

粘性土のコーン指数と切削抵抗について

ON THE RELATION BETWEEN CONE INDICES AND CUTTING RESISTANCES OF COHESIVE SOILS

梶 昭 治 郎*

By Shojiro Hata

1. 緒 言

建設施工における土質調査の重要性はもはや論をまたぬところであり、その適否が施工効率、成果および工費におよぼす影響はきわめて大である。とくに、軟弱土質の多いわが国においては、基礎の支持力計算や施工機械の運営に関して、粘性土の強度を適確に、速やかに知らなければならない。この粘着強度を現場で測定する方法としては、現在、円錐貫入試験機およびベンセン断試験機が最も多く用いられている。なかでも、円錐貫入試験機は、その操作が簡単で、粘性土に対しては比較的安定した値を与えること、および地表面の強度測定に便利であることのために、施工機械の分野において、掘削性能および通過性能（トラフィカビリティ）の判定にひろく用いられている。

円錐貫入試験法の原理はきわめて簡単であり、一定頂角および一定底面積を有する円錐体を、一定の低速度で土中に圧入し、そのときの圧入抵抗を底面積で除した値を求めて、これをもってコーン支持力あるいはコーン指数とするものである。この円錐頂角は 90°, 60°, 30° など、種々のものが使用されているが、コーン強度測定値は頂角によってあまり大きい影響をうけないようである。測定方法にも種々考察が加えられ、最初は、コーンに直接ロッドをとりつけ、そのロッドの上端に、圧力計を通して荷重を加え、コーン支持力を読みとるものであったが、その後、ロッドを2重にして、側面摩擦を除いたもの、圧入抵抗を電氣的にとりだし、自記させるものなど、多くの種類がある。また、側面摩擦を独立に測定するために、特殊なスリーブを用いたものもある。このように、現在まで、多くの実測が行なわれたが、それらを総括して、つぎの実験式が成立するといわれている¹⁾。すなわち、

$$\frac{Q}{A} = q_c \doteq (10 \sim 11)c \text{ (kg/cm}^2\text{)} \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 Q はコーン貫入抵抗、 A はコーン底面積、 q_c はコーン指数、 c は粘土の粘着強さである。これを用いれば、コーン試験によって、粘土の粘着強さを簡単に求めることができ、種々の計算に便利である。

一方、著者らはさきに土の切削強度試験方法を提案

し、その測定値からその土の切削抵抗を算出する方法を述べた²⁾。これは、幅 50 mm、厚さ 3~10 mm の平鋼板を、鉛直に保ちながら深さ t cm まで土中に押込み、地表面上に固定支点を設けてこの鋼板をささえ、その上端を引張って、土を破壊させたときの、所要転倒モーメントを測定して、切削強度指数 e_s を次式より求めるものである。

$$e_s = \frac{M}{Bt^3} \text{ (kg/cm}^2\text{)} \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 M は所要最大転倒モーメント、 B は鋼板幅である。この切削強度指数 e_s は、切削抵抗にほぼ正比例しており、またその比例係数が土質の変化にかかわらず、ほぼ一定であるということが実験によって確かめられており³⁾、土の切削抵抗算出のためにはきわめて便利な値であるが、測定方法が簡単ではあるが余程注意深く行なわないと誤差が生じやすいこと、および、試験深さ t を種々に変えてそれぞれ数回の測定を必要とすることなど、操作上の難点と、固いよってしまった土の場合には、鋼板を押込むときにまわりの土をゆるめてしまうという欠点があり、一般に用いられるに至っていない。それゆえ、本文においては、粘性土（内部摩擦角は無視できるものとする）について、コーン指数と切削強度指数との関係を、粘着強さの関数として理論的、実験的に究明し、土の切削抵抗を、コーン指数を用いて計算できるようにしたものである。

2. コーン指数 q_c

円錐貫入試験状態を観察すると、地表面における貫入初期のごとく、円錐面の一部だけが地中に貫入している場合と、円錐部が底面まですでに地中に貫入してしまっている場合との2つに分けることができる。前者を初期貫入状態、後者を定常貫入状態と呼ぶこととする。

