

航空写真と電子計算機による道路路線の設計法

A METHOD IN HIGHWAY LOCATION AND DESIGN WITH AERIAL PHOTOGRAMMETRY AND ELECTRONIC COMPUTATION

丸 安 隆 和*・中 村 英 夫**

By Takakazu Maruyasu and Hideo Nakamura

1. はしがき

近年、道路建設の計画はきわめてぼう大に、また大規模になってきている。したがってその計画、設計作業を速く、しかも合理的に正確に行なう方法を開発する必要が生じてきた。

この研究は、これらの要請を満たす方法として、航空写真測量と電子計算機を組み合わせ用い道路路線の計画および設計を行なうことを試みたものである。

このような試みは、最近各国で研究が進められ、開発されている。そのおもなものはアメリカ、スウェーデン、スイスにおけるものである。アメリカでは各州道路局（特にマサチューセッツ州、オハイオ州）がそれぞれ開発を進め実作業にとり入れつつある。また、特に M. I.T. の Dr. Miller は数値地形モデル Digital Terrain Model を提唱し、その実用化をはかっている。スウェーデンではその道路開発 20 年計画を進めるにあたって、写真測量、道路工学、電子技術の各分野の研究者、専門家よりなるグループを組織して、大々的にこの方法の開発を進めている。

しかし、これらの研究の成果を見ると、まだ計画から設計まで一貫したものはないようである。この研究では、新しい考え方を導入して一貫した計画設計ができるような方法を開発したが、この中でつぎのような点が特に特長としてあげることができるであろう。

(1) 数値地形モデルの考え方を広くとり入れた。Dr. Miller は主として 3 次式で地形を表わしているが、これをその目的に応じて正方格子および多項整次式を用いることにした。

(2) 路線選定は図化機の中に組み立てた立体模像をもとに行なうようにした。こうして選定した路線はそのまま図紙上に展開する。この描かれた線形は円、クロソイドあるいは直線から成っているが、これらの各曲線がそれぞれの境界条件を満足してなめらかに接続するように調整したのち、各測点の座標値を求めなければならない。

そこで、この手順の一連の計算を迅速に行なえるよう

にした。

(3) 動的計画法 (Dynamic Programing) の手法を用いて、路線の縦断勾配を電子計算機により自動的に選ぶことを試みた。これは将来数値地形モデルを用いて路線選定を自動的に行なう場合の一つの足がかりになり得ると考えられる。

なお、この研究でももに使用した電子計算機は、記憶容量 2080 語の磁気ドラムおよび記憶容量 240 語の磁気コアを持つ NEAC 2203 であり、これには高速さん孔装置が付属している。また、一部分は記憶容量 2000 語の磁気コアをもつ OKITAC 5090 を使用した。この計算機には磁気テープを外部記憶装置として備え、出力には高速印字装置を有している。

2. 従来の方法との差異

これまで一般に行なわれてきた方法との作業工程上の違いをはじめに示すと表-1 のようになる。

表-1

	本研究での方法	従来 の 方法
路線選定	概略の路線選定 1/50 000 または 1/25 000 地形図を使用	
可能な路線の選定	航空写真撮影 写真縮尺 1/15 000~1/20 000	
第一段階の設計 (予備設計)	実体写真の観察	踏査
	実体モデルでの路線選定	地形図 (1/3 000~1/5 000) 作製
	数値地形モデル作製	ペーパー ロケーション
	平面線形計算	平面線形計算
	電子計算機による計算	主として技術者の手による計算
比較線の検討および工事量の概算	縦断面図作製	縦断面図作製
	電子計算機による勾配選定および図化	技術者による勾配選定および製図
	横断面図作製	横断面図作製
	電子計算機による断面決定および図化	技術者による断面決定および製図
	工事数量算定	工事数量算定
	電子計算機による計算	技術者による計算
	最適路線の決定	最適路線の決定
	計算機による判断と技術者の補足	技術者による判断

* 正員 工博 東京大学教授 生産技術研究所

** 正員 東京大学助手 生産技術研究所

第二段階の設計 (実施設計)	航空写真真影 写真縮尺	1/4 000~1/10 000
	地形図図化 縮尺 1/1 000	地形図図化 縮尺 1/1 000
	平面線形展開	平面線形展開
	平面線形計算	平面線形計算
	電子計算機による計算	技術者による計算
	航空写真による縦横断面測定	地形図より縦横断面地盤高読みとり
	縦断面作製	縦断面図作製
中心くい設置の準備	技術者による勾配選定	技術者による勾配選定と計算
	電子計算機による計算	
	横断面図作製	横断面図作製
	電子計算機による断面決定および図化, 技術者による部分的修正	
	工事数量算定	工事数量算定
	電子計算機による計算	技術者による計算
	中心杭設置量計算	中心杭設置量計算
最終設計	電子計算機による計算	技術者による計算
	最終路線の決定 技術者による検討, 判断	
	中心線測量	中心線測量
	現地での縦断測量	現地での縦横断面測量
	実施設計図完了	実施設計図完了

3. 数値地形モデル (Digital Terrain Model) の考え方とその処理法

(1) 地形の表現形式

地形を表現する形式としてはアナログな表現とデジタルな表現との2つの形式が考えられる。等高線地図や断面図が前者にあたり、人間が感覚的にただちにその地形を把握できるという特徴をもっている。しかしこれよりデータ処理を行ない、工事数量などを求めるためには、一度デジタル形式に直してから処理するか、あるいはプラニメーター等のアナログ計算機を用いる必要がある。アナログ形式による表現のこの欠点をなくす方法として考えられるのがデジタル形式による表現法であって、これは地形を個々の点の3次元座標によって表わすものである。したがってこれをテープにきん孔しておけば以後の処理をすべてデジタル電子計算機により行なうことができる。

地上測量を行なって地形図をつくる場合、普通一つ一つの点(単点と呼ぶ)の座標値を測定し、これをもとにして内そうによる等高線を描いている。換言すればデジタル表現で求めたものをアナログ表現に書き換えているといえる。航空写真測量による場合は図化機によって一挙に等高線が描かれる。すなわち、アナログ表現もできるし、あるいは単点の3次元座標値を測定してただちに自動的にテープにきん孔し、デジタル形式で地形を表現することも可能である。

一般に航空写真測量による単点の高さの測定は等高線を描くのにくらべて約2倍の精度を有しているといわれる。また、これを地上測量による場合にくらべてみると、絶対的な精度は、一般的にはこれに劣ると見なければならぬが、その経済性を考えた場合、はるかにすぐ

れているといつてよいであろう。さらにまたデジタル形式の場合では、アナログ形式のものから一度読みとった上でデジタル形式に直して以後の処理を行なう場合のように中間過程で人間の過誤の入る余地がないという利点がある。しかし一方、これだけでは人間が感覚的に地形をとらえることができないという欠陥があるので、最終的にはアナログ表現の図が工事実施のために必要になってくる。

(2) 数値地形モデルの方法

以上述べてきたような航空写真測量によりつくられたデジタル形式の地形表現を数値地形モデル Digital Terrain Model と呼ぶ。数値地形は原理的には3次元座標値で示された無数の単点がつくる三角形の多面体である。しかし、測定上あるいは以後の処理上の理由からこの単点をランダムに無数にとることはできない。そこで、この研究ではつぎの2種類の方法をとった。

a) 正方形格子の数値地形モデル

数値地形モデルをつくるべき範囲にわたって正方形の網目をつくり、その格子交点の位置の高さを、図化機の中に組み立てられている地形の実体模像より測定する。格子交点には、一連の番号をつけ、これを格子平面座標 (x, y) とし、それに対応する計算機の記憶番地の中へ高さ z を記憶させる。さらに地上の測地座標値 (X_i, Y_i) が既知の点を2点以上とり、その格子座標値 (x_i, y_i) を測定して座標変換の基準点とする。このようにすれば各格子交点の測地座標 (X, Y) はこれらに個々の基準点の両座標値を用いてヘルマート変換を行ない、つぎのように求められる。すなわち、

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i & \bar{X} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \\ \bar{y} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i & \bar{Y} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i \\ \begin{pmatrix} x_i' = x_i - \bar{x} \\ y_i' = y_i - \bar{y} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} X_i' = X_i - \bar{X} \\ Y_i' = Y_i - \bar{Y} \end{pmatrix} & \text{として} \\ a &= \frac{\sum x_i' X_i' + \sum y_i' Y_i'}{\sum x_i'^2 + \sum y_i'^2} \\ b &= \frac{\sum y_i' X_i' - \sum x_i' Y_i'}{\sum x_i'^2 + \sum y_i'^2} \end{aligned}$$

を求めこれより点 (x, y) の変換後の測地座標 (X, Y) は

$$\begin{aligned} X &= a(x - \bar{x}) + b(y - \bar{y}) + \bar{X} \\ Y &= -b(x - \bar{x}) + a(y - \bar{y}) + \bar{Y} \end{aligned}$$

格子内の任意の点 P の測地平面座標 (X, Y) が与えられたとき、この数値地形モデルより高さ z を内そうして求めるには、まずこの (X, Y) を上の変換の逆の変換を行なって格子座標系での値 (x, y) に変換したのち、その点 P に最も近いものから順に3つの格子格点を取り、この3点で作られる平面上の点として P 点の高さ z を求める。

すなわち 図-1 に示したような場合は

図-1



$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_A & y_A & z_A & 1 \\ x_B & y_B & z_B & 1 \\ x_C & y_C & z_C & 1 \end{vmatrix} = 0$$

の解として z を求めるのである。

この正方形格子による方法は測定が格子交点の高さを測るだけでほとんど機械的に行なえるし、また内そう法が簡単で計算時間が短くてすむが、格子の間隔を細かくすると測定数が増して測定に多くの時間を要し、経済性を欠くようになるし、間隔を大きくすれば地形が変化に富む場合、近似の精度が落ちるという欠点がある。

b) 多項整次式による数値地形モデル これは道路の予定路線にほぼ直角な方向に横断面を等間隔にとり、その各横断面ごとに任意に n 個の横断測点を設け、その点の標高 z を測定し記録する。これよりその横断面の形を $(n-1)$ 次多項式として表わす。すなわち 図-2 に示すような局地座標系 (x, y) をとったとき、

$$\begin{aligned} z &= f(y) = a_1(y-y_2)(y-y_3)\cdots(y-y_n) \\ &\quad + a_2(y-y_1)(y-y_3)\cdots(y-y_n) \\ &\quad \vdots \\ &\quad + a_n(y-y_1)(y-y_2)\cdots(y-y_{n-1}) \\ z_1 &= f(y_1) = a_1(y_1-y_2)(y_1-y_3)\cdots(y_1-y_n) \\ z_2 &= f(y_2) = a_2(y_2-y_1)(y_2-y_3)\cdots(y_2-y_n) \\ &\quad \vdots \\ z_n &= f(y_n) = a_n(y_n-y_1)(y_n-y_2)\cdots(y_n-y_{n-1}) \end{aligned}$$

より、 $z=f(y)$ が各横断面について得られる。このとき横断測点の個数 n は各横断面ごとに任意であってよい。

このようにして必要範囲にわたっての地形が整次多項式として表わされる。これより任意の点 P の測地座標 (X_P, Y_P) が与えられると、これをこのモデルの局地座標 (x_P, y_P) にヘルマート変換したのち P に近いものから順に 4 つの横断面

図-2



$z=f_{m-1}(y), z=f_m(y), z=f_{m+1}(y), z=f_{m+2}(y)$ をとり、 $y=y_P$ における高さ z をそれぞれ求める。

$$z_{m-1}=f_{m-1}(y_P), z_m=f_m(y_P), z_{m+1}=f_{m+1}(y_P), z_{m+2}=f_{m+2}(y_P)$$

ここで、 $x_m \leq x_P < x_{m+1}$

$$\frac{x_P - x_m}{\Delta x} = u, \quad 0 \leq u \leq 0.5$$

とすれば、上の 4 点より点 P (x_P, y_P) の高さをつぎの式にしたがって決定することができる。

$$\begin{aligned} z_P &= f_m(y_P) + \frac{\Delta f_{m-1}(y_P) + \Delta f_m(y_P)}{2} u \\ &\quad + \Delta^2 f_{m-1} \frac{u^2}{2!} + \Delta^3 f_{m-1} \frac{u(u-1)(u+1)}{3!} \end{aligned}$$

