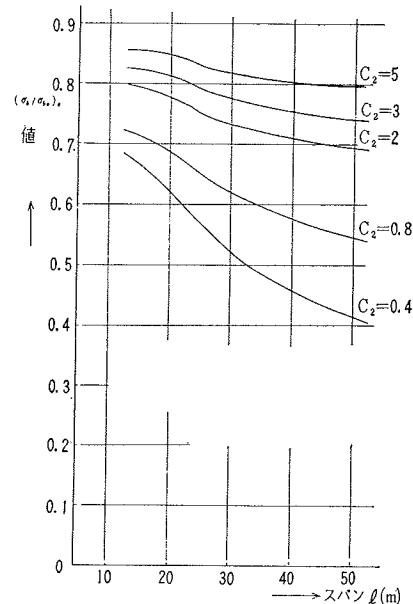


図-16 スパン ℓ に対する $(\sigma_b/\sigma_{b0})_0$ 値の変化 ($m=0.7$)

Fig. 16 Variation of value $(\sigma_b/\sigma_{b0})_0$ due to span length ($m=0.7$).



剛合成の中間支点上の応力を基準としている。これらのグラフによって、連続合成桁橋において、支点沈下の方法によりプレストレスを導入する代りに、中間支点付近のみ弾性ジベルを用いた場合の応力の変化についての概略値を知ることができる。

以上より、不完全合成に関する若干の性質を推定することができる。すなわち、

- 1) 一部に弾性ジベルを用いることにより、かなり軸力ならびに中間支点上のコンクリート引張応力度を減ず

図-17 スパン l に対する $(\sigma_b/a_{b0})_u$ 値の変化 ($m=0.7$)

Fig. 17 Variation of value $(\sigma_b/a_{b0})_u$ due to span length ($m=0.7$).

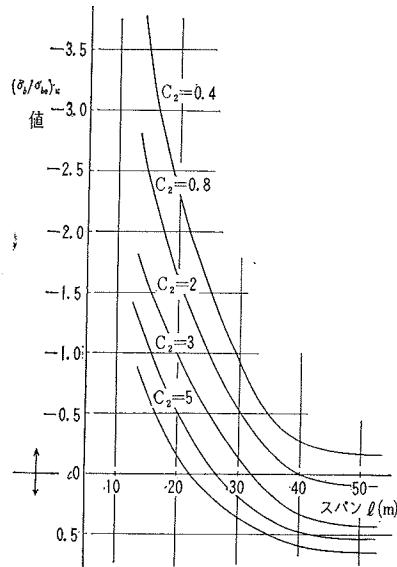
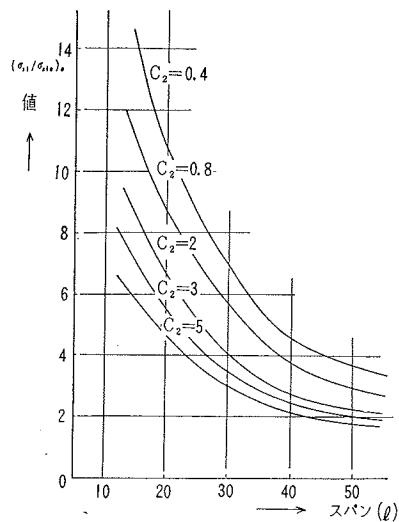


図-18 スパン l に対する $(\sigma_{st}/\sigma_{st0})_u$ 値の変化 ($m=0.7$)

Fig. 18 Variation of value $(\sigma_{st}/\sigma_{st0})_u$ due to span length ($m=0.7$).



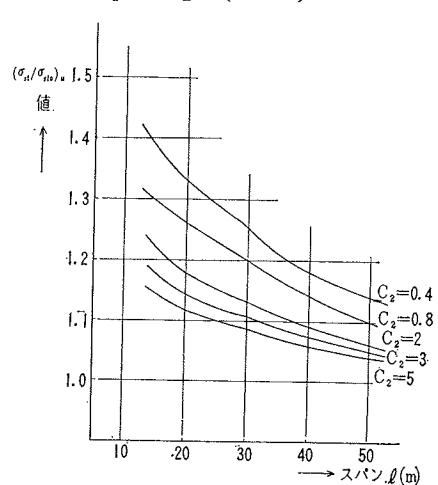
ることができる。

2) コンクリート上縁に対する応力減少量は、スパンが大きいほど大となっている。これは応力が軸力のみならず、分担モーメントの影響をも受けてることを意味している。したがって弾性合成は、 $j = \frac{1}{n} F_b \frac{1}{n} J_b / F_{st} J_{st}$ が小なる場合に、より有効である。

3) 水平せん断力に関する、1)と同じことがいえる。しかし中間支点上の T/T_0 値は $\omega_2 l$ の変化に対しほとんど差を見せていない(図-7)。

図-19 スパン l に対する $(\sigma_{st}/\sigma_{st0})_u$ 値の変化 ($m=0.7$)

Fig. 19 Variation of value $(\sigma_{st}/\sigma_{st0})_u$ due to span length ($m=0.7$).



4) 弾性合成部分では、剛合成に比して、コンクリート上縁の応力は減少しているが、その他の、コンクリート下縁および鋼桁上下縁における応力は増大している。特に鋼桁上縁の応力増大の割合がいちじるしい。したがって、弾性合成にすると、鋼桁断面をやや大きくせねばならない。

5) 集中荷重と等分布荷重の荷重状態の変化によって注目すべき変化を示していない。また、弾性ジベルを用いる区間の相違による影響も少ない。

6) コンクリート応力の緩和に影響をおよぼす要素としては、スパン、断面に関する諸値、荷重の種類、バネ定数、および弾性ジベルの区間などが考えられるが、スパン、断面に関する諸値、およびバネ定数により大きく左右される。

6. 結 言

以上を要約すると、不完全合成はコンクリート上縁の応力緩和に有効な方法であると考えられる。本文で導いた弾性合成の関係式を用いて簡単に応力算定を行なうことができ、また計算图表を用いて応力算定に対する目安を得ることができる。なお、3径間連続桁などの場合についても上と同じ考え方により容易にその関係式を導くことができる。

本文では収縮、温度変化に対する問題を取り扱わなかったが、これらをあわせ考える場合にも、コンクリート応力が許容応力をわずかに超過するとき、すなわちスパンの短い場合には、一部弾性合成構造を用いた設計が可能となり、さらにスパンが長くなつてプレストレス材を併用する場合もその量を減ずることができると考える。

また、弾性合成の関係式は、プレストレスしない連続

合成桁の支点上の応力状態を解明することにも役立つものと考えられる。

以上の弾性合成に関する若干の考察は、今後、連続合成桁橋を計画、設計する場合に、一つの基礎資料を与えるものと考える。

参考文献

- 1) 橋 善雄・近藤和夫：連続桁橋中間支点上の合成構造についての研究，第9回橋梁・構造工学研究発表会，1962. 10.
- 2) Homberg, H.: Brücke mit elastischem Verbund,

- Die Bauingenieur, H-6, 1952
- 3) Heilig, R.: Theorie des elastischen Verbundes, Der Stahlbau, H-5, 1953
- 4) Hoischen, A.: Verbundträger mit elastischer und unterbrochener Verdübelung, Die Bauingenieur, H-7, 1954
- 5) Sattler, K.: Ein Allgemeines Berechnungsverfahren für Tragwerke mit Elastischem Verbund
- 6) Siess, C., Viest, I., Newmark, N.: Studies of slab and beam highway bridges; Part III, University of Illinois Bulletin, No. 396

(1964.4.9・受付)