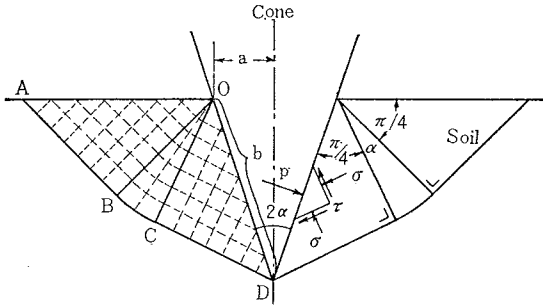
初期貫入状態は、地表面の強度測定時に多く現われ、定常貫入状態は、地中やや深部の測定時、いわゆるサウンディング時に必ず見られる現象である。まず、初期貫入について述べる。

(1) 初期貫入状態

図-1 に、この状態における円錐周辺の粘土の滑り線図を示す。簡単のため、円錐面は十分滑らかで、貫入中、この面では直圧力のみが作用し、摩擦力は無視できるも

* 正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学教室

Fig. 1 Slip-line net work in soil at the beginning of penetration of the cone.



線にそう最大せん断力は、その位置のいかんにかかわらず常に粘着強さに等しいはずであるから、 $\sigma = \tau = c$ はこの領域のどの点においても成立しなければならない。何となれば、この領域は軸対称であるから、図に示したせん断応力以外のせん断応力はすべて0になる。それで、bc面で $\sigma = \tau = c$ となったとしても、この応力差につらうべき鉛直方向応力はどこにも存在しないからである。このように、各部で $\sigma = \tau = c$ が成立つとすれば、そのr方向の力の差につらうべきものは、中間主応力 σ_2 以外にはない。これより、

$$2\sigma_2 \frac{dr}{2} \frac{dr}{2} d\theta = (\sigma + \tau) \cos \frac{\pi}{2} \times \{(r+dr) - r\} d\theta \frac{dr}{2} \left/ \cos \frac{\pi}{2} \right. = (\sigma + \tau) \frac{dr}{2} dr d\theta$$

$$\therefore \sigma_2 = \sigma + \tau = \sigma_3$$

結局、図-1のように、滑り線を仮定したということは、その前提として、中間主応力はどちらか一方の主応力に等しいということ仮定していることになる(τ の向きが、図-2の逆方向のときは、 $\sigma_2 = \sigma - \tau = \sigma_1$ となる)。この仮定を用いれば、軸対称問題が平面ひずみ問題とまったく同等になるから、以後は平面ひずみ問題として解析してゆく。

さて地表面 OA 上のすべての点において $\sigma = \tau = c$ が成立すると、この領域 OAB は直線滑り線であるから、この全領域で $\sigma = \tau = c$ が成り立つ(自重を無視しているから)。したがって、境界 OB 上でも $\sigma = \tau = c$ となる。

領域 OBC: 曲線滑り線にそってつぎの方程式が成り立つことが知られている⁴⁾。

$$\sigma + 2c\theta = \text{const.} \dots\dots\dots(3)$$

ここで、 θ は滑り線の水平となす角である。したがって、境界 OB 上では、

$$\sigma + 2c\theta = c + 2c \frac{\pi}{4} = c \left(1 + \frac{\pi}{2}\right)$$

境界 OC 上では

$$\sigma + 2c \left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = c \left(1 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\therefore \sigma = c(1 + 2\alpha) \dots\dots\dots(4)$$

ここで、 2α は円錐の頂角である。

領域 OCD: ここは領域 OAB と同様に直線滑り線であるから、全領域内で σ は一定である。したがって円錐表面 OD に作用する力は図-1のようになる。これより、円錐面に働く直圧力を p とすれば、

$$\sqrt{2}p = \frac{2}{\sqrt{2}}(\sigma + c) \quad \therefore p = \sigma + c$$

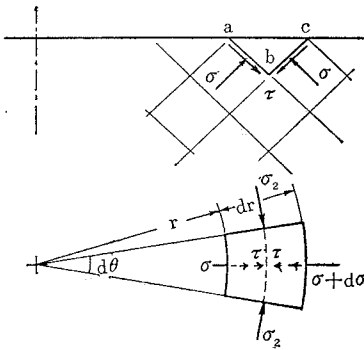
式(4)を用いて

$$p = 2c(1 + \alpha) \dots\dots\dots(5)$$

これより、貫入全抵抗 Q は

のと仮定する。また、貫入深さが小さく、粘土の単位重量は、粘着強さに比較して無視できるものとする。実測の際観察されるように、円錐部が貫入したとき、地表面の盛りは見られない。図において、領域 ODC は、土と円錐面との接触部 OD 上に摩擦が作用せぬから、OD 面と 45° で交わる2組の直交滑り線群からなる。領域 OAB は土の受動限界平衡状態(内部摩擦角が0であるから、滑り線の傾きは水平と 45° をなす直交直線となり、受動、主動の区別はない)に対応する部分である。領域 OBC はこれら2領域をつなぐ部分で、円弧および半径方向の滑り線となる。つぎに各部分の応力状態を調べる。

Fig. 2 Equilibrium on the free surface.