この方法は、地形の変化が複雑である箇所においては測定点の数を増し、変化がゆるやかであるところでは測定点の数を減らして数値地形モデルをつくることのできる。この意味では等高線の性質に似たものであるといえる。したがって、測定点の選点が適切なものであれば、正方形格子による方法よりも、地形全域にわたって均一な精度が期待できる。また地形モデルの幅を自由に変えることができるという利点もある。

もちろん地形を多項式で表示することには大きな問題はあがあるが、人工の加えられていないところでは、地形も他のあらゆる自然現象と同じく飛躍するものではないと考えられるから、近似法としてのこの方法にも十分意義はあるといえる。

c) 2つの数値地形モデルの実験的比較 神奈川県厚

写真-1 実験箇所平面図

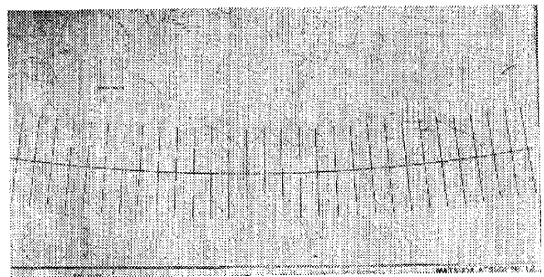
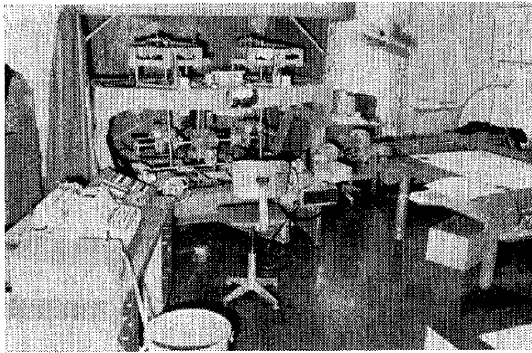


写真-2 ステレオオートグラフ A-7



木付近の丘陵地帯において 1/6 000 航空写真を用い、上記2種類の数値地形(写真-1)モデルを作製し、その精度、測定時間、計算時間を比較した。その結果を表-2に示す。なお、航空写真の測定にはテープ穿孔装置を付属した一級図化機 A-7 オート グラフを、計算には NEAC 2203 電子計算機を用いた。

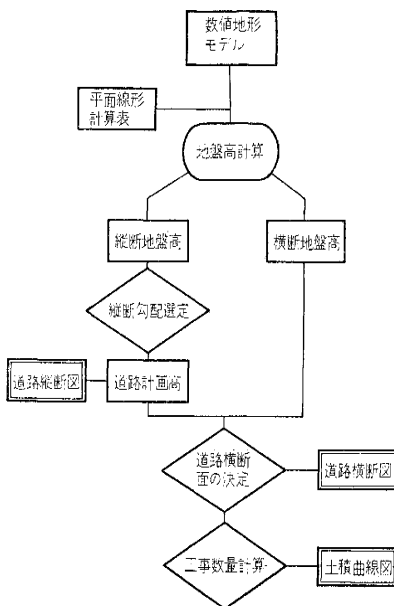
表-2 2つの数値地形モデルの比較

	測定時間	数値地形モデル作製計算所要時間	標高値内所要時間	平均自乗誤差
正方形格子				
格子間隔 10 m	20sec/点	40 sec/0.1 km ²	3 sec/点	0.44 m
20 m	"	"	"	0.56
整地多項式				
高低差 2 m 間隔	30sec/点	300 sec/0.1 km ²	6 sec/点	0.46

(3) 数値地形モデルからのデータ処理

(2)に述べた方法により任意の点の立体座標値(X, Y, Z)が数値地形モデルより求めることができる。したがって道路の平面線形が与えられるとその路線について

図-3 数値地形モデルからのデータ処理の流れ



の縦断地盤高を決めることができる。

縦断地盤高が求めれば、これをもとにして縦断勾配を選び、計画縦断高が決められる。この計画高と横断地盤高により道路横断面の形を選び土工量、用地面積その他の工事数量を算定し、さらに横断面を描く。

これらの処理のほとんどは電子計算機により、そのプログラムにしたがって行なうが、そのフィードバックを全部電子計算機の判断だけで行なうのは、現段階ではむづかしいので、一部は人間の判断によって行ない、最適の路線の決定へと進むのである。このデータ処理の流れをフローチャートによって示すと 図-3 のようになる。

4. 実施例 1

岩手県久慈市付近の国道 45 号線および福島県会津若松市付近の国道 49 号線についてそれぞれ予備設計を行ない比較路線の検討を行なった。その方法について以下に述べることにする。

使用した写真は地形図図化のため、すでに撮影済みのものであるため予備設計に用いるものとしては幾分縮尺が大きすぎると思われるがその撮影諸元はつぎのようである。

国道 45 号線	カメラ焦点距離	152 mm
	撮影高度	1 500 m
	写真縮尺	1/10 000
国道 49 号線	カメラ焦点距離	152 mm
	撮影高度	1 200 m
	写真縮尺	1/8 000

なお、国道 49 号線の場合はすでに 1/5 000 地形図が作製されていたので、路線の選定はおもにこの地形図上でペーパーロケーションにより行なった。国道 45 号線の場合は地形図は作製せず、写真だけで路線を選定し比較設計を行なった。ここでは主として航空写真のみを用いて選定する方法についてのべるが、数値地形モデル作製後の処理は両者とも全く同じ方式によっている。

(1) 写真上での概略選定

密着写真を実体鏡で観察し、可能な予定路線を写真上に記入する。この路線をさらにくわしく修正するためこ

写真-3 ステレオトップによる路線選定

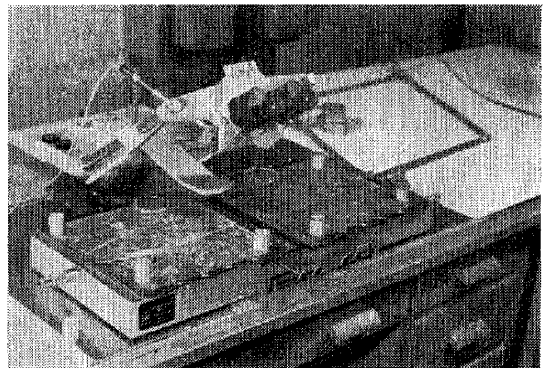


写真-4 写真上での路線選定の一例(国道45号線)



れを三級図化機ステレオトップに標定し、4倍に拡大して細部の観測を行ない随所で地盤標高を測定し、路線の勾配を検討する(写真-3)。

この方法によれば地形の状況は広範囲にしかも細部に至るまで明瞭にとらえることができるし、さらに水系、土地利用の状態などが1/5000程度の地形図を用いるよりもはるかにはっきりと判読することができる。したがって写真による路線選定は室内作業で現地踏査の役割のある程度果たすことができると考えてよいであろう。写真-4は選定した路線を写真上に記入したものである。

(2) 予定路線の展開

前段階で用いた写真の陽画乾板を、一級図化機A-7ステレオオートグラフに標定し、光学的立体モデルを組み立てる。この立体モデルについて、さきに選定した路線に沿ってさらに詳細に地形、土地利用その他の条件を観察、検討して路線をたどり、橋梁などの構築物の架設位置を抑えこれらを図化機に連動した描画機により紙の上に縮尺1/2000で展開する。この際同時に路線周辺の顕著な地物を300~500m間隔にとらえ、これを図紙上に描き、同時にその座標値を測定し記録する。これは予定路線の位置とその周囲の地形地物との関係を図上に表わすとともに、つぎの段階で作製する数値地形モデルの座標変換基準点とするためである。

こうして図紙上に展開された路線を定規によりなめらかな平面線形に整える。

予備設計の段階では平面線形としては緩和曲線を考えず直線と円曲線の組み合わせとして決める。

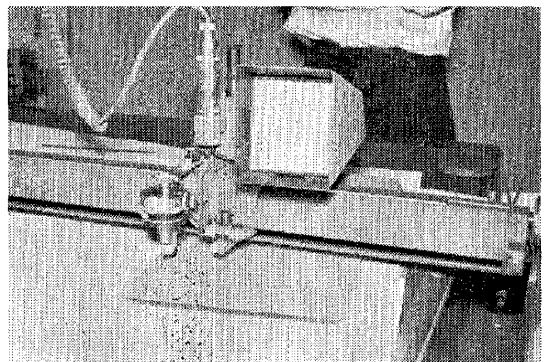
(3) 数値地形モデル

いま求めた予定路線をふくむ帯状の地帯について数値地形モデルをつくる。数値地形モデルは多項式近似のものを用いたが、その測定の方法はつぎのようである。

まず、路線にほぼ平行な方向に数値地形モデルの座標系の x 軸をとり、これに直交して y 軸を設け、これを図化機の描画台上に決める。10mm間隔に平行な走査線の引かれたアクリル樹脂製の透明板を走査線が y 軸と正しく平行するようにおき、この走査線に地盤高が約5m(山地部)、または2.5m(平地部)変るごとに点を取り、その立体座標 (x, y, z) を測定する。高度差5mまたは2.5mごとに測定するのは1/5000地形図の等高線間隔がそのように描かれることに対応させたのである。数値地形モデルの幅は約400mとした。ここで測定された座標値 (x', y', z') はテープにさん孔さ

れてくるがこの値は機械における固定された座標系での値であるからこれを一度ヘルマート変換して地形モデルの座標系 (x, y, z) での値にかえたのち各走査線ごとの多項式をつくり、地形モデルとして計算機に記憶させる。写真-5はA-7にプロファイルスコープを取りつけて測定しているところを示している。

写真-5 プロファイルスコープを用いて数値地形モデル作製

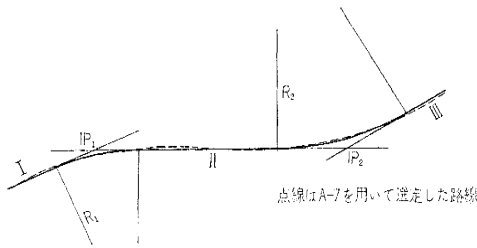


(4) 平面線形

さきに図紙上に展開した線形上の各中間測点の位置を求めるためにつぎの方法をとった。まず図-4の直線I, II, III……をきめるために各直線上に2点以上数点を取り、その座標値を測定する。この値を用いて最小自乗法により、各直線の式を求め、その交点としてI. P.の座標を求める。

I. P.における直線の交角I. A.および図に描いたRの値より、主要測点B. C., E. C.の座標 (X, Y) およ

図-4



びてい(通)加距離 L を求め、さらに 50 m 間隔にとつた中間測点の座標 (X_i, Y_i) 、てい(通)加距離 L_i 、およびその点での接線の方位角 φ_i を計算する。したがって計算機への入力としては

