

鋼管組立材の横方向の安定性

THE LATERAL BUCKLING OF A PLANE TRUSS BY WELDING OF STEEL TUBES

森 宜 制*
By Yoshitada Mori

1. はじめに

近年溶接組立てによるトラス状の鋼管組立材が、仮設構造物などの部材として、しばしば用いられている。この部材は橋のトラスのように、各格点ごとのラテラルおよびスウェイブレースによって、横方向の安定性が保持されている場合と異なって、数格間を横方向に無こう束にされているので、開腹の I 断面材として扱わなければならない。

充腹の I 断面材の横方向の安定性については、古くから S. Timoshenko¹⁾、F. Bleich²⁾ などによる多くの研究があり、また近くでは、板組立断面に対する東京大学奥村教授³⁾、あるいは薄板断面に対する建築の加藤助教⁴⁾の研究がある。

現在充腹の I 断面材の横方向の安定性に対する実用的な取り扱いとしては、鋼橋の設計示方書において、 $l/b \leq 30$ の制限下に圧縮フランジの 2 次半径を $b/\sqrt{10}$ としてフランジの横座屈を検討することになっており、また建築学会の計算規準では、 $l/b \leq 20$ の限界内では横座屈の検討は不要とし、同限界をはずれるときは、K 法⁵⁾その他によるやや厳密な検討を要することとなっている。

これに対して開腹の I 断面材に対する実用的な検討法はほとんどなく、前記計算規準でも、圧縮フランジがウェブなどのこう束を受けずに単独で横座屈すると考えれば、十分に安全であるとしている。しかしこれでは溶接組立てによる鋼管組立材の特徴を生かした扱いとはいえない。圧縮フランジの横座屈におけるウェブおよび引張フランジの協力作用を当然考慮すべきである。

この問題に関連のある研究としては、M.R. Horne⁶⁾ が、ポネートラスのように、下弦材がその中間において横変位こう束を受けるトラスについて、エネルギー法によって解いている。また鈴木敏郎⁷⁾氏が、両弦材とも中間こう束を受けないトラスについて、エネルギー法で解を求めている。

本文で扱っているのは鈴木氏の場合と同じ場合についてであるが、変分問題として解いた点と、考慮した項が多少多い点が、鈴木氏と異なる

っている。

2. 組立材の構成

対称の充腹 I 断面材とくらべる便宜上、本文ではつぎのような組立材を考慮の対象とした。

形状は両弦平行で、格間長の等しいワーレンまたはプラットタイプとし、弦材、斜材および垂直材はそれぞれ等断面の鋼管とする。ただしこの場合、部材がねじれに対して断面のそりを考慮しなくてもよいようなもので、しかも断面の図心とせん断中心が一致するようなものがあれば、鋼管と限らなくてもよい。なお、各部材の結合は剛接とする。

3. 組立材にともなう記号

l : 中間において横方面にこう束を受けない組立材の材長

h : 弦材間隔

s : 格間長

α : 弦材に対する斜材の傾角

$d = h/\sin \alpha = s/\cos \alpha$: 斜材長

$\nu = l/s$: 斜材数

$B_0 = EI_0$: 弦材の曲げ剛性

$C_0 = GJ_0$: 弦材のねじれ剛性

$B_1 = EI_1$: 斜材の曲げ剛性

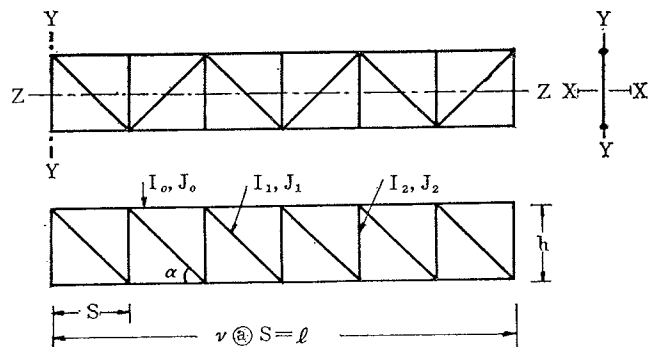
$C_1 = GJ_1$: 斜材のねじれ剛性

$B_2 = EI_2$: 垂直材の曲げ剛性

$C_2 = GJ_2$: 垂直材のねじれ剛性

以上について図示したのが図-1である。

図-1



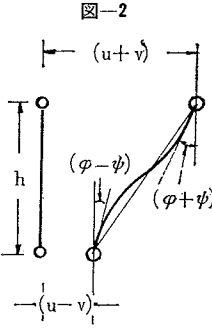
* 正会員 労働省産業安全研究所

4. 組立材の横変位時の変形量

組立材が横方向に変位してつりあいにあるときの変形をつぎの4量で表わす(図-2 参照)。

- $u+v$: 圧縮弦材の横たわみ
- $u-v$: 引張弦材の横たわみ
- $\varphi+\psi$: 圧縮弦材のねじれ角
- $\varphi-\psi$: 引張弦材のねじれ角

このように間接的な表現をしたのは、以後の解析の便宜を考慮したからである。なお u は組立材の中心軸の横たわみ、 $2v/h$ は同軸のねじれ角を表わしている。



5. 座 標

組立材の中心軸を z 軸、組立材構内内の他の軸を y 軸、この両軸に直角な第3の軸を x 軸とし、原点は中心軸上の一端の点とする(図-1 参照)。

6. 外 力

ここで扱う外力は、組立材の両端に作用する構内内の曲げモーメント M および軸方向圧縮力 N とする。したがって

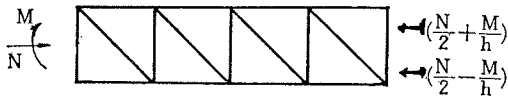
$$\begin{aligned} \text{圧縮弦材の受ける圧縮力} &= \frac{N}{2} + \frac{M}{h} \\ \text{引張弦材の受ける圧縮力} &= \frac{N}{2} - \frac{M}{h} \end{aligned}$$

となる(図-3 参照)。

7. 支点条件

支点における横方向のこう束条件はつぎの場合を考慮する。ただし $'$ は $\frac{d}{dx}$, $''$ は $\frac{d^2}{dx^2}$ を表わす。

図-3



a) ヒンジ端

$z=0$ または l において

$$u=u''=v=v''=\varphi=\varphi''=\psi=\psi''=0$$

b) 固定端

$z=0$ または l において

$$u=u'=v=v'=\varphi=\varphi'=\psi=\psi'=0$$

8. 斜材および垂直材の変形

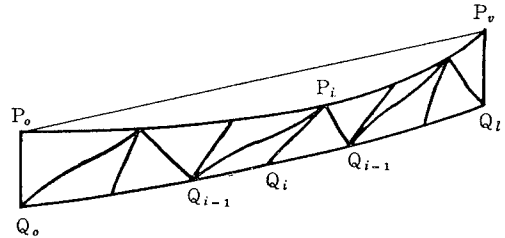
横方向の変位に伴うエネルギーを求める前に、斜材および垂直材のたわみ角およびねじれ角を u, v, φ および ψ で表現しておく。なおワーレントップの場合は斜材の

方向が交互に変わるので、両方向について求めなければならない。

(1) 斜材のたわみ角

いまワーレントップの組立材において、圧縮弦材の格点を順次に P_0, P_1, \dots, P_i とし、引張弦材の格点を順次に Q_0, Q_1, \dots, Q_i としたとき、 i 番目の斜材が $Q_{i-1}P_i$ となるような場合を考える(図-4 参照)。

