

中型電子計算機による広地域航空三角測量 ブロック調整の実用化について

PRACTICAL USE OF BLOCK ADJUSTMENT FOR AERIAL TRIANGULATION OF LARGE AREA BY MEANS OF MEDIUM ELECTRONIC COMPUTERS

田 浦 秀 春*
By Hideharu Taura

1. ま え が き

測量はあらゆる土木工事の基礎になるきわめて重要なものである。この測量をより能率的にしかもより精密に遂行する手段として、近年航空写真測量が急速に発達してきた。航空三角測量はその骨幹となる空中図根点を決定するものであるから、精度の良否は単に航空写真測量のみならず、土木工事全般の成否に影響する。本論ではその中で比較的开発が遅れていると思われる、広地域航空三角測量をとりあげた。

一般に航空三角測量を行なう場合には、まず撮影した写真をコースに沿って連続して標定する。しかしその間にいろいろな誤差をふくんでいるから、コースは平面にならずにある曲線を描いて彎曲する。この誤差を修正するためには、通常 図-1 のようにコースの中に必要な数の基準点をとって調整をしている。

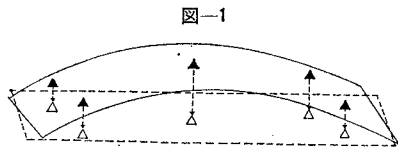


図-1

撮影地域が狭くて単一コースにおさまる場合にはこれで問題はないが、撮影地域が広がってコースの数が増えてくるとそう簡単にはおさまらない。たとえば 図-2 のように撮影した場合に各コースごとに単独に調整しても、隣接するコース間の接合点をとってみると 図-3 のように若干の較差が生じてくる。また全地域には基準点の数がある程度以上散在しているも、単独に各コースを決める

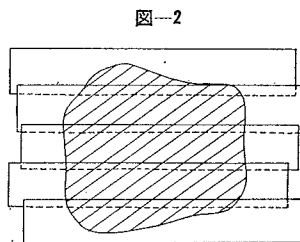


図-2

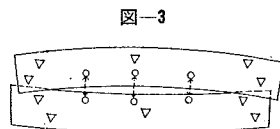


図-3

には不十分な場合もある。したがって、このためにはどうしても全地域の同時調整が考えられなければならない。

そのためには現在各国でいろいろと研究されている。まず機械的に解決しようとするものにアナログコンピュータがある。これは全コースを若干のブロックに分けてこの機械にかけ、基準点と接合点の関係を同時に調整しようとするものである。しかし実際面において非常に手間がかかり繁雑である。また電子計算機を使用して計算だけで調整しようとするものがある。しかしこれは理論的にすっきりしないものがある。もし理論的に完全ならしめようとすると、勢い大型計算機に頼らざるを得なくなり、これはわれわれにとって全く不可能に近いものである。しかし何といたってもこれが解決は測量界焦眉の問題であるから、東京大学生産技術研究所丸安研究室では丸安隆和先生ご指導のもとに研究を進めてきた。われわれは今まで至難と思われてきた電子計算機を使用して、純計算による方法をあえてとりあげた。しかも測量企業体の状況から考えると、現在設備されている中型電子計算機に限定せざるをえなくなった。そこでわれわれは独自の工夫をこらして、今まで X, Y 方向と Z 方向をべつべつに考えて計算されていたのを同時に取り扱うことにし、また計算過程も4段階に分割した。