直線上の点の座標
円曲線の半径

であり、出力としては

測点番号、てい(通)加距離、測点座標値、接線方位角である。

この計算時間は延長 1 km 当り約 2 分である。

(5) 縦横断地盤高

上に得た中間測点の計算結果を用いて、すでに計算機

写真-6 縦断地盤図の一例

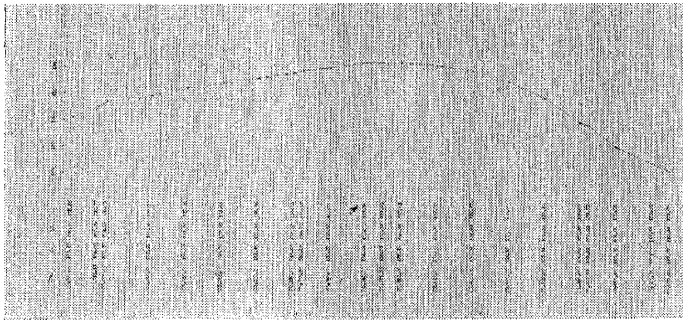
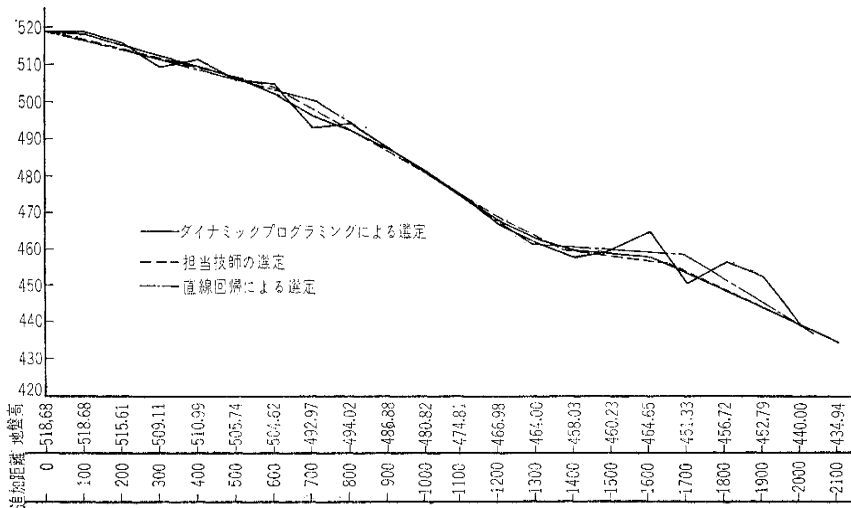


図-5 縦断勾配の選定例



内に記憶されている数値地形モデルから内そうにより各中間測点の地盤高が求められる。これが縦断地盤高である。また、各点における横断線上に等間隔に点を取り、その位置を接線方位角をもとにして決めれば、横断地盤高も内そうできる。この計算所要時間は縦断が延長 1 km 当り約 1 分、横断が 1 断面当り 1 分 20 秒である。

この出力テープをさらに計算機にかけ、電動タイプライターを用いて D-A 変換を行なえば、地形の縦断図、横断図を描くことができる。写真-6 はその縦断図の一例である。

(6) 縦断勾配の選定

(5) で求めた縦断地盤高をもとにして、路線の縦断勾配を選定するのであるが、これを電子計算機により見つけ出すことを試みつぎの 2 とおりの方法を行なった。

a) 直線回帰による方法

縦断勾配を決める場合、その選定した勾配の適否を決める一つの大きな要因は工事土量、すなわち切土量と盛土量が均衡しているかどうかということである。そこでこの条件を第一義的に考えて勾配を選定したのがつぎに述べる方法である。

ある測点 i のてい加距離を x_i 、その測点での地盤高を z_i 、計算高を y_i とする。また制限勾配を g 、切土高の限界を h_c 、盛土高の限界を h_f とする。

いまある区間 $\{x_m, x_n\}$ において

$$\sum_{i=m}^n (y_i - z_i)^2 = \sum_{i=m}^n (ax_i + b - z_i)^2$$

が最小となるように回帰直線 $y = ax + b$ を決め、しかも

$$a < g$$

であり、さらにその区間内の任意の測点 i について

$$h_c \leq y_i - z_i \leq h_f$$

になるような最も長い区間 (x_m, x_n) を求める。

したがって、計画の全区間についてこのような区間およびその区間で用いられる直線式を求めれば、縦断勾配およびその変化点のてい加距離を得ることができる。

b) ダイナミックプログラミングによる方法

この方法については 7. でくわしくのべることにする。以上の 2 方法による勾配および別個に担当の技師が選定した勾配を描いたものが図-5 であ

る。これよりみて回帰直線のあてはめによる方法は、土量の均衡を考える上での参考資料としての意味はもつと考えられるが、これだけで縦断勾配の選定を片づけることは無理であることがわかる。一方ダイナミックプログラミングによる方法によった場合の結果は、技術者の熟慮して選定した結果にきわめて類似しており、計算速度さえさらに向上させることができれば、予備設計の段階では十分に使えるものになると考えられる。

以上のようにして求めた縦断勾配の変化する箇所には次式で与えられる縦断曲線をそうし、その計算結果として各測点における計画高を算出する。

$$z = z_0 + i_1 s + \frac{i_2 - i_1}{2 L_v} s^2$$

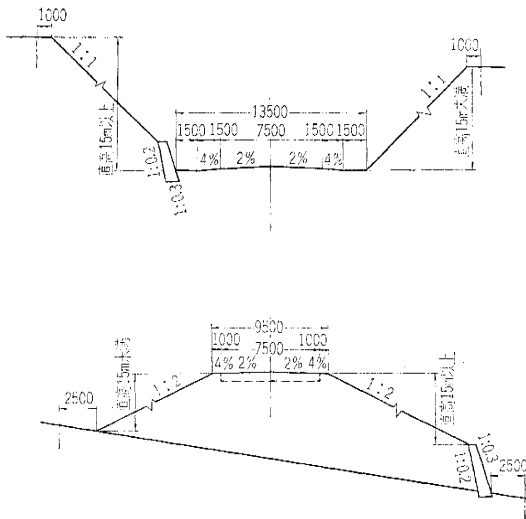
ただし、 $L_v = 10 |i_1 - i_2|$

(7) 道路横断面の決定と工事数量計算

(5) で求めた横断地形および(6) で求めた道路計画高をもとにして、土工定規にしたがって、各断面ごとにその断面形状を計算し決定する(図-6)。

土工定規として計算機に記憶させておく

図-6 標準横断面図



数値としては、つぎの事項がふくまれる。

- 道路幅員、路肩
- 切取り勾配、盛土のり勾配
- 側溝幅

断面の形が計算機内で組み立てられると、引き続き数量計算を行なってつぎの各値を求める。

- 切土断面積、盛土断面積

写真-7 道路横断面図の一例

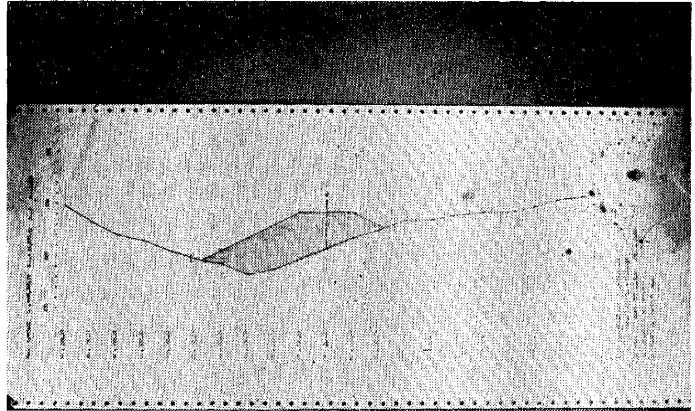
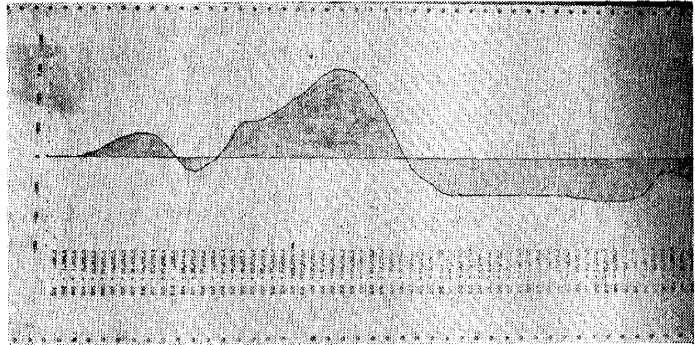


写真-8 土積曲線図の一例



切取り面長さ、盛土のり面長さ

- 用地幅
- 側溝
- 擁壁高さ

これらの値を横断面図とともに印字する。この出力例を写真-7 に示す。またこの各断面ごとの数量から計画区間全長にわたっての総数量がただちに計算される。

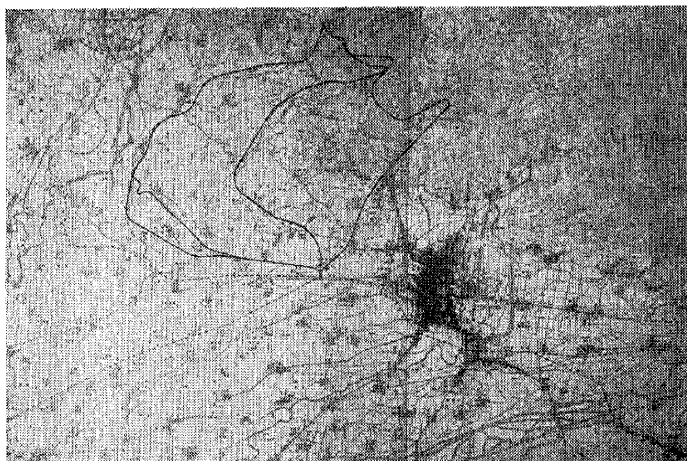
また各測点の土工量に膨脹率、収縮率を乗じてこれを代数的に総和し、各測点における累積土工量を計算し、土積曲線を計算機の出力装置により描く。その例を写真-8 に示す。

(8) 最適路線の決定

上に述べた各種工事数量および橋梁、トンネル、暗きよなどの工作物をもとにして各比較路線に要する総工費を算出する。そしてその線形が当道路の主たる目的に対する適否あるいは施工上の難易などを考慮して比較路線中より最適な路線を選び出すのが一般である。45号線の例では単純に各路線についてつぎにあげる各経費を求め、これの総計が最も小さなものを最適なものとして選出した。

- 工事費
- 用地費
- 車両走行経費

写真-9 49号線の比較路線図



補修費

これらの費用に対する各単価は 7. において示した値を用いた。また、各費用の算定もすべて電子計算機のプログラムによって行なった。写真-9 は 45 号線における比較路線を示している。

5. 実施例 2

第一段階の予備設計を終えればさらに詳細な設計を行ない、現地へ中心ぐいを設置するのが一般である。この第二段階の設計を神奈川県厚木市付近について試みたのが本例である。この場合についても実施例 1 と同様にその作業方法を順次述べてみることにする。

なお、使用した航空写真の撮影諸元はつぎのようである。

- 撮影高度 900 m
- カメラ焦点距離 152 mm
- 写真縮尺 1/6 000

(1) 地形図図化および数値地形モデル作製

解析航空三角測量により標定基準点を増設したのち、一級凶化機 A-7 ステレオオート グラフに写真を標定し、実体モデルをつくり、これにしたがって道路予定路線に沿い幅 300 m の区域の地形図を縮尺 1/1 000 で作製する。