図-4

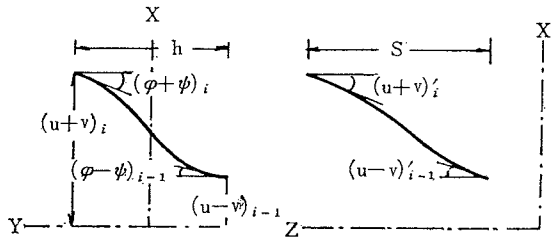


斜材 $Q_{i-1}P_i$ は P_i 点において、圧縮弦材のたわみ角 $(u'+v')_i$ 、圧縮弦材のねじれ角 $(\varphi+\psi)_i$ によって、

$$\{(u'+v')\cos\alpha + (\varphi+\psi)\sin\alpha\}_i$$

なるたわみ角を持つ(図-5 参照)。

図-5



同様に、同斜材は Q_{i-1} 点において

$$\{(u'-v')\cos\alpha + (\varphi-\psi)\sin\alpha\}_{i-1}$$

なるたわみ角を持つ。

一方、 P_i, Q_{i-1} を連ねる線の傾角は、 s が l にくらべてかなり小さいとすれば、

$$\begin{aligned} \frac{1}{d}\{(u+v)_i - (u-v)_{i-1}\} &\doteq \frac{1}{d}(u's + 2v)_{i-1/2} \\ &= \left(u'\cos\alpha + \frac{2}{h}v\sin\alpha\right)_{i-1/2} \end{aligned}$$

となる。ただしサフィックスの $i-1/2$ は $z=(i-1/2)s$ に対応する値を意味する。

したがってこの斜材の両端を連ねる線に対する両端のたわみ角は、 P_i 点において

$$\begin{aligned} &\{(u'+v')\cos\alpha + (\varphi+\psi)\sin\alpha\}_i \\ &- \left(u'\cos\alpha + v\frac{2}{h}\sin\alpha\right)_{i-1/2} \\ &\doteq \left(u'\frac{s}{2}\cos\alpha + v'\cos\alpha - v\frac{2}{h}\sin\alpha\right. \\ &\quad \left.+ \varphi\sin\alpha + \psi\sin\alpha\right)_{i-1/2} \end{aligned}$$

となる。同様に Q_{i-1} 点において、

$$\left(-u'' \frac{s}{2} \cos \alpha - v' \cos \alpha - v \frac{2}{h} \sin \alpha + \varphi \sin \alpha - \psi \sin \alpha \right)_{i-1/2}$$

となる。

同様に $i+1$ 番目の斜材 $P_i Q_{i+1}$ の、両端を連ねる線に対する両端のたわみ角は、 Q_{i+1} 点において、

$$\left(u'' \frac{s}{2} \cos \alpha - v' \cos \alpha + v \frac{2}{h} \sin \alpha - \varphi \sin \alpha + \psi \sin \alpha \right)_{i+1/2}$$

となり、 P_i 点において、

$$\left(-u'' \frac{s}{2} \cos \alpha + v' \cos \alpha + v \frac{2}{h} \sin \alpha - \varphi \sin \alpha - \psi \sin \alpha \right)_{i+1/2}$$

となる。

プラットタイプの場合は、この中のいずれか一方の方向のみを考えればよい。

(2) 斜材のねじれ角

前節と同じ斜材 $Q_{i-1} P_i$ について考える。同材は点 P_i において、圧縮弦材のたわみ角 $(u'+v')_i$ と、圧縮弦材のねじれ角 $(\varphi+\psi)_i$ によって

$$\{(\varphi+\psi) \cos \alpha - (u'+v') \sin \alpha\}_i$$

なるねじれ角を持つ。同様に点 Q_{i-1} において

$$\{(\varphi-\psi) \cos \alpha - (u'-v') \sin \alpha\}_{i-1}$$

なるねじれ角を持つ。

同様に斜材 $P_i Q_{i+1}$ は点 Q_{i+1} において

$$\{(\varphi-\psi) \cos \alpha + (u'-v') \sin \alpha\}_{i+1}$$

なるねじれ角を持ち、点 P_i において、

$$\{(\varphi+\psi) \cos \alpha + (u'+v') \sin \alpha\}_{i+1}$$

なるねじれ角を持つ。

プラットタイプの場合は、この中のいずれか一方のみを考えればよい。

(3) 垂直材のたわみ角

前節で扱ったワーレントタイプの組立材の i 番目の垂直材を考慮する。垂直材 $P_i Q_i$ は P_i 点において、圧縮材のねじれによって、 $(\varphi+\psi)_i$ なるたわみ角を持つ。一方、 P_i, Q_i を連ねる線の傾角は $v_i \frac{2}{h}$ である。したがって、同材の両端を連ねる線に対する P_i 点のたわみ角は

$$\left(\varphi + \psi - v \frac{2}{h} \right)_i$$

となり、同様に Q_i 点のたわみ角は

$$\left(\varphi - \psi - v \frac{2}{h} \right)_i$$

となる。

垂直材についてはプラットタイプも同様である。

(4) 垂直材のねじれ角

前節と同様に i 番目の垂直材を考慮する。垂直材 $P_i Q_i$ は、 P_i 点において、圧縮弦材のたわみ角によって、

$$-(u'+v')_i$$

なるねじれ角を持ち、 Q_i 点において

$$-(u'-v')_i$$

なるねじれ角を持つ。

垂直材については、プラットタイプの場合も同様である。

9. 変形にともなうエネルギー

組立材が前記の外力 M および N を受けて、横方向に変形したときのエネルギーを求める。この場合、支点はヒンジまたは固定であるから、支点反力は仕事をしない。したがって外力のなす仕事は、 M および N によるもののみとなる。

また各エネルギーはいずれも $\int_0^z \dots dz$ という形になるが、煩雑さを避けるため、積分記号を略した z 方向の単位長についてのエネルギーを示す。

(1) 外力のなす仕事

両弦材が弯曲することにより、各弦材の両端に z 軸方向の相対変位が生じ、これによって外力 M および N はつぎの仕事をする。なおこの場合、弦材断面は図心とせん断中心が一致する場合を考慮しているのでねじれにともなう両端の相対変位はない。

$$-\frac{1}{2} \left(\frac{N}{2} + \frac{M}{h} \right) (u'+v')^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{N}{2} - \frac{M}{h} \right) (u'-v')^2 = -\{(u')^2 + (v')^2\} \frac{N}{2} - (u'v') \frac{2M}{h}$$

(2) 弦材の曲げエネルギー

$$\frac{1}{2} B_0 (u''+v'')^2 + \frac{1}{2} B_0 (u''-v'')^2 = \{(u'')^2 + (v'')^2\} B_0$$

(3) 弦材のねじれエネルギー

$$\frac{1}{2} C_0 (\varphi'+\psi')^2 + \frac{1}{2} C_0 (\varphi'-\psi')^2 = \{(\varphi')^2 + (\psi')^2\} C_0$$