その結果演算時間は電子計算機 NEAC-2203 の基礎装置だけでも平均3.5分におさまり、精度の面からいっても満足する成果が得られた。

2. 理論的考察

三次元空間で x, y, z 座標系の任意の一点 (x_n, y_n, z_n) を X, Y, Z 座標系に変換すると、新しい座標 (X_n, Y_n, Z_n) はつぎの式で計算される。ただし ω, ϕ, κ はそれぞれ x, y, z 軸を中心とした回転量、 x_0, y_0, z_0 は原点間の平行移動量を表わす。

$$\left. \begin{aligned} X_n &= l_x \cdot x_n + l_y \cdot y_n + l_z \cdot z_n + x_0 \\ Y_n &= m_x \cdot x_n + m_y \cdot y_n + m_z \cdot z_n + y_0 \\ Z_n &= n_x \cdot x_n + n_y \cdot y_n + n_z \cdot z_n + z_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

$$l_x = \sin \phi \sin \omega \sin \kappa + \cos \phi \cos \kappa$$

$$l_y = \sin \phi \sin \omega \cos \kappa - \cos \phi \sin \kappa$$

$$l_z = \sin \phi \cos \omega$$

* 正会員 理修 東京大学生産技術研究所研究員
国際航業KK電算課長

$$\begin{aligned}
 m_x &= \cos \omega \sin \kappa \\
 m_y &= \cos \omega \cos \kappa \\
 m_z &= -\sin \omega \\
 n_x &= \cos \phi \sin \omega \sin \kappa - \sin \phi \cos \kappa \\
 n_y &= \cos \phi \sin \omega \cos \kappa + \sin \phi \sin \kappa \\
 n_z &= \cos \phi \cos \omega
 \end{aligned}$$

もし ω, ϕ, κ の値が小さいときには $\cos \theta = 1, \sin \theta = \theta, \sin \theta \sin \theta' = 0$ ($\theta, \theta' = \omega, \phi, \kappa$) とおくことができるから式(1)'を(1)に代入してつぎのような近似式が求められる。

$$\left. \begin{aligned}
 X_n &= -\kappa y_n + \phi z_n + x_n + x_0 \\
 Y_n &= \kappa x_n - \omega z_n + y_n + y_0 \\
 Z_n &= -\phi x_n + \omega y_n + z_n + z_0
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

航空三角測量ではステレオプラニグラフ(C8)などの一級図化機や、座標測定機と電子計算機の組み合わせにより写真を連続に標定(これを連続標定という)して一つの横像帯を作りあげるが、これを撮影帯と呼ぶことにする。つぎに撮影帯上にある基準点の内で両端のものを使用して、撮影帯座標系から測地座標系に変換(これを絶対標定という)すると図-4のようになり、点線で示した正しいコースは実線のように弯曲して表わされ、写真の中心線(中心を結ぶ線) $O_1 O_2 \dots O_{m-1} O' O_m \dots O_n$ は $o_1 o_2 \dots o_{m-1} o' o_m \dots o_n$ になる。

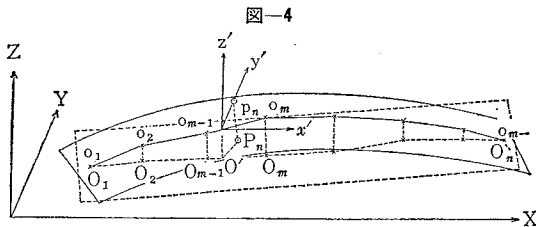


図-4

測地座標系 X, Y, Z 上の任意の点を $P_n(X_n, Y_n, Z_n)$ これに対応する撮影帯座標系上の点を $p_n(x_n, y_n, z_n)$ とする。もし撮影帯座標系の原点を中心線上任意の点 o' (x_n, y_{n0}, z_{n0}) に平行移動すると、 p_n の座標は $(0, y_n', z_n')$ になる [y_{n0}, z_{n0} は中心線 $o_{m-1} o_m$ 上で x_n に対応する y, z の値を示す]。さらに o' のこれに対応する O' からの偏差を $\Delta x_n, \Delta y_n, \Delta z_n$, そのときの回転角を $\omega_n, \phi_n, \kappa_n$ とすると、式(2)はさらにつぎのように簡単になる。

$$\left. \begin{aligned}
 S_x X_n &= -\kappa_n y_n' + \phi_n z_n' + x_n + \Delta x_n \\
 S_y Y_n &= -\omega_n z_n' + y_n + \Delta y_n \\
 S_z Z_n &= \omega_n y_n' + z_n + \Delta z_n
 \end{aligned} \right\} \dots\dots(3)$$