それと同時に数値地形モデルをつくりきん孔テープに記録する。

(2) 平面線形の選定と計算

予備設計ですでに決められている平面線形を 1/1 000 地形図上に展開したのち、これをさらに詳細に検討し、コントロール点

を満足するよう適当なクロソイド曲線をそう入し、曲線定規を用いて地形図上に描く。

こうして描いた線形の各測点の位置は 6. に述べる方法で計算して求めた。この計算結果の一例を示したのが 写真-10 である。

(3) 縦断地盤高・横断地盤高

この段階の設計において、地盤高を測定する方法としては、つぎの三つの方法が考えられるが、そのおのおのの方法を試み、その精度を比較し検討を加えてみた。

a) 地形図よりの読定 これは 1/1 000 地形図上に (2) で計算した線形を展開し、等高線をもとにして縦横断地盤高を読みと

るものであり、従来から広く行なわれてきた方法である。

この方法は簡明であり凶化機などの特殊の装置は必要としないが精度は当然低く読みとりの際での過誤も無視

写真-10 平面線形計算書の一例

点	X	Y	Z	...
0	2314.10	1081.72	113.79	...
1	2314.10	1081.72	113.79	...
2	2314.10	1081.72	113.79	...
3	2314.10	1081.72	113.79	...
4	2314.10	1081.72	113.79	...
5	2314.10	1081.72	113.79	...
6	2314.10	1081.72	113.79	...
7	2314.10	1081.72	113.79	...
8	2314.10	1081.72	113.79	...
9	2314.10	1081.72	113.79	...
10	2314.10	1081.72	113.79	...
11	2314.10	1081.72	113.79	...
12	2314.10	1081.72	113.79	...
13	2314.10	1081.72	113.79	...
14	2314.10	1081.72	113.79	...
15	2314.10	1081.72	113.79	...
16	2314.10	1081.72	113.79	...
17	2314.10	1081.72	113.79	...
18	2314.10	1081.72	113.79	...
19	2314.10	1081.72	113.79	...
20	2314.10	1081.72	113.79	...
21	2314.10	1081.72	113.79	...
22	2314.10	1081.72	113.79	...
23	2314.10	1081.72	113.79	...
24	2314.10	1081.72	113.79	...
25	2314.10	1081.72	113.79	...
26	2314.10	1081.72	113.79	...
27	2314.10	1081.72	113.79	...
28	2314.10	1081.72	113.79	...
29	2314.10	1081.72	113.79	...
30	2314.10	1081.72	113.79	...
31	2314.10	1081.72	113.79	...
32	2314.10	1081.72	113.79	...
33	2314.10	1081.72	113.79	...
34	2314.10	1081.72	113.79	...
35	2314.10	1081.72	113.79	...
36	2314.10	1081.72	113.79	...
37	2314.10	1081.72	113.79	...
38	2314.10	1081.72	113.79	...
39	2314.10	1081.72	113.79	...
40	2314.10	1081.72	113.79	...
41	2314.10	1081.72	113.79	...
42	2314.10	1081.72	113.79	...
43	2314.10	1081.72	113.79	...
44	2314.10	1081.72	113.79	...
45	2314.10	1081.72	113.79	...
46	2314.10	1081.72	113.79	...
47	2314.10	1081.72	113.79	...
48	2314.10	1081.72	113.79	...
49	2314.10	1081.72	113.79	...
50	2314.10	1081.72	113.79	...

できない。また以後の処理を電子計算機で行なう場合には新たにテープにきん孔しなければならない。

平面線形を移動させたときはその線形について再びその地盤高の読みとりからやり直す必要がある。

b) 数値地形モデルから内そうして求める方法 この方法では、地形図凶化の際数値地形モデルを作製しておく必要があるが、一度これを作製し、計算機に記憶させておけば平面線形を移動させて検討する場合でもただちにその線形についての縦横断地盤高を電子計算機により求めることができる。精度上から見れば数値地形モデル作製の際の測定誤差に加えて内そうの誤差も入ってくるから、あまり高い精度は期待できない。

e) 凶化機を用いて航空写真より直接測定する方法

地形図凶化に用いられた航空写真をいま一度凶化機にかけ、すでに確定している線形についてその縦横断地盤高を航空写真の実体測量により測定し、その結果をきん孔テープに記録する方法である。この方法では、平面線形を確定したのちに写真を凶化機に再び標定して測定するので、手数は多く必要であるが、地形の変化点等を自由に測定でき、精度的には、一番よい結果を与える。

ここでは以上の3つの方法をそれぞれ試み、その測定結果を現地測量の結果と比較してみた(表-3)。

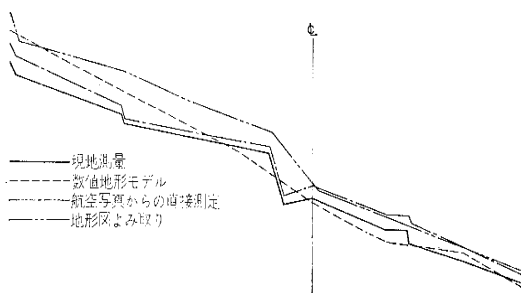
表-3

	実測値との差の自乗平均
地形図よりの読定	0.75 m
数値地形モデルからの内そう	0.44~0.56 m
凶化機による直接測定	0.36 m (0.19 m)

この結果よりみれば、工事土量を算定するのが目的であるときには、この程度の精度でも使用できるであろうが、工事実施のための設計をこの測定結果をもとに行なうのは無理である。そこで現地測量により少なくとも縦断水準測量をまた用地上の問題の多い箇所では横断測量も行なって実施設計図を作らなければならない。

e)の方法によって測定した横断地盤高を、その中心線上の地盤高が、現地測量によって得られた縦断地盤高に一致するように各横断ごとに基準標高を移動させ、修

図-7 各方法によって測定した横断図



正した結果について自乗平均誤差を計算すると表-3の()の中のような値になる。この場合、自乗平均誤差が大層小さくなるのは、c)の方法で測定した横断地盤高は図-7に示すように相対的な関係は正しく保持されていることを示すものである。

したがって中心くい設置後縦断水準測量を行なえば、横断測量はe)の方法で行なって基準標高を移動して修正すれば実施設計にも精度的に十分満足なものを得ることができると考えられる。用地問題が比較的複雑でない地区、あるいは山地部などで現地測量に多大の労力を要するような地区では、現地での横断測量を省いてこの方法で行なうのが有利であるといえよう。

第二段階の設計にも数値地形モデルを用いれば多くの比較路線をとって詳細な検討を迅速に行ない、中心線を確定することができるが、その場合は現地縦断測量を再び行なって最終的な実施設計図をつくらなければならない。

なお、縦断方向に地形が大きく変化する点にはいわゆるプラスぐいの測点を増設し、横断地盤高を測定しておく必要がある。

(4) 縦断勾配

(3)で求めた縦断地盤高をもとにして、縦断図をつくり、縦断勾配を選定する。この作業は従来の方法と同じく技術者の判断で行なう。

なお、数値地形モデルより縦断地盤高を求める場合には電子計算機の出力装置より直接縦断地形図をつくることできる。またこのとき縦断図には中心線上の地盤高のほかにも中心線より一定間隔両側へ平行にずらした点の地盤高も同時に印字するようにした。このようにすれば地形の横断方向の傾きが判然とするので、縦断勾配の選定がより妥当なものにできると考えられるからである。

計画勾配が決まればこの勾配、勾配変化点のてい加距離、縦断曲線長を計算機に入力し、各測点の計画高を算出する。

(5) 横断面の形の決定と数量計算

横断地盤高と道路計画高より、与えられた土工定規にしたがって道路横断面の形を決め、工事数量の計算をする。そのプログラムは予備設計の場合に用いたのとはほぼ同じであるが、路面の片勾配を計算に入れたり、地盤の土質によって路盤工その他が変化するなど、計算の流れとしては、かなり複雑なものになっている。

また土工定規と異なった断面を必要とする場合にもしばしば遭遇するが、その際には新たにその特殊断面を入力し、あるいは結果をみてそれを修正し、再度入力して計算できるようにした。

横断面決定から数量算定に至る計算の流れを図-8に示す。

計算結果は、数量としては土工面積、のり面長さ、路

図-8 横断面計算のフローダイアグラム

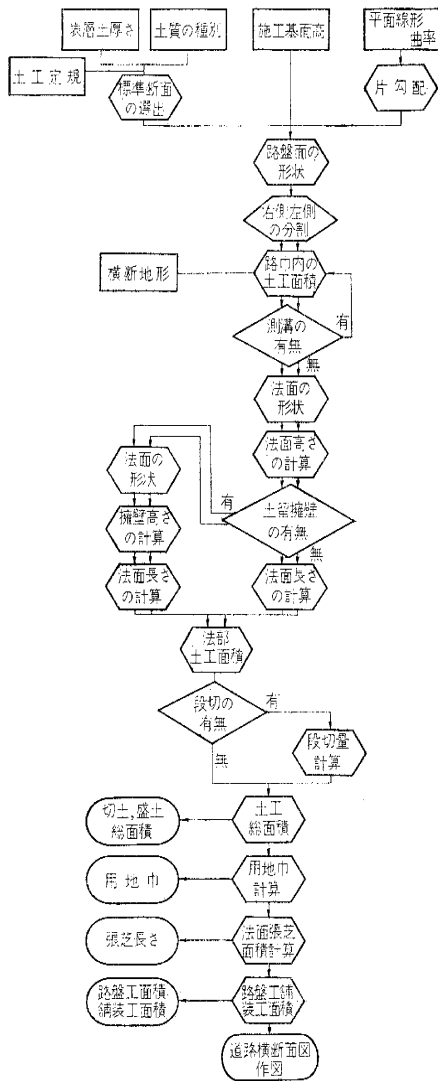
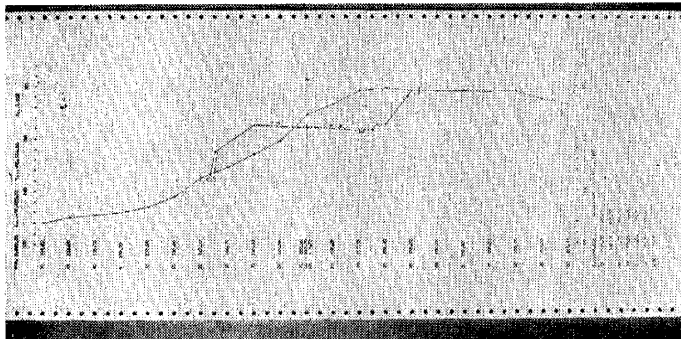


写真-11 道路横断面図の一例



盤工面積、舗装工面積、用地幅、擁壁高さを表にして印字した。また断面の形を、断面を示す直線の交点の座標としてデジタル形でとり出した。正確な横断面を描く

必要のあるときには、これをもとにして描けばよい。またこの座標値は遠近図作製の計算の入力データとなる。計算所要時間は1断面当り約1.5分である。

計算機の出装置で、直接道路横断面を描くこともできる。これは図としての精度が劣る(誤差±2.0mm)が、その形状を直観的に見るのに便利である。

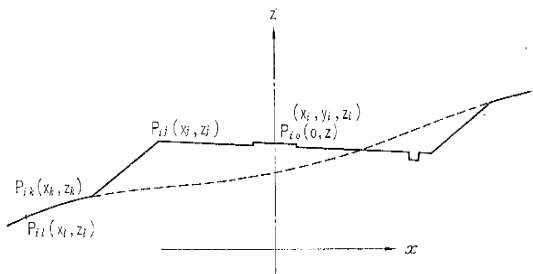
写真-11は、こうして電動タイプライターで直接描いた横断面図の一例を示したものである。

(6) 遠近図

(5)で決めた各測点の横断面の形を座標値で表わせば、これをもとにして遠近図作製のための計算を行なうことができる。すなわち各横断面の主な点を一つの遠近図座標に変換するのである。

その際はじめに与えておくのは、視点の座標 (X_0, Y_0, Z_0) および視軸上の1点の座標 (X_1, Y_1, Z_1) である。 Z_0 は視点の道路計画等に運転者の眼の高さを加えた値をとった。また (X_1, Y_1, Z_1) は視点より1km先の道路中心の座標を用いた。

図-9



計算は、つぎの3段階の変換を行なう。まず図-9に示したような測点 i の横断面上の点 P_{ij} の地上座標値は、測点 i における接線方位角 θ_i より

$$X_j = X_i - x_i \sin \theta_i$$

$$Y_j = Y_i + x_i \cos \theta_i$$

ついで視点 (X_0, Y_0, Z_0) を原点とし η' 軸を視軸とする座標系 (η, ξ, ζ) へ、これを座標変換する。

そのために

$$(X_0, Y_0) \rightarrow (0, 0)$$

$$(X_1, Y_1) \rightarrow (l, 0)$$

$$l = \sqrt{(X_1 - X_0)^2 + (Y_1 - Y_0)^2}$$

となるようにヘルムート変換を行ない、変換の係数 a, b, η_0, ξ_0 を求めれば点 $P_{ij}(X_j, Y_j, Z_j)$ は

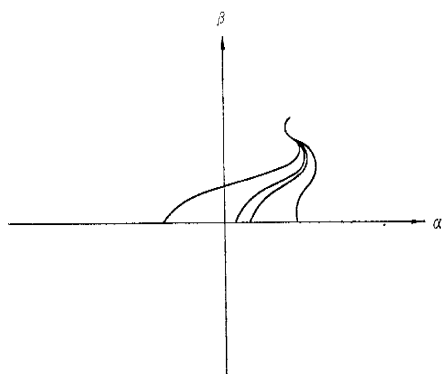
$$\eta_j = aX_j + bY_j + \eta_0$$

$$\xi_j = -bX_j + aY_j + \xi_0$$

$$\zeta_j = Z_j - Z_0$$

この点を視点から f なる距離にある画面に中心投影するのであるから、遠近図画面にとった座標系 (α, β) では

図-10



$$\alpha_j = \frac{f}{\eta_j} \xi_j$$

$$\beta_j = \frac{f}{\eta_j} \zeta_j$$

こうして求めた断面の各点を、画面に描いた座標系に描けば各断面を中心投影した図が得られ、各断面の対応する位置の点を結ぶことによって遠近図を描くことができる。ただその場合 20 m ごとの測点では、視点に近い断面では、測点が足りず図上まずいので、視点より 160 m までは 5 m 間隔に断面をとることとした。また 400 m 以上は 100 m 間隔に断面を描いて十分である。