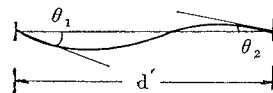
(4) 斜材の曲げエネルギー

さて、両端を弾性的に固定されている部材の両端に、 θ_1 および θ_2 なるたわみ角が生じているときの曲げエネルギーは、

$$\frac{B_1}{d} (\theta_1^2 + \theta_1 \theta_2 + \theta_2^2)$$

となる。ただし、 B_1 は部材の曲げ剛性、 d は部材長である (図-6 参照)。

図-6



上式の θ_1 および θ_2 に、8.(1) で求めたたわみ角を代入したものが、斜材の曲げエネルギーである。

ワーレントタイプの組立材の場合は、斜材の方向が交互

に変わるの、表現が多少異なってくる。

$$8.(1) \text{ で扱った } i \text{ 番目の斜材の曲げエネルギーは}$$

$$\frac{2B_1}{d} \left\{ (u'')^2 \frac{s}{4} \cos^2 \alpha + (v')^2 \cos^2 \alpha + \psi^2 \sin^2 \alpha \right.$$

$$+ (u''\psi) s \cos \alpha \sin \alpha + \varphi^2 3 \sin^2 \alpha - (v\varphi) \frac{12}{h} \sin^2 \alpha$$

$$+ v^2 \frac{12}{h^2} \sin^2 \alpha + (u''v') s \cos^2 \alpha$$

$$\left. + (v'\psi) 2 \cos \alpha \sin \alpha \right\}_{i-1/2}$$

となり、 $i+1$ 番目の斜材の曲げエネルギーは、

$$\frac{2B_1}{d} \left\{ (u'')^2 \frac{s}{4} \cos^2 \alpha + (v')^2 \cos^2 \alpha + \psi^2 \sin^2 \alpha \right.$$

$$+ (u''\psi) s \cos \alpha \sin \alpha + \varphi^2 3 \sin^2 \alpha$$

$$- (v\varphi) \frac{12}{h} \sin^2 \alpha + v^2 \frac{12}{h^2} \sin^2 \alpha$$

$$\left. - (u''\psi) s \cos \alpha \sin \alpha - (v'\psi) 2 \cos \alpha \sin \alpha \right\}_{i+1/2}$$

となる。両者の相違は、終りの二つの項の符号が異なっていることである。全斜材について総和を求めると、交互に符号の変わる終りの二つの項の和は、 $s \left(= \frac{l}{\nu} \right)$ が l にくらべて小さいときは、それぞれ0になるので省略することができる。

一方プラットタイプの組立材の場合は、全斜材が同方向であるので、上記二者の中の一者のみの総和をとればよいが、この場合も終りの二つの項の総和がそれぞれ0になるので省略することができる。

結局タイプを問わず、斜材の曲げエネルギーの総和は

$$\sum_{i=1}^{\nu} \frac{2B_1}{d} \left\{ (u'')^2 \frac{s}{4} \cos^2 \alpha + (v')^2 \cos^2 \alpha + \psi^2 \sin^2 \alpha \right.$$

$$+ (u''\psi) s \cos \alpha \sin \alpha + \varphi^2 3 \sin^2 \alpha$$

$$\left. - (v\varphi) \frac{12}{h} \sin^2 \alpha + v^2 \frac{12}{h^2} \sin^2 \alpha \right\}_{i-1/2}$$

となる。

いま $s \left(= \frac{l}{\nu} \right)$ が l にくらべて小さいときは

$$\sum_{i=1}^{\nu} a_i \approx \int_0^l \frac{a}{s} dx$$

であるから、斜材一本の曲げエネルギーを格間長 s で割ったものは、近似的に組立材の材軸方向の単位長当たりの斜材の曲げエネルギーとなる。このような整理を行なった結果を本節末の一覧表に示す。

(5) 斜材のねじれエネルギー

両端に τ_1 および τ_2 なるねじれ角を生じている部材のねじれエネルギーは

$$\frac{C_1}{2d} (\tau_2 - \tau_1)^2$$

となる。ただし C_1 は部材のねじれ剛性、 d は部材長である。上式に 8.(2) のねじれ角を代入したものが、斜材のねじれエネルギーであるが、前節と同様に斜材の方向で値が異なり、 i および $i+1$ 番目の斜材のねじれエネルギーはつぎの値となる。

$$\frac{C_1}{2d} \{ (\varphi')^2 s^2 \cos^2 \alpha + \psi^2 4 \cos^2 \alpha + (u'')^2 s^2 \sin^2 \alpha$$

$$- (u''\psi) 4 s \cos \alpha \sin \alpha + (v')^2 4 \sin^2 \alpha$$

$$- (v'\varphi) 4 s \cos \alpha \sin \alpha \pm (\varphi'\psi) 4 s \cos^2 \alpha$$

$$\mp (u''\varphi') 2 s^2 \cos \alpha \sin \alpha \mp (v'\psi) 8 \cos \alpha \sin \alpha$$

$$\pm (u''v') 4 s \sin \alpha \}_{i+1/2}$$

終りの四つの項が二とりの符号を有するが、これが i 番目の斜材と $i+1$ 番目の斜材の相違を示すものである。しかしこれらの項は全斜材について総和を求めると0になるので省略することができる。また全斜材が同じ方向の場合でも、これらの四つの項のそれぞれの総和は0となるので省略することができる。したがって斜材の全ねじれエネルギーは、

$$\sum_{i=1}^{\nu} \frac{C_1}{2d} \{ (\varphi')^2 s^2 \cos^2 \alpha + \psi^2 4 \cos^2 \alpha + (u'')^2 s^2 \sin^2 \alpha$$

$$- (u''\psi) 4 s \cos \alpha \sin \alpha + (v')^2 4 \sin^2 \alpha - (v'\varphi)$$

$$\times 4 s \cos \alpha \sin \alpha \}_{i-1/2}$$

となる。

なおこの各項を格間長 s で割ったものが近似的に、材軸方向の単位長当たりのねじれエネルギーとなる。このような整理を行なった結果を節尾の一覧表に示す。

(6) 垂直材の曲げエネルギー

9.(4) と同様な方法で垂直材について曲げエネルギーを求めると、 i 番目の垂直材は

$$\frac{2B_2}{h} \left(v^2 \frac{12}{h^2} + 3\varphi^2 + \psi^2 - v\varphi \frac{12}{h} \right)_i$$

となる。これを格間長 s で割ったものが、近似的に組立材の軸方向の単位長当たりの垂直材の曲げエネルギーとなる。

(7) 垂直材のねじれエネルギー

9.(5) と同様な考えで垂直材のねじれエネルギーを求

表-1 横方向の変形にもなるエネルギー

項目	組立材の材軸方向の単位長当たりのエネルギー
外力のなす仕事	$-(u'')^2 \frac{N}{2} - (v')^2 \frac{N}{2} - (u''v') \frac{2M}{h}$
弦スラ材のエネルギー	曲げ $(u'')^2 B_0 + (v')^2 B_0$
	ねじれ $(\varphi')^2 C_0 + (\psi')^2 C_0$
斜材のひずみエネルギー	曲 $(u'')^2 \frac{B_1}{2} \cos^2 \alpha + (v')^2 \frac{2B_1}{h^2} \cos \alpha \sin^2 \alpha$ $+ v^2 \frac{24B_1}{s^2 h^2} \cos \alpha \sin^2 \alpha + \varphi^2 \frac{6B_1}{s^2} \cos \alpha \sin^2 \alpha$ $+ \psi^2 \frac{2B_1}{s^2} \cos \alpha \sin^2 \alpha + (u''\psi) \frac{2B_1}{s} \cos^2 \alpha \sin \alpha$ $- (v\varphi) \frac{24B_1}{s^2 h} \cos \alpha \sin^2 \alpha$
	ねじれ $(u'')^2 \frac{C_1}{2} \cos \alpha \sin^2 \alpha + (v')^2 \frac{2C_1}{h^2} \sin^3 \alpha \tan \alpha$ $+ (\varphi')^2 \frac{C_1}{2} \cos^3 \alpha + \psi^2 \frac{2C_1}{s^2} \cos^2 \alpha$ $- (u''\psi) \frac{2C_1}{s} \cos^2 \alpha \sin \alpha - (v'\varphi) \frac{2C_1}{h} \cos \alpha \sin^2 \alpha$
	垂直材のエネルギー