領域 OAB: 図-2に示すように、地表面と両滑り面で囲まれた、微小三角形 abc には、垂直応力 σ とせん断応力 τ とが作用している。ac 面は地表面であるからこの面に作用する直応力およびせん断応力はともに0であり、これらの力のつらあいから、 $\sigma = \tau$ がえられる。そして純粘土においては、 τ は限界平衡時には粘着強さ c に等しい。したがって $\sigma = c$ (一定)となる。ただし、この垂直応力 σ は、鉛直方向主応力 σ_1 と、水平方向主応力 σ_3 との平均値である。すなわち

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

いま、 $\sigma_1 = 0$ であるから、 $\sigma_3 = 2\sigma = 2c$ となる。

以上は、平面ひずみ状態において成立するもので、この場合は、図-2 下部に示すように、極座標となり、面 ab と面 bc の面積は等しくない。したがって両面に作用する直応力 σ およびせん断応力 τ を等しくするときは、r 方向のつらあいがとれないことになる。しかし、滑り

$$Q = p A_c \sin \alpha$$

A_c : 円錐の貫入部分表面積

円錐の接地部分の半径を a , 貫入母線長を b とすれば

$$A_c = \pi b^2 \frac{a}{b} = \pi ab = \frac{\pi a^2}{\sin \alpha}$$

$$\therefore Q = \pi a^2 p$$

$$\therefore q_c = \frac{Q}{\pi a^2} = p = 2(1 + \alpha)c \dots\dots\dots (6)$$

となり、結局、コーン指数は、円錐面に働らく垂直応力に等しくなる。円錐頂角 2α をそれぞれ、 30° , 60° , 90° にとったときのコーン指数はそれぞれ、 $2.52c$, $3.06c$, $3.57c$ となる。

(2) 定常貫入状態

前と同様にして求めた滑り線図を 図-3 に示す。

(1) と異なるところは、 $\angle BOC$ が $\frac{\pi}{2}$ だけ大きいことであるから、境界 OC 上で

$$\sigma - 2c \left(\frac{1}{4} \pi + \alpha \right) = c \left(1 + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\therefore \sigma = c(1 + \pi + 2\alpha) \dots\dots\dots (7)$$

となる。したがって円錐面への直応力 p は

$$p = \sigma + c = 2c \left(1 + \frac{\pi}{2} + \alpha \right) \dots\dots\dots (8)$$

Fig. 3 Slip-line net work in soil at the stationary penetration of the cone.

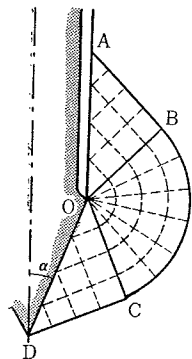
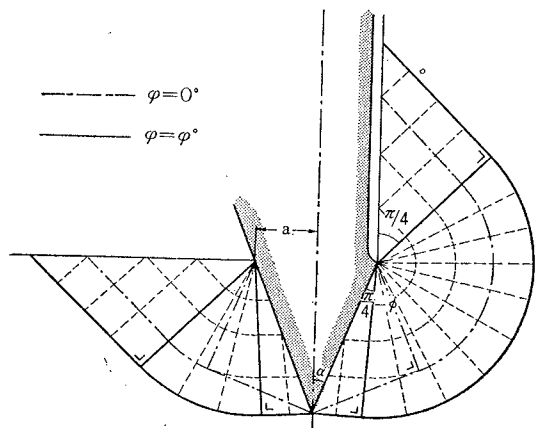


Fig. 4 Slip-line net work with surface friction of the cone.