6. 平面線形の調整計算

平面線形をきめその線形上の各測点の位置をきめるためには一般につきの 4 つの段階の作業を経る。

① 平面図上で曲線定規を用い、クロソイド表などをもとにして、与えられた条件を満足するような線形を図解的に描く。

② 図に表わしたこの線形がその境界点（円、クロソイド、直線の間）で所要の境界条件を満足するよう接続し、そのとき①で考慮に入れた与えられた条件を満足しているかどうかを確かめる。

③ この制約条件を満たさないならば①にもどって R, A 等曲線要素を変えて線形を描き直し、再び②の計算を行なう。

④ 上のようにして線形要素がきまれば、これをもとにして各測点のてい加距離、座標等を算出する。

以上の作業過程のうち、①に相当するものは現段階では電子計算機で処理することはまず不可能に近いであろう。しかし、②～④の段階は純粋に計算上の問題であり、しかも主要曲線としてクロソイドと円曲線を用いるような場合には、その計算の手数もかなりなものである。この段階には電子計算機を用いるのが効果的であり、高速、正確に行なうことができる。

そこで本研究では、図上に描いた線形より固定したい点の座標を読みとり、 R, A 等の線形要素を与え、移動

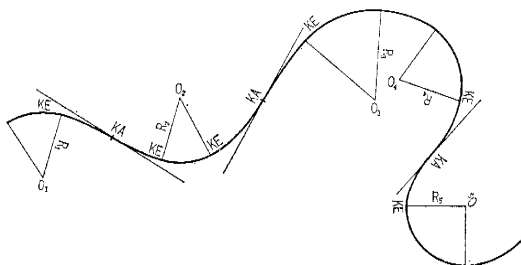
させても支障のない曲線を動かして調整する方法をとった。

直線部の位置、方向、長さ等が固定ないしは制約されている場合は比較的簡単であるので、ここでは円曲線を固定して解く場合についてだけ述べることにする。

(1) 基本的な考え方

線形は主として円曲線とクロソイド曲線の組み合わせから成っており、一部分に直線を補助曲線として用いているとする。したがって線形は S 形、卵形、複合形などの組み合わせとして接続されている。

図-11



このような場合、これらを調整して滑らかに接続するためには R, A を変える方法、円曲線の中心角 θ を変える方法などが考えられるが、ここでは図-11 に示すようにクロソイドを仲介して、相隣る円曲線のうち図の O_2, O_4 の位置を移動させ、円曲線の中心角を求める方法を採ることにする。

(2) 固定した円の位置

固定する円 O_1, O_2, \dots の位置は図上よりその曲線上にある 2 点以上の任意の点の座標 (X_i, Y_i) を読みとり、最小自乗法によりその中心位置 (a, b) を決定する。すなわち円曲線の 2 点 $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2)$ より

$$(X_1 - a')^2 + (Y_1 - b')^2 = R^2$$

$$(X_2 - a')^2 + (Y_2 - b')^2 = R^2$$

の解として (a, b) の近似値 (a', b') を求め、これを用いて

$$\varepsilon_a = a' - a \quad \varepsilon_b = b' - b$$

$$f_{0i} = (X_i - a')^2 + (Y_i - b')^2 - R^2$$

としてつぎの正規方程式をつくる。

$$[K(X - a')^2] \varepsilon_a + [K(X - a')(Y - b')] \varepsilon_b$$

$$+ \frac{1}{2} [K(X - a')^2] f_{0i} = 0$$

$$[K(X - a')(Y - b')] \varepsilon_a + [K(Y - b')^2] \varepsilon_b$$

$$+ \frac{1}{2} [K(Y - b')^2] f_{0i} = 0$$

ただし

$$K_i = \frac{1}{4(X_i - a')^2 + 4(Y_i - b')^2}$$

これを解くことにより (a, b) は求められ、円曲線の位置は決定される。

ここで最小自乗法により決定するのは、一つには図からの読定値に必ず誤差をふくんでいることのためであり、一つには読みとりの際に起こる過誤を、残差を計算することによって計算機の中で検査するためである。

(3) 移動する円の位置

2つの円の中心点間の距離 l はそれぞれの A, R および直線が間にそう入される場合にはその直線長 l_0 が与えられると一義的に定まる。

図-12

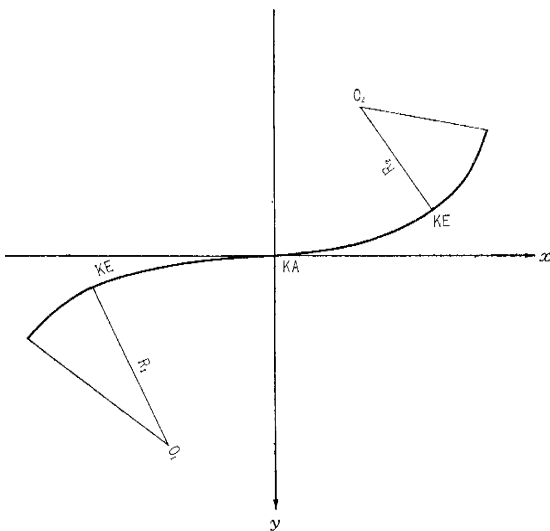
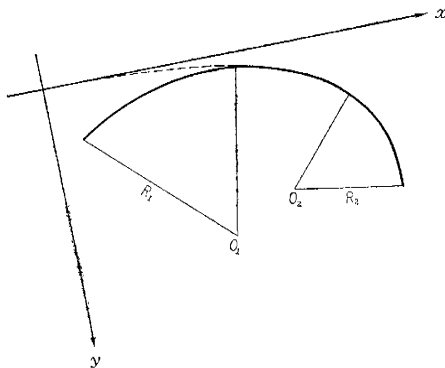


図-13



2つの円曲線がその間にクロソイド曲線をはさんで連なる場合それを大別すると、① 2つのクロソイドをその原点から用いる形式(図-12)、② クロソイドをその中間部分だけ用いる形式(図-13)の2つに大別できる。しかしこの2つの形式もつぎのように円曲線半径 R 、およびクロソイド曲線長 L に符号を付して考えることにすれば計算上の規準化が可能になり、同一のプログラムで処理することができる。

まず、円曲線が進行右まわりのときは $R > 0$ 、左まわりのときは $R < 0$ とする。そしてまた進行方向がクロソイド原点側から進むときは $L > 0$ 、反対に原点側へ進

むときは $L < 0$ と定めることにする。

このように規約した上で、①の形式の場合について2つの円の中心間距離 $\overline{O_1 O_2} = l_{12}$ を求める計算はつぎようになる。

2つの円曲線の半径 R_1, R_2 2つのクロソイドのパラメーター $C_1 (=R_1 L_1), C_2 (=R_2 L_2)$ および直線長 l_0 を与えてそれぞれのクロソイドについて

$$\tau = \frac{L}{2R}$$

$$x = L \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(4n-3)(2n-2)! 2^{2n-2}} \left(\frac{L}{R}\right)^{2n-2}$$

$$y = \frac{L^2}{R} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(4n-1)(2n-1)! 2^{2n-1}} \left(\frac{L}{R}\right)^{2n-2}$$

を求めこれにより

$$R_1 + \Delta R_1 = y_1 + R_1 \cos \tau_1$$

$$R_2 + \Delta R_2 = y_2 + R_2 \cos \tau_2$$

$$x_{m1} = x_1 - R_1 \sin \tau_1$$

$$x_{m2} = x_2 - R_2 \sin \tau_2$$

そのとき $\overline{O_1 O_2} = l_{12}$ は

$$l_{12} = [(R_1 + \Delta R_1) - (R_2 + \Delta R_2)]^2 + (-x_{m1} + x_{m2} + l_0)^2 \dots \dots (1)$$

この関係を②の形式の場合について考えてみるとその場合曲率が連続的な変化をするためには必ず $R_1 R_2 > 0$ であるから式(1)で

$$C_1 = C_2$$

$$l_0 = 0$$

とおけばこれは②の形式すなわち卵形の場合にも成り立つことがわかる。したがって式(1)は①の場合②の場合ともに網羅している。

同様にして円曲線 O_2 と O_3 の中心点間距離 $\overline{O_2 O_3} = l_{23}$ は

$$l_{23} [(R_2 + \Delta R_2) - (R_3 + \Delta R_3)]^2 + (-x_{m2} + x_{m3} + l_0)^2$$

となるから円 O_2 の中心 (X_{02}, Y_{02}) の位置は

$$(X_{02} - X_{01})^2 + (Y_{02} - Y_{01})^2 = l_{12}^2$$

$$(X_{02} - X_{03})^2 + (Y_{02} - Y_{03})^2 = l_{23}^2$$

の解として決めることができる。

この計算式により入力する数値を変えただけで中央の円曲線の位置を決定できる各形式の線形をまとめて示したのが表-4である。

(3) 主要点の座標

3つの円曲線が、(1)、(2)で求めた位置にあるとき、パラメーター $C_{12}, C_{21}, C_{22}, C_{31}$ のクロソイドおよび半径 R_1, R_2, R_3 の各円曲線、場合によっては長さ l_0, l_0' の直線が互いにその接点で等しい曲率を有するように接続することができる。そのとき各主要点の座標を求めるにはまず

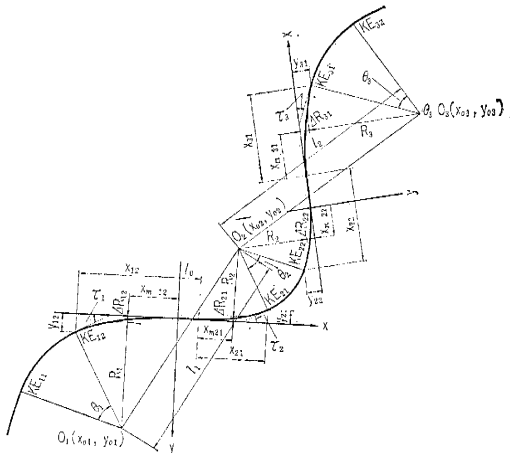
$$O_1 \begin{cases} x = x_{M12} \\ y = R_1 + \Delta R_{12} \end{cases} \quad O_2 \begin{cases} x = x_{M21} \\ y = R_2 + \Delta R_{21} \end{cases}$$

となるような座標系 $x-y$ を設け、これが $X-Y$ 座標系

表 4 R, C, l₀ の値と線形の形式

$R_1 R_2 < 0$	$l_0 = 0$	$C_1 C_2 < 0$	
$R_1 R_2 < 0$	$l_0 > 0$	$C_1 C_2 < 0$	
$R_1 R_2 < 0$	$l_0 > 0$	$C_1 = C_2 = 0$	
$R_1 R_2 > 0$	$l_0 > 0$	$C_1 C_2 > 0$	
$R_1 R_2 > 0$	$l_0 = 0$	$C_1 = C_2 = 0$	
$R_1 R_2 > 0$	$l_0 = 0$	$C_1 = C_2 = 0$	