[ただし S_x, S_y, S_z は縮尺を示す]

さらに中心線の偏移量は x の二次関数で、回転量は x の一次関数で表わされるものとすると、

$$\begin{aligned}
 \Delta x_n &= R_n^2(\Delta x) + r_n(\Delta x') + (\Delta x'') \\
 \Delta y_n &= R_n^2(\Delta y) + r_n(\Delta y') + (\Delta y'') \\
 \Delta z_n &= R_n^2(\Delta z) + r_n(\Delta z') - (\Delta z'') \\
 \omega_n &= r_n(\Delta \omega), \phi_n = r_n(\Delta \phi), \kappa_n = r_n(\Delta \kappa) \dots\dots(4)
 \end{aligned}$$

[ただし $R_n^2 = f(x_n^2), r_n = g(x_n)$]

となり、式(3)はさらにつぎのように変形される。ただし Δx_n 式の $r_n(\Delta x') + (\Delta x'')$ と Δz_n 式の $r_n(\Delta z') + (\Delta z'')$ は項数をそろえるためやむをえず省略した。

$$\left. \begin{aligned}
 x_n - S_x X_n &= y_n' r_n(\Delta \kappa) - z_n' r_n(\Delta \phi) + R_n^2(\Delta x) \\
 y_n - S_y Y_n &= R_n^2(\Delta y) + r_n(\Delta y') + (\Delta y'') \\
 &\quad + z_n' r_n(\Delta \omega) \\
 z_n - S_z Z_n &= -y_n' r_n(\Delta \omega) + R_n^2(\Delta z) + r_n(\Delta z'')
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5)$$

式(5)で X, Y, Z は真値で x, y, z は正規分布にしたがう確率変数であるから、これら3式を同時に満足する値 $\hat{\Delta \kappa}, \hat{\Delta \phi}, \hat{\Delta \omega}, \hat{\Delta x}, \hat{\Delta y}, \hat{\Delta y}', \hat{\Delta y}'', \hat{\Delta z}, \hat{\Delta z}'$ は最尤法により簡単に推定される。しかし本論で考えるのは多数コースの場合であるから、4コースにもなるとこの方法ではとても大変である。そこでやむをえず式(5)の3式を最小自乗法により逐次解いてゆくことにした。すなわちまず Z の式を解き、つぎに $\hat{\Delta \omega}$ を Y の式に代入して Y の式を解き、最後に X の式を解く。単コースの場合について最尤法と最小自乗法を比較してみたが、大差なく似たような結果が得られた。つぎに式(5)は近似式であるから、厳密に言えば得られた推定値を式(1)に代入して改算し、反復収束計算をしなければならない。しかし、これまた種々検討の結果第1回の計算でだいたい最終値に近い値が得られたので、実用的見地からこれを省略することにした。 R^2, r の値は絶対標定に使用する基準点の位置によっていろいろ考えられる。たとえば本論の場合のようにコースの両端の点 $P_1(x_1, y_1, z_1), P_2(x_2, y_2, z_2)$ で絶対標定を行なう場合には

$$r_n = x_n - \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$$

$$R_n^2 = \left\{ x_1 - \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \right\}^2 - \left\{ x_n - \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \right\}^2$$

が使用される。ただし Z の式の r, R^2 は若干の技巧を加え、絶対標定の高さの決定に使用した三点中(両端の点は当然ふくむものとして)両端以外の第三番目の点からの距離を r とし $R^2 = r^2$ とした。4コースの場合の式(5)に相当する式は、式(6)のようになる。その他のコース数の場合にも同じ要領で式を作ればよい。この際三番目のコース以下は一番目のコースにあらかじめ撮影帯座標のスケールを合わせておく必要がある。計算のため式(6)にデータをいれるには、基準点の場合は関係のないコースの部分をおき、接合点の場合にはさらに X, Y, Z の部分も0とおく。多数コースの場合には単コースの場合と異なり縮尺も X, Y, Z でおのおの異なる値をとるようにした。その他4コースの場合には各式の未知数を無理に13個におさえたので、プログラミングの途中でいろいろテクニックを使っている。もし電子計算機の記憶容量さえ許すならば、縮尺をコースごとに変えたり、 X, Z 式の定数項を加えたほうが、自由