(3) 円錐面が滑らかでない場合

円錐面と粘土の間の摩擦角を φ とすれば、滑り線場は 図-4 のようになり、式(4)および(7)はそれぞれ、

$$\text{初期貫入: } \sigma = c(1 + 2\alpha + 2\varphi) \dots\dots\dots (4')$$

$$\text{定常貫入: } \sigma = c(1 + \pi + 2\alpha + 2\varphi) \dots\dots\dots (7')$$

となる。円錐面に作用する力は 図-5 のようになり、これより、円錐貫入抵抗を計算すればつぎのようになる。

$$p = \sigma + c \sin 2 \left(\frac{\pi}{4} - \varphi \right) \dots\dots \text{円錐面への直応力}$$

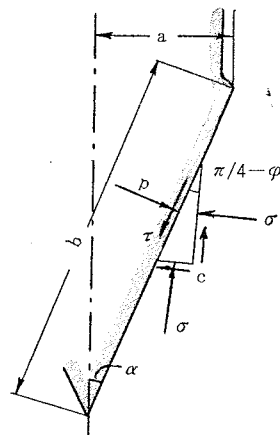
$$\tau = c \cos 2 \left(\frac{\pi}{4} - \varphi \right) \dots\dots \text{円錐面上のせん断応力}$$

$$\text{定常貫入: } q_c = p + \tau \cot \alpha$$

$$= \left\{ 1 + 2\alpha + 2\varphi + \pi + \sin 2 \left(\frac{\pi}{4} - \varphi \right) + \cos 2 \left(\frac{\pi}{4} - \varphi \right) \cot \alpha \right\} c \dots\dots\dots (9)$$

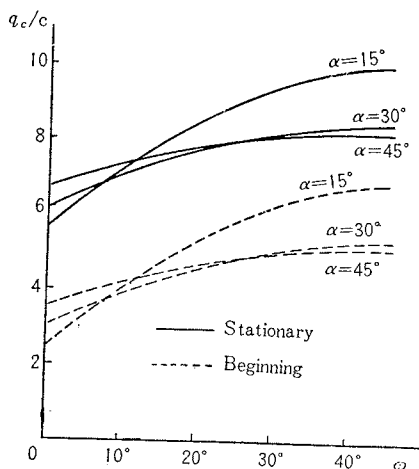
右辺第4項の π は、初期貫入のときは除く。 α を 15° , 35° , 45° としたとき、種々の φ に対する q_c/c の値を 図-6 に示す。これをみれば、 $\alpha = 15^\circ$, $\varphi = 45^\circ$ の場合を除いて、 q_c/c の値が 10 を越えるものはなく、なお、実験式(1)よりかなり小さい。これは、自重を無視したこと、および粘土の内部摩擦角を 0 としたためであろうと考えられる。実際の粘土やシルトでは、内部摩擦角は 0 とはならないことがある。この場合についての解析は後の機会にゆずることとする。

Fig. 5 Forces on the cone surface.



以上で、近似解ではあるが、式(1)の係数の意味を明

Fig. 6 q_c/c and Friction on the cone surface.



らかにした。

3. 切削強度指数

切削強度試験は前述のように、幅 B 、長さ l の鋼板を深さ t だけ地中に押込み、地表上の支点のまわりにたおして、そのときの最大モーメントを測定するものである。いま、鋼板前面の土の破壊状態をみると 図-7 (側面図) および 図-8 (上面図) のようになる。これらの考察より、板前面の土のすべり面を、図-9 のように仮定する。図のぬりつぶした部分は、高さ B 、半径 t の円筒の $1/4$ のものであり、これが板前面についたまま、一体となって抜け上るものとする。したがって、これに働らく抵抗は、内部摩擦角が 0 とすれば、円周面に作用する単位面積当り c なるせん断抵抗のみである。

この $1/4$ 円筒体の両側面において、これに引きずられて滑り上る 2 つの側体について考えると、その形状は複雑であるが、その両側滑り面に働らく力はやはり c のみである。この滑り曲面上に働らく力の鉛直面内の分力のみが、鋼板の転倒モーメントに影響をおよぼすが、これは $1/4$ 円筒体の側面にせん断応力 c が作用した場合と全く同じである、これらの考察より、まず円周面に作用するせん断抵抗モーメント M_1 は、

Fig. 7 Slip body in front of the testing plate.

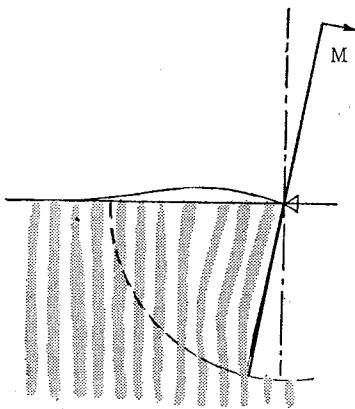


Fig. 8 Boundarline of slip body in free surface.