図 14



で先に求めた $O_1(X_1, Y_1)$, $O_2(X_2, Y_2)$ になるような変換を行なう。

この変換の係数 a, b, X_0, Y_0 を 3. でのベタヘルマート変換式を利用して求めれば $x-y$ 座標系で計算された主要点の座標を $X-Y$ 座標系に

$$X = ax - by + X_0$$

$$Y = -bx + ay + Y_0$$

と変換できる。かようにして

KE_{1-2}

$$x = L_{12} \Sigma (-1)^{n+1} \frac{1}{(4n-3)(2n-2)! 2^{2n-2}} \left(\frac{L_{12}}{R_1} \right)^{2n-2}$$

$$y = \frac{L_{12}^2}{R_1} \Sigma (-1)^{n+1} \frac{1}{(4n-1)(2n-1)! 2^{2n-2}} \left(\frac{L_{12}}{R_1} \right)^{2n-2}$$

から $X = X_{E12}$
 $Y = Y_{E12}$

ただし, $L_{12} = \frac{C_1}{R_1}$

KA_2 $\left. \begin{matrix} x=0 \\ y=0 \end{matrix} \right\}$ から $\left. \begin{matrix} X = X_{A2} \\ Y = Y_{A2} \end{matrix} \right\}$

KE_{2-1}

$$x = L_{21} \Sigma (-1)^{n+1} \frac{1}{(4n-3)(2n-2)! 2^{2n-2}} \left(\frac{L_{21}}{R_2} \right)^{2n-2}$$

$$y = \frac{L_{21}^2}{R_2} \Sigma (-1)^{n+1} \frac{1}{(4n-1)(2n-1)! 2^{2n-1}} \left(\frac{L_{21}}{R_2} \right)^{2n-2}$$

から $X = X_{E21}$
 $Y = Y_{E21}$

ただし, $L_{21} = \frac{C_2}{R_2}$

と主要点の座標を $X-Y$ 座標系で求めることができる。同様にして O_2, O_3 を基準点として座標変換すれば KE_{22}, KA_3, KE_{31} の座標を得ることができる。

(4) 中間点の座標

主要点の座標が求められるとこれを変換の基準点として再びヘルマート変換を行なえば中間点の座標を計算することができる。中間点の計算は、クロソイド部、円曲線部、直線部の3つに分けてそれぞれ計算する。

a) クロソイド部分

与える数値は2つのKE点の座標 $KE_1(X_{E1}, Y_{E1})$, $KE_2(X_{E2}, Y_{E2})$ およびクロソイドパラメーター C , KE_1, KE_2 における曲率 $1/R_1, 1/R_2$ である。 $1/R=0$ のときはその点は KA 点である。そこでこの2つのKE点を変換の基準点とし

$$x = L_1 \Sigma (-1)^{n+1} \frac{1}{(4n-3)(2n-2)! 2^{2n-2}} \left(\frac{L}{R} \right)^{2n-2}$$

$$y = \frac{L_1^2}{R_1} \Sigma (-1)^{n+1} \frac{1}{(4n-1)(2n-1)! 2^{2n-2}} \left(\frac{L}{R} \right)^{2n-2}$$

→ $X = X_{E1}$
 $Y = Y_{E1}$

$$x = L_2 \Sigma (-1)^{n+1} \frac{1}{(4n-3)(2n-2)! 2^{2n-2}} \left(\frac{L}{R} \right)^{2n-2}$$

$$y = \frac{L_2^2}{R_2} \Sigma (-1)^{n+1} \frac{1}{(4n-1)(2n-1)! 2^{2n-1}} \left(\frac{L}{R} \right)^{2n-2}$$

→ $X = X_{E2}$
 $Y = Y_{E2}$

ただし, $L_1 = C/R, L_2 = C/R_2$

になるように $x-y$ 座標系より $X-Y$ 座標系へ変換し、その係数 a, b, X_0, Y_0 を求めれば KE_1 より進行方向に曲線長 L_k にある点の座標は

$$L = L_1 + L_k$$

で $x_k = L_k \Sigma (-1)^{n+1} \frac{1}{(4n-3)(2n-1)! 2^{2n-2}} \left(\frac{L_k}{R} \right)^{2n-2}$

$$y_k = \frac{L_k^2}{R} \sum (-1)^{n+1} \frac{1}{(4n-1)(2n-1)!2^{2n-1}} \left(\frac{L_k}{R}\right)^{2n-2}$$

より $X_k = ax + by + X_0$

$$Y_k = -bx + ay + Y_0$$

として得られる。

b) 円曲線部分 与える数値は2つKE点の座標 $KE_1(X_{E1}, Y_{E1})$, $KE_2(X_{E2}, Y_{E2})$ および曲線半径 R である。

まず円曲線中心 $O_0(X_0, Y_0)$ をこれもヘルマート変換式を利用して求める。すなわち KE_1, KE_2 間の距離(弦長) S を

$$S = [(X_{E2} - X_{E1})^2 + (Y_{E2} - Y_{E1})^2]^{1/2}$$

と求め、

$$\left. \begin{array}{l} x = -\frac{1}{2}S \\ y = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} X = X_{E1} \\ Y = Y_{E2} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{1}{2}S \\ y = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} X = X_{E2} \\ Y = Y_{E2} \end{array}$$

となるように座標変換を行なえば、 $O(X_0, Y_0)$ は

$$x = 0, \quad y = \left(R^2 + \frac{1}{4}S^2\right)^{1/2}$$

を X - Y 座標に変換したものととして求められる。

この結果を用いてさらに

$$\left. \begin{array}{l} x = 0 \\ y = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} X = X_{E1} \\ Y = Y_{E1} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 0 \\ y = R \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} X = X_0 \\ Y = Y_0 \end{array}$$

と座標変換する。そのとき KE_1 より曲線長 L_k にある点の (x, y) 座標は

$$x = R \sin \theta_k \quad y = R(1 - \cos \theta_k)$$

$$\text{ただし, } \theta_k = \frac{L_k}{R}$$

と表わされるから、これを上の変換にしたがって X - Y 座標系へ座標変換すれば中間測点 P_k の座標 (X_k, Y_k) を得ることができる。

(5) 計算プログラム

プログラムとしては、最小自乗法により円曲線中心を計算するルーチン、クロソイドの (x, y) を求めるルーチンおよびヘルマート変換のルーチンの3つをサブルーチンとして用いる。

ヘルマート変換式は一般に用いられている平面座標の変換式のように角度をふくまないで、その方向を検討して符号を考える必要がなく、電子計算機による計算の場合には、きわめて効果的である。

なお、主要点を計算するまでに要する計算時間は、NEAC 2203 の場合円曲線2つ1組に対し、約1分である。

7. 電子計算機による縦断勾配の選定

(1) 最適な縦断勾配

最も望ましい縦断勾配とはいかなるものであるかを考えてみると、一般的にはつぎのような要件をみたすものであると考えることができる。

- ① 土工量ができる限り少ないこと。
- ② 必要な用地幅が小であること。
- ③ 勾配がゆるやかであること。
- ④ 勾配に急激な変化がないこと。
- ⑤ 平面線形と調和していること。
- ⑥ 切土量と盛土量が短い区間内で均衡していること。

現在一般に行なわれている縦断勾配の選定は技術者が上に述べたような要件を考慮に入れて二、三の縦断勾配を計画し、これについて比較設計を行ない、最適と考えられる勾配を選定している。

本研究ではこの選定を電子計算機によって自動的に行ない時間と労力を節減し、さらには合理的な縦断勾配をもくろみ、以下に述べるような方法によって、その解決を試みたものである。

(2) 動的決定問題と縦断勾配選定

一般に経済現象は、そのシステムについてなんらかの時間的いとなみがある。したがってこのシステムの中のある特定の段階において計画をたてようとする場合、その前後の段階と無関係に、その段階だけを単独に取り扱うことができないのが普通である。いいかえれば現在の状態は必ず過去に行なわれた決定に影響されるし、また現在の状態をもとにしての決定は、このシステムの未来の状態を規制する。そのため問題の、このような特質を考えに入れて作られた数学モデルには、時間(段階数)なる因子を必ずふくんでいる。このような問題は動的決定問題 Dynamic decision problem と呼ばれ、つぎのように定式化されている。すなわち「動的決定問題とは、 N 段階決定段階の第 i 段階における状態変数と政策変数を $x_i, y_i (i=1, 2, \dots, N)$ 、初期の状態を c とするとき、目的関数 $g(c; x_1, x_2, \dots, x_N; y_1, y_2, \dots, y_N)$ の値を最大または最小にする政策変数の系列 $\{y_i\}$ を求めること」⁷⁾

縦断勾配選定の問題を考えてみると、これもある孤立した測点だけで単独に最適な勾配を決定しても無意味であり、前後の他の測点との関連において決定されなければならない。したがって各測点を段階とし、システムの政策変数として各測点における道路計画高をとれば、この問題は上に述べた多段階過程の動的決定問題と見なすことができ、適切な目的関数を設けることによってその最適解として、最適な縦断勾配を決めることができる。

(3) モデルの条件

選定した勾配の有効さを表わすために、どのような目的関数を設定すればよいか問題である。そこで適切な縦断勾配は、はじめに列挙した要件を最大限に満たして

いるものであると考えたとき、そのような要件を最大限に満たすならばその道路を新設する際の事業費（工事費、用地費）とその道路完成後ここを通過する車両の走行経費の和が最小になり得ると考えられる。したがって目的関数としては事業費と走行経費をとれば最適縦断勾配はこの目的関数の値を最小にするような道路計画高 y の系列 $\{y_i\}$ として求めることができる。

そのため、この目的関数に各オペレーションと、そのオペレーションより生ずる費用との間につぎのような仮定をたてることにする。

a) ある測点 l_i における土工断面積は、計画高を y_i 、地盤高を z_i とすると次式で与えられるものとする。

$$z_i - y_i \geq 0 \text{ のとき } A_i = b(z_i - y_i) + a_c(z_i - y_i)^2$$

$$z_i - y_i < 0 \text{ のとき } A_i = b(z_i - y_i) - a_f(z_i - y_i)^2$$

ここで、

b ; 道路幅員（路肩をふくむ）

a_c ; 切土のり面勾配

a_f ; 盛土のり面勾配

そのとき測点 l_i の土工量はつぎのようであるとする。

$$A_i A_i > 0$$

$$V_i = \frac{A_{i-1} + A_i}{2} (l_i - l_{i-1})$$

$$A_{i-1} A_i < 0$$

$$V_i = \begin{cases} \frac{(z_{i-1} - y_{i-1})(l_i - l_{i-1})}{2(z_{i-1} - y_{i-1} - z_i + y_i)} A_{i-1} & \dots\dots ① \\ -\frac{(z_i - y_i)(l_i - l_{i-1})}{2(z_{i-1} - y_{i-1} - z_i + y_i)} A_i & \dots\dots ② \end{cases}$$