度が増し作業がいっそう容易になる。

$$\begin{aligned}
 &(-X_1+X_2-X_3+X_4)S_x+R_1^2(dx_1)-y_1'r_1(d\kappa_1) \\
 &+z_1'r_1(d\phi_1)-R_2^2(dx_2)+y_2'r_2(d\kappa_2)-Z_2'r_2(d\phi_2) \\
 &+R_3^2(dx_3) \\
 &-y_3'r_3(d\kappa_3)+z_3'r_3(d\phi_3)-R_4^2(dx_4)+y_4'r_4(d\kappa_4) \\
 &-z_4'r_4(d\phi_4)=(-x_1+x_2-x_3+x_4) \\
 &(-Y_1+Y_2-Y_3+Y_4)S_y+R_1^2(dy_1)+r_1(dy_1') \\
 &+(dy_1'')-R_2^2(dy_2)-r_2(dy_2')-(dy_2'') \\
 &+R_3^2(dy_3)+r_3(dy_3')+(dy_3'')-R_4^2(dy_4) \\
 &-r_4(dy_4')-(dy_4'')=(-y_1+y_2-y_3+y_4) \\
 &+z_1'r_1(d\omega_1)-z_2'r_2(d\omega_2)+z_3'r_3(d\omega_3)-z_4'r_4(d\omega_4) \\
 &(-Z_1+Z_2-Z_3+Z_4)S_z+R_1^2(dz_1)+r_1(dz_1') \\
 &+y_1'r_1(d\omega_1)-R_2^2(dz_2)-r_2(dz_2')-y_2'r_2(d\omega_2) \\
 &+R_3^2(dz_3)+r_3(dz_3')+y_3'r_3(d\omega_3)-R_4^2(dz_4) \\
 &-r_4(dz_4')-y_4'r_4(d\omega_4)=(-z_1+z_2-z_3+z_4) \\
 &\dots\dots\dots(6)
 \end{aligned}$$

[ただし、1, 2, 3, 4 はコース番号を示し、標本の
 順番を示す n は省略した]

3. 演 算

電子計算機 NEAC-2203 は記憶容量がわずか 2000
 語にすぎないので、4 コースの場合にはつぎのように 4
 回にわけて演算を行なっている。

1. X, Y, Z ともにおおの 13 元の最小自乗法の計
 算のための係数を算出して、タイプ、パンチアウ
 トする。
2. 13 元連立方程式の解を求めて、タイプ、パンチ
 アウトする。
3. 計算に使用した基準点に対する残差、接合点の較
 差を計算してタイプアウトする。
4. 改算点の座標計算を行なってその結果をタイプ

アウトする。

2 コースの場合には 1, 2, 3 を 1 回にまとめて計算す
 ることができる。最初の計算に使用しうる基準点の数は
 15 接合点の数は 20 点ぐらいが限度である。