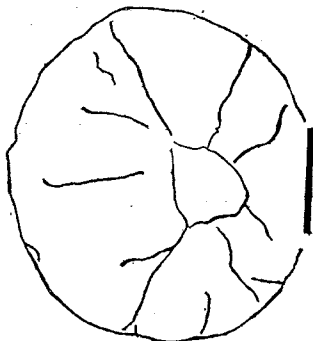
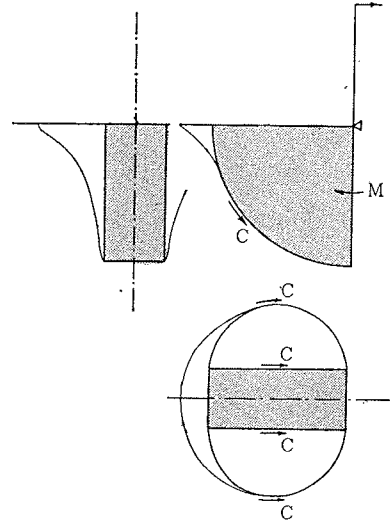


Fig. 9 Slip body in front of the festing plate.



$$M_1 = c \frac{\pi}{2} B t^2$$

片側側面に作用するモーメント M_2 は、

$$M_2 = \int_0^t c \frac{\pi}{2} r dr \cdot r = c \frac{\pi}{6} t^3$$

ゆえに全抵抗モーメント M は、

$$M = M_1 + 2 M_2 = c \pi t^2 \left(\frac{B}{2} + \frac{t}{3} \right) \dots\dots\dots(10)$$

また、

$$e_s = \frac{M}{B t^3} = c \pi \left(\frac{1}{2t} + \frac{1}{3B} \right) \dots\dots\dots(11)$$

となるから、切削強度指数 e_s は t および B に逆比例する項からなることがわかる。

また、

$$e_s t = \frac{M}{B t^2} = c \pi \left(\frac{1}{2} + \frac{t}{3B} \right) \dots\dots\dots(12)$$

となり、この値は $t \ll B$ の範囲ではほとんど一定であることがわかる。

4. 実験方法および結果

(1) 円錐貫入試験

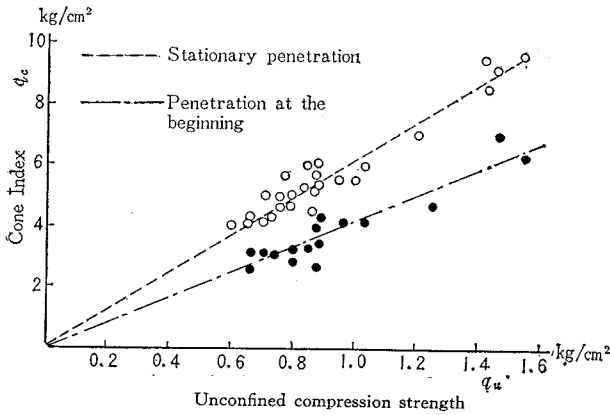
ここで用いたものは、円錐頂角 $2\alpha = 60^\circ$ 、底面断面積 $A = 30 \text{ cm}^2$ および 7 cm^2 の 2 種を用いた。前者は電氣的に自記させるもの、後者は直読式のものであり、定常貫入値は前者を、初期貫入値は後者を用いて測定した。測定結果の一例を 図-10 に示す。用いた粘土は、四日市海岸の地表面下 20 m 内外の沖積層粘土である。図のように、

$$\text{定常値 } q_c = \frac{10}{1.6} q_u \doteq 6.5 q_u = 13.0 c$$

$$\text{初期値 } q_c = \frac{4.2}{1.0} q_u \doteq 4.2 q_u = 8.4 c$$

となり、式(1)より係数は少し大きくなっている。

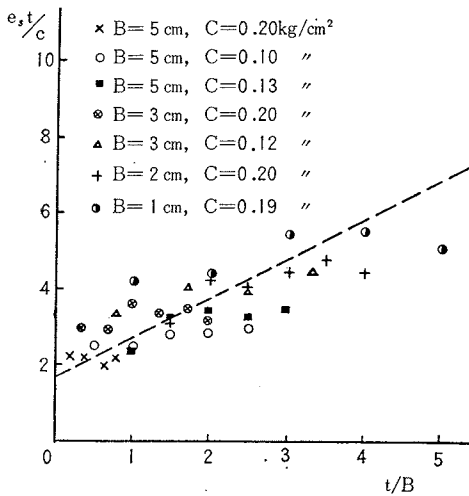
Fig. 10 Relations between q_c and q_u .