①, ② の値はそれぞれ正であれば切取土量 V_{ci} 、負であれば盛土量 V_{fi} を表す。したがって測点 l_i における土工費は盛土工を、 a_f 円/m³、切取工を a_c 円/m³ として

$$c_i^{(1)} = a_c V_{ci} - a_f V_{fi}$$

となる。ただし、ここでの土工には、e) で運土工を別に考えている関係上土の運搬はふくまないものとし、単価もその想定に立って算出したものでなければならない。

b) 測点 l_i における用地幅 w_i は

$$z_i - y_i \geq 0 \text{ のとき } w_i = b + a_c(z_i - y_i)$$

$$z_i - y_i < 0 \text{ のとき } w_i = b - a_f(z_i - y_i)$$

で与えられるとすると用地面積は

$$\frac{w_{i-1} + w_i}{2} (l_i - l_{i-1})$$

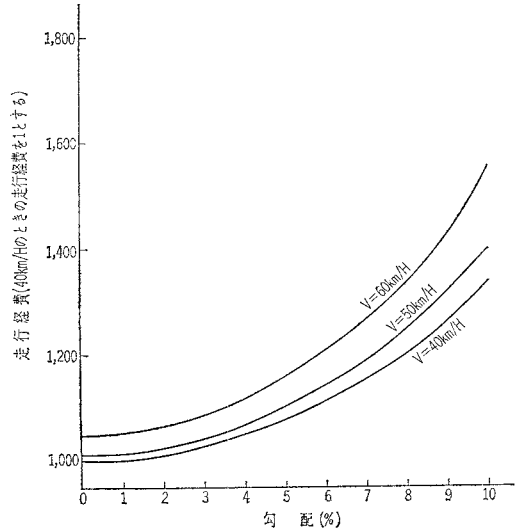
となり、単位面積の用地費を β 円/m² とすれば測点 l_i における用地費は

$$c_i^{(2)} = \beta \frac{w_{i-1} + w_i}{2} (l_i - l_{i-1})$$

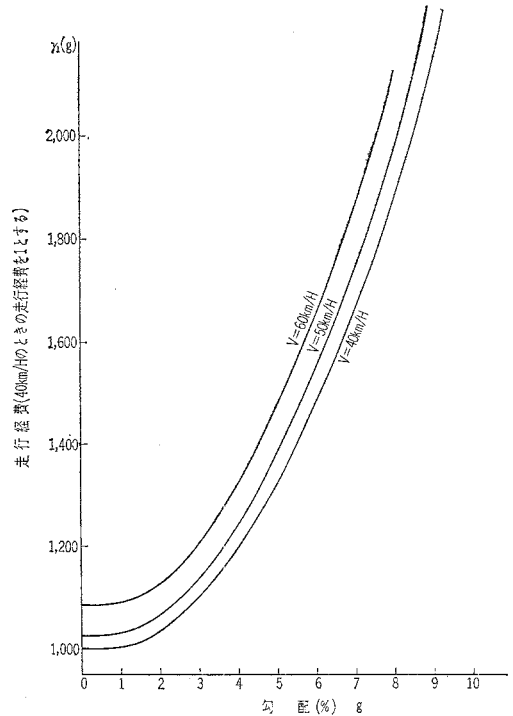
となる。

c) 車両の走行に要する必要のうち、道路の縦断勾配に関係するものとしてガソリン、オイルの消費量、車の

図-15 勾配と走行経費の関係
乗 用 車



大型トラック



維持費、減価償却費を考慮することにする。これらの費用の合計（走行費と呼ぶことにする）に縦断勾配がおよぼす影響については米国で測定せられた資料がある⁹⁾。図-15はこの資料にもとづいて勾配 0% の区間を 40 km/m の速度で走行するときの走行費を 1 とし、勾配と走行費の関係を表わしてみたものである。また高速道路調査会自動車研究部会での調査結果によると、一般舗装道において勾配 0% の区間 1 km を速度 40 km/m 走行する

表-5 自動車のキロ当り走行経費

	キロ当り単価 (円/km)					合計
	燃料費	タイヤ・チューブ費	油脂費	車両整備費	車両償却費	
トラック・バス	8.65	3.60	0.69	5.67	9.90	28.51
小型トラック	4.62	0.76	0.47	2.24	5.91	14.00
乗用車	3.46	0.52	0.47	2.02	7.42	13.89

ときの走行費は表-5 のようになっている¹⁰⁾。

この2つの資料を用いて測点 l_i における車両の走行経費をつぎのように求める。すなわち測点 l_i の勾配を $g_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{l_i - l_{i-1}}$ と定義すれば、この区間を走行する車両の走行経費は 図-13 より求めた値を $r_1(g_i)$, $r_2(g_i)$ として

$$\begin{aligned} & \text{乗用車および小型トラック } 14.0 r_1(g_i)(l_i - l_{i-1})/1000 \\ & \text{トラック, バス } 28.5 r_2(g_i)(l_i - l_{i-1})/1000 \end{aligned}$$

となる。さらに当道路の償却年限を n 年とし、今後 n 年間当道路を通行する車両の1日当りの平均台数をトラック、バス p 台、乗用車、小型トラック q 台と予想すれば、 l_i における年間走行経費は

$$365[14.0 r_1(g_i) \times p + 28.5 r_2(g_i) \times q] \frac{l_i - l_{i-1}}{1000}$$

現価係数は金利を年 $I\%$ とかけば

$$\frac{1 - (1+I)^{-n}}{I}$$

と表わされるから、 l_i における n 年間の走行経費の現価は、

$$c_i^{(3)} = 365[14.0 r_1(g_i) \times p + 28.5 r_2(g_i) \times q] \frac{l_i - l_{i-1}}{1000} \frac{1 - (1+I)^{-n}}{I}$$

となる。

d) 勾配の変化は、視距を確保するのに必要な縦断曲線長 L_v がそう入できるようなものでなければならない。したがって当道路の設計速度を 60 km/m とすれば道路構造令より

$$L_v > 10 \left| \frac{y_{i-1} - y_{i-2}}{l_{i-1} - l_{i-2}} - \frac{y_i - y_{i-1}}{l_i - l_{i-1}} \right| \times 100$$

いま測点間隔を $l_i - l_{i-1} = l_{i-1} - l_{i-2} = 100 \text{ m}$ とすれば、 $L_v = 100 \text{ m}$ ならあらゆる勾配変化点でこの縦断曲線長が確保できるから

$$10 > |2y_{i-1} - y_{i-2} - y_i|$$

なる条件をすべての測点で満足することが必要である。

e) ある区間 $[l_{i-1}, l_i]$ で生じている剰土は隣の区間 $[l_i, l_{i+1}]$ に運搬して処理し、 $[l_{i-1}, l_i]$ で不足している土は隣の区間 $[l_i, l_{i+1}]$ より持ってくる。各区間について順次このように考えれば測点 l_i における運土作業量 W_i は

$$W_i = \frac{l_{i+1} - l_{i-1}}{2} \sum_{k=1}^i V_k'$$

となる。ただし V_k' は a) で求めた測点 l_k の土工量 V_k に土工膨張率 μ , 収縮率 λ を考慮に入れたものであって

$$V_k' = (1 + \mu)V_k + \frac{1}{1 - \lambda} V_{fk}$$

と表わされる。

1 m^3 の土量を 100 m 運搬するのに必要な経費を r 円とすれば l_i での運土費は

$$c_i^{(4)} = r \frac{l_{i-1} - l_{i-1}}{2} \sum_{k=1}^i V_k'$$

となる。

f) 曲線半径 R が 100 m より小な箇所においては制限最急勾配を道路構造令にしたがって

$$G = \frac{80}{R}$$

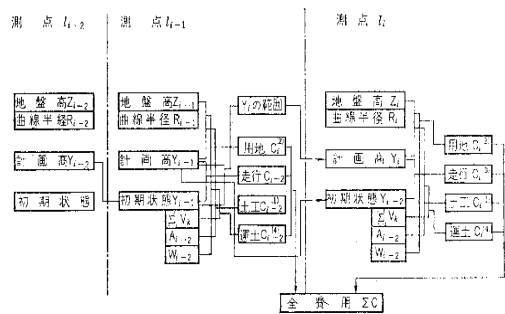
とする。ここで G はこの道路の制限最急勾配である。

以上のように各オペレーションとそれに関する費用を考えると測点 l_i における費用は

$$c_i = c_i^{(1)} + c_i^{(2)} + c_i^{(3)} + c_i^{(4)}$$

となる。またこれを図で示すと 図-16 のようになる。

図-16



(4) 解法

道路計画始点の計画高を y_0 とすれば最適縦断勾配を選定したときの全費用は

$$f(y_0) = \min_{\{y_i\}} \sum_{i=1}^N [c_i(x_{i-1}, z_i, y_i)]$$

とかくことができる。ここで x_{i-1} は計画 y_{i-1} がとられたとき測点 l_{i-1} の状態を示し、 z_i は測点 l_i の地盤高を示している。したがって最適縦断勾配は上式をみたく計画高の系列 $\{y_i\}$ を求めればよい。これを求めるために計画高 y は一定の高さ間隔 Δy ごとに離散的な値をとるものとしその最適な系列はつぎのように考えて求めることにした。

まずこの過程を1段だけについて考えてみると初期値は y_0 であるからその費用は $c_1(y_0, x_0, z_1, y_1)$ となり、2段過程では最小費用は

$$\begin{aligned} f_2(y_0) &= \min_{y_1} [c_1(y_0, x_0, z_1, y_1) + f_1(y_1)] \\ &= \min_{y_1} [c_1(x_0(y_0), z_1, y_1) + \min_{y_2} [c_2(x_1(y_1), z_2, y_2)]] \\ &= \min_{y_1, y_2} [c_1(x_0(y_0), z_1, y_1) + c_2(x_1(y_1), z_2, y_2)] \end{aligned}$$

y_1, y_2 は独立に選ばれるからすべての y_1, y_2 の組み合わせについて費用を計算すると初期値 y_0 をとったときの系列 $\{y_1^{(0)}, y_2\}$ についての費用が求められる。

さらに3段階程について考えると最低

費用は

$$f_3(y_0) = \min_{y_1} [c_1(x_0(y_0), z_1, y_1) + f_2(y_2)]$$

$$= \min_{y_1, y_2, y_3} [c_1(x_0(y_0), z_1, y_1)$$

$$+ c_2(x_1(y_1), z_2, y_2)$$

$$+ c_3(x_2(y_1, y_2), z_3, y_3)]$$

となり y_1, y_2, y_3 のすべての組み合わせについて $c_1 + c_2 + c_3$ を計算する必要がある。しかし、ここで最適政策は過程の3段階以上には、相互に影響し合わないと仮定すれば計算は y_2, y_3 のすべての組み合わせについて行なえばよいことになり、 y_2, y_1 の関係はさきに求めた最適政策の系列 $\{y_1^{(0)}, y_2\}$ にしたがうものとするのである。

この方法をくり返せば f_3 を求めたのと全く同様の手順により f_N まで求めることができる。

そして計画の最終段階(計画道路終点)の計画高 y_N はあらかじめ考えられているから c_N を計算し、

$$f_N(y_0) = \min_{\{y_i\}} \sum_{i=1}^N c_i$$

とこの最低費用をもたらす計画高の系列 $\{y_i\}$ を求めればよい。

(5) 計算例

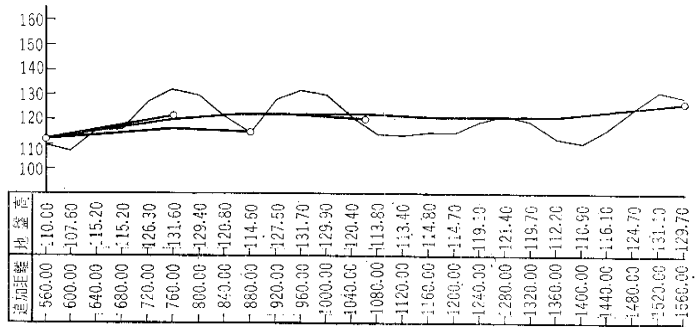
国道49号線の計画について計算した例を述べるときのようである。

まず縦断勾配は最小単位1%きざみで変化する。すなわち測点間隔は100mとしたから計画高は1mごとに变化し得るものとした。また1回の計算で勾配を決定する区間は道路の2つの縦断コントロール点間とした。このコントロール点間の測点の数は計算機の容量上最大50点である。計算の基礎データとして用いた数値を列挙したのが表-6である。

表-6 計算基礎データ

道路償却年限	20年
金利	年6%
現価係数	11.47 $n=20$ $I=0.06$
切土工単価	軟土 100 円/m ³
	中硬岩 1200 円/m ³ のり面保護工をふくむ
盛土工単価	150 円/m ³ 同上
運土工単価	100 円/m ³ 運土距離 100 m
用地単価	山林 100 円/m ²
	畑地 200 円/m ²
日交通量	トラック, バス 800 台/日
	乗用車, 小型トラック 1000 台/日
最急勾配	8%
道路幅員	盛土部 9.50 m
	切土部 13.50 m 路肩をふくむ
設計速度	60 km/h
縦断曲線長	10.4 m $d=$ 勾配代数差
切取り勾配	1割
盛土の勾配	2割
膨張率	軟土 10% 中硬岩 40%
収縮率	n 5% 0