めると、 i 番目の垂直材は、

$$\frac{C_2}{2h} \cdot 4(v')_i^2$$

となる。これを格間長 s で割ったものが、近似的に材軸方向の単位長当たりの垂直材のねじれエネルギーとなる。

以上の結果を表-1 に総括した。ただし同表のエネルギーは $\int_0^l \dots dz$ を省略している。

10. 変形時のつりあい条件

前節で求めた全エネルギーを u, v, φ および ψ で変分し、その結果を 0 と置けば変形時のつりあい式が得られる。なお煩雑を避けるため式の変化の過程を省略するが、その過程においてはつぎの例のように部分積分を行ない、さらに支点条件 (7) を考慮している。たとえば、

$$\begin{aligned} \delta \int_0^l (u'')^2 dz &= \int_0^l 2u''(\delta u)'' dz = [2u''(\delta u)']_0^l \\ &- \int_0^l 2u'''(\delta u)' dz = [2u'''(\delta u)]_0^l \\ &- [2u'''\delta u]_0^l + \int_0^l 2u''''\delta u dz \end{aligned}$$

となるが、左辺の第 1 項は、支点条件より $z=0, l$ において、 $u''=0$ かあるいは $(\delta u)'=0$ となるから 0 となる。また同じく第 2 項は、 $z=0, l$ において $\delta u=0$ となるから 0 となる。

結局、

$$\delta \int_0^l (u'')^2 dz = \int_0^l 2u''''\delta u dz$$

となる。同様に、

$$\begin{aligned} \delta \int_0^l (u')^2 dz &= - \int_0^l 2u''\delta u dz \\ \delta \int_0^l u'v' dz &= - \int_0^l v''\delta u dz - \int_0^l u''\delta v dz \\ \delta \int_0^l u''\psi dz &= \int_0^l \psi''\delta u dz + \int_0^l u''\delta\psi dz \end{aligned}$$

などとなる。したがって全エネルギーの変分は、

$$\begin{aligned} \delta(\text{全エネルギー}) &= \int_0^l (\delta u \text{ の全係数項}) \delta u dz \\ &+ \int_0^l (\delta v \text{ の全係数項}) \delta v dz \\ &+ \int_0^l (\delta\varphi \text{ の全係数項}) \delta\varphi dz \\ &+ \int_0^l (\delta\psi \text{ の全係数項}) \delta\psi dz = 0 \end{aligned}$$

となる。上式が $\delta u, \dots$ の値いかんにかかわらず常に成立するためには、

$$(\delta u \text{ の全係数項}) = 0$$

の 4 式が成立しなければならない。この 4 式がつりあい式である。実際の結果はつぎのとおりである。

$$\begin{aligned} u''''(2B_0 + B_1\cos^3\alpha + C_1\cos\alpha\sin^2\alpha) + u''N \\ + v''\frac{2}{h}M + \psi''\frac{2}{s}(B_1 - C_1)\cos^2\alpha\sin\alpha = 0 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v''''2B_0 + v''\left[N - \frac{4}{h^2}(B_1\cos\alpha\sin^2\alpha \right. \\ \left. + C_1\sin^3\alpha\tan\alpha + C_2\tan\alpha)\right] \\ + v\frac{48}{s^2h^2}(B_1\cos\alpha\sin^2\alpha + B_2\cot\alpha) + u''\frac{2}{h}M \\ + \varphi''\frac{2C_1}{h}\cos\alpha\sin^2\alpha - \varphi\frac{24}{s^2h^2} \\ \times (B_1\cos\alpha\sin^2\alpha + B_2\cot\alpha) = 0 \quad \dots\dots\dots(2) \\ v''\frac{2C_1}{h}\cos\alpha\sin^2\alpha - v\frac{24}{s^2h}(B_1\cos\alpha\sin^2\alpha + B_2\cot\alpha) \\ - \varphi''(2C_0 + C_1\cos^3\alpha) + \varphi\frac{12}{s^2} \\ \times (B_1\cos\alpha\sin^2\alpha + B_2\cot\alpha) = 0 \quad \dots\dots\dots(3) \\ u''\frac{2}{s}(B_1 - C_1)\cos^2\alpha\sin\alpha - \psi''2C_0 \\ + \psi\frac{4}{s^2}(B_1\cos\alpha\sin^2\alpha + B_2\cot\alpha + C_1\cos^3\alpha) = 0 \\ \dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

これらのうち、式 (3) および (4) は、外力 N, M に無関係に v と φ, u と ψ の相互関係を与えるものである。ただしこの関係は支点条件に無関係ではない。

いま v と φ, u と ψ の関係を次式で表わすとすれば、

$$\varphi = \lambda_1 \frac{2v}{h} \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\psi = \lambda_2 \frac{\pi^2}{2lv} u \quad \dots\dots\dots(6)$$

(ただし λ_1, λ_2 は支点条件によって定まる定数とする)

式 (1)~(4) はつぎのように整理される。

$$\begin{aligned} u''''(2B_0 + B_1\cos^3\alpha + C_1\cos\alpha\sin^2\alpha) \\ + u''\left\{N + \lambda_2\frac{\pi^2}{l^2}(B_1 - C_1)\cos^2\alpha\sin\alpha\right\} + v''\frac{2}{h}M \\ = 0 \quad \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v''''2B_0 + v''\left[N - \frac{4}{h^2}\{2\lambda_1C_0 + B_1\cos\alpha\sin^2\alpha \right. \\ \left. + C_1(\lambda_1\cos\alpha - \sin\alpha\tan\alpha)\cos 2\alpha + C_2\tan\alpha\right] \\ + u''\frac{2}{h}M = 0 \quad \dots\dots\dots(8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v''(-2\lambda_1C_0 + C_1\cos\alpha\sin^2\alpha - \lambda_1C_1\cos^3\alpha) \\ - v\frac{12}{s^2}(1 - \lambda_1)(B_1\cos\alpha\sin^2\alpha + B_2\cot\alpha) = 0 \quad \dots\dots(9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u''\left\{-\lambda_2\frac{\pi^2}{2lv^2}C_0 + (B_1 - C_1)\cos^2\alpha\sin\alpha\right\} \\ + u\lambda_2\frac{\pi^2}{l^2}(B_1\cos\alpha\sin^2\alpha + B_2\cot\alpha + C_1\cos^3\alpha) \\ = 0 \quad \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

上述の式 (7), (8) が外力 N, M に対する横変位を与える式で、式 (9), (10) が定数 λ_1, λ_2 を与える式である。

11. 両端ヒンジおよび両端固定のときの限界値

(1) 両端ヒンジの場合

この支点条件を満足する任意の解として

$$u = u_0 \sin \frac{\pi}{l} z$$

$$v = v_0 \sin \frac{\pi}{l} z$$

(ただし, u_0, v_0 は任意の定数とする)