4. 計 算 例

4 コースの場合について計算した一例はつぎのとおり
 である。

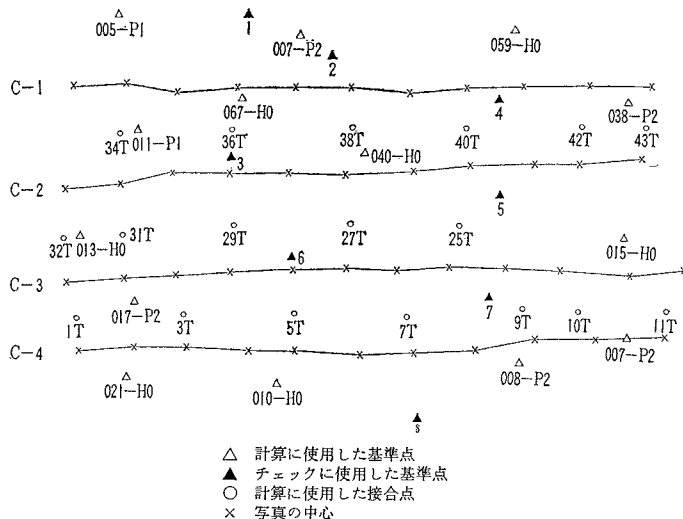
1. 撮影に使用したカメラは RC5(アビオゴン)、写
 真の縮尺は約 1/12500 である。
2. 基準点ならびに接合点の配点状況は 付表-1 の
 とおりである。
3. 絶対標定を行なった直後における基準点に対する
 残差、接合点の較差は 付表-3 のとおりである。
 これに対し本論の方法で調整した結果、基準点に対
 する残差、接合点の較差は 付表-2 のようになった。
4. 23 個の基準点を使って従来のようにコースごと
 に調整した場合と 15 個の基準点を使って本論の方
 法によって調整した場合の標準偏差は 付表-4 の
 とおりである。

なお、この 2 つの方法について分散を F 検定した
 ところ有意性は認められなかった。すなわち両者同
 じ精度であるといってもよかろう。したがって基準
 点の少ない本論の方法がまさっている。

5. チェック点に対する残差の状況は 付表-5 のと
 おりで特に第 3 コース両端にある 2 個の基準点しか
 使用していないのにもかかわらず、中央部は付近のチ
 ェック点の残差は案外小さくて、十分に実用性のあ
 ることを示している。

なお計算に使用した時間は 1 モデル平均約 3.5 分であ

付表-1
 配 点 図



付表-2 (単位: m)

Name	VH	VX	VY	
C1-34T	0 000.66	0 000.14	0 001.21	C-1~C-2 間の接合点 の較差
C1-36T	-0 000.13	0 000.38	-0 000.11	
C1-38T	-0 001.16	0 001.19	-0 000.24	
C1-40T	0 000.95	0 000.94	-0 000.09	
C1-42T	0 000.57	0 000.41	0 000.20	C-2~C-3 間の接合点 の較差
C1-43T	-0 000.64	0 000.99	0 000.15	
C2-32T	0 000.41	0 001.02	0 000.06	
C2-31T	-0 000.42	0 000.98	0 000.39	
C2-29T	0 000.75	0 001.16	-0 000.30	C-3~C-4 間の接合点 の較差
C2-27T	-0 000.97	0 000.74	-0 000.02	
C2-25T		0 000.77	-0 000.60	
C3-01T	0 000.58	-0 000.23	0 000.02	
C3-03T	-0 000.46	-0 000.09	0 000.21	C-1 の基準点に対す る残差
C3-05T	-0 000.84	-0 000.35	-0 000.53	
C3-07T	0 000.08	-0 000.63	-0 000.19	
C3-09T	0 001.07	-0 000.42	-0 000.18	
C3-10T	-0 000.69	-0 000.50	-0 000.09	C-2 の基準点に対す る残差
C3-11T		-0 000.31	0 000.62	
005-P3	-0 000.01	0 000.22	-0 000.86	
067-H0	0 000.75	0 000.03	-0 000.41	
007-P2	-0 000.34	0 000.28	0 000.23	C-3 の基準点に対す る残差
059-H0	-0 000.02	-0 000.17	0 000.23	
038-P2	0 000.02	0 000.65	-0 000.66	
013-H0	0 000.03	0 000.48	-0 000.18	
011-P1	-0 000.07	-0 000.79	0 001.00	C-4 の基準点に対す る残差
040-H0	0 000.55			
015-H0	-0 000.02	-0 000.98	0 000.45	
017-P2	0 000.22	0 000.56	0 000.31	
007-P2	-0 000.02	-0 000.23	-0 000.56	
021-H0	-0 000.00	-0 000.76	0 000.46	
010-H0	-0 001.09	-0 000.74	-0 001.10	
008-P2	0 000.37	-0 000.11	0 000.28	
007-P2		0 000.34	0 000.26	