図-17



以上のほか計算機に入力する数値は

- 計画始点計画高 y_0
- 計画終点計画高 y_N
- 各測点のてい加距離 l_i
- 各測点における平面曲線曲率 $1/R_i$
- 各測点の地盤高 z_i

である。また計算結果として出力するものは

- 各測点のてい加距離 l_i
- 各測点の計画高 y_i
- 各測点の縦断勾配 g_i
- 各測点における縦断曲線長 $l_{v,i}$

である。

この結果選定された縦断勾配を縦断図にして示したのが図-4である。また図-17はこの勾配選定の過程を示すために計画終点の位置を動かしたとき選定された縦断勾配を示したものである。

なお、計算所要時間は区間1kmにつき約30分である。

この方法はマルコフの性質を仮定して、最適解を求めている点に幾分の無理があり、また基礎資料が不足のため費用関数算定をきわめて簡略化したところに問題は残るが、その選定結果は技術者の選定したものによく一致するものである。したがって上記の問題をさらに解決し、計算速度を向上させることに成功すれば、今後合理的な縦断線形決定法として発展し得るものと考えられる。

8. 結 語

本研究によって得られた結果の主要点および道路設計に対する本方法についての結論はつぎのようである。

a) 第1段階の計画設計には、数値地形モデルがきわめて効果的であり、地形図を作製することなしに最適計画路線を迅速に選定することができる。その場合、この路線を人間に感覚的に訴えるためには、航空写真上に線形を描き入れておけばよい。

b) 最終的な段階の設計で、数値地形モデルを用いれば、多くの比較路線の検討が容易にできて便利である

が、これだけで工事実施にうつるのは精度上むずかしく、工事実施前にさらに現地測量により縦横断を正しく測定する必要がある。また決められた線形について、航空写真より直接横断測量を行えば、現地測量では横断測量を省き、縦断測量のみを行えば十分である。

e) 平面線形の調整計算には、始めにある程度正確な図さえ描いておけば、それより読みとって本方式で計算するときわめて高速、正確に行なうことができる。

d) 計画設計の段階の縦断勾配は、本方式を用いれば計算機により自動的に選定することができる。しかもその道路の交通量をはじめとする局地条件を考慮に入れた合理的な選定であると考えられる。

以上のように結論するとき、航空写真と電子計算機を用いて測量から設計までを一貫して行なう方法は、今後さらに発展させれば道路計画、設計業務を合理化する上に益すること大であると考えられる。今後、実際に道路設計に従事されている方々のご意見を多くとり入れ、より有能な方法へと進めて行きたいと考える次第である。

おわりに、本研究を進めるに当たって、いろいろとご教示下さった東大 星埜 和教授、および有益な助言を下さり、また研究上の便宜を計って下さった道路公団 鍛冶晃三氏 アジア航測 KK 上谷良吉氏に感謝するものである。資料を提供して下さいました建設省の方々、また計

算機使用の便宜を計って下さったアジア航測 KK 計算課の方々、およびプログラムを手伝って下さった下田公一君、小林 洋君をはじめとする学生諸氏に深くお礼の意を表するものである。

参考文献

- 1) Ternryd, C.O.: Photogrammetrie und elektronischen Datenverarbeitung im Dienste der Strassenprojektierung in Schweden Straße und Verkehr, 1961-7.
- 2) Conzett R.: Elektronisches Rechnen im schweizerischen Straßenban.
- 3) Miller, C.L. & Laflamme R.A.: The digital terrain model—Theory and applications, Photogrammetric Engineering, Vol 29, 3.
- 4) Pryor, W.T.: The role of aerial surveys in Highway Engineering, Reports of 9th Congress International Society for Photogrammetry.
- 5) Conzett, R.: Überblick über den Einsatz eines Elektronischen Datenverarbeitungssystems, Straße und Verkehr 1961-7.
- 6) 国際航業 KK: 空中写真と電子計算機の組み合わせによる最も経済的な道路の路線選定の研究(建設省研究補助金に対する報告書)
- 7) Horst Osterloh: Strassenplanung mit Klothoiden.
- 8) 国沢清典編: オペレーションズリサーチ入門, 広川書店.
- 9) Wood: Highway Engineering Handbook, McGraw-Hill Chapter 3, Highway Economies.
- 10) 高速道路調査会自動車研究部会: 第2次高速運転経費調査報告書.

(1964.2.5・受付)

昭和39年度土木学会論文集編集委員

委員長	奥村敏恵	副委員長	吉川秀夫	委員	土肥正彦	委員	三木五三郎
委員	安芸周一	委員	小池重力	委員	中川博次	委員	村上良丸
委員	赤井浩一	委員	小寺重司	委員	中瀬明男	委員	村田二郎
委員	伊藤学	委員	後藤圭司	委員	伯野元彦	委員	八木田功
委員	池田睦治	委員	佐武正雄	委員	林正夫	委員	山根孟
委員	池守昌幸	委員	佐藤昭二	委員	久武啓祐	委員	箭内寛治
委員	大沼徹	委員	杉木昭典	委員	藤田嘉夫	委員	山崎徳也
委員	岡内功	委員	鈴木雄太	委員	堀井健一郎	委員	吉田敏
委員	岡田宏	委員	多田宏行	委員	堀川清司	幹事	西脇威夫
委員	神山光男	委員	建部恒彦	委員	西尾元充		
委員	栗林栄一	委員	玉野治光	委員	増田重臣		

昭和39年6月15日印刷 土木学会論文集 第106号 定価150円(〒20円)
昭和39年6月20日発行

編集兼発行者 東京都新宿区四谷一丁目 社団法人 土木学会 羽田 巖
印刷者 東京都港区赤坂溜池5 株式会社 技報堂 大沼正吉

発行所 社団法人 土木学会 振替東京 16828 番
東京都新宿郵便局区内 新宿区四谷一丁目 電話(351)代表 5138 番

MARUI

短時間 **厚さ及び構造物の弾性係数が判定** できる

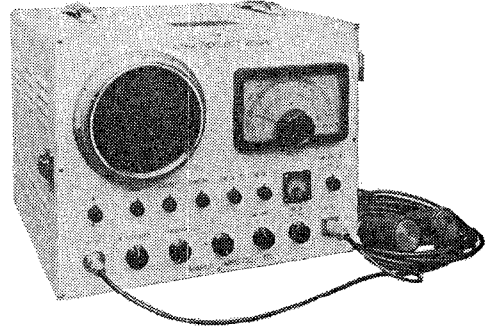
- ① 時間の節約になります (時代に即応)
- ② 正確な判断の参考資料となります
- ③ 無破壊で常に測定出来ます

用 途


- 型枠取除き判定 (経済助力となる)
- ダム・コンクリート等の品質管理
- 道路隧道の厚さ及ボイドの判定
- コンクリートの経年変化・強度の推定等

営 業 品 目

セメント・コンクリート・土質・アスファルト
水理各試験機・無破壊試験器・計量器・各種材料試験機

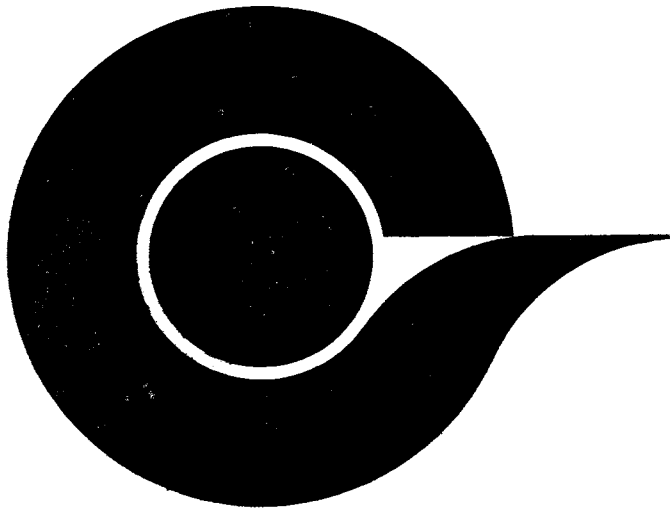


超音波反射測定器

 **MARUI** 株式会社 **丸井製作所**

本 社 大阪市城東区蒲生町4ノ10番地
電話 大阪 (931) 3541番 (代表)
東京出張所 東京都港区芝田村町5ノ4番地(吉田ビル)
電話 東京 (431) 7563番

学会・協会誌一手取扱



日本機械学会誌
化学と工業
精密機械
土木学会論文集
燃料協会誌
日本水産学会誌
月刊建設
埋立と浚渫
機械学会論文集
工業化学雑誌
産業機械
電気協会雑誌
日本工学会々報
大ダム・石灰石
選炭・港湾
コンクリートジャーナル
機械学会英文論文集
日本化学雑誌
建設の機械化
電気化学
同位体と放射線
塩業時報
日本時計学会誌
日本鉱業会誌
日本鋳物協会誌
土木学会誌
早稲田電気工学会報
港湾荷役
東北鉱山
月刊JICST情報管理
其他學術技術専門誌
取扱



学・協会専門広告代理店

株式会社共栄通信社

本社 東京都中央区銀座西8の8 (新田ビル内) 電話(572) 3381 代表~5

昭和三十七年五月二十八日第三種郵便物認可
 昭和三十九年六月二十五日印刷
 (毎月一回二十日発行)

長い線でも
 同じ細さに

かき始めも 先端がくずれない
 途中でもかき減りが少ない

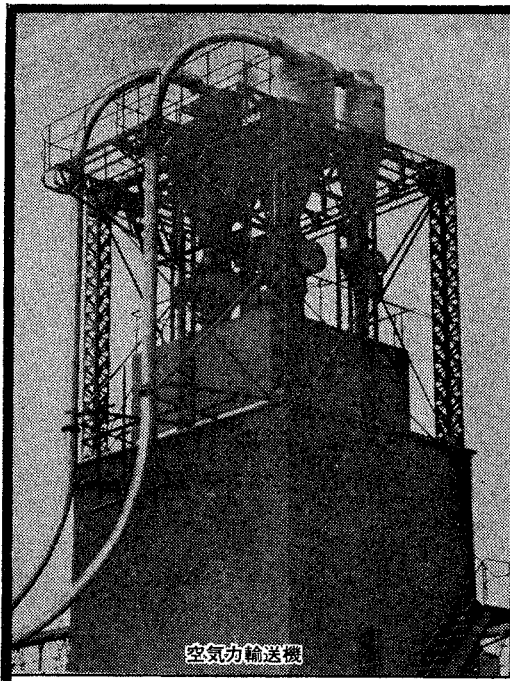
6H→6B14硬度 1ダース ¥600

uni



三菱鉛筆

土木学会論文集 第一〇六号

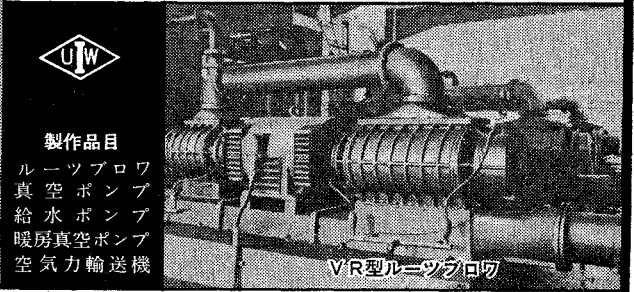


空気力輸送機

ウノサワポンプ・ブロー

← **ウノサワ空気力輸送機**
 各種粉粒体の輸送・真空圧送型および併用型

ウノサワ・ルーツブロー
 小型から大型まで生産・各種工業の空気源
 真空ポンプおよび密閉軸封装置付特殊ガス用



VR型ルーツブロー



- 製作品目
 ルーツブロー
 真空ポンプ
 給水ポンプ
 暖房真空ポンプ
 空気力輸送機

株式会社 **宇野沢組鉄工所**

本社/渋谷工場 東京都渋谷区山下町6-2 電話東京(44)2211(代)
 玉川工場 東京都大田区矢口町9-4-5 電話東京(738)4191(代)
 大阪出張所 大阪府北区曾根崎新地3の12(不動ビル内) 電話大阪(361)0684

二 価 百 五 十 円