を選び, 式(7)~(10)に代入し, u_0, v_0 を消去すれば, 式(13), (14), (15)が得られる。ただし表現の煩雑さを避けるために式(11), (12)のように一括している。

$$P_e = \frac{\pi^2}{l^2} \{ 2B_0 + B_1 \cos^2 \alpha + C_1 \cos \alpha \sin^2 \alpha - \lambda_2 (B_1 - C_1) \cos^2 \alpha \sin \alpha \} \dots\dots\dots(11)$$

$$P_w = \frac{\pi^2}{l^2} 2B_0 + \frac{4}{h^2} \{ 2\lambda_1 C_0 + B_1 \cos \alpha \sin^2 \alpha + C_1 (\lambda_1 \cos \alpha - \sin \alpha \tan \alpha) \cos 2\alpha + C_2 \tan \alpha \} \dots\dots\dots(12)$$

$$(P_e - N)(P_w - N) - \frac{4}{h^2} M^2 = 0 \dots\dots\dots(13)$$

$$\lambda_1 = \frac{\frac{12 \nu^2}{\pi^2} B_1 \cos \alpha \sin^2 \alpha + \frac{12 \nu^2}{\pi^2} B_2 \cot \alpha + C_1 \cos \alpha \sin^2 \alpha}{2C_0 + \frac{12 \nu^2}{\pi^2} B_1 \cos \alpha \sin^2 \alpha + \frac{12 \nu^2}{\pi^2} B_2 \cot \alpha + C_1 \cos^3 \alpha} \dots\dots\dots(14)$$

$$\lambda_2 = \frac{\frac{2 \nu^2}{\pi^2} (B_1 - C_1) \cos^2 \alpha \sin \alpha}{C_0 + \frac{2 \nu^2}{\pi^2} B_1 \cos \alpha \sin^2 \alpha + \frac{2 \nu^2}{\pi^2} B_2 \cot \alpha + \frac{2 \nu^2}{\pi^2} C_1 \cos^3 \alpha} \dots\dots\dots(15)$$

(2) 両端固定の場合

同様に支点条件を満足する任意の解として

$$u = u_0 \left(1 - \cos \frac{2\pi}{l} z \right)$$

$$v = v_0 \left(1 - \cos \frac{2\pi}{l} z \right)$$

(ただし u_0, v_0 は任意の定数とする)

を選び, 式(7)~(10)に代入し, 式(11'), (12')のように整理すれば, 式(13'), (14'), (15')が得られる。ただし式(9), (10)はそのままでは, 上記の解が同式を満足しないので一度 z で微分したものに代入している。このような方法でつりあいの限界値を求めることは, 微分方程式の固有値を求めることに帰着するのでこのような操作は許されるものと思われる。

$$P_e' = \frac{4 \pi^2}{l^2} \left\{ 2B_0 + B_1 \cos^2 \alpha + C_1 \cos \alpha \sin^2 \alpha - \frac{\lambda_2'}{4} (B_1 - C_1) \cos^2 \alpha \sin \alpha \right\} \dots\dots\dots(11')$$

$$P_w' = \frac{4 \pi^2}{l^2} 2B_0 + \frac{4}{h^2} \{ 2\lambda_1' C_0 + B_1 \cos \alpha \sin^2 \alpha + C_1 (\lambda_1' \cos \alpha - \sin \alpha \tan \alpha) \cos 2\alpha + C_2 \tan \alpha \} \dots\dots\dots(12')$$

$$(P_e' - N)(P_w' - N) - \frac{4}{h^2} M^2 = 0 \dots\dots\dots(13')$$

$$\lambda_1' = \frac{\frac{3 \nu^2}{\pi^2} B_1 \cos \alpha \sin^2 \alpha + \frac{3 \nu^2}{\pi^2} B_2 \cot \alpha + C_1 \cos \alpha \sin^2 \alpha}{2C_0 + \frac{3 \nu^2}{\pi^2} B_1 \cos \alpha \sin^2 \alpha + \frac{3 \nu^2}{\pi^2} B_2 \cot \alpha + C_1 \cos^3 \alpha} \dots\dots\dots(14')$$

$$\lambda_2' = \frac{\frac{2 \nu^2}{\pi^2} (B_1 - C_1) \cos^2 \alpha \sin \alpha}{C_0 + \frac{\nu^2}{2 \pi^2} B_1 \cos \alpha \sin^2 \alpha + \frac{\nu^2}{2 \pi^2} B_2 \cot \alpha + \frac{\nu^2}{2 \pi^2} C_1 \cos^3 \alpha} \dots\dots\dots(15')$$

12. 結果の考察

前節の結果において式(13)が N と M の限界条件を与えるものである。

もし外力として N だけが作用する場合は, 式(13)において $M=0$ とおけば N の限界値として次式を得る。

$$N_k = P_e \text{ or } P_w \dots\dots\dots(I)$$

P_e, P_w はもともと記述の便宜上式(11), (12)のように表わしたものであるが, 式(I)から明らかのように N のみが作用するときの限界値を意味している。しかも P_e は充腹断面材のオイラー座屈値——材軸の弯曲のみによって座屈するときの限界値——に対応し, P_w は同じくワグナー座屈値——材軸のねじれのみによって座屈するときの限界値——に対応している。 P_e, P_w は支点条件によって値を異にするが, 組立材に固有な値である。ただし $P_w > P_e$ であるため, P_w は現象的には実在しない。

もし外力として M だけ作用する場合は, 式(13)において $N=0$ とおけば M の限界値として次式を得る。

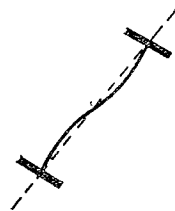
$$M_k = \frac{h}{2} \sqrt{P_e P_w} \dots\dots\dots(16)$$

式(16)もまた充腹断面材と同じ表現である。ところで M_k は現象的に実在する固有値であるから, 現象的に考える場合には, 次式のように式(13)の P_w 代わりに M_k を用いたほうが都合がよい。

$$\left(1 - \frac{N}{P_e} \right) \left\{ 1 - \left(\frac{P_e h}{2 M_k} \right)^2 \frac{N}{P_e} \right\} - \left(\frac{M}{M_k} \right)^2 = 0 \quad (17)$$

つぎに λ_1 であるが, これは式(5)で定義したように, 両弦材の平均ねじれ角 φ と, 組立材の材軸のねじれ角 $2v/h$ との比を表わすが, この値は第14.節でのべるように1より小さい。 λ_1 が1より小さいということは, 材軸のねじれと弦材のねじれとの間に多少のずれがあることを意味している。ところで式(12)においてもっとも支配的な項は C_0 をふくむ項であるが, この項に λ_1 もふくまれるとい

図-7



うことは, ワグナー座屈においてはねじれのずれの影響がかなりあるということを意味している。このねじれのずれの現象は, 充腹断面材においてウェブプレートの変形によって断面形状が図-7のようにくずれる現象に対応している。

また λ_2 は式(6)で定義したように, 両弦材のねじれ角の差 2ψ と, 材軸のたわみ u との比例関係を示す定数であるが, 一般にこの値は14でのべるように, 小さいが0ではない。したがって式(11)

に λ_2 がふくまれるということは、オイラー座屈においても弦材に若干のねじれが生ずることを意味している。しかし実際には式(11)における λ_2 をふくむ項の影響はきわめて小さいので、実質的には弦材にねじれは生じないと考えてよい。

また式(11)には B_2, C_2 がふくまれていないが、これはオイラー座屈には垂直材の存在がほとんど影響しないことを意味している。

さて特別な場合として $B_1=C_1=B_2=C_2=0$ の場合を考えると、式(11)~(16) はつぎのように改められる。

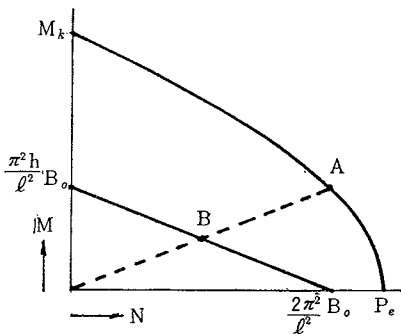
$$\left. \begin{aligned} P_e &= P_w = \frac{\pi^2}{l^2} 2B_0 \\ M_k &= \frac{\pi^2}{l^2} B_0 h \\ \lambda_1 &= \lambda_2 = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(II)$$

$$\frac{N}{2} + \frac{M}{h} = \frac{\pi^2}{l^2} B_0 \dots\dots\dots(III)$$

式(III)がこの場合の限界条件を示す式であるが、同式は明らかに圧縮弦材が単独に座屈するときの状態を示している。同式が開腹I断面材に対する在来の安定検討式であるが、これはつぎののべるように、あまりにも安全側になりすぎている。