付表-3 (単位: m)

Name	VH	VX	VY
C1-34T	-6.19	3.05	-2.60
C1-36T	-4.99	-0.12	-0.77
C1-38T	-3.74	-0.38	2.65
C1-40T	0.70	0.21	-4.17
C1-42T	1.13	1.40	-4.23
C1-43T	-0.36	1.99	-2.28
C2-32T	-3.74	0.06	4.04
C2-31T	-4.05	1.15	2.93
C2-29T	-7.21	-2.08	0.69
C2-27T	-3.85	-2.59	-1.70
C2-25T		-2.99	-4.18
C3-01T	-2.30	2.80	0.85
C3-03T	-5.47	3.06	2.78
C3-05T	-7.70	1.44	2.66
C3-07T	-7.36	0.32	3.27
C3-09T	-7.71	-2.51	2.27
C3-10T	-8.75	-2.99	4.17
C3-11T		-4.39	3.30
005-P3	0	0	0
067-H0	6.75	0.26	-1.19
007-P2	7.54	1.35	-1.44
059-H0	6.95	2.49	-2.03
038-P2	0	0	0
013-H0	0	0	0
011-P1	7.06	2.55	-2.07
040-H0	10.45	0.89	-0.61
015-H0	0	0	0
017-P2	0	0	0
007-P2	-2.02	-1.33	0.23
021-H0	0	0	0
010-H0	8.34	-2.08	-2.15
008-P2	2.43	-0.04	0.44
007-P2		0.61	1.07

付表-4

区 分 種 類	基準点に対する残差			接合点の較差			使用した基準点数
	σ_x	σ_y	σ_z	σ_x	σ_y	σ_z	
本 論 の 方 法	0.52	0.57	0.41	0.71	0.39	0.67	15
コースごとに行なう場合	0.52	0.54	0.67	0.67	0.58	0.54	23

付表-5 チェック点に対する残差 (単位: m)

	H	X	Y
1	0.97	-0.70	-0.03
2	0.46	0.40	-0.62
2	0.67	-0.08	0.90
4	-0.86	0.44	0.54
5	-0.73	-0.60	-0.75
6	-0.98	-0.81	-1.31
7	0.96	-0.66	0.33
8	-0.28	-0.74	-0.66

5. あとがき

現在の電子計算機の状況をみると中型で記憶容量 2000 というのは最低である。しかもその基礎装置だけで前述のように実用的な域に到達したので、もし記憶容量 4000, 8000 などのものを使用するなら演算時間はさらに短縮するものと思う。また計算式そのものもさらに若干の項を増やすとデータの取り扱いが楽になると思

われるし、接合点と基準点との間の重味づけの問題もあり、今後とも諸先輩のご指導を戴いて、より完全なものに近づけてゆきたいと思う。

なお本研究がこれまでの成果を納めることができたのは、一に国際航業KK管理部長直原勝一氏の深いご理解に負うものであるということを付記し、深甚の謝意を表するしだいである。

参 考 文 献

- 1) Miles, M.J.: "Method of Solution of the Adjustment of a Block of Aerial Triangulation", The Photogrammetric Record, Vol. IV, No. 22, October 1963.
- 2) Dr. Jerie, Dr. H.G.: "Block Adjustment by Means of Analogue Computers", Photogrammetria, Vol. XIV, 1957~1958, 4.
- 3) Dipl.-Ing.Müller, B.-G.: "Zur Blockweisen Aero-triangulation", Bildmessung und Luftbildwesen, Heft 4, 30. Jahrgang, 1, 12, 1962.