(2) 切削強度試験

板幅 $B=1, 2, 3, 5$ cm の試験板を用い、深さ t を 1 ~ 15 cm まで種々に変えて実測した。その結果を図-11 に示す。用いた粘土の粘着力 c は $0.10 \sim 0.20$ kg/cm² であった。式(12)にしたがって計算した値を、図中破線で表わしておいた。この場合には、実測値と計算値とはよく一致している。

Fig. 11 e_s/c and t/B .



5. コーン指数と切削抵抗との関係

以上のべてきたことから、内部摩擦角を 0 と考えることができるような土に対しては、粘着力 c を仲介としてコーン強度 q_c と切削強度 e_s とは一義的な関係をもつことがわかった。すなわち、式(1)と式(11)から

$$e_s = \pi k q_c \left(\frac{1}{2t} + \frac{1}{3B} \right) \dots\dots\dots(13)$$

となる。ここで $k=c/q_c$ で、この値は現在のところ、厳密な理論値は得られず、実験係数を用いなければならない。一般に行なわれている、 $k=0.1$ というのは、定常貫入状態に対するものであって、地表面のごく近くで、円錐貫入試験を行なうとき、円錐底面がまだ地表面にでて

いる場合や、でていなくとも貫入深さが浅いときには、 k の値は 0.1 よりも大きい値をとるべきである。その値は、著者の行なった実験の範囲では、 0.15 付近をとるべきであると考えられる。

つぎに、刃幅 B_1 の刃を、深さ t_1 だけ入れたときの、水平切削抵抗 H_0 は、粘性土に対して次式で与えられる³⁾。

$$H_0 = 1.82 e_s t_1^2 B_1$$

ただし、このときの e_s は深さ $t=t_1$ の場合の値を用いるものとする。上式に式(13)を代入すれば、

$$H_0 = 1.82 \pi k q_c \left(\frac{t_1}{2} + \frac{t_1^2}{3B} \right) B_1$$

ここで、 B は常に 5 cm とすれば、

$$H_0 = 1.82 \pi k \left(\frac{1}{2} + \frac{t_1}{15} \right) B_1 t_1 q_c$$

いま、 $k=0.15$ とすれば、

$$H_0 = 0.858 q_c B_1 t_1 \left(\frac{1}{2} + \frac{t_1}{15} \right) \dots\dots\dots(14)$$

となり、コーン指数から切削抵抗を推定しうる。

6. 結 語

本文においては、従来、土の切削抵抗を求めるための強度指数を測定する方法が、種々であり、実施上不便多きことを考え、最もひろく行なわれている円錐貫入試験をもって代表させるために、種々究明を行なった。まず、円錐貫入試験によって求められるコーン指数(コーン支持力)の物理的意義を明らかにしようとしたが、これは理想的な場合の他は解析困難であった。しかし、コーン支持力には、円錐の貫入度が浅い、いわゆる初期貫入状態におけるものと、深く貫入した、定常貫入状態におけるものとは、等しい粘着力をもつ粘性土に対しても、それぞれ異なる値をとるべきであることを指摘し、一般に用いられている「コーン支持力は粘着力の10倍」というのは、定常貫入状態に対応するものであることを推論した。

つぎに、切削抵抗と直線関係にある、切削強度指数を解析し、これが、粘土の場合にはその粘着力の関数として、純理論的に導き出されることを明らかにし、切削強度と切削抵抗の間に存在する実験式をもととして、切削抵抗とコーン指数との関係式を求めることができた。

このように、一応の結果を得たが、この問題にはなお問題点が多数あり、とくに、内部摩擦角を有する土に対してどう取扱うかは今後の問題であり、いっそう研究を進めたいと考えている次第である。

参 考 文 献

- 1) 土質工学会：土質試験法解説(第2集), p. 219. 1961
- 2) 村山・島：土木学会誌, 40-3, p. 95. 1955
- 3) 前掲 2)
- 4) Hill, R.: The Mathematical Theory of Plasticity, 1950.
- 5) 島：建設の機械化, 135, p. 71. 1961