いま N - M 座標上に式(11)~(16)および式(III)から求めた安定限界線を描くと、図-8 のように前者は双曲線となり後者は直線となる。同図において安定領域は、

図-8



N 軸、 M 軸と限界線で囲まれる部分で表わされるが、双曲線のほうがはるかに領域が広いことがわかる。またこの双曲線は M の小さい部分でかなりふくらみを持っているので、 N に多少の偏心があっても、偏心のない場合に比べてあまり強度低下を来たさないことがわかる。たとえば片弦圧縮すなわち $M = \frac{h}{2} \cdot N$ のときは、各限界値は同図において点 A および点 B で表わされるが、A点の N は P_e よりわずかに小さい程度であるが、B点の N は $\frac{\pi^2}{l^2} 2B_0$ の $1/2$ に低下している。このように多少の偏心ではあまり強度低下を来たさないという点に、前節の結論と在来の検討法との差が大きく表われているように思われる。

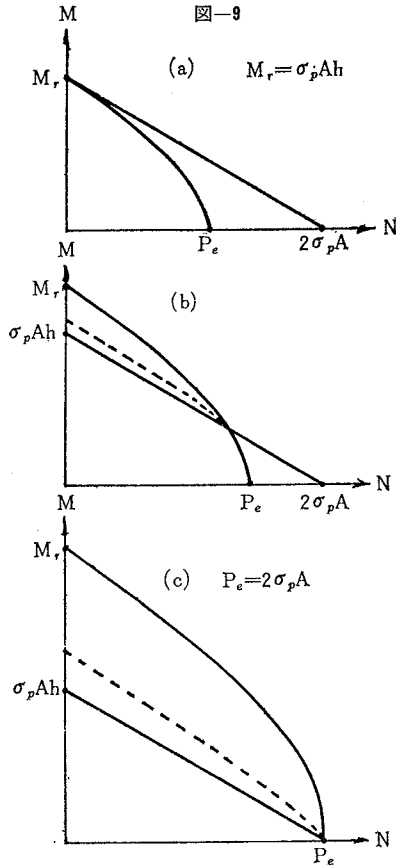
13. 適用範囲

11. の結果は弾性域において成り立つものである。いいかえると、次式に示すように N と M による圧縮弦材の応力が同材の比例限度 σ_p を超えない場合に成り立つものである。

$$\frac{1}{A_0} \left(\frac{N}{2} + \frac{M}{h} \right) \leq \sigma_p \dots\dots\dots(18)$$

いま、式(18)の境界線と式(17)の安定限界線を N - M 座標上に描けば、前者は直線となり、後者は双曲線となる。11. の結果が無条件に適用可能なためには、この双曲線が常に直線の下になければならない。ところでこの直線の勾配と、双曲線の漸近線の勾配とはともに $-h/2$ となり一致するので、両者が互いに接することはありえない。したがって、11. の結果が無条件に適用可能な場

図-9



合の上限は 図-9(a) に示す場合となる。なおこのことを記述的に表現すると次式となる。

$$M_k \leq \sigma_p A_0 h \dots\dots\dots(19)$$

もし 図-9(b) のように直線と双曲線が交叉する場合には、直線の下方面にある双曲線の部分のみ、いいかえると M が比較的小さい場合にのみ適用可能である。このように M が小さい場合には適用可能なことが多いことは、多少の偏心はあまり強度低下を来さないとい

う点(12.参照)で, 11.の結果の実用的意義を高めるものと思われる。なお, 図-9(b)の場合を記述的に表現すれば次式となる。

$$\left. \begin{aligned} M_k > \sigma_p A_0 h \\ P_e \leq 2 \sigma_p A_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(20)$$

つぎは 11.の結果がまったく適用できない場合であるが, これは双曲線が常に直線の上方にある場合である。その下限が図-9(c)の場合となる。なお, この場合の記述的表現は次式となる。

$$P_e > 2 \sigma_p A_0 \dots\dots\dots(21)$$

以上のうち全面的もしくは部分的に適用不能な場合の安定限界線は, 図-9(b)や図-9(c)における破線のように修正されるべきものであると想像されるが, その具体策については今後の研究にまたなければならぬ。

14. 近似化と数値による検討

まずウェブ材の剛性をつぎのように表わす。

$$r_1 = B_1/B_0 = C_1/C_0 \dots\dots\dots(22)$$

$$r_2 = B_2/B_0 = C_2/C_0 \dots\dots\dots(23)$$

また各部材が鋼管であれば次式が成り立つ。

$$C_0/B_0 = C_1/B_1 = C_2/B_2 \doteq 1/1.3 \doteq 0.77 \dots\dots\dots(IV)$$

つぎに r_1 などの値の範囲をつぎのように仮定する。

$$\left. \begin{aligned} 0.05 \leq (r_1, r_2) \leq 0.5 \\ 30^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ \\ 3 \leq \nu \leq 10 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(V)$$

(1) λ_1 について

式(V)の範囲では, 式(14)の C_1 をふくむ項は他の項にくらべて影響が小さいので省略すると式(24)を得る。さらに式(22), (23), (IV)を代入すると式(24')を得る。さらに $\nu = l \tan \alpha / h$ を代入すると式(24'')を得る。

$$\lambda_1 = \frac{6 \nu^2}{\pi^2} \cot \alpha (B_1 \sin^3 \alpha + B_2) \dots\dots\dots(24)$$

$$C_0 + \frac{6 \nu^2}{\pi^2} \cot \alpha (B_1 \sin^3 \alpha + B_2)$$

$$= \frac{0.79 \nu^2 \cot \alpha (r_1 \sin^3 \alpha + r_2)}{1 + 0.79 \nu^2 \cot \alpha (r_1 \sin^3 \alpha + r_2)} \dots\dots\dots(24')$$

$$= \frac{0.79 \frac{l^2}{h^2} \tan \alpha (r_1 \sin^3 \alpha + r_2)}{1 + 0.79 \frac{l^2}{h^2} \tan \alpha (r_1 \sin^3 \alpha + r_2)} \dots\dots\dots(24'')$$

式(24'')から明らかなように, λ_1 は l/h が大きくなればなるほど, α が 90° に近くなればなるほど, r_1 および r_2 が大きくなればなるほど 1 に近づく。いいかえると, l/h が一定なときは, ウェブ材のピッチをより細まかくし, ウェブ材により太いものを用いれば, ねじれに対する材軸と弦材との間のずれは小さくなり, ねじれに対する抵抗力は増大する。なお λ_1 が実際にどのくらいになるかを計算した結果が表-2である。

(2) λ_2 について

λ_1 と同様にすれば, 式(15)はつぎのように改められる。

$$\lambda_2 = \frac{0.3 r_1 \cos^2 \alpha \sin \alpha}{\frac{4.935}{\nu^2} + r_1 \cos \alpha (1.3 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + r_2 \cot \alpha} \dots\dots\dots(25)$$

式(25)から明らかなように, 斜材の存在によってはじめて $\lambda_2 > 0$, いいかえるとオイラー座屈時にも弦材にねじれが生じるのである。なお λ_2 は ν が大きくなればなるほど, r_1 が大きくなればなるほど, r_2 が小さくなればなるほど大きくなる。しかし式(V)の範囲では最大の場合でも 0.1 程度である。したがって λ_2 の P_e におよぼす影響は微々たるものなので, 実際上は無視してさしつかえない。

(3) P_e について

式(11)において λ_2 をふくむ項を無視すれば式(26)を得る。さらに式(22), (23), (IV)を代入すると(26')を得る。

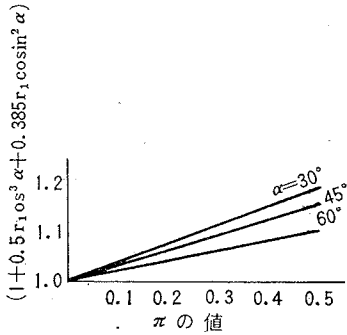
$$P_e = \frac{\pi^2}{7^2} (2 B_0 + B_1 \cos^2 \alpha + C_1 \cos \alpha \sin^2 \alpha) \dots\dots\dots(26)$$

表-2 λ_1 の 値

		$\alpha=30^\circ$					$\alpha=45^\circ$					$\alpha=60^\circ$					
		r_2	0	0.05	0.1	0.25	0.5	0	0.05	0.1	0.25	0.5	0	0.25	0.1	0.25	0.5
$\nu=3$	0	0	0.383	0.551	0.755	0.860	0	0.262	0.415	0.640	0.780	0	0.172	0.291	0.505	0.673	
	0.05	0.071	0.410	0.566	0.759	0.862	0.112	0.325	0.445	0.655	0.786	0.120	0.250	0.353	0.537	0.686	
	0.1	0.134	0.437	0.581	0.764	0.863	0.201	0.378	0.490	0.670	0.792	0.211	0.322	0.406	0.564	0.699	
	0.25	0.277	0.500	0.617	0.776	0.867	0.384	0.494	0.571	0.706	0.807	0.400	0.466	0.520	0.628	0.731	
	0.5	0.437	0.582	0.667	0.794	0.874	0.557	0.617	0.663	0.744	0.828	0.571	0.606	0.636	0.702	0.772	
$\nu=5$	0	0	0.631	0.773	0.895	0.945	0	0.496	0.667	0.831	0.908	0	0.365	0.532	0.739	0.851	
	0.05	0.175	0.658	0.784	0.897	0.945	0.258	0.571	0.699	0.841	0.911	0.275	0.484	0.602	0.763	0.858	
	0.1	0.299	0.683	0.793	0.899	0.946	0.411	0.627	0.727	0.849	0.913	0.426	0.569	0.654	0.782	0.866	
	0.25	0.515	0.735	0.817	0.905	0.947	0.633	0.731	0.787	0.869	0.920	0.649	0.708	0.750	0.824	0.883	
	0.5	0.683	0.794	0.848	0.914	0.951	0.777	0.817	0.845	0.894	0.930	0.787	0.810	0.829	0.867	0.904	
$\nu=10$	0	0	0.876	0.931	0.972	0.986	0	0.802	0.890	0.953	0.976	0	0.704	0.824	0.921	0.959	
	0.05	0.467	0.888	0.937	0.973	0.986	0.590	0.846	0.905	0.956	0.977	0.610	0.795	0.862	0.930	0.962	
	0.1	0.638	0.899	0.941	0.973	0.986	0.742	0.874	0.917	0.959	0.978	0.754	0.845	0.887	0.937	0.964	
	0.25	0.814	0.920	0.949	0.975	0.987	0.877	0.932	0.938	0.964	0.979	0.884	0.909	0.935	0.951	0.969	
	0.5	0.899	0.941	0.958	0.978	0.988	0.935	0.949	0.957	0.972	0.982	0.938	0.946	0.952	0.964	0.975	

$$= \frac{2\pi^2}{l^2} B_0 \left\{ 1 + 0.5 r_1 \cos^3 \alpha + 0.385 r_1 \cos \alpha \sin^2 \alpha + 0.5 r_1 \cos^3 \alpha + 0.385 r_2 \cot \alpha \right\} \dots\dots\dots (27'')$$

図-10



式(26)'の右辺の()内は1より常に大きいですが、これが P_e におよぼすウェブ材の影響を示す。この影響は r_1 が大きくなればなるほど、 α が小さくなればなるほど大きくなる。その状況を 図-10 に示す。

なお $r_1 < 0.1$ の場合は $P_e = \frac{2\pi^2}{l^2} B_0$ としても実際上さしつかえない。

(4) P_w について

式(12)において、 C_1 をふくむ項の影響は他の項にくらべて小さいので、無視すると、式(27)を得る。さらに式(22),(23),(IV)を代入すると(27')式を得る。さらに $l/h = \nu \cot \alpha$ を代入すると式(27'')を得る。

$$P_w = \frac{2\pi^2}{l^2} B_0 + \frac{4}{h^2} (2\lambda_1 C_0 + B_1 \cos \alpha \sin^2 \alpha + C_2 \tan \alpha) \dots\dots\dots (27)$$

$$= \frac{2\pi^2}{l^2} B_0 \left\{ 1 + \frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{l^2}{h^2} (0.77 \lambda_1 + 0.5 r_1 \cos \alpha \sin^2 \alpha + 0.385 r_2 \tan \alpha) \right\} \dots\dots\dots (27')$$

$$= \frac{2\pi^2}{l^2} B_0 \left\{ 1 + \frac{4\nu^2}{\pi^2} (0.77 \lambda_1 \cot^2 \alpha \right.$$

式(27'')の{ }内が、 P_w に対するウェブ材の協力効果を示すもので、実際の数値を表-3に示す。同表から明らかのように、この値は1よりかなり大きい。したがって一般に P_w は P_e よりかなり大きくなる。

(5) N と M の安定限界について

式(17)における $\left(\frac{P_e h}{2M_k}\right)^2$ は $\frac{P_e}{P_w}$ と等しいが、この値が1/4以下になる場合は、式(17)は約4%以下の誤差をもって、つぎのような放物線式に近似化される。

$$\frac{N}{P_e} + \left(\frac{M}{M_k}\right)^2 = 1 \dots\dots\dots (28)$$

上式によっても、在来の直線式が、 M の比較的小さい場合に安全側になりすぎていることが明白である。

15. 実験による検証

以上の理論を検証するために

- a. 両弦材を均等に圧縮 (両弦圧縮)
- b. 片弦材のみを圧縮 (片弦圧縮)
- c. 純曲げ

の3とおりの荷重試験を試みたのであるが、純曲げ試験は試験材の対象区域外の格点における弦材の局部破壊が先に生ずるような失敗をおかしたので、cを除き、a, bのみについてのべる。

(1) 試験材および試験方法

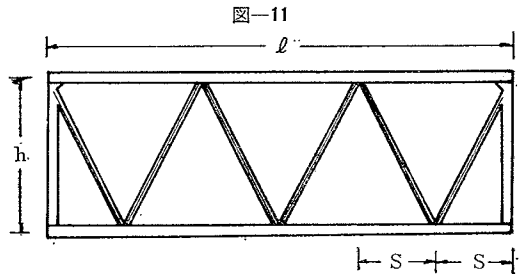


表-3 式(27'')の{ }内の値

	r_2	$\alpha=30^\circ$					$\alpha=45^\circ$					$\alpha=60^\circ$				
		0	0.05	0.1	0.25	0.5	0	0.05	0.1	0.25	0.5	0	0.05	0.1	0.25	0.5
$\nu=3$	r_1	0	4.337	5.887	7.969	9.461	0	1.806	1.945	3.148	3.896	0	1.201	1.354	1.671	2.032
	0	1.656	4.632	6.070	8.061	9.534	1.346	2.014	2.426	3.221	3.943	1.124	1.284	1.423	1.715	2.058
	0.05	2.247	4.917	6.255	8.163	9.603	1.631	2.196	2.583	3.298	3.994	1.219	1.361	1.481	1.751	2.080
	0.1	3.629	5.628	6.737	8.444	9.815	2.240	2.616	2.907	3.495	4.129	1.430	1.532	1.624	1.846	2.145
	0.25	5.271	6.613	7.455	8.888	10.169	2.885	2.915	3.327	3.797	4.352	1.646	1.722	1.788	1.970	2.167
$\nu=5$	0	16.103	19.770	23.630	26.648	31.107	5.741	6.602	8.455	10.005	11.624	2.064	2.600	3.472	4.333	
	0.05	5.153	16.893	20.186	23.842	26.648	3.107	5.741	6.936	8.628	10.147	1.750	2.398	2.813	3.573	4.383
	0.1	8.324	17.653	20.560	24.055	26.831	4.383	6.267	7.250	8.780	10.259	2.165	2.651	2.985	3.644	4.434
	0.25	3.875	19.355	21.077	24.695	27.357	6.379	7.260	7.979	9.195	10.573	2.844	3.117	3.340	3.857	4.576
	0.5	8.626	21.898	23.164	25.716	28.269	7.949	8.455	8.881	9.833	11.099	3.360	3.532	3.695	4.130	4.789
$\nu=10$	0	84.348	90.871	98.732	106.795	115.107	26.811	30.336	34.631	39.290	44.300	8.739	10.441	12.791	15.465	
	0.05	45.368	86.090	92.046	99.502	107.403	19.760	28.512	31.187	35.076	39.655	7.443	9.833	10.968	13.034	15.585
	0.1	62.022	87.972	93.100	100.150	108.092	24.866	29.768	31.916	35.522	40.060	9.063	10.441	11.332	13.196	15.749
	0.25	80.458	91.722	95.814	102.298	110.158	30.133	32.645	33.618	36.738	41.357	10.806	11.535	12.224	13.763	16.235
	0.5	91.722	96.990	99.947	105.863	113.521	33.739	33.955	36.008	38.764	43.018	11.981	12.548	13.034	14.493	16.883

試験材の形状は 図-11 に示すワーレントタイプで、その諸元は表-4 に示す。同表に示す寸法のものをも両弦圧縮、片弦圧縮用に 2 個ずつ用意した。

表-4

試験材記号	外形寸法 (mm)			部材寸法 (公称値) (mm)	
	l (m)	h (m)	s (m)	弦 外径×管厚	斜 材 外径×管厚
18-34	1.8	0.6	0.3	34.0×2.2	21.7×1.9
18-48	"	"	"	48.6×2.4	27.2×1.9
18-60	"	"	"	60.5×2.2	34.0×2.2
36-48	3.6	"	"	48.6×2.4	27.2×1.9
36-60	"	"	"	60.5×2.2	34.0×2.2

表-5 に使用材の実測寸法を示す。同表の管厚は、外径、長さおよび重量の実測値から算出したものである。

表-5

鋼管の種類	実測寸法 (mm) 外径×管厚	A (cm ²)	I (cm ⁴)
21.7×1.9	22.1×2.46	1.52	0.75
27.2×1.9	27.4×2.28	1.80	1.43
34.0×2.2	34.1×2.33	2.32	2.95
48.6×2.4	48.7×2.43	3.54	9.50
60.5×2.2	60.6×2.20	4.04	17.21

表-6 は使用材の引張試験の結果を示す。同表の比例限界および降伏点は、応力-ひずみ線図より推定している。同表をみると、60.5×2.2 の材料のみ STK 41 で、他は STK 51 と思われる。

表-6

鋼管の種類	比例限界 (t/cm ²)	降伏点 (t/cm ²)	引張強さ (t/cm ²)
21.7×1.9	2.7	3.5	5.8
27.2×1.9	2.8	3.6	5.5
34.0×2.2	2.8	3.7	5.0
48.6×2.4	2.9	3.8	5.2
60.5×2.2	2.0	2.8	4.4

試験方法は、図-12 に示すように両弦材の上下端にナイフエッジを取り付け、それを台梁で受け、両弦圧縮のときは台梁の中央を、片弦圧縮のときは、片弦材の軸線上の部分を、油圧試験機で圧縮する方法である。変位は各弦材の midpoint の水平変位と上下端の相対変位をダイヤルゲージで測定した。

(5) 試験結果

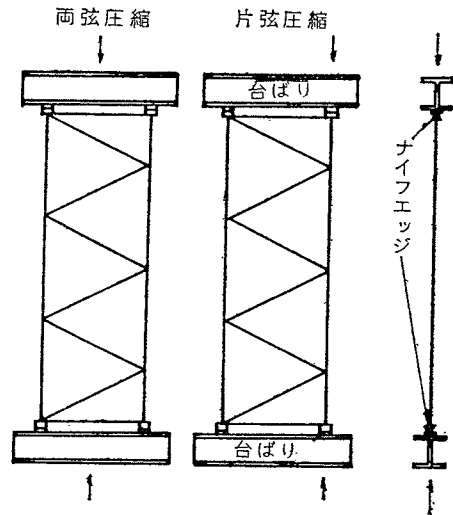
実験より求めた限界値と、理論値を対比させて表-7 に示す。同表の理論値は、試験材の材長がナイフエッジの分だけ長くなったとして計算している。

表-7

試験材記号	両弦圧縮値 (t)		片弦圧縮値 (t)	
	実 測	理 論	実 測	理 論
18-34	3.20	3.3	2.63	2.7
18-48	11.00	11.0	7.65	8.1
18-60	15.90	18.9	10.50	14.9
36-48	2.97	3.0	2.75	2.8
36-60	5.14	5.2	5.02	4.9

同表によれば、18-60 材を除き、実測値と理論値はよく合っている。18-60 材は $P_e=18.9t$, $2\sigma_p A_0=16.2t$

図-12



であるから、式(21)から弾性座屈域をはずれていることがわかる。したがってこの結果は当然のことと思われる。

なお 36-60 材の片弦圧縮の場合のみ、実測値が理論値を上まわっているが、この原因はあきらかでない。

しかしいずれにしても、以上の理論の正しいことがほぼ立証されたように思われる。

16. むすび

以上のべたように、トラス状の鋼管組立て材の弾性域における横方向の安定性の扱いについては、一応の結論を得たように思われるが、今後の問題として、

- a. 弾塑性域における扱い
- b. ウェブ材に存在する軸方向応力の影響
- c. 格点における弦材の局部変形の影響

などがあり、さらに本文の結果をどのように実用化するかの問題がある。

終りに、東大の奥村教授より御指導を賜わり、建築の加藤助教授より助言を頂き、日本ビテイ、大道製作所両社より実験の協力を得ましたことを付言し、ここに厚く御礼を申し上げます。

参考文献

- (1) Timoshenko, S.: Theory of Elastic Stability' McGraw-Hill Book Co. 1936.
仲 威雄他訳 チモセンコ著「座屈理論」コロナ社 昭和 15 年.
- (2) Bleich, F.: Buckling Strength of Metal Structures' McGraw-Hill Book Co., 1952.
- (3) 奥村敏恵: 曲げモーメントと軸圧縮力を受ける部材の安定, 土木学会論文集第 33 号 昭和 31 年 4 月.
- (4) 仲 威雄・加藤勉: 単一材の座屈, 東京大学出版会, 1959.4.
- (5) 長柱研究委員会: 弾性安定要覧, コロナ社, 1960.
- (6) Horne, M.R.: The Elastic Lateral Stability of Trusses, the Structural Engineer Vol. 38, No. 5, May, 1960.
- (7) 鈴木敏郎: 鉄骨トラスの横座屈, 日本建築学会論文報告集第 70 号, 昭和 37 年 2 月.

(1964.4.23・受付)